



Главный редактор  
**Ю.С. БОРОВИКОВ**, д.т.н., профессор  
Зам. гл. редактора  
**В.И. МАКАРОВ**, к. филол. н., доц.

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

**М.И. БИЧУРИН**, д.ф.-м.н., проф.,  
гл. ред. научного направления (Великий Новгород)

**А.Ю. ЗАХАРОВ**, д.ф.-м.н., проф.,  
зам. гл. редактора научного направления  
(Великий Новгород)

**В.М. ПЕТРОВ**, д.т.н., проф.,  
ответственный секретарь (Великий Новгород)

**А.С. БУГАЁВ**, д.ф.-м.н., проф., академик РАН  
(Москва)

**Н.Е. БЫСТРОВ**, д.т.н., проф. (Великий Новгород)

**В.В. ГАВРУШКО**, д.т.н., проф. (Великий Новгород)

**Ю.А. ГЕНЕНКО**, д.ф.-м.н., проф.  
(Дармштадт, Германия)

**Ю.В. ГУЛЯЕВ**, д.ф.-м.н., проф.,  
академик РАН (Москва)

**Е.С. КАРТАШИНСКАЯ**, д.хим.н., проф. (Донецк)

**Б.Ф. КИРЬЯНОВ**, д.т.н., проф. (Великий Новгород)

**А.В. КОЛНОГОРОВ**, д.ф.-м.н., доц.  
(Великий Новгород)

**В.В. КРАСИЛЬНИКОВ**, д.ф.-м.н., проф.  
(Белгород)

**Э.В. ЛИВЕРЦ**, к.ф.-м.н., доц. (Негев, Израиль)

**В.В. МАЛАШЕНКО**, д.ф.-м.н., проф. (Донецк)

**Н.Ф. МОРОЗОВ**, д.ф.-м.н., проф., академик РАН  
(Санкт-Петербург)

**Е.Ф. ПАНАРИН**, д.хим.н., член-корр. РАН  
(Санкт-Петербург)

**Б.И. СЕЛЕЗНЕВ**, д.т.н., проф. (Великий Новгород)

**В.О. ЧЕРАНОВСКИЙ**, д.ф.-м.н., проф.  
(Харьков, Украина)

**В.А. ЧЕРЕПЕНИН**, д.ф.-м.н., проф.  
член-корр. РАН (Москва)

Учредитель и издатель —  
Федеральное государственное бюджетное образова-  
тельное учреждение высшего образования  
Новгородский государственный университет  
имени Ярослава Мудрого

Адрес редакции и издателя:  
173003, Россия, Великий Новгород,  
ул. Большая Санкт-Петербургская, 41, ауд. 1216  
Факс: +7(8162) 974526; Тел.: (8162) 33-88-30  
E-mail: [vestnik@novsu.ru](mailto:vestnik@novsu.ru)  
<https://portal.novsu.ru/vestnik/>

**ВЕСТНИК НОВГОРОДСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**  
2023. №1(130).

Оригинал-макет подготовлен редакцией  
журнала «Вестник НовГУ»:  
Ведущий редактор А.В. Птушкина  
Верстка О.Е. Ванюшкина, И.В. Люля  
Художественное оформление В.В. Попович  
Дизайн обложки И.А. Чижикова

Свидетельство ПИ №77-17766 от 10.03.2004 г.  
Министерства Российской Федерации  
по делам печати, телерадиовещания  
и средств массовых коммуникаций

Выходит не менее четырех раз в год

Подписано в печать 29.03.2023 г.  
Дата выхода 31.03.2023 г.  
Формат 60×84 1/8. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 9,06. Уч.-изд. л. 9,74. Тираж 500 экз.

Отпечатано: ИП Копыльцов П.И.,  
394052, Воронежская область, г. Воронеж,  
ул. Маршала Неделина, д. 27, кв. 56.





**Chief Editor**

**Yu.S. BOROVNIKOV, Dr of Engineering, Prof.**

**Deputy Chief Editor**

**V.I. MAKAROV, Candidate of Philological Sciences,  
Assistant Prof.**

**EDITORIAL BOARD:**

**M.I. BICHURIN, Dr of Physics and Mathematics, Prof.,  
Editor-in-Chief of the series (Veliky Novgorod)**

**A.Yu. ZAKHAROV, Dr of Physics and Mathematics, Prof.,  
Deputy Chief Editor of the series (Veliky Novgorod)**

**V.M. PETROV, Dr of Engineering, Prof.,  
Executive Editor (Veliky Novgorod)**

**A.S. BUGAYOV, Dr of Physics and Mathematics, Prof.,  
Member of Russian Academy of Sciences (Moscow)**

**N.E. BYSTROV, Dr of Engineering, Prof. (Veliky Novgorod)**

**V.V. GAVRUSHKO, Dr of Engineering, Prof.  
(Veliky Novgorod)**

**Yu.A. GENENKO, Dr of Physics and Mathematics, Prof.  
(Darmstadt, Germany)**

**Yu.V. GULYAEV, Dr of Physics and Mathematics, Prof.,  
Member of Russian Academy of Sciences (Moscow)**

**E.S. KARTASHYNSKAYA, Dr of Chemistry, Prof. (Donetsk)**

**B.F. KIR'YANOV, Dr of Engineering, Prof. (Veliky Novgorod)**

**A.V. KOLNOGOROV, Dr of Physics and Mathematics,  
Assistant Prof. (Veliky Novgorod)**

**V.V. KRASIL'NIKOV, Dr of Physics and Mathematics,  
Prof. (Belgorod)**

**E.V. LIVERTZ, Candidate of Physics and Mathematics,  
(Negev, Israel)**

**V.V. MALASHENKO, Dr of Physics and Mathematics,  
Prof. (Donetsk)**

**N.F. MOROZOV, Dr of Physics and Mathematics, Prof.,  
Member of Russian Academy of Sciences  
(Saint Petersburg)**

**E.F. PANARIN, Dr of Chemistry, Corresponding Member  
of Russian Academy of Sciences (Saint Petersburg)**

**B.I. SELEZNEV, Dr of Engineering, Prof. (Veliky Novgorod)**

**V.O. CHERANOVSKY, Dr of Physics and Mathematics,  
Prof. (Kharkiv, Ukraine)**

**V.A. CHEREPNIN, Dr of Physics and Mathematics, Prof.,  
Corresponding Member of Russian Academy of Sciences  
(Moscow)**

Founder and Publisher — Federal State Budgetary  
Educational Institution of Higher Education  
"Yaroslav-the-Wise Novgorod State University"

Postal address:

Russia, 173003, Veliky Novgorod, Yaroslav-the-Wise  
Novgorod State University,  
ul. Bolshaya Sankt-Peterburgskaya St., 41, room 1216  
Fax: +7(8162) 974526; Tel.: (8162) 33-88-30  
E-mail: [vestnik@novsu.ru](mailto:vestnik@novsu.ru)  
<https://portal.novsu.ru/vestnik/>

**VESTNIK OF NOVGOROD STATE UNIVERSITY**  
2023. №1(130).

Camera-ready copy is prepared by the Journal  
*Vestnik NovSU* editorial staff.

Editor A.V. Ptushkina  
Layout O.E. Vanyuskina, I.V. Lyulya  
Art work V.V. Popovich  
Cover design I.A. Chizhikova

Printed publication license no. 77-17766  
of 10 March, 2004, issued by Ministry of the Russian  
Federation for Affairs of the Press, Television and  
Radio Broadcasting and Mass Communication Media

The journal is published quarterly.

Signed to print on 29.03.2023.  
Publication date 31.03.2023.  
Sheet size 60×84 1/8. Offset printing.  
Number of printed copies: 500.  
Conventionally printed sheet 9,06.

Printed by IP Kopyltsov P.I.  
27-56, Marshala Nedelina St., Voronezh Region,  
394052



## СОДЕРЖАНИЕ

Обращение к читателям.....	5
----------------------------	---

### Электроника

<i>Ануфриев И. Е., Муратова Е. Н., Валеев Р. Г., Королев Д. В., Кондратьев В. М., Мошников В. А.</i> Нанопористые мембраны на основе оксида алюминия для гомогенизации липосомального раствора .....	9
<i>Боченков Г. М., Федоров Д. Г., Желаннов А. В., Селезнев Б. И.</i> Формирование межприборной изоляции в нитрид-геллиевых гетероструктурах на кремнии.....	22
<i>Захаров А. Ю.</i> Классическая релятивистская динамика системы взаимодействующих частиц.....	34
<i>Захаров А. Ю., Захаров М. А., Казаков А. Е.</i> Теория электронной структуры полупроводниковых твердых растворов изовалентного замещения .....	47
<i>Корчагин В. Н., Сысоев И. А., Бобров А. А.</i> Функциональные покрытия для солнечных элементов на основе поливинилбутирала и углеродных квантовых точек .....	58
<i>Майфат Д. А., Зубков В. В., Зубкова А. В.</i> Метод тензорных полей в теории бинарных смесей: теория линейного отклика.....	71
<i>Нелюбин И. В., Волоховский А. Д., Путря М. Г.</i> Применение метода оптической скаттерометрии для оперативного контроля геометрических параметров фоторезистивных масок .....	80
<i>Павлов Д. В., Осетров А. А., Чащин В. Л.</i> Выбор метода определения ёмкости кислотных аккумуляторов вилочных погрузчиков .....	88

### Радиотехника и связь

<i>Вяткин А. М., Гусаков В. М., Цыкунов В. Н.</i> Влияние перестройки резонансной частоты радиолокационного покрытия на отраженный сигнал с линейной частотной модуляцией.....	100
<i>Калигин Н. Н., Увайсов С. У., Черноверская В. В.</i> Математические модели сценариев возможного столкновения беспилотных автомобилей .....	108
<i>Ле Минь Хоанг, Коновалов А. А., Дао Ван Лук</i> Анализ характеристики данных РЛС и АИС для объединения в морской информационной системе .....	119
<i>Михайлов В. Н., Пыко Н. С., Богачев М. И., Кутузов В. М.</i> Флуктуационный анализ моделей морской поверхности ...	129
<i>Хаджийская Е. Ю.</i> Разработка электронных блоков анализатора влажности природного газа.....	146

### Радиофизика

<i>Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А.</i> Ромпьютерное моделирование процедур слияния гиперспектральных и панхроматических изображений с использованием вейвлет-преобразования.....	158
<i>Корнышев Н. П., Гареев В. М., Гареев М. В., Серебряков Д. А.</i> Особенности формирования псевдогиперспектральных изображений из RGB компонент.....	169
<i>Лобекин В. Н., Кафаров Р. Г., Бичурин М. И., Соколов О. В., Иванов С. В.</i> Микроволновый магнитоэлектрический эффект в феррит-пьезоэлектрических структурах ЖИГ-ГГГ-ЦТС и ЖИГ-ГГГ-РМТ-РТ.....	178
<i>Марков И. Ю., Ивашева Е. Е., Соколов О. В., Леонтьев В. С., Бичурин М. И.</i> Магнитоэлектрический эффект в тороидальных структурах Metglas/PZT/Metglas .....	186

## CONTENTS

Address to readers.....	5
-------------------------	---

### Electronics

<i>Anufriev I. E., Muratova E. N., Valeev R. G., Korolev D. V., Kondratiev V. M., Moshnikov V. A.</i> Nanoporous membranes based on aluminum oxide for homogenization of a liposomal solution.....	9
<i>Bochenkov G. M., Fedorov D. G., Zhelannov A. V., Seleznev B. I.</i> Formation of inter-device isolation in gallium nitride heterostructures on silicon.....	22
<i>Zakharov A. Yu.</i> Classical relativistic dynamics of a system of interacting particles.....	34
<i>Zakharov A. Yu., Zakharov M. A., Kazakov A. E.</i> Theory of the electronic structure of semiconductor solid solutions of isovalent substitution.....	47
<i>Korchagin V. N., Sysoev I. A., Bobrov A. A.</i> Functional coatings for solar cells based on polyvinyl butyral and carbon quantum dots.....	58
<i>Mayfat D. A., Zubkov V. V., Zubkova A. V.</i> Tensor field method in the theory of binary mixtures: linear response theory.....	71
<i>Nelyubin I. V., Volokhovskiy A. D., Putrya M. G.</i> Optical scatterometry application for in-line control of geometric parameters of photoresist masks.....	80
<i>Pavlov D. V., Osetrov A. A., Chashchin V. L.</i> The choice of method for determining the capacity of forklift acid batteries.....	88

### Radiotechnics and telecommunications

<i>Vyatkin A. M., Gusakov V. M., Tsykunov V. N.</i> Effect of tuning the resonant frequency of radar coating on a reflected signal with linear frequency modulation.....	100
<i>Kaligin N. N., Uvaysov S. U., Chernoverskaya V. V.</i> Mathematical models of scenarios of a possible collision of self-driving cars.....	108
<i>Le Minh Hoang, Konovalov A. A., Dao Van Luc</i> Analysis of radar and ais data characteristics for combining in the maritime information system.....	119
<i>Mikhailov V. N., Pyko N. S., Bogachev M. I., Kutuzov V. M.</i> Fluctuation analysis of sea surface models.....	129
<i>Khadzhiyskaya E. Yu.</i> Development of electronic units of the natural gas humidity analyzer.....	146

### Radiophysics

<i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A.</i> Computer simulation of procedures for merging hyperspectral and panchromatic images using wavelet transform.....	158
<i>Kornyshev N. P., Gareev V. M., Gareev M. V., Serebryakov D. A.</i> Features of the formation of pseudo-hyperspectral images from RGB components.....	169
<i>Lobekin V. N., Kafarov R. G., Bichurin M. I., Sokolov O. V., Ivanov S. V.</i> Microwave magnetoelectric effect in ferrite-piezoelectric structures YIG-GGG-PZT AND YIG-GGG-PMN-PT.....	178
<i>Markov I. Yu., Ivashева E. E., Sokolov O. V., Leontiev V. S., Bichurin M. I.</i> Magnetoelectric effect in Metglas/PZT/Metglas toroidal structures.....	186

## ОБРАЩЕНИЕ К ЧИТАТЕЛЯМ

---

**Дорогие коллеги!**

**Уважаемые читатели и авторы статей журнала «Вестник НовГУ»!**

2023 год – юбилейный для Новгородского государственного университета имени Ярослава Мудрого. Крупнейшему в Новгородской области государственному образовательному учреждению высшего образования в этом году исполняется 30 лет! В системе ценностей Великого Новгорода образование занимает одно из ведущих мест, и именно университет является генератором культурной идентичности Новгородчины.

Вспоминая историю развития системы образования в Новгороде с дореволюционных времен, после революции и особенно в Великом Новгороде последних 30-ти лет, отметим, что училище братьев Лихудов (1030 год), Новгородский институт народного образования, который в 1934 г. был преобразован в Новгородский государственный учительский институт, а затем в 1953 г. в Новгородский государственный педагогический институт – это лишь вехи, сформировавшие прообраз современного вуза. В 1964 году в Новгороде был создан филиал Ленинградского электротехнического института (ЛЭТИ), на базе которого в 1973 году был создан Новгородский политехнический институт.

30 июня 1993 года, верный традициям прошедших веков, образовался Новгородский государственный университет в результате объединения политехнического и педагогического институтов. С 1995 года по предложению академика В. Л. Янина он стал носить имя Ярослава Мудрого. Памятник благоверному князю был установлен в главном корпусе университета, а также перед зданием Новгородской технической школы – локации, которая стала новой инновационной образовательной площадкой НовГУ на современном этапе цифровой эпохи. В настоящее время университет продолжает расти и развиваться: в его состав входит восемь институтов, развитая система СПО, это позволяет обеспечить преемственность образования, которое может быть продолжено выпускниками вуза в лабораториях ПИШ – Передовой инженерной школы.

Важной составляющей любого вуза является научная деятельность, и ее высокая результативность позволила Новгородскому университету стать победителем программы «Приоритет 2030», направленной на создание в России более 100 центров научно-технологического и социально-экономического развития страны. Университет ставит для себя одной из приоритетных задач формирование действенной научно-инновационной инфраструктуры, которая способствует проведению эффективных научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок. Любознательный читатель может увидеть на веб-сайте НовГУ много различной интересной и полезной информации в разделе «Наука».

Одной из важных составных частей научной экосистемы вуза являются научные издания, среди них особо выделяется «Вестник Новгородского государственного университета», читателями и авторами которого являетесь и Вы. Это рецензируемый научно-практический журнал, основанный в 1994 году. Журнал включен в международные базы данных (ВИНИТИ, РГБ, РИНЦ, Ulrich's Periodicals Directory, EBSCO и пр.). Благодаря высоким стандартам научной и публикационной этики, институту рецензирования и профессиональной работе редколлегии и

редакционного совета журнала, наукометрические показатели научного издания неизменно улучшаются, что привело к закономерному результату: журналу присвоена категория К2 в категорированном Перечне рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук. На сегодняшний день научные специальности и соответствующие им отрасли науки, по которым присуждаются ученые степени, следующие:

- 2.2.13. Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения (технические науки),
- 2.2.14. Антенны, СВЧ-устройства и их технологии (технические науки),
- 2.2.15. Системы, сети и устройства телекоммуникаций (технические науки),
- 2.2.16. Радиолокация и радионавигация (технические науки),
- 2.2.2. Электронная компонентная база микро- и нанoeлектроники, квантовых устройств (технические науки),
- 1.3.4. Радиофизика (технические науки),
- 3.3.1. Анатомия человека (медицинские науки),
- 3.3.2. Патологическая анатомия (медицинские науки),
- 3.3.3. Патологическая физиология (медицинские науки),
- 3.3.6. Фармакология, клиническая фармакология (медицинские науки),
- 3.3.8. Клиническая лабораторная диагностика (медицинские науки),
- 3.1.33. Восстановительная медицина, спортивная медицина, лечебная физкультура, курортология и физиотерапия (медицинские науки).

Выпуск, который представлен Вашему вниманию, тоже юбилейный – №130! Он сформирован с новым «интерфейсом» и прежней, традиционной ориентацией на качество представляемых материалов. Команда журнала продолжает работать над совершенствованием научного издания для исследователя: автоматизированы отдельные издательские процессы, улучшен макет, стали видимыми информация об авторах, кодах ГРНТИ и специальности ВАК для каждой статьи, что позволит расширить научные коммуникации между учеными, а для журнала – выйти на новый, более высокий уровень взаимодействия в научной среде. Мы надеемся, что данный формат найдет отклик у нашего читателя. Редакция с удовольствием обсудит Ваши предложения по улучшению журнала, отправленные нам на почту [vestnik@novsu.ru](mailto:vestnik@novsu.ru).

Мы благодарим всех причастных – авторов, редакторов, рецензентов, экспертов, чьими силами такой проект как «Вестник Новгородского государственного университета» осуществляется и осуществляется почти 30 лет! Хочется пожелать нашему университету амбициозных задач, огромных возможностей для их решения, дальнейшего роста и развития. Мы верим: и выпускники, и ученые университета – специалисты высочайшей квалификации, которые приносят славу своей Alma Mater и пользу всему обществу!

*Член редакционного совета журнала «Вестник НовГУ»,  
проректор по научной работе НовГУ, д.т.н.  
Андрей Ефременков*

## ADDRESS TO READERS

---

**Dear colleagues!**

**Dear readers and authors of the articles of “Vestnik NovSU”!**

The year 2023 is an anniversary year for Yaroslav-the-Wise Novgorod State University. The largest state educational institution of higher education in the Novgorod region is celebrating its 30th anniversary this year! Education has a leading place in the value system of Veliky Novgorod, and it is the university that is the generator of Novgorod region's cultural identity.

Recalling the history of the education system in Novgorod since pre-revolutionary times, after the revolution, and especially in Veliky Novgorod in the last 30 years, we can say that the school of the Likhud Brothers (1030), Novgorod Institute of Public Education, which was transformed into the Novgorod State Teachers Institute in 1934, and later in 1953 into the Novgorod State Pedagogical Institute, are just some milestones that have formed the prototype of the modern university. In 1964, a branch of the Leningrad Electrotechnical Institute (LETI) was opened in Novgorod, which was the basis for the Novgorod Polytechnic Institute founded in 1973.

On 30 June 1993, true to the traditions of past centuries, Novgorod State University was formed by merging the Polytechnic and Pedagogical Institutes. In 1995, on the proposal of Academician V.L. Yanin, it was named after Yaroslav-the-Wise. The monument to the prince was installed in the main building of the university as well as in front of the Novgorod Technical School, a location that has become a new innovative educational platform for Novgorod State University in the modern digital age. Currently, the university continues to grow and develop, with eight institutes and a well-developed SVE system, which allows for continuity of education, and this can be continued by graduates in the laboratories of AES – the Advanced Engineering School.

Scientific activity is an important component of performance of any university, and its high effectiveness made Novgorod University the winner of the Priority 2030 programme, which aims to create more than 100 centres of scientific and technological and socio-economic development in Russia. The university has made it a priority to establish an efficient research and innovation infrastructure that facilitates effective research and development. A curious reader can find a lot of interesting and useful information on this on the NovSU website under the heading “Science”.

One of the most important parts of the scientific ecosystem of the university is scientific publications, among which “Vestnik of Novgorod State University”, of which you are readers and authors, stands out. This is a peer-reviewed scientific and practical journal founded in 1994. The journal is included in international databases (All-Union Institute of Scientific and Technical Information, Russian State Library, Russian Science Citation Index, Ulrich's Periodicals Directory, EBSCO, etc.). Due to the high standards of scientific and publication ethics, the institute of reviewing and the professional work of the editorial board and the editorial council, the scientometric indicators of the scientific journal are constantly improving, which has led to the natural result: the journal is assigned a category K2 in the categorized List of peer-reviewed scientific publications, which must be published the main scientific results of dissertations for the degree of candidate and doctor of sciences. At present, the scientific fields of study and their corresponding branches of science in which degrees are awarded are as follows:

2.2.13. Radio engineering, including television systems and devices (technical sciences),

2.2.14. Antennas, microwave devices and their technologies (technical sciences),

2.2.15. Telecommunications systems, networks and devices (technical sciences),

2.2.16. Radiolocation and radio navigation (technical sciences),

2.2.2. Electronic component base for micro- and nanoelectronics, quantum devices (technical sciences),

1.3.4. Radiophysics (technical sciences),

3.3.1. Human anatomy (medical sciences),

3.3.2. Pathological anatomy (medical sciences),

3.3.3. Pathological physiology (medical sciences),

3.3.6. Pharmacology, clinical pharmacology (medical sciences),

3.3.8. Clinical laboratory diagnostics (medical sciences),

3.1.33. Restorative medicine, sports medicine, physical therapy, balneology and physiotherapy (medical sciences).

The issue you are looking at is also an anniversary one – number 130! It is formed with a new “interface” and the original, traditional focus on the quality of the material presented. The journal team continues to work on improving the scientific publication for the researcher: individual publishing processes have been automated, the layout has been improved, information about the authors, the State Classifier of Scientific and Technical Information and State Commission for Academic Degrees and Titles codes for each article have become visible, which will allow for broadening scientific communication between scientists, and will help the journal reach a new, higher level of interaction in the scientific environment. We hope that this format will resonate with our readers. The editorial team will be pleased to discuss your suggestions for improvements to the journal, contact us by email: [vestnik@novsu.ru](mailto:vestnik@novsu.ru).

We would like to thank all those involved – authors, editors, reviewers, experts – whose efforts have made such a project as "Vestnik of Novgorod State University" possible for almost 30 years now! We would like to wish our university new ambitious tasks, great opportunities for their solution, further growth and development. We believe: both graduates and scientists of the university are specialists of the highest qualification, they bring glory to their Alma Mater and avail to the society as a whole!

*Member of the editorial board of the “Vestnik NovSU” journal,  
Vice Rector for Research of NovSU,  
Dr. Andrey Efremenkov*

## ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 539.232

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).9-21

ГРНТИ 31.15

Специальность ВАК 2.2.2

Научная статья

### НАНОПОРИСТЫЕ МЕМБРАНЫ НА ОСНОВЕ ОКСИДА АЛЮМИНИЯ ДЛЯ ГОМОГЕНИЗАЦИИ ЛИПОСОМАЛЬНОГО РАСТВОРА

Ануфриев И. Е.<sup>1</sup>, Муратова Е. Н.<sup>1</sup>, Валеев Р. Г.<sup>2</sup>,  
Королев Д. В.<sup>3</sup>, Кондратьев В. М.<sup>4</sup>, Мошников В. А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия)

<sup>2</sup>Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения РАН (Ижевск, Россия)

<sup>3</sup>Национальный медицинский исследовательский центр Минздрава России  
(Санкт-Петербург, Россия)

<sup>4</sup>Санкт-Петербургский национальный исследовательский Академический университет  
имени Ж. И. Алфёрова РАН (Санкт-Петербург, Россия)

**Аннотация** Получение липосомальных препаратов подразумевает производство и уменьшение липосом до размеров от 50 до 200 нм. В основном для этого используют либо метод озвучивания липосомального раствора, либо его экструзию. При озвучивании получают частицы размером около 200 нм, экструзия же позволяет получить частицы любого размера в заданном диапазоне. Размер получаемых частиц определяет мембрана, через которую проходят липосомы, подвергаемые гомогенизации. В статье рассматривается способ получения мембран на основе пористого анодированного оксида алюминия и возможность использования их для гомогенизации липосом. Мембраны, полученные в ходе работы, анодировались в электролите на основе щавелевой кислоты в потенциостатическом режиме при пониженных температурах. Слои барьерного оксида алюминия и самого алюминия, закрывающие обратную сторону пор, удалялись методом химического травления в растворе фосфорной кислоты и насыщенном растворе хлорида меди, соответственно. Конечный размер диаметра пор в образцах оказался равным ~ 100 нм, толщина мембраны ~ 100 мкм. Экспериментальные данные параметров толщины были подтверждены теоретическими расчётами.

**Ключевые слова:** нанопористый оксид алюминия, мембрана, липосомы, экструзия, гомогенизация

**Для цитирования:** Ануфриев И. Е., Муратова Е. Н., Валеев Р. Г., Королев Д. В., Кондратьев В. М., Мошников В. А. Нанопористые мембраны на основе оксида алюминия для гомогенизации липосомального раствора // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 9-21. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).9-21

Research Article

### NANOPOROUS MEMBRANES BASED ON ALUMINUM OXIDE FOR HOMOGENIZATION OF A LIPOSOMAL SOLUTION

Anufriev I. E.<sup>1</sup>, Muratova E. N.<sup>1</sup>, Valeev R. G.<sup>2</sup>,  
Korolev D. V.<sup>3</sup>, Kondratiev V. M.<sup>4</sup>, Moshnikov V. A.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI" (Saint Petersburg, Russia)

<sup>2</sup>Udmurt Federal Research Center of the Ural Branch of the RAS (Izhevsk, Russia)

<sup>3</sup>Almazov National Medical Research Centre of the Ministry of Health of the RF (Saint Petersburg, Russia)

<sup>4</sup>Alferov Saint Petersburg National Research Academic University of the RAS (Saint Petersburg, Russia)

**Abstract** The production of liposomal preparations involves the production and reduction of liposomes to sizes ranging from 50 to 200 nm. For these purposes, either the method of sonicating the liposomal solution or its extrusion is used. When using the sonication method, particles with a size of about 200 nm are ob-

tained. At the same time, the extrusion method makes it possible to obtain particles of any size within a given range. The size of the homogenized liposomes is determined by the geometric characteristics of the membrane through which the liposomes pass. The article considers a method for obtaining membranes based on porous anodized alumina and the possibility of using them for homogenization of liposomes. The membranes obtained during the work were anodized in an oxalic acid-based electrolyte in a potentiostatic mode at low temperatures. The layers of barrier aluminum oxide and pure aluminum, covering the reverse side of the pores, were removed by chemical etching in a solution of phosphoric acid and a saturated solution of copper chloride, respectively. As a result, aluminum oxide membranes with a pore diameter of ~100 nm and a thickness of ~100 μm were obtained. The experimental data on the thickness parameters were confirmed by theoretical calculations.

**Keywords:** nanoporous aluminum oxide, membrane, liposomes, extrusion, homogenization

**For citation:** Anufriev I. E., Muratova E. N., Valeev R. G., Korolev D. V., Kondratiev V. M., Moshnikov V. A. Nanoporous membranes based on aluminum oxide for homogenization of a liposomal solution // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 9-21. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).9-21

## Введение

Одним из способов увеличения терапевтического индекса лекарства является заключение действующего лекарственного вещества в систему целевой доставки лекарств (СЦДЛ). Это направление является одним из востребованных [1], так как позволяет снизить побочные эффекты, возникающие при воздействии препарата на ткани организма, не нуждающиеся в лечении, и наоборот повысить воздействие на нуждающиеся в лечении участки. Одной из реализаций такой системы могут быть липосомы [2-6].

Липосомы, представляющие собой сферически замкнутый липидный бислой, позволяют заключить внутри себя, либо на поверхности, различные вещества, такие как неорганические ионы, нуклеиновые кислоты, белки, токсины и низкомолекулярные органические соединения. При достаточно малой толщине липидный бислой отличается хорошей гибкостью и механической прочностью. Липидная мембрана способна к самозалечиванию дефектов, а сама липосома способна сохранять целостность структуры при различных повреждениях. Это связано с жидкокристаллическим состоянием липидов, в котором бислой представляет собой текучую жидкую фазу благодаря высокой молекулярной подвижности [7]. В зависимости от размера образовавшихся липосом они могут содержать один или несколько бислоев [8].

В СЦДЛ используются только малые одноламеллярные, реже большие одноламеллярные липосомы. Это связано с размером частиц, который должен быть в диапазоне от 50 до 200 нм. При размерах более 200 нм затруднено движение частиц внутри организма, а при размерах меньше 50 нм липосомы обладают малой прочностью, из-за чего могут не дойти до цели. Также малые липосомы способны образовывать агрегаты, что препятствует их движению.

Для получения везикул такого размера применяют, в основном, три метода: метод гидратации тонкой плёнки (конвекционный), метод «озвучивания» и метод экструзии [9].

Суть получения липосом методом гидратации тонкой плёнки заключается в растворении фосфолипидов внутри круглодонной колбы с помощью органического растворителя (хлороформ, этанол, метанол). Во время этого можно добавить реагент,

увеличивающий время жизни готовых липосом, например, холестерол. После этого данный раствор ставится на ротаторный испаритель, где в условиях вакуума и повышенной температуры (около 40 °С) на стенках круглой колбы образуется тонкая прозрачная пленка. Добавляется буферный раствор с содержащимся в нём лекарством. В течение некоторого времени, при встряхивании и вращении колбы плёнка сходит, и образуются липосомы, захватившие внутрь себя лекарство. На скорость исчезновения пленки влияет много факторов, таких как: скорость и метод встряхивания, состав буфера, растворяющего плёнку, влажность и температура. Время гидратации плёнки может занимать от получаса до нескольких десятков часов. В результате данного метода образуются липосомы с размерами от 150 до 1000 нм с большим разбросом по однородности. Из-за большого разброса частиц по однородности применяют и другие методы.

При «озвучивании» полученные липосомы подвергаются воздействию пульсирующих ультразвуковых волн высокой частоты, в результате чего из-за эффекта кавитации частицы разрываются и образуют липосомы меньших размеров и однослойной структуры. Данный метод позволяет получить частицы около 200 нм, но разброс значений по размерам все равно заметен. Так же стоит учитывать вероятность разрушения везикулы в процессе озвучивания. Существенным плюсом данного метода является простота его реализации, для него требуется лишь источник ультразвука.

Получение липосом методом экструзии [10] так же подразумевает использование раствора, полученного конвекционным методом. Липосомальный раствор пропускается через фильтрующую мембрану, находящуюся в специальном приборе – экструдере [11, 12]. Экструдер представляет собой систему, которая с помощью определенного давления заставляет двигаться липосомы через мембрану, с конкретным диаметром пор, тем самым определяя размер прошедших липосом. Существенным преимуществом данного метода является возможность получения частиц любого размера в заданном диапазоне, так как он определяется диаметром пор мембраны, используемой в экструзии. Так же большим плюсом по сравнению с другими методами является высокая однородность полученных липосом по размеру.

Мембраны, используемые в экструзии, в основном изготавливаются на основе поликарбоната, полиэфирсульфона и нейлона [13]. В данной работе рассмотрена возможность использовать пористый анодированный оксид алюминия (ПАОА) [14-17], который представляет собой упорядоченный плотноупакованный массив пор в матрице оксида алюминия, синтезируемый методом электрохимического анодирования [18, 19]. Такой оксид обладает высокой химической стойкостью и механической прочностью, что позволяет использовать его при больших давлениях.

Условия анодирования алюминия [20], такие как электролит, напряжение и температура, влияют на структуру и свойства полученных слоёв ПАОА.

Целью работы являлось развитие способа получения мембран на основе пористого анодированного оксида алюминия для гомогенизации размеров липосом,

управление размерами пор и аттестация пористых наносистем методами сканирующей зондовой микроскопии.

### Экспериментальная часть

Для формирования мембран на основе ПАОА необходимо решить 3 задачи:

1. Выбрать исходный материал. От толщины используемой алюминиевой фольги зависят время травления и характеристики будущей мембраны, такие как толщина и механическая прочность. Также алюминиевые фольги могут быть различной чистоты, что влияет на однородность размеров образующихся пор. Чем чище исходный материал, тем однороднее распределение пор по размерам и по поверхности. Однако, стоимость такой фольги на порядок выше.

2. Синтезировать слой ПАОА с помощью методом электрохимического анодирования, с предварительной подготовкой исходного материала к травлению, и его специальной постобработкой.

3. Удалить дно пор (барьерный слой) для создания сквозных отверстий. В зависимости от толщины исходной фольги, иногда сначала, бывает, необходимо удалить слой оставшегося алюминия, закрывающего поры, а потом уже сам барьерный слой.

В данной работе мембраны ПАОА изготавливались в Удмуртском федеральном исследовательском центре Уральского отделения РАН. В качестве исходного материала использовались пластинки алюминия (99,99%) размером 2,5x2,5 см и толщиной 0,5 см. Создавая мембрану из такой пластинки можно регулировать толщину пористого слоя с помощью времени травления. При этом мембрану формируют как часть целостной конструкции с исходной пластиной. Это обеспечивает достижение достаточной прочности без создания дополнительного каркаса.

Для снятия механических напряжений в исходной фольге после прокатки пластины отжигались в печи при температуре 450 °С в течение 8 часов. Затем проводилась электрохимическая полировка в растворе следующего состава:  $\text{CrO}_3$  (из расчёта 185 г/л) +  $\text{H}_3\text{PO}_4$  (из расчёта 1480 г/л) +  $\text{H}_2\text{O}$  (дист.) при температуре раствора 80 °С и постоянном перемешивании. Ток подавался в циклическом режиме: 30 циклов подачи тока в течение 7 секунд с паузами в течение 40 сек.

Полированный образец закрепляли на электрохимической ячейке прижимного типа. Пластины укладывали на уплотнитель, сверху располагали пластину меди толщиной 5 мм и диаметром 15 см (для лучшего теплоотвода от образца, поскольку в первые секунды анодирования значение тока через электролит и образец достигало 2,5 А), затем электрод прижимался к медной пластине. Необходимый диаметр мембраны получали путём регулирования размера окна в электрохимической ячейке.

Далее в ячейку заливали электролит 0,3М раствор щавелевой кислоты ( $0,3\text{M}(\text{COOH})_2$ ), сверху устанавливали крышку с катодом и устройством перемешивания электролита в процессе анодирования. Ячейку помещали в морозильную камеру холодильника ( $T = -10$  °С) и выдерживали 50 минут, затем запускали процесс анодирования (использовался программируемый источник постоянного тока АК ИП 1134-

300-5) при напряжении 120 В. Через 10 минут анодирования в морозильной камере ячейку перемещали в холодильную камеру ( $T \approx 0$  °С) и продолжали процесс в течение 4 часов, что позволило получить плёнку пористого оксида алюминия толщиной 90-100 мкм.

#### *Формирование сквозной мембраны*

Необходимо удалить оставшийся алюминий на месте роста оксидной пленки [21]. Для этого использовалась та же ячейка, но с нижней крышкой меньшего диаметра. Вместо щавелевого электролита заливался пересыщенный водный раствор хлорида меди, и образец закреплялся стороной алюминия внутрь ячейки.

В процессе химической реакции хлорид алюминия растворяется в воде, а медь восстанавливается на образце в виде пористой «губки», которая легко удаляется механическим путем.



С целью получения сквозных пор плёнки оксида алюминия барьерный слой удалялся в специализированной ячейке (рисунок 1).

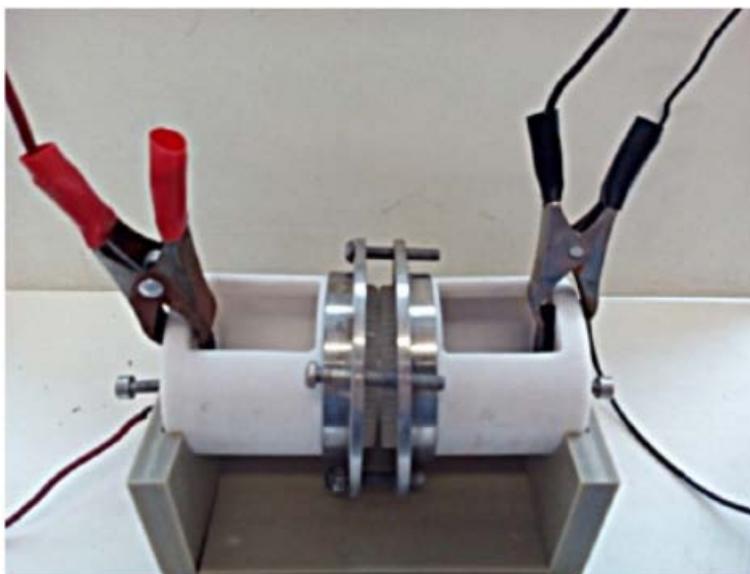


Рисунок 1. Электрохимическая ячейка для контролируемого удаления барьерного слоя

Образец закрепляли между двумя резервуарами с отверстиями с резиновыми уплотнителями, в резервуар на стороне барьерного слоя заливали 5% раствор фосфорной кислоты ( $\text{H}_3\text{PO}_4$ ), с другой стороны – 0,2М раствор поваренной соли ( $\text{NaCl}$ ). В резервуары помещали платиновый анод и нержавеющий катод, соответственно, на них подавали потенциал величиной 5В с потенциостата для контроля за величиной протекающего тока.

По мере удаления барьерного слоя и дальнейшего процесса увеличения диаметра пор, ток изменялся, как показано на рисунке 2.

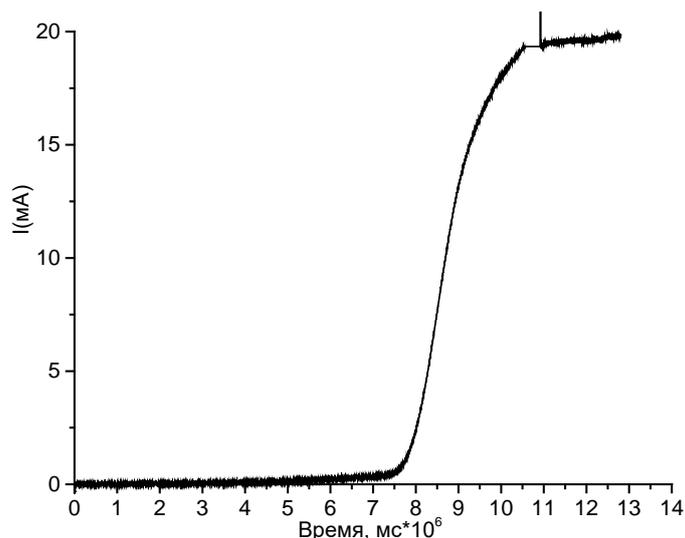


Рисунок 2. Зависимость тока от времени при процедуре удаления барьерного слоя образца

При достижении тока насыщения образец выдерживали в ячейке ещё в течение 30 минут для гарантированного открытия всех пор.

#### *Расширение пор*

Полученные мембраны уже в таком виде можно использовать для экструзии. Но если размер пор окажется недостаточным (около 40 нм), то нужно будет прикладывать большое давление для разделения липосом. Кроме того, у полученных в этом случае липосом небольшого размера будет меньшая прочность и высокая вероятность образования в агломераты, чем у липосом с большим размером.

Чтобы этого избежать, в ходе выполнения работы проводилось дополнительное химическое травление образцов с целью растравить поры, то есть сделать их шире. Мембраны помещались в стакан с раствором 5% фосфорной кислоты на час (рисунок 3) при комнатной температуре. Раствор перемешивался с помощью магнитной мешалки так, чтобы не образовывалась воронка.



Рисунок 3. Растравление пор

## Результаты и обсуждения

В результате анодирования и удаления барьерного слоя с обратной стороны фольги были получены прозрачные в оптическом диапазоне мембраны пористого оксида алюминия, представленные на рисунке 4.

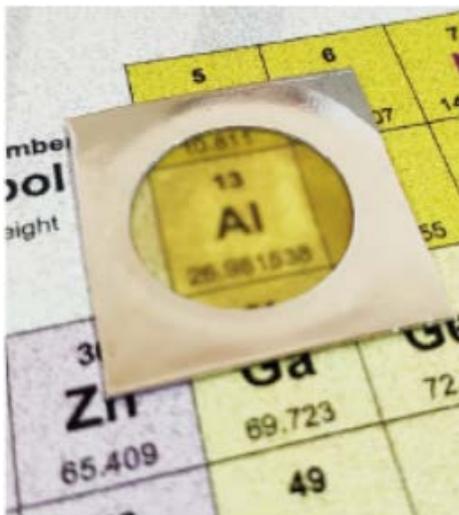


Рисунок 4. Фотомембраны пористого оксида алюминия

Структуру полученных мембран исследовали методом растровой электронной микроскопии (РЭМ) на микроскопе ZEISS Supra 25 (Carl ZEISS, Germany). Результаты исследования показали, что были получены образцы с толщиной 90 мкм со сквозными порами диаметром около 40 нм (рисунок 5).

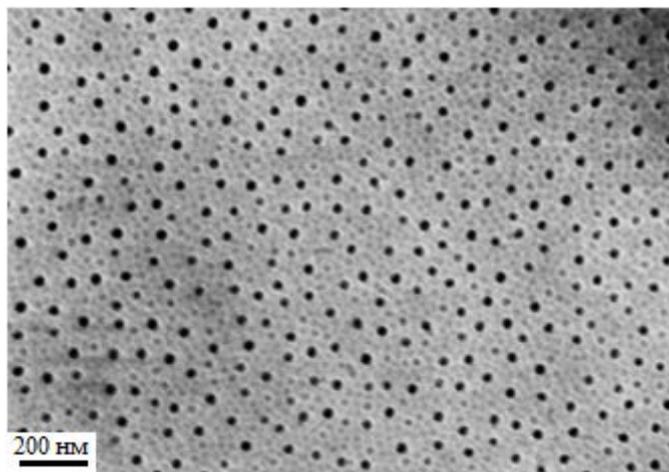


Рисунок 5. Слева РЭМ изображение поверхности мембраны ПАОА, справа РЭМ изображение поперечного сечения мембраны ПАОА

Результаты электронной микроскопии показали, что разработанный режим дополнительного этапа химического растравливания пор позволил расширять их диаметр до 90 нм более (рисунок 6).

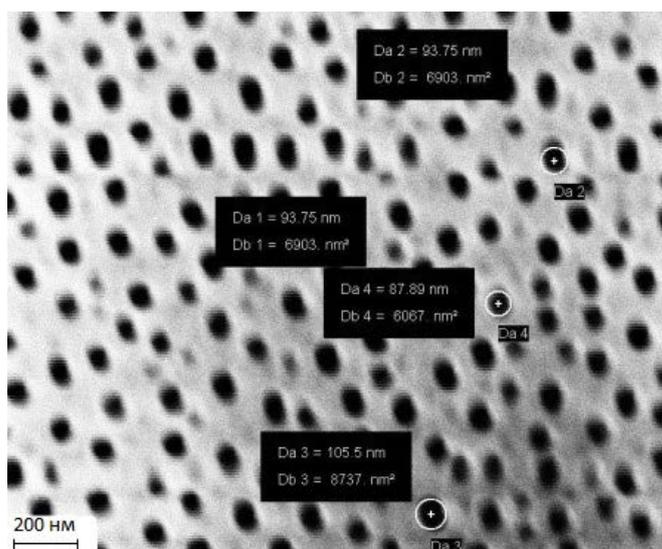


Рисунок 6. РЭМ изображение поверхности мембраны ПАОА после расширения пор

В результате была получена серия мембран ПАОА диаметром 2 см, толщиной порядка 90 мкм, с диаметром пор 90 нм.

#### *Теоретический расчёт толщины пленки оксида алюминия*

Используя данные В. А. Сокола [22] и Г. Г. Саковича [23], можно предварительно оценить толщину выросшей пленки на поверхности алюминия.

Пусть  $Q$  – количество электричества во время анодирования, которое расходуется на образование, растворение оксида, а также на побочные реакции:

$$Q = Q_{обр} + Q_{раств} + Q_{поб},$$

где  $Q_{обр}$ ,  $Q_{раств}$ ,  $Q_{поб}$  – количества электричества, затрачиваемого на образование, растворение оксида и побочные реакции соответственно.

Из выражения для соотношения значений токов на образования оксида алюминия  $I_{обр}$  и на растворение  $I_{раств}$  [22, 23]:

$$\gamma^2 = \frac{I_{обр}}{I_{раств}}, \text{ где } \gamma \approx 3,$$

определяем, что десять процентов от суммарного значения тока анодирования  $I$  тратится на растворение оксида  $I_{обр} = 9I_{раств} = \frac{9}{10}I$ ,

Тогда толщина образовавшегося оксида, с учётом растворенного, будет равна

$$h = \frac{\frac{9}{10} I}{\rho} * t * Kэ * 10^4 = \frac{9 Q_{обр}}{10 S \rho} * Kэ * 10^4$$

где  $h$  – толщина образовавшегося оксида в мкм,  $S$  – площадь образца в см<sup>2</sup>, равная 7 см<sup>2</sup>,  $\rho$  – плотность оксида алюминия, равная 3,96 г/см<sup>3</sup>–время анодирования,  $Kэ$  – электрохимический эквивалент оксида алюминия, равный

$$Kэ = \frac{M_{Al_2O_3}}{z * F} = \frac{27 * 2 + 16 * 3}{3 * 9,65 * 10^4} = 3.52 * 10^{-4} \frac{г}{Кл}$$

$M_{Al_2O_3}$  – молярная масса оксида алюминия,  $z$  – количество молей эквивалентов в молекуле оксида алюминия,  $F$  – константа Фарадея.

$Q_{обр}$  найдем как площадь под графиком зависимости тока анодирования от времени анодирования (рисунок 7).

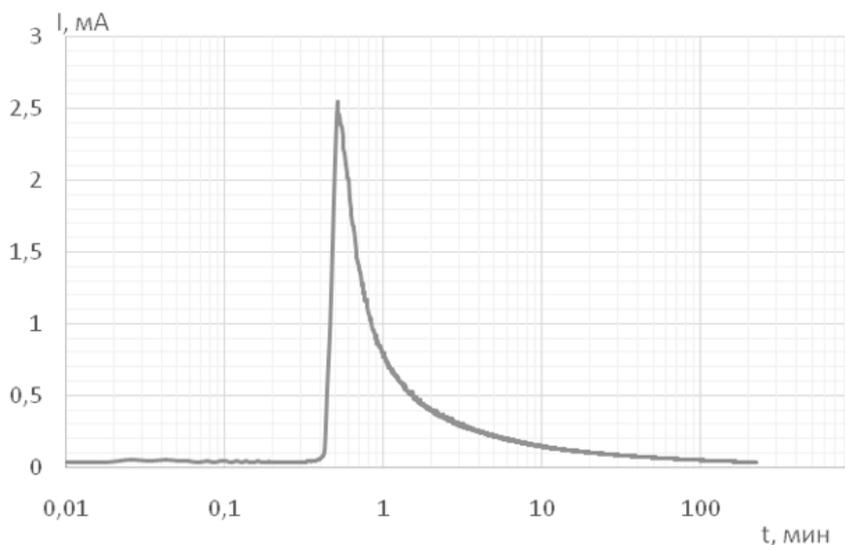


Рисунок 7. Зависимость тока анодирования от времени анодирования

Итак, заряд потраченный на анодирование будет равен  $Q = 900$  Кл.

$$h = \frac{\frac{9}{10} \frac{900}{7} * 3.52 * 10^{-4}}{3,96} * 10^4 = 102,85 \text{ мкм}$$

Полученные в ходе теоретического расчёта данные по толщине мембран хорошо согласуются экспериментальными данными.

### Заключение

В результате работы получена серия мембран ПАОА диаметром 2 см, толщиной порядка 90 мкм, с диаметром пор 90 нм. Проведены теоретические расчёты толщины плёнки оксида алюминия, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными. Полученные образцы соответствуют требованиям для гомогенизации липосом.

### Список литературы

1. Nobuto H., Sugita T., Kubo T., Shimose Sh., Yasunaga Y., Murakami T., Ochi M. Evaluation of systemic chemotherapy with magnetic liposomal doxorubicin and a dipole external electromagnet // International Journal of Cancer. 2004. 109. 627-635. DOI: 10.1002/ijc.20035
2. Свистельник А. В., Ханин А. Л. Липосомальные лекарственные препараты: возможности и перспективы // Медицина в Кузбассе. 2014. 13(2). 7-16.

3. Yuan F., Dellian M., Fukumura D., Leunig M., Berk D. A., Torchilin V. P., Jain R. K. Vascular permeability in a human tumor xenograft: molecular size dependence and cutoff size // *Cancer Research*. 1995. 55. 3752-3756.
4. Курунов Ю. Н., Урсов И. Г., Краснов В. А. Эффективность липосомальной лекарственной формы антибактериальных препаратов в ингаляционной терапии экспериментального туберкулеза // *Проблемы туберкулеза*. 1995. 72(1). 38-40.
5. Blagbrough I. S., Zara C. Animal Animal Models for Target Diseases in Gene Therapy – using DNA and siRNA delivery strategies // *Pharmaceutical Research*. 2008. 26. 1-18.
6. Jin C. S., Zheng G. Liposomal nanostructures for photosensitizer delivery // *Lasers in Surgery and Medicine*. 2011. 43(7). 734-748. DOI: 10.1002/lsm.21101
7. Барсуков Л. И. Липосомы // *Соросовский образовательный журнал*. 1998. 10. 2-9.
8. Jesorka A., Orwar O. Liposomes: technologies and analytical application // *Annual reviews of analytical chemistry*. 2008. 1. 801-832. DOI: 10.1146/annurev.anchem.1.031207.112747
9. Новикова А. А., Кезимана П., Станишевский Я. М. Методы получения липосом, используемых в качестве носителей лекарственных средств (обзор) // *Разработка и регистрация лекарственных средств*. 2017. 2(19). 134-138.
10. Shah V. M., Nguyen D. X., Patel P., Cote B., Al-Fatease A., Pham Y., Huynh M. G., Woo Y., Alani A. WG. Liposomes produced by microfluidics and extrusion: A comparison for scale-up purposes // *Nanomedicine*. 2019. 18. 146-156. DOI: 10.1016/j.nano.2019.02.019
11. Mui B. L., Cullis P. R., Evans E. A., Madden T. D. Osmotic properties of large unilamellar vesicles prepared by extrusion // *Biophysical journal*. 1993. 64(2). 443-453. DOI: 10.1016/S0006-3495(93)81385-7
12. Cho N. J., Hwang L. Y., Solandt J. J. R., Frank C. W. Comparison of Extruded and Sonicated Vesicles for Planar Bilayer Self-Assembly // *Materials*. 2013. 6(8). 3294-3308. DOI: 10.3390/ma6083294
13. Дмитриева М. В., Бу Лугэнь, Оборотова Н. А., Краснюк И. И., Краснюк И. И. (мл.), Беляцкая А. В., Степанова О. И., Боков Д. О., Нарышкин С. Р., Мазяркин Е. В. Метод экструзии в технологии получения липосом // *Вестник ВГУ. Серия. Химия. Биология. Фармация*. 2020. 3. 87-94.
14. Valeev R., Vakhrushev A., Fedotov A., Petukhov D. Nanostructured Semiconductors in Porous Alumina Matrices: Modeling, Synthesis, and Properties. New York, Apple Academic Press, 2019. 284 p. DOI:10.1201/978042939814
15. Алешин А. Н., Белорус А. О., Врублевский И. А., Истомина М. С., Кондратьев В. М., Королев Д. В., Максимов А. И., Мошников В. А., Муратова Е. Н., Налимова С. С., Пухова В. М., Рыжов О. А., Семенова А. А., Смердов Р. С., Спивак Ю. М., Чернякова Е. В. Наночастицы, наносистемы и их применение. Сенсорика, энергетика, диагностика: монография. Санкт-Петербург, ЛЭТИ, 2020. 273 с.
16. Зимина Т. М., Соловьев А. В., Лучинин В. В., Муратова Е. Н., Краева Л. А., Хамдулаева Г. Н. Принципы создания гибридных миниатюрных приборов для выращивания колоний микробных клеток на основе пористого анодного оксида алюминия // *Нано и микросистемная техника*. 2013. 12. 19-33.
17. Муратова Е. Н., Лучинин В. В., Мошников В. А., Лифшиц В. А., Матюшкин Л. Б., Панов М. Ф., Потрахов Н. Н., Галунин С. А., Ишин В. В., Шемухин А. А. Особенности формирования свободных наноразмерных пористых мембран оксида алюминия из фольги и новые области применения // *Физика и химия стекла*. 2017. 43(2). 207-215. DOI: 10.1134/S1087659617020122

18. Новые наноматериалы. Синтез. Диагностика. Моделирование: лабораторный практикум / под редакцией В. А. Мошникова, О. А. Александровой. Санкт-Петербург, изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2015. 248 с.

19. Наноструктурные оксидные материалы в современной микро-, нано- и оптоэлектронике: монография / под редакцией В. А. Мошникова, О. А. Александровой. Санкт-Петербург, изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 266 с.

20. Chernyakova K. V., Muratova E. N., Vrublevsky I. A., Lushpa N. V., Spivak Yu. M., Nalimova S. S., Moshnikov V. A. Influence of Electrolyte Temperature on the Formation of the Morphology of the Porous Structure of Anodic Aluminum Oxide // *Glass Physics and Chemistry*. 2021. 47(6). 630-634. DOI: 10.1134/S1087659621060043

21. Петухов Д. И., Валеев Р. Г., Решетников С. М. Пористые анодные оксиды алюминия и титана: структура, свойства, синтез. Ижевск, Издательский центр «Удмуртский университет», 2018. 122 с.

22. Сокол В. А. Особенности роста пористого оксида алюминия // Доклады БГУИР. 2003. 1(1). 75-82.

23. Оксидирование алюминия: методические рекомендации к выполнению лабораторной работы по курсу «Химическое сопротивление и защита от коррозии» для студентов специальностей 15.03.02, 18.05.01 всех форм обучения / составитель Г. Г. Сакович. Бийск, изд-во Алт. гос. техн. ун-та, 2014. 21 с.

### References

1. Nobuto H., Sugita T., Kubo T., Shimose Sh., Yasunaga Y., Murakami T., Ochi M. Evaluation of systemic chemotherapy with magnetic liposomal doxorubicin and a dipole external electromagnet // *International Journal of Cancer*. 2004. 109. 627-635. DOI: 10.1002/ijc.20035

2. Svistelnik A. V., Khanin A. L. Liposomal'nyye lekarstvennyye preparaty: vozmozhnosti i perspektivy [Liposomal drugs: opportunities and prospects] // *Medicine in Kuzbass*. 2014. 13(2). 7-16.

3. Yuan F., Dellian M., Fukumura D., Leunig M., Berk D. A., Torchilin V. P., Jain R. K. Vascular permeability in a human tumor xenograft: molecular size dependence and cutoff size // *Cancer Research*. 1995. 55. 3752-3756.

4. Kurunov Yu. N., Ursov I. G., Krasnov V. A. Effektivnost' liposomal'noy lekarstvennoy formy antibakterial'nykh preparatov v ingyalyatsionnoy terapii eksperimental'nogo tuberkuleza [Effectiveness of liposomal dosage form of antibacterial drugs in inhalation therapy of experimental tuberculosis] // *Problems of Tuberculosis*. 1995. 72(1). 38-40.

5. Blagbrough I. S., Zara C. Animal Animal Models for Target Diseases in Gene Therapy – using DNA and siRNA delivery strategies // *Pharmaceutical Research*. 2008. 26. 1-18.

6. Jin C. S., Zheng G. Liposomal nanostructures for photosensitizer delivery // *Lasers in Surgery and Medicine*. 2011. 43(7). 734-748. DOI: 10.1002/lsm.21101

7. Barsukov L. I. Liposomy [Liposomes] // *Soros Educational Journal*. 1998. 10. 2-9.

8. Jesorka A., Orwar O. Liposomes: technologies and analytical application // *Annual reviews of analytical chemistry*. 2008. 1. 801-832. DOI: 10.1146/annurev.anchem.1.031207.112747

9. Novikova A. A., Kezimana P., Stanishevsky Ya. M. Metody polucheniya liposom, ispol'zuyemykh v kachestve nositeley lekarstvennykh sredstv (obzor) [Methods for obtaining liposomes used as drug carriers (review)] // *Drug development & registration*. 2017. 2(19). 134-138.

10. Shah V. M., Nguyen D. X., Patel P., Cote B., Al-Fatease A., Pham Y., Huynh M. G., Woo Y., Alani A. WG. Liposomes produced by microfluidics and extrusion: A

comparison for scale-up purposes // *Nanomedicine*. 2019. 18. 146-156. DOI: 10.1016/j.nano.2019.02.019

11. Mui B. L., Cullis P. R., Evans E. A., Madden T. D. Osmotic properties of large unilamellar vesicles prepared by extrusion // *Biophysical journal*. 1993. 64(2). 443-453. DOI: 10.1016/S0006-3495(93)81385-7

12. Cho N. J., Hwang L. Y., Solandt J. J. R., Frank C. W. Comparison of Extruded and Sonicated Vesicles for Planar Bilayer Self-Assembly // *Materials*. 2013. 6(8). 3294-3308. DOI: 10.3390/ma6083294

13. Dmitrieva M. V., Lugen B., Oborotova N. A., Krasnyuk I. I., Krasnyuk I. I. (jr.), Belyackaya A. V., Stepanova O. I., Bokov D. O., Naryshkin S. R., Mazyarkin E. V. Metod ekstruzii v tekhnologii polucheniya liposom [Method of extrusion in the technology of obtaining liposomes] // *Proceedings of Voronezh State University. Series: Chemistry. Biology. Pharmacy*. 2020. 3. 87-94.

14. Valeev R., Vakhrushev A., Fedotov A., Petukhov D. Nanostructured Semiconductors in Porous Alumina Matrices: Modeling, Synthesis, and Properties. New York: Apple Academic Press, 2019. 284 p. DOI: 10.1201/978042939814

15. Aleshin A. N., Belorus A. O., Vrublevskij I. A., Istomina M. S., Kondrat'ev V. M., Korolev D. V., Maksimov A. I., Moshnikov V. A., Muratova E. N., Nalimova S. S., Puhova V. M., Ryzhov O. A., Semenova A. A., Smerdov R. S., Spivak Yu. M., Chernyakova E. V. Nanoparticles, nanosystems and their application. Sensory, energy, diagnostics: monograph. St. Petersburg, "LETI" Publ., 2020. 273 p.

16. Zimina T. M., Solov'ev A. V., Luchinin V. V., Mupatova E. N., Kpaeva L. A., Hamdulaeva G. N. Printsipy sozdaniya gibridnykh miniatyurnykh priborov dlya vyrashchivaniya koloniy mikrobnnykh kletok na osnove poristogo anodnogo oksida alyuminiya [Principles of creating hybrid miniature devices for growing colonies of microbial cells based on porous anodic aluminum oxide] // *Nano- and Microsystems Technology*. 2013. 12. 19-33.

17. Muratova E. N., Luchinin V. V., Moshnikov V. A., Lifshic V. A., Matyushkin L. B., Panov M. F., Potrahov N. N., Galunin S. A., Ishin V. V., Shemuhin A. A. Osobennosti formirovaniya svobodnykh nanorazmernykh poristykh membran oksida alyuminiya iz fol'gi i novyye oblasti primeneniya [Features of the formation of free nanosized porous membranes of aluminum oxide from foil and new areas of application] // *Glass Physics and Chemistry*. 2017. 43(2). 207-215. DOI: 10.1134/S1087659617020122

18. New nanomaterials. Synthesis. Diagnostics. Modeling: laboratory workshop. Eds. Moshnikov V. A., Alexandrova O. A. St. Petersburg, Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI" Publ., 2015, 248 p.

19. Nanostructured oxide materials in modern micro-, nano- and optoelectronics: monograph. Eds. Moshnikov V. A., Alexandrova O. A. St. Petersburg, Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI" Publ., 2017. 266 p.

20. Chernyakova K. V., Muratova E. N., Vrublevsky I. A., Lushpa N. V., Spivak Yu. M., Nalimova S. S., Moshnikov V. A. Influence of Electrolyte Temperature on the Formation of the Morphology of the Porous Structure of Anodic Aluminum Oxide // *Glass Physics and Chemistry*. 2021. 47(6). 630-634. DOI: 10.1134/S1087659621060043

21. Petukhov D. I., Valeev R. G., Reshetnikov S. M. Poristyye anodnyye oksidy alyuminiya i titana: struktura, svoystva, sintez: uchebnoye posobiye [Porous anodic aluminum and titanium oxides: structure, properties, synthesis: Textbook]. Izhevsk: Udmurt University Publ., 2018. 122 p.

22. Sokol V. A. Osobennosti rosta poristogo oksida alyuminiya [Peculiarities of the growth of porous aluminum oxide] // *Doklady BGUIR*. 2003. 1(1). 75-82.

23. Sakovich G. G. Oksidirovaniye alyuminiya: metodicheskiye rekomendatsii k vypolneniyu laboratornoy raboty po kursu «Khimicheskoye soprotivleniye i zashchita ot

korrozii» dlya studentov spetsial'nostey 15.03.02, 18.05.01 vsekh form obucheniya [Aluminum oxidation: guidelines for laboratory work on the course "Chemical resistance and corrosion protection" for students of specialties 15.03.02, 18.05.01 of all forms of education]. Biysk: Altai State Technical University Publ., 2014. 21 p.

#### **Информация об авторах**

*Ануфриев Илья Евгеньевич* – студент, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0001-9389-5672, [ilya\\_anufriev\\_00@mail.ru](mailto:ilya_anufriev_00@mail.ru)

*Муратова Екатерина Николаевна* – кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0002-4181-6669, [SokolovaEkNik@yandex.ru](mailto:SokolovaEkNik@yandex.ru)

*Валеев Ришат Галеевич* – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук (Ижевск, Россия), ORCID: 0000-0001-8981-8527, [rishatvaleev@udman.ru](mailto:rishatvaleev@udman.ru)

*Королёв Дмитрий Владимирович* – доктор химических наук, доцент, научный сотрудник, Институт экспериментальной медицины ФГБУ "НМИЦ имени В. А. Алмазова" Минздрава России (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0003-2848-3035, [dimon@cardioprotect.spb.ru](mailto:dimon@cardioprotect.spb.ru)

*Кондратьев Валерий Михайлович* – младший научный сотрудник, инженер, СПбАУ РАН имени Ж.И. Алфёрова (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0002-3469-5897, [kvm\\_96@mail.ru](mailto:kvm_96@mail.ru)

*Мошников Вячеслав Алексеевич* – доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0001-6500-5492, [vamoshnikov@mail.ru](mailto:vamoshnikov@mail.ru)

# ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.382.323

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).22-33

ГРНТИ 29.19.22

Специальность ВАК 2.2.2

Научная статья

## ФОРМИРОВАНИЕ МЕЖПРИБОРНОЙ ИЗОЛЯЦИИ В НИТРИД-ГАЛЛИЕВЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ НА КРЕМНИИ

Боченков Г. М.<sup>1</sup>, Федоров Д. Г.<sup>1</sup>, Желаннов А. В.<sup>1</sup>, Селезнев Б. И.<sup>2</sup><sup>1</sup>АО «ОКБ-Планета» (Великий Новгород, Россия)<sup>2</sup>Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)

**Аннотация** Рассмотрены различные методики формирования межприборной изоляции на гетероструктурах AlGaIn/AlIn/GaN, выращенные на кремниевых подложках. Показаны способы изоляции с применением технологии ионной имплантации азота (N<sup>+</sup>) и изоляции приборов методом травления мезы. Для оценки удельного сопротивления на поверхности AlGaIn/AlIn/GaN были изготовлены тестовые структуры с омическими контактами, разделёнными полупроводником с известными размерами. Омические контакты формировались методом электронно-лучевого напыления системы металлов Ti/Al/Ni/Au. Меза-изоляция формировалась путём реактивно-ионного травления на установке, оснащённой источником индуктивно-связанной плазмы в хлорсодержащей среде на основе газовой смеси Cl<sub>2</sub>/BCl<sub>3</sub>/Ar. Травление проводилось при мощности источника индуктивно-связанной плазмы 40 Вт и высокочастотной мощности 80 Вт через маску фоторезиста. Удельное поверхностное сопротивление после травления мезы составило  $5.5 \cdot 10^8$  Ом/□. Однако существуют недостатки процесса травления мезы, связанные с ионной бомбардировкой поверхности и профилем боковых стенок. Альтернативный способ изготовления межприборной изоляции – ионная имплантация. Технология планарной ионной имплантации позволяет избежать контакта затвора со слоем двумерного электронного газа на боковых стенках мезы, что приводит к стабильной работе прибора. В качестве имплантируемой примеси для формирования межприборной изоляции методом ионной имплантации были выбраны ионы азота (N<sup>+</sup>). Исследованы дозовые зависимости удельного поверхностного сопротивления межприборной изоляции. Установлены режимы ионной имплантации: энергия внедряемых ионов 125 кэВ, низкие дозы –  $3 \cdot 10^{13}$  см<sup>-2</sup>, имплантация проводится без наличия защитных диэлектрических покрытий. Сопротивление изоляции, полученное методом ионной имплантации азота N<sup>+</sup>, при воздействии температур в диапазоне от 250 до 350°C имеет стабильно высокие значения.

**Ключевые слова:** межприборная изоляция, гетероэпитаксиальная структура AlGaIn/AlIn/GaN, удельное поверхностное сопротивление, травление мезы, ионная имплантация азотом, режимы имплантации, отжиг

**Для цитирования:** Боченков Г. М., Федоров Д. Г., Желаннов А. В., Селезнев Б. И. Формирование межприборной изоляции в нитрид-галлиевых гетероструктурах на кремнии // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 22-33. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).22-33

Research Article

## FORMATION OF INTER-DEVICE ISOLATION IN GALLIUM NITRIDE HETEROSTRUCTURES ON SILICON

Bochenkov G. M.<sup>1,2</sup>, Fedorov D. G.<sup>1</sup>, Zhelannov A. V.<sup>1</sup>, Seleznev B. I.<sup>2</sup><sup>1</sup>Joint Stock Company "OKB-Planeta" (Veliky Novgorod, Russia)<sup>2</sup>Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

**Abstract** Various methods of forming inter-device insulation on AlGaIn/AlIn/GaN heterostructures grown on silicon substrates are considered. Methods of isolation using nitrogen (N<sup>+</sup>) ion implantation technology and

isolation of devices by mesa etching are shown. To assess the resistivity on the surface of AlGaN/AlN/GaN, test structures with ohmic contacts separated by a semiconductor with known dimensions were made. The ohmic contacts were formed by electron-beam sputtering of the Ti/Al/Ni/Au metal system. Mesa insulation was formed by reactive ion etching on a plant equipped with an inductively coupled plasma source in a chlorine-containing medium based on a Cl<sub>2</sub>/BCl<sub>3</sub>/Ar gas mixture. The etching was carried out at a power of an inductively coupled plasma source of 40 W and a high-frequency power of 80 W through a photoresist mask. The specific surface resistance after mesa etching was 5.5•10<sup>8</sup>ohms/sec. However, there are disadvantages of the mesa etching process associated with ion bombarding of the surfaces and the profile of the side walls. An alternative method of manufacturing inter-device insulation is ion implantation. The technology of planar ion implantation avoids the contact of the gate with a layer of two-dimensional electron gas on the side walls of the mesa, which leads to stable operation of the device. Nitrogen ions (N<sup>+</sup>) were selected as an implantable impurity for the formation of inter-device isolation by ion implantation. The dose dependences of the specific surface resistance of the inter-device insulation have been investigated. The modes of ion implantation have been established: the energy of the introduced ions is 125 keV, low doses are 3 • 10<sup>13</sup> cm<sup>-2</sup>, the implantation is carried out without the presence of protective dielectric coatings. The insulation resistance obtained by the method of ion implantation of nitrogen N<sup>+</sup>, when exposed to temperatures in the range from 250 to 350 °C, has consistently high values.

**Keywords:** inter-device isolation, AlGaN/AlN/GaN heteroepitaxial structure, specific surface resistance, mesa etching, nitrogen ion implantation, implantation modes, annealing

**For citation:** Bochenkov G. M., Fedorov D. G., Zhelannov A. V., Seleznev B. I. Formation of inter-device isolation in gallium nitride heterostructures on silicon // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 22-33. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).22-33

## Введение

Одно из основных преимуществ GaN заключается в его способности образовывать гетеропереходы с материалами с более широкой запрещенной зоной, такими как нитрид алюминия-галлия (AlGaN) и нитрид алюминия (AlN). При этом формируется канал двумерного электронного газа (ДЭГ), который характеризуется высокой плотностью ( $>10^{13}/\text{см}^2$ ) и подвижностью электронов до 2000 см<sup>2</sup>/В·с. Данное свойство позволяет рассматривать нитрид галлия как материал для изготовления приборов, работающих на высоких частотах. Кроме того, широкая запрещенная зона и высокая теплопроводность GaN делают его пригодным для использования в условиях высоких температур [1].

Всё это делает структуры на основе GaN перспективными для изготовления микроприборов нового поколения. Кроме того, гетероструктуры AlGaN/AlN/GaN, выращенные на подложках Si имеют большие размеры и меньшую стоимость.

Одним из важнейших этапов в технологическом маршруте изготовления приборов на основе гетероструктур AlGaN/GaN является создание межприборной изоляции. В настоящей работе рассмотрены различные методики формирования межприборной изоляции. Показаны способы изоляции с применением технологии ионной имплантации ионами азота (N<sup>+</sup>) и изоляции приборов методом травления мезы, а также проведен сравнительный анализ удельного сопротивления полученных высокоомных слоёв в гетероструктурах AlGaN/AlN/GaN. На рисунке 1 схематично представлены транзисторные структуры с межприборной изоляцией, сформированной методом ионной имплантацией (рисунок 1 а) и травления мезы (рисунок 1 б).

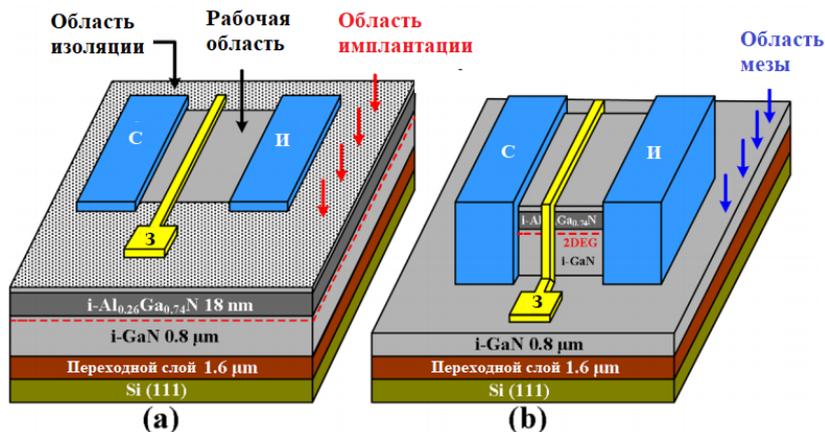


Рисунок 1. Транзисторные структуры с межприборной изоляцией, сформированной ионной имплантацией (а) и травлением мезы (б)

### Изоляция приборных структур методом травления мезы

Меза-изоляция – это наиболее доступный в настоящее время метод обеспечения изоляции устройств. При использовании этого метода активные полупроводниковые слои между устройствами физически удаляются. Барьер вытравливается до изолирующего буферного слоя GaN. В качестве исследуемого образца использовалась эпитаксиальная гетероструктура AlGaN/AlN/GaN, выращенная методом MOCVD на кремниевой подложке. Схематичное изображение эпитаксиальной гетероструктуры AlGaN/AlN/GaN представлено на рисунке 2. В нелегированном буферном слое GaN возникают электронная проводимость за счёт фоновых примесей кислорода, а также вакансий азота, действующие как мелкие доноры. Эти факторы сложно контролировать в процессе роста. Использование легированных углеродом буферных слоёв позволяет подавить фоновую проводимость и обеспечить высокие значения напряжения пробоя.

Основным методом формирования меза-изоляции в эпитаксиальных гетероструктурах AlGaN/AlN/GaN является метод «сухого» травления. Это связано с тем, что кристаллическая структура нитрида галлия имеет сильные ионные связи, что делает его устойчивым к большинству кислот и оснований. В результате чего классический метод жидкостного травления не подходит для нитридных полупроводников.

Для оценки сопротивления на поверхности AlGaN/AlN/GaN были изготовлены тестовые структуры с омическими контактами, разделёнными полупроводником с известными размерами (рисунок 3). Омические контакты были сформированы методом электронно-лучевого напыления системы металлов Ti/Al/Ni/Au.

Меза-изоляция формировалась методом реактивного ионного травления на установке, оснащенной источником индуктивно-связанной плазмы в хлорсодержащей среде на основе газовой смеси  $Cl_2/BCl_3/Ar$  с расходами газов 20/60/10 sccm, соответственно. Процесс травления проходил при мощности источника индуктивно-связанной плазмы 40 Вт и высокочастотной мощности 80 Вт через маску фоторезиста. Для

обеспечения надежной изоляции травление проводилось до буферного слоя на глубину 130 нм. Далее были проведены замеры удельного поверхностного сопротивления  $R_s$  (Ом/□) на тестовых структурах (таблица 1).



Рисунок 2. Схематическое изображение экспериментальной гетероструктуры AlGaIn/AIn/GaN

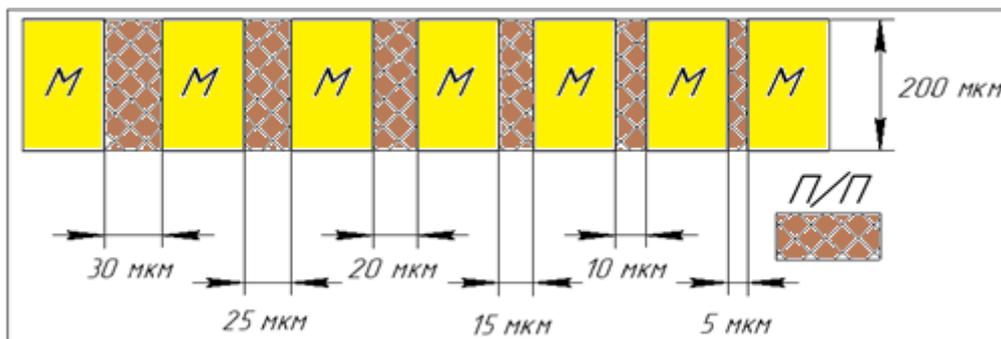


Рисунок 3. Схематическое изображение тестовых структур

Таблица 1. Результаты измерений удельного поверхностного сопротивления после травления мезы

Длина резистора, мкм	30	25	20	15	10	5
$R_s$ (Ом/□)	$5,52 \cdot 10^8$	$5,14 \cdot 10^8$	$1,23 \cdot 10^8$	$1,39 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^8$	$3,35 \cdot 10^8$

При травлении удаляется область двумерного электронного газа вокруг транзистора. Однако при травлении, из-за ионной бомбардировки поверхности, образуются вакансии азота, обладающие свойством донорной примеси. Это приводит к высокому поверхностному току утечки. Большой ток утечки вызывает потерю мощности в закрытом состоянии, дополнительные шумы и проблемы с надёжностью. Недостатками процесса травления мезы, связанными с профилем боковых стенок, являются возможность контакта барьерных слоёв с двумерным электронным газом (ДЭГ) эпитаксиальной гетероструктуры AlGaIn/AIn/GaN, что вызывает снижение напряжения пробоя. Вертикальные стенки мезы могут быть причиной разрыва затворной металлизации.

## Формирование межприборной изоляции методом ионной имплантации азота

Альтернативный способ изготовления межприборной изоляции – ионная имплантация. Высокое сопротивление изолирующей области обеспечивается за счёт глубоких уровней ловушек или центров рекомбинации. Такой подход позволяет сохранить плоскую морфологию прибора. Использование ионной имплантации в качестве метода формирования межприборной изоляции в гетероструктурах AlGaIn/AlIn/GaN позволяет избежать контакта затвора со слоем двумерного электронного газа (ДЭГ) на боковых стенках мезы, что приводит к стабильной работе прибора.

Внедряемые в кристаллическую решетку полупроводника ионы примеси создают различные дефекты в кристаллической структуре полупроводника, которым соответствуют глубокие уровни-ловушки в запрещенной зоне полупроводника, захватывающие свободные носители заряда, в результате чего материал становится изолирующим.

Для создания изоляции необходимого качества требуются равномерные по толщине эпитаксиального слоя распределения дефектов с концентрацией, специфической для типа полупроводника и уровня его легирования. Дозы внедряемых ионов при этом должны соответствовать оптимальной концентрации создаваемых дефектов. При более низких дозах ионного легирования скорость удаления носителей оказывается недостаточной для подавления проводимости; при повышенных дозах плотность дефектов становится настолько высокой, что сопротивление уменьшается из-за включения механизма прыжковой проводимости. Чем выше уровень легирования, тем большая концентрация дефектов требуется для создания изолирующей области.

Таким образом, широкое практическое использование ионной имплантации для формирования изоляции в бинарных и тройных полупроводниковых соединениях возможно только при условии, что для заданных типов полупроводников определены оптимальные параметры ионного легирования и термообработок [2].

Для формирования изоляции в зарубежных источниках сообщалось об использовании различных ионов, таких как азот [3], кислород [4], цинк [5], аргон [6], магний [7], бор [8], криптон [9] и железо [10]. Также, в работе [11] сообщалось об эффективности использования ионов водорода, гелия и азота для имплантации. Исследование показывает, что устройства, изготовленные с помощью ионной имплантации, демонстрируют такие же характеристики по постоянному току, что и устройства с меза-изоляцией, но при этом демонстрируют более высокое напряжение пробоя 150 В при том же расстоянии от затвора до стока 10 мкм. В данной работе в качестве имплантируемой примеси для формирования межприборной изоляции методом ионной имплантации были выбраны ионы азота ( $N^+$ ). Азот является безопасным и более технологичным газом для получения потока ионов.

В процессе внедрения ионов азота в кристаллическую решётку GaN создаётся большое количество точечных дефектов, которые возникают в результате замещения

галлия азотом. Такие дефекты формируют стабильные глубокие ловушки в запрещённой зоне GaN для электронов и дырок. Данный эффект позволяет создавать высокоомные области в рабочих слоях гетероструктур на основе GaN [12].

Для оценки сопротивления изоляции на поверхности образцов были сформированы тестовые структуры, как и в случае травления мезы, рисунок 3.

Контакты формировались методом электронно-лучевого напыления системы металлов Ti/Al/Ni/Au толщиной 0.03/0.14/0.03/0.06 мкм, соответственно, на фоторезистивную маску с последующим удалением металлизации методом взрывной фотолитографии [13]. Для удаления металлических и органических загрязнений с поверхности пластины перед напылением образцы были химически обработаны в растворе HCl:H<sub>2</sub>O 1:1 в течение 300 секунд. После создания контактных площадок проводился отжиг металлизации при температуре 800°C в течение 30 секунд.

Для обеспечения надёжной межприборной изоляции методом ионной имплантации, необходимо выбрать такую энергию имплантации, чтобы примесь залегала по всей глубине гетероструктуры до буферного слоя. Для подбора оптимальной энергии при проведении операции ионного легирования было проведено численное моделирование распределения ионов азота в нитриде галлия с использованием алгоритма TRIM (SRIM). Наилучшее качество изоляции наблюдается при расположении максимума распределения в области двумерного электронного газа на гетерогранице AlGaN/GaN. Исходя из результатов моделирования, энергия имплантации составила 125 кэВ. Распределение N<sup>+</sup> после имплантации в гетероэпитаксиальных структурах на основе GaN при энергии 125 кэВ представлено на рисунке 4.

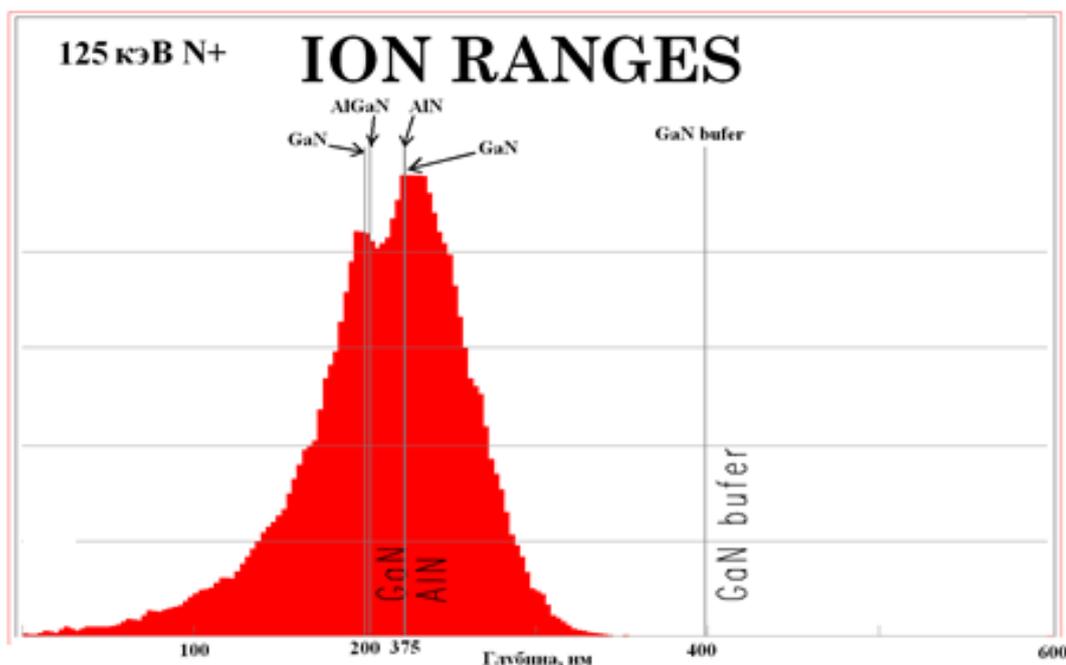


Рисунок 4. Распределение N<sup>+</sup> после имплантации в гетероэпитаксиальных структурах на основе GaN при энергии 125 кэВ

Из данного графика видно, что при энергии 125 кэВ максимум внедренной примеси залегает в рабочих слоях эпитаксиальной структуры AlGaN/AlN/GaN, что положительно сказывается на значениях сопротивления изоляции. На рисунке 4 можно наглядно видеть, как распределяется азот в рабочих слоях гетероструктуры на основе GaN. Видно, что при энергии 125 кэВ максимум концентрации азота приходится на слой двумерного электронного газа, что свидетельствует о более эффективном истощении этого слоя из-за дефектов, создаваемых азотом, а, следовательно, будут более высокими значения сопротивления изоляции.

Для выбора оптимальной дозы имплантации при формировании межприборной изоляции, было проведено несколько процессов ионного легирования с различными дозами и энергией внедряемых ионов  $E=125$  кэВ, определённой с помощью программы «TRIM». Дозы имплантации составили  $6.25 \cdot 10^{11}$  -  $6.25 \cdot 10^{13}$  см<sup>-2</sup>. В работе [14] исследовалась имплантация азота через слой нитрида кремния для межприборной изоляции силовых GaN/Si-транзисторов до высоких доз имплантации  $6 \cdot 10^{15}$  см<sup>-2</sup>.

В настоящей работе ионная имплантация N<sup>+</sup> в гетероэпитаксиальные структуры AlGaN/GaN проводилась в незащищенные фоторезистом области на поверхности пластины, как показано на рисунке 5. Процесс проводился в вакууме не хуже  $4 \cdot 10^{-6}$  мм рт. ст. на установке ионного легирования «Везувий-1». Данная установка представляет собой ускоритель ионов со ступенчатой регулировкой их энергии от 50 кэВ до 150 кэВ через каждые 25 кэВ с последующим разделением ионов по массам в магнитном масс-сепараторе.

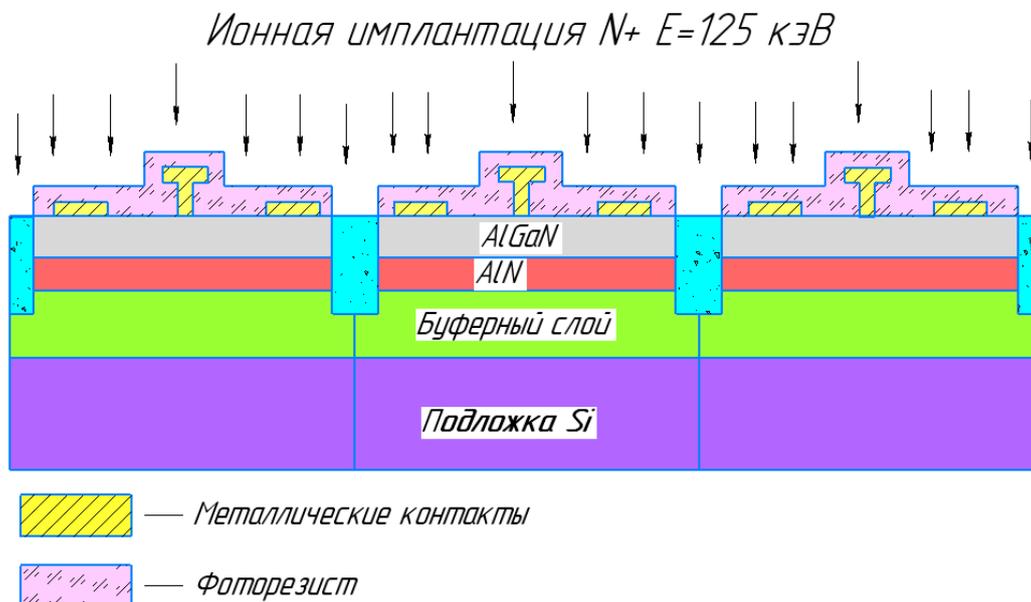


Рисунок 5. Изоляция структуры, сформированная ионной имплантацией азота

После проведения процесса ионной имплантации были проведены замеры удельного сопротивления изоляции на тестовых структурах на резисторе длиной 30 мкм. Результаты измерений приведены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты измерений удельного поверхностного сопротивления после ионной имплантации

$D, \text{см}^{-2}$	$R_{\text{уд}}, \text{Ом}/\square$
$6,25 \cdot 10^{11}$	$3,55 \cdot 10^3$
$1,25 \cdot 10^{12}$	$2,60 \cdot 10^4$
$1,87 \cdot 10^{12}$	$3,47 \cdot 10^6$
$2,5 \cdot 10^{12}$	$5,66 \cdot 10^8$
$3,13 \cdot 10^{12}$	$3,20 \cdot 10^{10}$
$3,75 \cdot 10^{12}$	$6,81 \cdot 10^{10}$
$4,37 \cdot 10^{12}$	$7,56 \cdot 10^{10}$
$6,25 \cdot 10^{12}$	$7,47 \cdot 10^{10}$
$3,13 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^{11}$
$6,25 \cdot 10^{13}$	$7,27 \cdot 10^{10}$

Из данной таблицы и рисунке 6 видно, что удельное поверхностное сопротивление увеличивается с ростом дозы имплантации и максимальное значение  $R_s$  составило  $1 \cdot 10^{11} \text{ Ом}/\square$  при дозе имплантации  $3,13 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ . Дальнейшее увеличение значения дозы имплантации не ведёт к увеличению удельного поверхностного сопротивления межприборной изоляции.



Рисунок 6. График зависимости удельного поверхностного сопротивления от дозы имплантируемой примеси N+ в AlGaN/AlN/GaN

В работе [14] наименьшие токи утечки на тестовой структуре наблюдались при высокой дозе имплантации  $3,75 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$ .

### Влияние отжига на сопротивление межприборной изоляции, сформированной ионной имплантацией азота

В технологическом маршруте изготовления транзисторных структур присутствуют технологические операции, в процессе которых температура достигает 250°C. Для выявления влияния высоких температур на величину сопротивления межприборной изоляции необходимо проведение испытаний на термостабильность. Для этого образцы, на которых были получены максимальные удельные поверхностные сопротивления, поочередно отжигались при температурах 250°C, 300°C и 350°C в течение 30 мин. После каждого отжига на образцах были повторно проведены измерения удельного сопротивления изоляции. Замеры проводились на полупроводниковом резисторе длиной 30 мкм. Результаты представлены в таблице 3. График зависимости удельного сопротивления изоляции от температуры отжига представленный на рисунке 7.

Таблица 3. Замеры удельного сопротивления изоляции после отжигов

T, °C	До отжига	250	300	350
R <sub>уд</sub> (Ом/□)	1·10 <sup>11</sup>	1,8·10 <sup>11</sup>	8·10 <sup>10</sup>	3,6·10 <sup>9</sup>

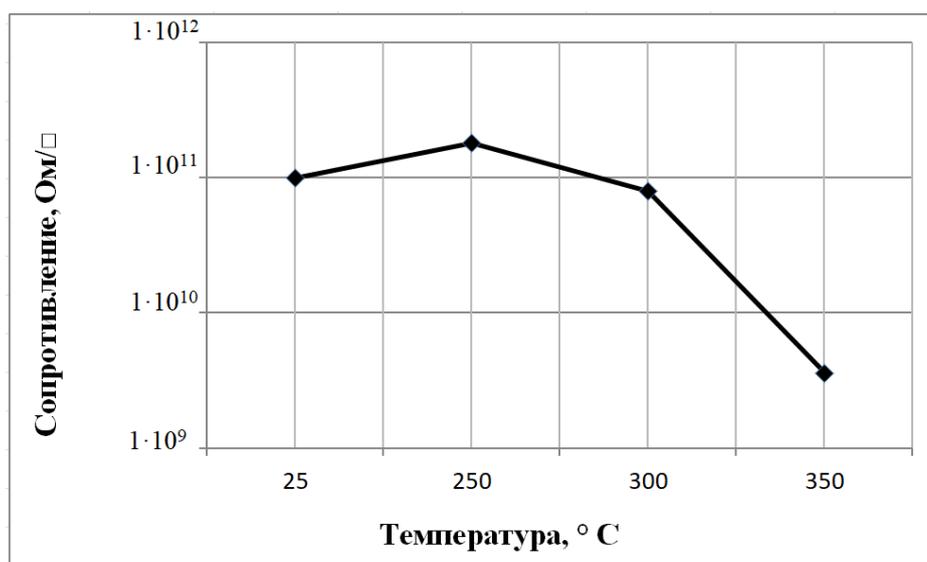


Рисунок 7. График зависимости удельного сопротивления изоляции от температуры отжига

Из данного графика видно, что сопротивление изоляции, полученное методом ионной имплантации азота N<sup>+</sup>, в диапазоне температур отжига от 250 до 350°C имеет стабильно высокие значения.

### Заключение

Гетероструктуры AlGaIn/AlIn/GaN, выращенные на кремниевых подложках, обладают уникальными параметрами, имеют большие размеры и меньшую стоимость. Одним из важных этапов в технологическом маршруте изготовления приборов на основе

гетероструктур AlGaIn/GaN является создание межприборной изоляции. Рассмотрены различные методики формирования межприборной изоляции. Показаны способы изоляции с применением технологии ионной имплантации ионами азота ( $N^+$ ) и изоляции приборов методом травления мезы. Для оценки удельного сопротивления на поверхности AlGaIn/AlN/GaN были изготовлены тестовые структуры с омическими контактами, разделёнными полупроводником с известными размерами. Омические контакты формировались методом электронно-лучевого напыления системы металлов Ti/Al/Ni/Au. Меза-изоляция формировалась путем реактивно-ионного травления на установке, оснащённой источником индуктивно-связанной плазмы в хлорсодержащей среде на основе газовой смеси  $Cl_2/BCl_3/Ar$ . Травление проводилось при мощности источника индуктивно-связанной плазмы 40 Вт и высокочастотной мощности 80 Вт через маску фоторезиста. Удельное поверхностное сопротивление после травления мезы составило  $5.52 \cdot 10^8 \text{ Ом}/\square$ . Однако существуют недостатки процесса травления мезы, связанные с профилем боковых стенок. Из-за наличия боковой стенки мезы металлический затвор, а также барьерный слой могут контактировать с двумерным электронным газом (ДЭГ) эпитаксиальной гетероструктуры AlGaIn/AlN/GaN, что может вызвать дополнительный ток утечки затвора и снизить напряжение пробоя. Кроме того, вертикальные стенки мезы могут быть причиной разрыва затворной металлизации.

Технология планарной ионной имплантации позволяет избежать контакта затвора со слоем двумерного электронного газа (ДЭГ) на боковых стенках мезы, что приводит к стабильной работе прибора. В данной работе в качестве имплантируемой примеси для формирования межприборной изоляции методом ионной имплантации были выбраны ионы азота ( $N^+$ ). Азот является безопасным газом и более технологичным для получения потока ионов. Исследованы дозовые зависимости удельного поверхностного сопротивления межприборной изоляции. Установлены режимы ионной имплантации: энергия внедряемых ионов 125 кэВ, низкие дозы –  $3 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2}$ , имплантация проводится без наличия защитных диэлектрических покрытий. Сопротивление изоляции, полученное методом ионной имплантации азота  $N^+$ , в диапазоне температур отжига от 250 до 350°C имеет стабильно высокие значения.

В технологическом маршруте изготовления транзисторных структур присутствуют технологические операции, в процессе которых температура достигает 250°C. Сопротивление изоляции, полученное методом ионной имплантации азота  $N^+$ , в диапазоне температур отжига от 250 до 350°C имеет стабильно высокие значения.

### Список литературы

1. Hsien C., Kao H. L., Chao-Hung C., Fend Tso C. Sidewall defects of AlGaIn/GaN HEMTs evaluated by low frequency noise Analysis // *Microelectronic Reliability*. 2013. 53(12). 1897-1900. DOI: 10.1016/j.microrel.2013.06.015
2. Sharma N., Kumar Dhakad S., Chaturved N., Periasamy C. Refined isolation techniques for GaN-based high electron mobility transistors // *Materials Science in Semiconductor Processing*. 2018. 87. 195-201. DOI: 10.1016/j.mssp.2018.05.015

3. Kasai H., Ogawa H., Nishimura T., Nakamura T. Nitrogen ion implantation isolation technology for normally-off GaN MISFETs on p-GaN substrate // *Physica Status Solidi Current Topics in Solid State Physics*. 2014. 11. 3-4. DOI: 10.1002/pssc.201300436
4. Shiu J.-Y., Desmaris V., Huang J.-C., Chang C.-T. Oxygen ion implantation isolation planar process for AlGaIn/GaN HEMTs // *Electron Device Letters*. 2007. 28(6). 476-480. DOI: 10.1109/LED.2007.896904
5. Oishi T., Nanjo T., Miura N., Suita M. Highly resistive GaN layers formed by ion implantation of Zn along the c axis // *Journal of Applied Physics*. 2003. 94(3).1662-1666. DOI: 10.1063/1.1590412
6. Boudart B., Pesant J. C., Guhel Y., Dhamelincourt P. Raman characterization of Ar<sup>+</sup> ion-implanted GaN // *Journal of Raman Spectroscopy*. 2002. 33(4). 283-286. DOI: 10.1002/jrs.856
7. Boudart B., Pesant C. J., Guhel Y., Dhamelincourt P. Raman characterization of Mg<sup>+</sup> ion-implanted GaN // *Journal of Physics Condensed Matter*. 2004. 16(2). 49-53. DOI: 10.1088/0953-8984/16/2/006
8. Jiang Y., Li L., Wang Qp, Tamai K. Field isolation for GaN MOSFETs on AlGaIn/GaN heterostructure with boron ion implantation // *Semiconductor Science and Technology*. 2014. 29(5). 29-38. DOI: 10.1088/0268-1242/29/5/055002
9. Arulkumaran S., Rahjan K., Ng Geok-Ing, Saw G. Z. Improved device isolation in AlGaIn/GaN HEMTs on Si by heavy Kr<sup>+</sup> Ion implantation // *Conference: 72nd Device Research Conference, June 22-25, 2014. Santa Barbara (California), The University of California, 2014. 72. 115-120. DOI: 10.1109/DRC.2014.6872324*
10. Umeda H., Anda Y., Takizawa T., Ueda T. High-voltage isolation technique using Fe<sup>+</sup> implantation for monolithic integration of AlGaIn/GaN transistors // *Transactions on Electron Devices*. 2013. 60(2). 771-775. DOI: 10.1109/TED.2012.2230264
11. Binari S., Dietrich H., Kelner G., Rowland L. B., Doverspike K. H, He, and N implant isolation of n-type GaN // *Journal of Applied Physics*. 1995. 78(5). 78-84. DOI: 10.1063/1.360712
12. Tuz Johra F. Effect of light-ions implantation on resistivity of GaN thin // *Electronic Materials Letters*. 2014. 10(4). 699-702. DOI: 10.1007/s13391-013-3160-9
13. Желаннов А. В., Ионов А. С., Петров А. В., Селезнев Б. И. Использование технологии микропрофилирования при формировании приборных структур на основе нитрида галлия // *Нано- и микросистемная техника*. 2017. 19. 7. 399-405. DOI: 10.17587/nmst.19.399-405
14. Егоркин В. И., Оболенский С. В., Земляков В. Е., Зайцев А. А., Гармаш В. И. Исследование ионной имплантации азота через слой нитрида кремния для межприборной изоляции GaN/Si- транзисторов // *Письма в Журнал технической физики*. 2021. 47(18). 15-17. DOI: 10.21883/PJTF.2021.18.51465.18805

### References

1. Chuang H., Kao H., Fend Tso C. Sidewall defects of AlGaIn/GaN HEMTs evaluated by low frequency noise analysis // *Microelectronic Reliability*. 2013. 53(12). 1897-1900. DOI: 10.1016/j.microrel.2013.06.015
2. Sharma N., Kumar Dhakad S., Chaturved N., Periasamy C. Refined isolation techniques for GaN-based high electron mobility transistors // *Materials Science in Semiconductor Processing*. 2018. 87. 195-201. DOI: 10.1016/j.mssp.2018.05.015
3. Kasai H., Ogawa H., Nishimura T., Nakamura T. Nitrogen ion implantation isolation technology for normally-off GaN MISFETs on p-GaN substrate // *Physica Status Solidi Current Topics in Solid State Physics*. 2014. 11. 3-4. DOI: 10.1002/pssc.201300436

4. Shiu J.-Y., Desmaris V., Huang J.-C., Chang C.-T. Oxygen ion implantation isolation planar process for AlGaIn/GaN HEMTs // *Electron Device Letters*. 2007. 28(6). 476-480. DOI: 10.1109/LED.2007.896904
5. Oishi T., Nanjo T., Miura N., Suita M. Highly resistive GaN layers formed by ion implantation of Zn along the c axis // *Journal of Applied Physics*. 2003. 94(3). 1662-1666. DOI: 10.1063/1.1590412
6. Boudart B., Guhel Y., Pesant J. Raman characterization of Ar<sup>+</sup> ion-implanted GaN // *Journal of Raman Spectroscopy*. 2002. 33(4). 283-286. DOI: 10.1002/jrs.856
7. Boudart B., Guhel Y., Pesant J. Raman characterization of Mg<sup>+</sup> ion-implanted GaN // *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2004. 16(2). 49-53. DOI: 10.1088/0953-8984/16/2/006
8. Jiang Y., Wang Q., Tamai K. Field isolation for GaN MOSFETs on AlGaIn/GaN heterostructure with boron ion implantation // *Semiconductor Science and Technology*. 2014. 29(5). 29-38. DOI: 10.1088/0268-1242/29/5/055002
9. Arulkumaran S., Ranjan K., Ng Geok-Ing, Saw G. Z. Improved device isolation in AlGaIn/GaN HEMTs on Si by heavy Kr<sup>+</sup> Ion implantation // *Device Research Conference. 2nd Device Research Conference. June 22-25. 2014. Santa Barbara (California), The University of California, 2014.* 72. 115-120. DOI: 10.1109/DRC.2014.6872324
10. Umeda H., Takizawa T., Anda Y., Ueda T. High-voltage isolation technique using Fe<sup>+</sup> implantation for monolithic integration of AlGaIn/GaN transistors // *Transactions on Electron Devices*. 2013. 60(2). 771-775. DOI: 10.1109/TED.2012.2230264
11. Binari S., Dietrich H., Kelner G., Rowland L. B., Doverspike K. H, He, and N implant isolation of n-type GaN // *Journal of Applied Physics*. 1995. 78(5). 78-84. DOI: 10.1063/1.360712
12. Johra F. Effect of light-ions implantation on resistivity of GaN thin film // *Electronic Materials Letters*. 2014. 10(4). 699-707. DOI: 10.1007/s13391-013-3160-9
13. Zhelannov A. V., Ionov A. S., Petrov A. V., Seleznev B. I. Ispol'zovanie tekhnologii mikroprofilirovaniya pri formirovani pribornykh struktur na osnove nitrida galliya [The use of microprofiling technology in the formation of device structures based on gallium nitride] // *Nano- and microsystems technology*. 2017. 19(7). 399-403. DOI: 10.17587/nmst.19.399-405
14. Egorkin V. I., Obolensky S. V., Zemlyakov V. E., Zaitsev A. A., Garmash V. I. Issledovanie ionnoj implantacii azota cherez sloj nitrida kremniya dlya mezhpribornoj izolyacii GaN/Si- tranzistorov [The investigation of ion implantation of nitrogen through a layer of silicon nitride for inter-device isolation of GaN/Si transistors] // *Applied Physics Letters*. 2021. 47(18). 15-17. DOI: 10.21883/PJTF.2021.18.51465.18805

#### Информация об авторе

*Боченков Геннадий Михайлович* – инженер-технолог, АО «ОКБ-Планета» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0008-2704-8545, Gbochenkov@yandex.ru

*Федоров Дмитрий Геннадьевич* – заместитель начальника отдела, АО «ОКБ-Планета» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8355-3318, FedorovDG@okbplaneta.ru

*Желаннов Андрей Валерьевич* – кандидат технических наук, руководитель лаборатории, АО «ОКБ-Планета» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-2444-1770, ZhelannovAV@okbplaneta.ru

*Селезнев Борис Иванович* – доктор технических наук, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-2973-2940

## ЭЛЕКТРОНИКА

---

УДК 530.1; 530.12; 530.16

ГРНТИ 29.05.23

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).34-46

Специальность ВАК 1.3.8; 2.2.2

*Научная статья*

### КЛАССИЧЕСКАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА СИСТЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ

Захаров А. Ю.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Предложен метод релятивистского описания динамики систем взаимодействующих частиц через вспомогательное поле, которое в статическом режиме эквивалентно заданным межатомным потенциалам, а в динамическом режиме является классическим релятивистским полем. Установлено, что для статических межатомных потенциалов, преобразование Фурье которых является рациональной алгебраической функцией волнового вектора, вспомогательное поле представляет собой композицию элементарных полей, каждое из которых удовлетворяет уравнению Клейна-Гордона, характеризующемуся, вообще говоря, комплексной массой. Взаимодействие между частицами через вспомогательное поле, нелокально как по пространственным переменным, так и по времени (эффект запаздывания взаимодействий). Проведен качественный анализ релятивистской динамики простейших малочастичных систем с запаздывающим взаимодействием. Установлены релятивистские механизмы как термодинамического поведения, так и синергетических эффектов в малочастичных системах.

**Ключевые слова:** классическая релятивистская динамика, статические межатомные потенциалы, запаздывающие взаимодействия, явление необратимости, уравнение Клейна-Гордона

**Для цитирования:** Захаров А. Ю. Классическая релятивистская динамика системы взаимодействующих частиц // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 34-46. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).34-46

*Research Article*

### CLASSICAL RELATIVISTIC DYNAMICS OF A SYSTEM OF INTERACTING PARTICLES

Zakharov A. Yu.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** A method is proposed for the relativistic description of the dynamics of systems of particles interacting through an auxiliary field which in the static mode is equivalent to given interatomic potentials, and in the dynamic mode is a classical relativistic field. It has been established that for static interatomic potentials, the Fourier transform of which is a rational algebraic function of the wave vector, the auxiliary field is a composition of elementary fields, each of which satisfies the Klein-Gordon equation, which is generally characterized by a complex mass. The interaction between particles through an auxiliary field is nonlocal both in space variables and in time (interaction retardation effect). A qualitative analysis of the relativistic dynamics of the simplest few-particle systems with retarded interaction has been carried out. The relativistic mechanisms of both thermodynamic behavior and synergetic effects in few-body systems have been established.

**Keywords:** classical relativistic dynamics, static interatomic potentials, delayed interactions, irreversibility phenomenon, Klein-Gordon equation

**For citation:** Zakharov A. Yu. Classical relativistic dynamics of a system of interacting particles // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 34-46. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).34-46

## Введение

Динамика классических релятивистских систем взаимодействующих частиц относится к числу давно сформулированных, но пока не решённых проблем. Суть проблемы заключается в поиске релятивистски инвариантного описания взаимодействий между частицами. В работах [1-3] показано, что взаимодействие между частицами несовместимо с релятивистской инвариантностью гамильтониана системы даже в случае системы, состоящей из всего двух частиц. Классические представления взаимодействия между частицами могут быть описаны в терминах потенциальной энергии, зависящей от мгновенных положений частиц, только в рамках нерелятивистской механики. В релятивистской теории взаимодействие между частицами осуществляется через поле, поэтому система взаимодействующих частиц фактически состоит из двух субстанций: частиц и поля. Таким образом, динамика системы взаимодействующих частиц должна содержать:

1. уравнения движения частиц, погруженных в поле;
2. уравнения динамики поля, создаваемого этими частицами.

Примером теории такого типа является классическая электродинамика, в которой взаимодействие между заряженными частицами осуществляется через векторное (электромагнитное) поле: динамика поля описывается уравнениями Максвелла, а динамика частиц — релятивистской динамикой [4-6].

Динамика системы частиц, взаимодействующих через поле, принципиально отличается от динамики системы частиц с непосредственным мгновенным взаимодействием между ними. Причины такого различия следующие.

1. Частицы и поле — это две взаимосвязанные подсистемы, внутри каждой из которых нет взаимодействий. В общем случае подсистема гамильтоновой системы негамильтонова [7]. Поэтому, хотя траектории в фазовом пространстве подсистемы частиц, безусловно, существуют, но как теорема Лиувилля о сохранении фазового объема, так и теорема Пуанкаре о возвращении для подсистемы частиц не выполняются.
2. Из-за ограниченной скорости распространения поля мгновенные силы, действующие на каждую из частиц системы, определяются положениями всех других частиц в более ранние моменты времени. Поэтому начальных условий типа задачи Коши только для частиц недостаточно для однозначной разрешимости этой задачи: требуется учесть полевые степени свободы, включая уравнения эволюции полей, а также начальные и граничные условия для них.

Начиная с 1900 г. и до недавнего времени появилось несколько работ, в которых исследуется динамика малочастичных модельных систем с парадоксальным поведением. Прежде всего, Лэмб исследовал модель осциллятора, прикрепленного к бесконечной струне [8, 9], и показал, что колебания этого осциллятора затухают. С современной точки зрения модель Лэмба представляет собой осциллятор,

погруженный в скалярное поле.

Далее в работах [10-14] исследовано несколько модельных систем двух тел с запаздывающим взаимодействием между ними. Динамика таких систем описывается функционально-дифференциальными уравнениями запаздывающего типа. Во всех исследованных моделях установлена необратимость динамики.

Наконец, в работе [15] установлено, что запаздывание во взаимодействиях между частицами приводит к невозможности стационарных свободных колебаний одномерной кристаллической решетки. В зависимости от типа модельного потенциала возможны только два варианта свободных колебаний одномерной решетки.

- Затухание колебаний всех атомов и переход системы в состояние покоя при больших временах  $t \rightarrow \infty$ . В этом случае при наличии переменного внешнего поля в системе возникают стационарные вынужденные колебания и устанавливается динамическое равновесие между системой атомов и внешним полем. По сути, такое состояние есть не что иное, как термодинамическое равновесие между атомами и создаваемым ими полем.
- Амплитуда хотя бы части колебаний неограниченно возрастает со временем. Это означает разрушение решетки.

В рамках этой модели релятивистский эффект запаздывания взаимодействия является нестатистическим механизмом установления макроскопического динамического равновесия в системе «частицы + создаваемое ими поле».

Таким образом, динамика классической системы частиц в рамках релятивистской полевой концепции взаимодействий между частицами содержит принципиальную возможность описания термодинамического поведения без использования вероятностных предположений, не допускающих прямой верификации.

Положим, что взаимодействие между покоящимися частицами допускает представление через мгновенный скалярный центральный двухчастичный потенциал  $v(r)$ . Этот потенциал служит отправной точкой для перехода от статических межатомных потенциалов к вспомогательному релятивистскому динамическому полю, которое только в статическом режиме эквивалентно межатомным потенциалам.

### **Теоретико-полевое представление межатомных взаимодействий**

Предположим, что мгновенный статический скалярный межатомный потенциал  $v(r)$  может быть представлен в виде интеграла Фурье:

$$v(r) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \tilde{v}(k) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (1)$$

где  $r = |\mathbf{r}|$ ,  $k = |\mathbf{k}|$ .

#### **1) Рационально-алгебраическая модель межатомных потенциалов**

Положим, что функция  $\tilde{v}(k)$  для действительных значений  $k$  ограничена и является рациональной алгебраической функцией от  $k^2$ :

$$\tilde{v}(k) = \frac{Q_{2m}(k)}{P_{2n}(k)}, \quad (m < n), \quad (2)$$

где  $Q_{2m}(k)$  и  $P_{2n}(k)$  – многочлены степеней  $2m$  и  $2n$  соответственно:

$$P_{2n}(k) = \sum_{s=0}^n C_s k^{2s}, \quad Q_{2m}(k) = \sum_{s=0}^m D_s k^{2s}, \quad (3)$$

$C_s, D_s$  – вещественные коэффициенты.

Из ограниченности функции  $\tilde{v}(k)$  на вещественной оси следует, что полином  $P_{2n}(k)$  не имеет действительных корней. Ограничимся случаем, когда кратность каждого из комплексных корней этого многочлена равна единице. Тогда разложение функции  $\tilde{v}(k)$  на простейшие дроби имеет вид

$$\tilde{v}(k) = \sum_{s=1}^n \frac{g_s}{k^2 + \mu_s^2}, \quad (4)$$

где  $g_s$  и  $\mu_s$ , вообще говоря, комплексные параметры, а  $\pm i\mu_s$  — корни многочлена  $P_{2n}(k)$ .

Функция (4) соответствует потенциалу вида

$$v(r) = \frac{1}{4\pi r} \sum_{s=1}^n g_s e^{-\mu_s r}, \quad \text{Re } \mu_s > 0. \quad (5)$$

Простейший частный случай, когда все  $\mu_s$  вещественны, изучен в работе [16]. В этом случае все коэффициенты  $g_s$  разложения (5) также вещественны и соответствующие межатомные потенциалы  $v(r)$  могут быть представлены в виде линейной комбинация потенциалов Юкавы.

Интерес представляет более общий случай, когда мнимые части хотя бы некоторых из  $\mu_s$  отличны от нуля.

$$\mu_s^\pm = \alpha_s \pm i\beta_s, \quad \beta_s \neq 0. \quad (6)$$

Тогда из вещественности потенциала  $v(r)$  следует, что каждой паре взаимно сопряженных параметров  $\mu_s^+, \mu_s^-$  соответствует пара взаимно сопряженных параметров  $g_s^+, g_s^-$  с тем, чтобы удовлетворять условию

$$\text{Im} \{g_s^+ e^{-\mu_s^+ r} + g_s^- e^{-\mu_s^- r}\} = 0. \quad (7)$$

В результате суммарный вклад каждой пары взаимно комплексно сопряженных параметров  $\mu_s^+$  и  $\mu_s^-$  в полный межатомный потенциал веществен и имеет вид

$$\begin{aligned} v_s(r) &= \frac{1}{4\pi r} e^{-\alpha_s r} (A_s \cos(\beta_s r) + B_s \sin(\beta_s r)) \\ &= \frac{\sqrt{A_s^2 + B_s^2}}{4\pi r} e^{-\alpha_s r} \sin(\beta_s r + \psi_s), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $A_s$  и  $B_s$  – вещественные параметры, связанные с  $g_s^\pm$  соотношением

$$g_s^\pm = \frac{1}{2}(A_s \pm iB_s). \quad (9)$$

В этом случае по крайней мере часть вкладов в полный межатомный потенциал представляют собой осциллирующие (синусоидальные) потенциалы, амплитуды которых  $C_s$  убывают по закону Юкавы:

$$C_s = \frac{\sqrt{A_s^2 + B_s^2}}{4\pi r} e^{-\alpha_s r}. \quad (10)$$

Таким образом, полный статический межатомный потенциал  $v(r)$ , преобразование Фурье которого  $\tilde{v}(k)$  является рациональной алгебраической функцией квадрата волнового вектора  $k^2 = |\mathbf{k}|^2$ , можно представить в виде линейной комбинации *элементарных потенциалов*  $v_s(r)$ :

$$v_s(r) = \frac{g_s}{4\pi r} e^{-\mu_s r}, \quad \text{Re } \mu_s > 0. \quad (11)$$

При  $\text{Im } \mu_s = 0$  соответствующий элементарный потенциал  $v_s(r)$  является потенциалом Юкавы. Для  $\text{Im } \mu_s \neq 0$  соответствующий вклад в полный межатомный потенциал состоит из пар взаимно комплексно сопряженных элементарных потенциалов вида

$$v_s^\pm(r) = g_s^\pm e^{-(\alpha_s \pm i\beta_s)r}, \quad g_s^+ = (g_s^-)^*, \quad (12)$$

причём каждый из элементарных потенциалов удовлетворяет уравнению

$$(\Delta - \mu_s^2)v_s(r) = 0. \quad (13)$$

и является статическим, т.е. не зависящим от времени, потенциалом.

## 2) Переход от межатомных потенциалов к уравнениям динамического поля

В работе [16] введено понятие вспомогательного поля  $\varphi(\mathbf{r}, t)$ , которое в статическом случае (т.е. для покоящихся частиц) совпадает с межатомным потенциалом  $v(r)$ , а в динамическом случае описывает взаимодействие между частицами в терминах классического релятивистского поля.

Переход от статического поля  $v(\mathbf{r})$  к динамическому релятивистскому полю  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  осуществляется в уравнениях поля заменой оператора Лапласа  $\Delta$  на оператор Даламбера  $\square$  [17, 18, 16]

$$\Delta \Rightarrow \square = \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}. \quad (14)$$

Применение этой процедуры к элементарным потенциалам  $v_s(\mathbf{r})$  приводит к уравнению Клейна-Гордона-Фока для элементарных вспомогательных полей  $\varphi_s(\mathbf{r}, t)$

$$(\square - \mu_s^2)\varphi_s(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (15)$$

Таким образом, реальное вспомогательное релятивистское поле, в терминах которого описывается взаимодействие между частицами, представляет собой линейную комбинацию, вообще говоря, комплексных элементарных полей  $\varphi_s(\mathbf{r}, t)$ , каждое из которых характеризуется комплексным параметром  $\mu_s$  и описывается соответствующим уравнением (15).

В результате полный набор уравнений, описывающих эволюцию системы взаимодействующих частиц, состоит из уравнений динамики частиц, погружённых в суперпозицию элементарных полей Клейна-Гордона, и уравнений эволюции полей Клейна-Гордона, источником которых являются частицы.

### 3) Функции Грина элементарных полей и множественность запаздываний взаимодействия

Функция Грина оператора Клейна-Гордона  $\hat{L}_s = \square - \mu_s^2$  определяется уравнением

$$(\square - \mu_s^2)G_s(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \quad (16)$$

и имеет известный вид [19, 20]

$$G_s(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = \frac{\delta\left(t - t' - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}\right)}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \theta\left(t - t' - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}\right) c\mu_s \frac{J_1\left(\mu_s\sqrt{c^2(t - t')^2 - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}\right)}{4\pi\sqrt{c^2(t - t')^2 - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}}, \quad (17)$$

где  $\theta(t)$  – “ступенька” Хевисайда,  $J_1(x)$  – функция Бесселя.

Отсюда следует запаздывающий потенциал Клейна-Гордона field [20]

$$\varphi_s(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{r}' \left[ \frac{\rho\left(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}\right)}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \mu_s \int_0^\infty \rho\left(\mathbf{r}', t - \frac{1}{c}\sqrt{\xi^2 + |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}\right) \frac{J_1(\mu_s\xi)}{4\pi\sqrt{\xi^2 + |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}} d\xi \right] \quad (18)$$

где

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t)) - \quad (19)$$

мгновенная микроскопическая плотность числа частиц (атомов).

1. Первое слагаемое в правой части формулы (18) содержит однозначно определенное запаздывание, соответствующая волнам, распространяющимся со скоростью света  $c$

$$\tau_1 = \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}. \quad (20)$$

2. Второе слагаемое этой же формулы содержит сразу бесконечное

(континуальное) множество запаздываний

$$\tau_2(\xi) = \frac{\sqrt{\xi^2 + |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}}{c} \geq \tau_1, \quad (0 < \xi < \infty), \quad (21)$$

зависящих от непрерывного параметра  $\xi$  и соответствующих волнам Клейна-Гордона, распространяющимся со скоростями от 0 до  $c$ . Отметим, что запаздывание  $\tau_2(\xi)$  может принимать сколь угодно большие значения. Это означает, что сколь угодно далекое прошлое системы оказывает прямое влияние на её эволюцию в текущий момент времени.

Таким образом, связь между эволюцией релятивистского вспомогательного поля  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  и динамикой системы частиц, порождающих это поле, нелокальна как по пространственным переменным, так и по времени. Поэтому взаимодействие между частицами, переносимыми вспомогательным полем, также нелокально. Временная нелокальность обусловлена динамической природой вспомогательного поля и может быть описана в терминах функционально-дифференциальных уравнений запаздывающего типа.

В связи с недостаточной разработанностью теории функционально-дифференциальных уравнений актуален анализ качественных свойств решений уравнений динамики систем с запаздывающими взаимодействиями между частицами.

### **Качественный анализ динамики систем в рамках полевой формы взаимодействия частиц**

#### *1) Задача двух тел*

Рассмотрим модель системы, состоящей из двух частиц, взаимодействующих через поле Клейна-Гордона  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  с параметрами

$$\mu^\pm = \alpha \pm i\beta. \quad (22)$$

Статический потенциал в этом случае имеет следующий вид

$$v(r) = \frac{A}{4\pi r} e^{-\alpha r} \sin(\beta r + \psi) \quad (23)$$

и имеет бесконечно много точек минимума, отделенных друг от друга точками максимума.

Ограничимся анализом одномерной динамики этой системы вдоль прямой, соединяющей частицы. В рамках нерелятивистской теории каждая из точек минимума потенциала является точкой устойчивого равновесия. Вблизи каждого из минимумов потенциала динамика системы близка к стационарным гармоническим колебаниям, которые могут длиться сколь угодно долго.

В рамках релятивистской теории существует также бесконечно много состояний статического равновесия, в которых расстояния между частицами совпадают с точками минимума статического потенциала, определяемого уравнением (23).

Однако, как показано в работах [14], в системе двух частиц с запаздывающим взаимодействием между ними все состояния равновесия неустойчивы. Дело в том, что запаздывание во взаимодействии между частицами приводит к невозможности стационарных гармонических колебаний вблизи точки минимума: в системе возникает бесконечно много нестационарных колебаний. При этом амплитуда хотя бы части этих колебаний увеличивается со временем. Таким образом, точка минимума статического межчастичного потенциала, которая в рамках нерелятивистской динамики является точкой устойчивого равновесия, в рамках релятивистской теории перестает быть таковой: сколь угодно малое начальное возмущение на малых временах приводит к возбуждению множественных гармоник как с возрастающими, так и с убывающими амплитудами.

Картина релятивистской динамики двухчастичной системы с многоямным статическим потенциалом несравненно более разнообразна, чем картина динамики системы с одним минимумом. Пусть в начальный момент времени система находится вблизи некоторой точки минимума многоямного статического потенциала. Вблизи этой точки бесконечно много нестационарных колебаний как с возрастающей, так и с убывающей амплитудой. В этом случае система неизбежно покидает окрестность точки начального минимума и оказывается в окрестности какого-либо из соседних минимумов.

Отметим, что амплитуда пространственных колебаний статического потенциала в уравнении (23)

$$C(r) = \frac{A}{4\pi r} e^{-\alpha r} \quad (24)$$

является *монотонной функцией* координаты  $r$ , а расстояния между точками соседних минимумов потенциала мало отличаются друг от друга. Следовательно, существует преимущественное направление скачков системы между точками минимумов статического потенциала  $v(r)$ : это удаление частиц друг от друга, т. е.  $r \rightarrow \infty$ .

Однако ситуация существенно изменяется, если полный статический потенциал содержит сумму хотя бы двух потенциалов с комплексными параметрами  $\mu_1^\pm$  и  $\mu_2^\pm$  ( $\mu_1^\pm \neq \mu_2^{\pm m}$ ) соответственно. В этом случае распределение точек минимумов статического потенциала становится весьма неравномерным, а скачки между соседними минимумами приобретают хаотический характер. В качестве примера на рисунке 1 показано качественное представление статического потенциала, представляющего собой сумму двух элементарных потенциалов с комплексными параметрами  $\mu_1^\pm$  и  $\mu_2^\pm$ . Множество потенциальных минимумов на этом рисунке разделено на группы, отделенные друг от друга сравнительно высокими барьерами.

Все скачки системы двух тел между минимумами одной группы происходят чаще, чем скачки между разными группами. Это приводит к возникновению иерархии времен в динамике даже двухчастичной системы и имеет признаки синергетического эффекта.

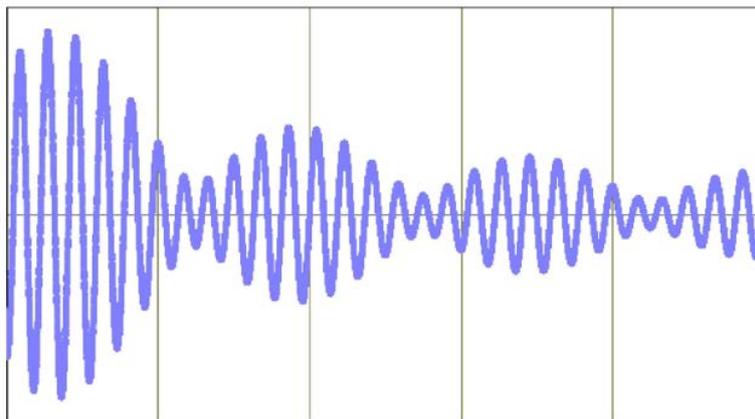


Рисунок 1. Качественный вид статического потенциала, представляющего собой сумму двух элементарных потенциалов с комплексными параметрами  $\mu_1^\pm$  и  $\mu_2^\pm$ .

## 2) Динамика одномерного кристалла и установление (термо)динамического равновесия

Аналогичные явления имеют место в динамике гармонической модели одномерного кристалла с запаздывающим взаимодействием между частицами [15]. В этой модели кристалла все частоты колебаний комплексные, поэтому стационарные свободные колебания системы невозможны. Поэтому в рамках релятивистской динамики гармонического кристалла при  $t \rightarrow \infty$  возможны только два сценария эволюции системы.

1. Амплитуды всех свободных колебаний со временем стремятся к нулю. В этом случае энергия колеблющихся частиц передается полю, через которое частицы взаимодействуют. В отсутствие границы поле обращается в бесконечность, унося с собой энергию. Все свободные колебания прекращаются. Если систему частиц поместить в ящик с непроницаемыми для поля границами, то поле возвращается к частицам как сила, приводящая к вынужденным стационарным колебаниям частиц. Этот пример иллюстрирует безвероятный динамический механизм установления термодинамического равновесия в системе.

2. Амплитуды хотя бы части колебаний кристалла увеличиваются. При этом происходит перестройка кристаллической структуры, описание которой неизбежно требует выхода за пределы гармонической модели. Это явление имеет признаки синергетического эффекта.

## 3) Возможен ли эффект конфайнмента в классической релятивистской динамике?

Заметим, что функция  $v_s(r)$  в формуле (11) формально удовлетворяет уравнению (13) не только при условии  $\text{Re } \mu_s > 0$ , но и при противоположном условии:  $\text{Re } \mu_s < 0$ . Этот вариант обычно не рассматривается, полагая, что статический

межчастичный потенциал  $v_s(r)$  должен стремиться к нулю при  $r \rightarrow \infty$ .

Тем не менее, рассмотрим статический потенциал типа (11) при  $\text{Re } \mu_s = -\alpha < 0$ ,  $\text{Im } \mu_s = 0$  применительно к полевой форме взаимодействий в классических системах

$$v(r) = \frac{C}{4\pi r} e^{\alpha r}, \quad \alpha > 0. \quad (25)$$

Этот потенциал стремится к бесконечности как при  $r \rightarrow +0$ , так и при  $r \rightarrow +\infty$ , и имеет единственный минимум в точке  $r = \alpha^{-1}$ . В рамках классической механики такой потенциал соответствует взаимному захвату частиц и невозможности разделения системы частиц на составные части. Эта ситуация формально аналогична явлению удержания кварков, который исследуется в рамках квантовой хромодинамики.

Отметим привлекательные свойства этого потенциала.

- Динамическое поле, соответствующее этому статическому потенциалу, удовлетворяет уравнению Клейна-Гордона и поэтому является релятивистским.
- Это поле способно обеспечить устойчивость комплекса, состоящего из конечного числа частиц, в рамках нерелятивистского приближения.

Однако непосредственное исследование динамики задачи двух тел с таким статическим потенциалом в рамках релятивистской теории наталкивается на весьма существенные трудности.

- С одной стороны, в рамках релятивистской теории комплексность корней характеристического уравнения приводит к невозможности малых стационарных колебаний и потере устойчивости системы.
- С другой стороны, бесконечному удалению частиц друг от друга препятствует неограниченный рост потенциала при  $r \gg \alpha^{-1}$ . К сожалению, качественный анализ поведения системы при условии  $r \geq \alpha^{-1}$  наталкивается на очевидные и пока непреодоленные принципиальные трудности.

### **Обсуждение и выводы**

Основные принципы, лежащие в основе этой работы, состоят в следующем.

1. Межатомные взаимодействия имеют полевую природу. Поэтому любая реальная система состоит из частиц и поля, создаваемого этими частицами и передающего взаимодействия между этими частицами.

2. В случае покоящихся атомов взаимодействие между ними можно описать межатомными потенциалами. Но в случае движущихся атомов взаимодействие описывается вспомогательным скалярным релятивистским полем.

3. Вспомогательное скалярное поле представляет собой суперпозицию элементарных полей, каждое из которых характеризуется своей, вообще говоря, комплексной массой и удовлетворяет уравнению Клейна – Гордона. Параметры

элементарных полей однозначно выражаются через характеристики статических межатомных потенциалов.

4. В силу конечности масс элементарных полей скорость распространения полей Клейна-Гордона может принимать любые значения, меньшие скорости света. Это приводит к тому, что запаздывание взаимодействий между частицами может достигать сколь угодно больших значений.

5. Запаздывание взаимодействий между частицами является реальным физическим механизмом, приводящим к необратимости динамики как многочастичных, так и малочастичных систем.

### Благодарности

Я искренне признателен Я. И. Грановскому, М. А. Захарову и В. В. Зубкову за стимулирующие дискуссии.

### Список литературы

1. Currie D. G. Interaction contra classical relativistic Hamiltonian particle mechanics // J. Math. Phys. 1963. 4(12).1470-1488.
2. Currie D. G., Jordan T. F., Sudarshan E. C. G. Relativistic invariance and Hamiltonian theories of interacting particles // Rev. Mod. Phys. 1963. 35(2). 350-375.
3. Leutwyler H. // Nuovo Cimento. 1965. 37(2). 556-567.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. Москва, Наука, 1988.
5. Synge J. L. Relativity: The Special Theory. Amsterdam, North Holland, 1956. 450 p.
6. Kosyakov B. P. Introduction to the Classical Theory of Particles and Fields. Berlin, Springer, 2007.
7. Uchaikin V. V. On time-fractional representation of an open system response // Fract. Calc. Appl. Anal. 2016. 19.1306-1315. DOI: 10.1515/fca-2016-0068
8. Lamb H. On a Peculiarity of the Wave-System due to the Free Vibrations of a Nucleus in an Extended Medium // Proc. Lond. Math. Soc. 1900. s1-32. 208-211. DOI: 10.1112/PLMS/S1-32.1.208
9. Love A. E. H. Some Illustrations of Modes of Decay of Vibratory Motions // Proc. Lond. Math. Soc. 1905. s2-2. 88-113.
10. Synge J. L. The Electromagnetic Two-Body Problem // Proc. Roy. Soc. A. 1940. 177. 118-139. DOI: 10.1098/rspa.1940.0114
11. Driver R. D. A Two-Body Problem of Classical Electrodynamics: The One-Dimensional Case // Annals of Physics. 1963. 21(1). 122-142. DOI: 10.1016/0003-4916(63)90227-6
12. Hsing D. K. Existence and Uniqueness Theorem for the One-Dimensional Backwards Two-Body Problem of Electrodynamics // Phys. Rev. D. 1977. 16. 974-982. DOI: 10.1103/PhysRevD.16.974
13. Hoag J. T., Driver R. D. A Delayed-Advanced Model for the Electrodynamics Two-Body Problem // Nonlinear Anal. Theory Methods Appl. 1990. 15. 165-184.
14. Zakharov A. Yu. On Physical Principles and Mathematical Mechanisms of the Phenomenon of Irreversibility // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2019. 525. 1289-1295. DOI: 10.1016/j.physa.2019.04.047

15. Zakharov A. Y., Zakharov M. A. Microscopic Dynamic Mechanism of Irreversible Thermodynamic Equilibration of Crystals // *Quantum Reports*. 2021. 3. 724-730. DOI: 10.3390/quantum3040045
16. Zakharov A. Y., Zubkov V. V. Field-Theoretical Representation of Interactions between Particles: Classical Relativistic Probability-Free Kinetic Theory // *Universe*. 2022. 8(281). 1-11. DOI: 10.3390/universe8050281
17. Lorenz L. On the identity of the vibrations of light with electrical currents // *Philos. Mag.* 1867. 34. 287-301. DOI: 10.1080/14786446708639882
18. Riemann B. A contribution to electrodynamics // *Philos. Mag. Ser.* 1867. 34. 368-372. DOI: 10.1007/978-3-319-60039-0\_3
19. Morse P. M., Feshbach H. *Methods of Theoretical Physics*. New York, McGraw-Hill, 1953.
20. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. *Классическая теория поля*. Москва, ГИТТЛ, 1949. 432 с.

### References

1. Currie D. G. Interaction contra classical relativistic Hamiltonian particle mechanics // *J. Math. Phys.* 1963. 4(12).1470-1488.
2. Currie D. G., Jordan T. F., Sudarshan E. C. G. Relativistic invariance and Hamiltonian theories of interacting particles // *Rev. Mod. Phys.* 1963. 35(2). 350-375.
3. Leutwyler H. // *Nuovo Cimento*. 1965. 37(2). 556-567.
4. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Teoriya polya [Field theory]*. Moscow, Nauka Publ., 1988.
5. Synge J. L. *Relativity: The Special Theory*. Amsterdam, North Holland, 1956. 450 p.
6. Kosyakov B. P. *Introduction to the Classical Theory of Particles and Fields*. Berlin, Springer, 2007.
7. Uchaikin V. V. On time-fractional representation of an open system response // *Fract. Calc. Appl. Anal.* 2016. 19.1306-1315. DOI: 10.1515/fca-2016-0068
8. Lamb H. On a Peculiarity of the Wave-System due to the Free Vibrations of a Nucleus in an Extended Medium // *Proc. Lond. Math. Soc.* 1900. s1-32. 208-211. DOI: 10.1112/PLMS/S1-32.1.208
9. Love A. E. H. Some Illustrations of Modes of Decay of Vibratory Motions // *Proc. Lond. Math. Soc.* 1905. s2-2. 88-113.
10. Synge J. L. The Electromagnetic Two-Body Problem // *Proc. Roy. Soc. A*. 1940. 177. 118-139. DOI: 10.1098/rspa.1940.0114
11. Driver R. D. A Two-Body Problem of Classical Electrodynamics: The One-Dimensional Case // *Annals of Physics*. 1963. 21(1).122-142. DOI: 10.1016/0003-4916(63)90227-6
12. Hsing D. K. Existence and Uniqueness Theorem for the One-Dimensional Backwards Two-Body Problem of Electrodynamics // *Phys. Rev. D*. 1977. 16. 974-982. DOI: 10.1103/PhysRevD.16.974
13. Hoag J. T., Driver R. D. A Delayed-Advanced Model for the Electrodynamics Two-Body Problem // *Nonlinear Anal. Theory Methods Appl.* 1990. 15. 165-184.
14. Zakharov A. Yu. On Physical Principles and Mathematical Mechanisms of the Phenomenon of Irreversibility // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2019. 525. 1289-1295. DOI: 10.1016/j.physa.2019.04.047

15. Zakharov A. Y., Zakharov M. A. Microscopic Dynamic Mechanism of Irreversible Thermodynamic Equilibration of Crystals // Quantum Reports. 2021. 3. 724-730. DOI: 10.3390/quantum3040045
16. Zakharov A. Y., Zubkov V. V. Field-Theoretical Representation of Interactions between Particles: Classical Relativistic Probability-Free Kinetic Theory // Universe. 2022. 8(281). 1-11. DOI: 10.3390/universe8050281
17. Lorenz L. On the identity of the vibrations of light with electrical currents // Philos. Mag. 1867. 34. 287-301. DOI: 10.1080/14786446708639882
18. Riemann B. A contribution to electrodynamics // Philos. Mag. Ser. 1867. 34. 368-372. DOI: 10.1007/978-3-319-60039-0\_3
19. Morse P. M., Feshbach H. Methods of Theoretical Physics. New York, McGraw-Hill, 1953.
20. Ivanenko D. D., Sokolov A. A. Klassicheskaya teoriya polya [Classical field theory]. Moscow, GITTL Publ., 1949. 432 p.

#### **Информация об авторах**

*Захаров Анатолий Юльевич* – доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7850-0086, Anatoly.Zakharov@novsu.ru

## ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.315.592

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).47-57

ГРНТИ 29.19.31

Специальность ВАК 1.3.8; 2.2.2

*Научная статья*

### ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ СТРУКТУРЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ ИЗОВАЛЕНТНОГО ЗАМЕЩЕНИЯ

Захаров А. Ю., Захаров М. А., Казаков А. Е.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Работа посвящена применению обобщенной модели Лифшица и теории деформационного потенциала к аналитическому исследованию энергетического спектра твёрдых растворов изовалентного замещения полупроводниковых соединений  $A^3B^5$ . В теории учитываются отличие собственных потенциалов замещающего и замещаемого атомов, а также деформация кристаллической решётки, обусловленная различием атомных размеров примесных и замещаемых атомов. Рассмотрены основные деформационные эффекты в твёрдых растворах замещения и обсуждён выбор нулевого приближения (модель кристалла нулевого приближения). В рамках метода функции Грина представлен самосогласованный метод расчёта ширины запрещённой зоны раствора  $Al_{c_1^{(1)}}Ga_{c_2^{(1)}}In_{1-c_1^{(1)}-c_2^{(1)}}P_{c_1^{(2)}}As_{c_2^{(2)}}Sb_{1-c_1^{(2)}-c_2^{(2)}}$  в широком интервале составов, проведено численное моделирование энергетических зазоров и деформационных потенциалов. Рассмотрены перспективы дальнейшего развития теории.

**Ключевые слова:** запрещённая зона, функция Грина, изовалентные растворы, амплитуда рассеяния, примесный атом, деформационный потенциал

**Для цитирования:** Захаров А. Ю., Захаров М. А., Казаков А. Е. Теория электронной структуры полупроводниковых твердых растворов изовалентного замещения // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 47-57. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).47-57

*Research Article*

### THEORY OF THE ELECTRONIC STRUCTURE OF SEMICONDUCTOR SOLID SOLUTIONS OF ISOVALENT SUBSTITUTION

Zakharov A. Yu., Zakharov M. A., Kazakov A. E.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The work is devoted to the application of the generalized Lifshitz model and the theory of deformation potential to the analytical study of the energy spectrum of solid solutions of isovalent substitution of  $A^3B^5$  semiconductor compounds. The theory takes into account the difference between the intrinsic potentials of the substituting and substituted atoms, as well as the deformation of the crystal lattice due to the difference in the atomic sizes of the impurity and substituted atoms. The main deformation effects in substitutional solid solutions have been considered and the choice of the zero approximation (zero approximation crystal model) has been discussed. Within the framework of the Green function method, a self-consistent method for calculating the band gap of a solution  $Al_{c_1^{(1)}}Ga_{c_2^{(1)}}In_{1-c_1^{(1)}-c_2^{(1)}}P_{c_1^{(2)}}As_{c_2^{(2)}}Sb_{1-c_1^{(2)}-c_2^{(2)}}$  is presented in a wide range of compositions, numerical modeling of energy gaps and deformation potentials has been carried out. The prospects of further development of the theory have been considered.

**Keywords:** band gap, Green's function, isovalent solutions, scattering amplitude, impurity atom, deformation potential

**For citation:** Zakharov A. Yu., Zakharov M. A., Kazakov A. E. Theory of the electronic structure of semiconductor solid solutions of isovalent substitution // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 47-57. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).47-57

## Введение

Полупроводниковые растворы  $A^3B^5$ ,  $A^2B^6$  и твёрдые растворы на их основе относятся к числу наиболее распространенных и важных в прикладном аспекте неупорядоченных систем. Исследование энергетического спектра подобных кристаллов представляет собой актуальную задачу физики полупроводников. При этом одним из наиболее эффективных методов расчёта является метод функции Грина (см., например, обзор И. М. Лифшица [1]). Следует отметить, что обычно взаимная растворимость твёрдых тел невелика, что позволяет использовать предел малой концентрации примеси. В этом случае каждый из электронов находится в поле не более чем одной примеси. Принципиально иная картина складывается в случае изовалентных (изоэлектронных) твёрдых растворов замещения, когда соединение образовано элементами, принадлежащими одной группе и подгруппе Периодической системы Д. И. Менделеева. Как следствие, в таких системах взаимная растворимость компонентов в твёрдом состоянии значительна и соответствующие твёрдые растворы существуют в широком интервале концентраций. В связи с этим для исследования энергетического спектра таких неупорядоченных систем необходимо использовать модели растворов с конечной концентрацией примеси. На сегодняшний день наиболее подробно исследованы модели Андерсона [2], Лифшица [1] и Ллойда [3].

Целью данной работы является применение обобщенной модели Лифшица и теории деформационного потенциала (см., например, [4, 5]) к исследованию энергетического спектра полупроводниковых соединений  $A^3B^5$ , а также нахождение ширины запрещенной зоны раствора  $Al_{c_1^{(1)}}Ga_{c_2^{(1)}}In_{1-c_1^{(1)}-c_2^{(1)}}P_{c_1^{(2)}}As_{c_2^{(2)}}Sb_{1-c_1^{(2)}-c_2^{(2)}}$  в широком интервале составов.

Работа построена следующим образом. Во втором разделе кратко рассматриваются основные деформационные эффекты в твёрдых растворах замещения и обсуждается выбор нулевого приближения (модель кристалла нулевого приближения). Третий раздел посвящен самосогласованному методу расчёта ширины запрещенной зоны раствора. В заключении кратко сформулированы некоторые перспективы теории.

## Деформационные эффекты в твёрдых растворах и выбор нулевого приближения

Как известно [6], введение в кристалл одиночной примеси замещения приводит к появлению дальнедействующего поля деформаций кристаллической решётки, убывающего на больших расстояниях по закону

$$|\delta R_n| \propto \frac{1}{|R_n|^2}, \quad (1)$$

( $\mathbf{R}_n$  – расстояние  $n$ -го атома от примесного атома), причём поля деформаций обусловлены как различием атомных размеров компонентов, так и различиями межатомных потенциалов, а также перекрёстными (интерференционными) эффектами. При этом полный возмущающий потенциал примеси для электрона обусловлен тремя основными эффектами. Первый фактор – отличие собственных потенциалов замещающего и замещаемого атомов. Второй – деформация самой кристаллической решётки, связанная с различием атомных размеров примеси и замещаемого атома. Наконец, третий фактор – изменение собственных потенциалов атомов, окружающих примесь, вследствие её силового поля (интерференционные эффекты).

Таким образом, рассеивателем для электрона в примесном кристалле является комплекс «примесный атом плюс окружение примесного атома в кристалле».

Для расчёта энергетического спектра рассматриваемого кристалла определим одночастичную функцию Грина операторным соотношением:

$$G(\omega) = [\omega - H]^{-1}, \quad (2)$$

где  $\omega$  – энергетический параметр,  $H$  – гамильтониан электрона и введем  $g(\omega) = \langle G(\omega) \rangle$  – усреднённую функцию Грина. Здесь угловые скобки  $\langle \dots \rangle$  обозначают усреднение по конфигурациям системы.

Введем массовый оператор  $\Sigma(\omega)$

$$g(\omega) = [\omega - H_0 - \Sigma(\omega)]^{-1}, \quad (3)$$

где  $H_0$  – гамильтониан электрона в идеальном кристалле.

В рамках одночастичного приближения знание одной из функций  $g(\omega)$ ,  $\Sigma(\omega)$  достаточно для расчёта равновесных свойств сплава, включая его электронную структуру.

В пределе малой концентрации примеси одного типа массовый оператор может быть записан в виде

$$\Sigma = c T, \quad (4)$$

где  $c$  – атомная концентрация примеси,  $T$  – амплитуда рассеяния ( $T$ -матрица) электрона на одиночной примеси, удовлетворяющая операторному уравнению Липпмана-Швингера [7]

$$T = V + V G_0 T, \quad (5)$$

где  $V$  – полный потенциал рассеивателя,  $G_0(\omega) = [\omega - H_0]^{-1}$ ,  $H_0$  – гамильтониан электрона в идеальном кристалле.

Если  $V$  состоит из нескольких вкладов

$$V = \sum_n V_n, \quad (6)$$

то каждому из  $V_n$  можно сопоставить амплитуду рассеяния  $t_n$  с помощью уравнения

$$t_n = V_n + V_n G_0 t_n. \quad (7)$$

Ясно, что  $T \neq \sum_n t_n$ . Определим  $t'_n$ -матрицы с помощью соотношения [7]

$$t'_n = V_n + V_n G_0 T. \quad (8)$$

Тогда

$$\sum_n t'_n = T. \quad (9)$$

Исключая  $V_n$  из уравнений (7,8), найдем

$$t'_n = t_n + t_n G_0 \sum_{m \neq n} t'_m. \quad (10)$$

Система уравнений (10) была получена Фаддеевым [8]. Она позволяет выразить полную амплитуду рассеяния электрона (9) при нескольких механизмах рассеяния через точные амплитуды рассеяния электрона  $t_n$  на отдельных вкладах  $V_n$  в полный потенциал  $V$ .

Согласно [9], при определённых условиях на основании уравнений Фаддеева можно получить точное аналитическое выражение для полной амплитуды рассеяния электрона на комплексе «примесный атом плюс поле искажений кристаллической решётки вокруг примеси».

Пусть

$$V = V_1 + V_2, \quad (11)$$

где  $V_1$  – собственный возмущающий потенциал примесного атома,  $V_2$ , – потенциал, связанный с деформацией кристаллической решётки в окрестности примесного атома.

В случае короткодействующего  $V_1$  амплитуды рассеяния на собственно примесном атоме  $t_1(\omega)$  имеют вид:

$$\langle \mathbf{p} | t_1 | \mathbf{p}' \rangle = V_0 [1 - G_0(\omega) V_0]^{-1} = t_1(\omega), \quad (12)$$

где

$$G_0(\omega) = \sum_{\mathbf{p}} [\omega - \varepsilon(\mathbf{p})]^{-1}, \quad (13)$$

здесь  $V_0$  – «интенсивность» потенциала  $V_1$ , суммирование по  $\mathbf{p}$  осуществляется в пределах первой зоны Бриллюэна,  $\varepsilon(\mathbf{p})$  – «затравочный» спектр (т.е. спектр оператора  $H_0$ ). Заметим, что как и в модели Лифшица, матричные элементы  $\langle \mathbf{p} | t_1 | \mathbf{p}' \rangle$  не зависят от  $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$ .

Для нахождения амплитуды рассеяния на поле искажений кристаллической решётки, обусловленном различием размеров замещающего и замещаемого атомов  $\langle \mathbf{p} | V_2 | \mathbf{p}' \rangle$  необходимо знать явный вид потенциала, создаваемый полем деформации кристаллической решётки в окрестности примесного атома:

$$V_2(\mathbf{r}) = \sum_n [v_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) - v_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0)] \cong \sum_n (\nabla v_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0) \cdot \delta \mathbf{R}_n), \quad (14)$$

( $v_0$  – атомные потенциалы), где [6]

$$\delta \mathbf{R}_n = \frac{\Delta v_1}{12\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\mathbf{R}_n^0}{|\mathbf{R}_n^0|^3}, \quad (15)$$

$\Delta v_1$  – изменение объема, обусловленное одним примесным атомом,  $\nu$  – коэффициент Пуассона кристалла ( $0 \leq \nu \leq 1/2$ ), примесный атом расположен в начале координат.

Тогда матричные элементы потенциала  $V_2(\mathbf{r})$  имеет вид

$$\langle \mathbf{p} | V_2 | \mathbf{p}' \rangle = \frac{\Delta v_1}{3\Omega_0} \langle \mathbf{p} | v_0 | \mathbf{p}' \rangle \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\sin(|\mathbf{p}-\mathbf{p}'| a_0)}{|\mathbf{p}-\mathbf{p}'| a_0}, \quad (16)$$

где  $\langle \mathbf{p} | v_0 | \mathbf{p}' \rangle$  – матричный элемент атомного потенциала кристалла,  $\Omega_0$  – объем элементарной ячейки кристалла,  $a_0$  – постоянная решетки.

В формуле (14) сохранены только линейные по  $\Delta v_1/\Omega_0$  члены, поэтому необходимо сохранить только линейные члены и в выражении для  $\langle \mathbf{p} | V_2 | \mathbf{p}' \rangle$ , т.е.

$$\langle \mathbf{p} | t_2 | \mathbf{p}' \rangle \cong \langle \mathbf{p} | V_2 | \mathbf{p}' \rangle. \quad (17)$$

Наконец, если примесь не образует связанного состояния электрона, то, как показано в [9], вклад интерференционного члена в полную амплитуду рассеяния электрона на комплексе «изоэлектронная примесь плюс деформация решётки вокруг этой примеси» относительно невелик и в дальнейшем учитываться не будет.

Таким образом, при малом значении величины  $\Delta v_1/\Omega_0$  полная амплитуда рассеяния электрона на комплексе «примесный атом плюс поле искажений кристаллической решётки вокруг примеси» в рассматриваемой модели допускает представление в виде суммы двух слагаемых (12) и (16).

Для количественного расчёта электронной структуры изоэлектронных твёрдых растворов необходимо знать матричные элементы возмущающих потенциалов примесей. С этой целью рассмотрим твёрдый раствор изоэлектронного замещения, в котором часть атомов основного вещества А замещена на примесные атомы В. Гамильтониан электрона запишем в виде

$$H = H_0 + \sum_n V_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) + \sum_n \xi(\mathbf{R}_n) V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n), \quad (18)$$

где  $H_0$  – гамильтониан свободного электрона,  $V_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n)$  – потенциал взаимодействия электрона с  $j$ -м атомом основного вещества,  $V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n)$  – возмущающий потенциал примесного атома,  $\xi(\mathbf{R}_j)$  – согласно модели Лифшица, случайная переменная, равная единице, если в  $j$ -м узле находится атом примеси, и нулю в противном случае.

Заметим, что отличие атомных размеров компонентов раствора А и В приводит к макроскопическому изменению объёма кристалла. Как следствие, атомные потенциалы, содержащиеся в (18), вообще говоря, не могут быть разложены по степеням  $\delta \mathbf{R}_n$ .

Следуя [10, 11], в качестве нулевого приближения выберем идеальный кристалл исходного вещества, приведенный с помощью однородной деформации к объёму твёрдого раствора. Тогда

$$H = \tilde{H}_0 + \tilde{V}, \quad (19)$$

где

$$\tilde{H} = H_0 + \sum_n V_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0), \quad (20)$$

$$\tilde{V} = \sum_n \xi(\mathbf{R}_n) V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) + \sum_n [V_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) - V_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0)], \quad (21)$$

$\mathbf{R}_n^0$  – узлы кристалла нулевого приближения (КНП).

Смещения атомов в растворе относительно узлов КНП малы, поэтому разложение по степеням  $\delta\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_n - \mathbf{R}_n^0$  допустимо. Все матричные элементы в дальнейшем должны вычисляться на собственных функциях электрона в КНП.

Зонная структура исходного идеального кристалла предполагается известной. На первом этапе требуется найти зонную структуру КНП. Поскольку последний получается из исходного кристалла с помощью однородной деформации, то расчёт его зонной структуры может быть осуществлен стандартными методами [4]. В частности, при обычно выполняющемся условии  $\Delta\Omega/\Omega \ll 1$  поправку к спектру в какой-либо точке  $\mathbf{p}$ -пространства  $n$ -й зоны можно представить в виде

$$\Delta\varepsilon_n^a(\mathbf{p}) = \frac{\partial\varepsilon_n(\mathbf{p})}{\partial\ln\Omega} \frac{\Delta\Omega}{\Omega}. \quad (22)$$

Раскладывая полное возмущение (21) по степеням отклонений положений атомов в растворе от узлов КНП, имеем

$$\begin{aligned} \tilde{V} = & \sum_n \xi(\mathbf{R}_n) V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0) \\ & + [\sum_n \xi(\mathbf{R}_n) (\nabla_{\mathbf{r}} V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0) \cdot \delta\mathbf{R}_n) + \sum_n (\nabla_{\mathbf{r}} V_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0) \cdot \delta\mathbf{R}_n)] \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n,i,j} \{ \xi(\mathbf{R}_n) \frac{\partial^2 V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0)}{\partial r_i \partial r_j} + \frac{\partial^2 V_0(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n^0)}{\partial r_i \partial r_j} \} \delta R_n^i \delta R_n^j, \end{aligned} \quad (23)$$

где индексы  $i, j$  нумеруют декартовы проекции векторов смещения  $\delta\mathbf{R}_n$ .

Как видно из разложения (23), основной вклад возмущения (21) определяется членами нулевого порядка по  $\delta\mathbf{R}_n$ . Линейный по степеням смещений член соответствует интерференционному вкладу в амплитуду рассеяния, которым, как было отмечено выше, можно пренебречь. Такое приближение соответствует учёту только однородной части деформации кристаллической решётки и пренебрежению связью между распределением примеси и искажениями решётки.

Наконец, оценка квадратичных поправок не представляет особого труда (см., например, [6]).

### Схема расчёта ширины запрещенной зоны

Рассмотрим общую схему расчёта зависимости ширины запрещённой зоны твёрдых растворов применительно к сплавам изоэлектронного замещения  $A^3B^5$

[12, 13], основанную на идеях, изложенных выше. В качестве примера рассмотрим систему  $\text{Al}_{c_1^{(1)}}\text{Ga}_{c_2^{(1)}}\text{In}_{1-c_1^{(1)}-c_2^{(1)}}\text{P}_{c_1^{(2)}}\text{As}_{c_2^{(2)}}\text{Sb}_{1-c_1^{(2)}-c_2^{(2)}}$ .

Выберем в качестве нулевого приближения идеальный кристалл с постоянной решётки  $a_0$  и зонной структурой, определяемой известным законом дисперсии  $\varepsilon_n^0(\mathbf{p})$ . Любой из полупроводников рассматриваемого семейства получается из него с помощью однородной деформации и введения примесных атомов двух типов в соответствующие подрешётки. Закон дисперсии в полупроводнике в  $n$ -й зоне связан со спектром  $\varepsilon_n^0(\mathbf{p})$  соотношением

$$\varepsilon_n^{ij}(\mathbf{p}) = \varepsilon_n^0(\mathbf{p}) + \Delta\varepsilon_n^a(\mathbf{p}) + V_i^{(1)} + V_j^{(2)}, \quad (24)$$

где  $\Delta\varepsilon_n^a(\mathbf{p})$  – деформационная поправка к спектру,  $V_i^{(1)}$  и  $V_j^{(2)}$  – матричные элементы возмущающих потенциалов атомов в катионной и анионной подрешётках, взятые на блоховских функциях соответствующей зоны исходного кристалла, приведённого к объёму полупроводника, индекс  $i$  нумерует компоненты катионной подрешётки,  $j$  – анионной.

Матричные элементы потенциалов  $V_i^{(1)}$  и  $V_j^{(2)}$  зависят от объёма элементарной ячейки полупроводника  $\Omega_{ij}$ , причём в случае малого отличия  $\Omega_{ij}$  от  $\Omega_0$  ( $\Omega_0$  — объём элементарной ячейки, соответствующей выбору нулевого приближения) положим

$$V_i^{(1)} = V_i^{(1)}(\Omega_0) + \varepsilon_{ij} w_i^{(1)}, \quad (25)$$

$$V_j^{(2)} = V_j^{(2)}(\Omega_0) + \varepsilon_{ij} w_j^{(2)}, \quad (26)$$

где

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\Omega_{ij} - \Omega_0}{\Omega_0}, \quad (27)$$

здесь  $\Omega_{ij}$  – объём элементарной ячейки, катионная подрешётка которой состоит из  $i$ -го элемента III группы (Al, Ga, In), а анионная подрешётка – из  $j$ -го элемента V группы (P, As, Sb).

Тогда величина энергетического зазора между точками  $\Gamma_1^c$  и  $\Gamma_{15}^v$  определяется формулой

$$E_{ij} = E_0 + \left[ \frac{\partial E_0}{\partial \ln \Omega} - w_i^{(1)} - w_j^{(2)} \right] \varepsilon_{ij} - \left[ V_i^{(1)}(\Omega_0) + V_j^{(2)}(\Omega_0) \right], \quad (28)$$

где  $E_0$  — величина соответствующего зазора в КНП, т.е. при  $\Omega = \Omega_0$ .

Заметим, что величины

$$\frac{\partial E_0}{\partial \ln \Omega} - w_i^{(1)} - w_j^{(2)} = A_{ij}, \quad (29)$$

входящие в систему (28), представляют собой деформационные потенциалы

$$A_{ij} = \frac{\partial}{\partial \ln \Omega} [E_{ij}(\Gamma_1^c) - E_{ij}(\Gamma_{15}^v)], \quad (30)$$

которые для многих полупроводников известны (см., например, [14, 15, 16]).

Пусть индексы  $i, j$  пробегает значения 1, 2, 3: для полупроводниковых соединений  $A^3B^5$   $i = 1, 2, 3$  для элементов Al, Ga, In, а  $j = 1, 2, 3$  – для элементов P, As, Sb соответственно. Тогда системы (28) и (29) содержат по девять уравнений, а суммарное число неизвестных равно 14 ( $V_i^{(1)}(\Omega_0), V_j^{(2)}(\Omega_0), w_i^{(1)}, w_j^{(2)}, E_0, \partial E_0 / \partial \ln \Omega$ ). При этом состав твёрдого раствора соединений  $A^3B^5$  описывается шестью переменными  $c_i^{(1)}, c_j^{(2)}$  – концентрациями  $i$ -го и  $j$ -го компонентов в катионной и анионной подрешетках, причём

$$\sum_{i=1}^3 c_i^\alpha = 1, \quad (\alpha = 1, 2). \quad (31)$$

В итоге расчётная формула для зависимости ширины запрещённой зоны твёрдого раствора  $Al_{c_1^{(1)}}Ga_{c_2^{(1)}}In_{1-c_1^{(1)}-c_2^{(1)}}P_{c_1^{(2)}}As_{c_2^{(2)}}Sb_{1-c_1^{(2)}-c_2^{(2)}}$  от состава принимает вид [9]

$$E(c_1^{(1)}, c_2^{(1)}, c_1^{(2)}, c_2^{(2)}) = E_0 + \frac{\partial E_0}{\partial \ln \Omega} \varepsilon(\Omega) - \sum_{\alpha=1}^2 \int_0^\infty e^{-t} \frac{\sum_{k=1}^2 c_k^{(\alpha)} (V_k^{(\alpha)}) \exp(g V_k^{(\alpha)} t)}{1 - \sum_{k=1}^2 c_k^{(\alpha)} [1 - \exp(g V_k^{(\alpha)} t)]} dt, \quad (32)$$

где  $V_i^{(\alpha)}, V_j^{(\alpha)}$  определяются из соотношений (25) и (26) соответственно. Соотношения для вычисления  $E_0, \partial E_0 / \partial \ln \Omega$  представлены в обзоре [9]. Заметим, что величина  $g$ , содержащаяся в подынтегральной функции этого соотношения для ГЦК решёток, определяется по формуле

$$g \approx \frac{1.79}{E_b}, \quad (33)$$

в которой в качестве  $E_b$  подставляется значение ширины подзоны тяжёлых дырок кристалла нулевого приближения, зависящей от состава твёрдого раствора.

В результате численных расчётов были получены значения соответствующих энергетических зазоров соединений  $E_{ij}$  и величины  $\varepsilon_{ij}$

$$E_{ij} = \begin{pmatrix} 3.88 & 2.16 & 1.60 \\ 2.25 & 1.43 & 0.72 \\ 1.28 & 0.36 & 0.18 \end{pmatrix}, \quad (\text{эВ}) \quad (34)$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} -0.2057 & -0.1098 & 0.1291 \\ -0.2087 & -0.1168 & 0.1072 \\ -0.0119 & 0.0870 & 0.3296 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Результаты расчётов деформационных потенциалов полупроводниковых соединений имеют вид

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} -5.39 & -4.88 & -3.87 \\ -6.02 & -5.61 & -4.50 \\ -4.42 & -4.01 & -2.90 \end{pmatrix}. \quad (\text{эВ}) \quad (36)$$

Наконец, матричные элементы атомных потенциалов данных полупроводниковых соединений были также получены и здесь из-за своей громоздкости не приводятся.

На основе найденных параметров было проведен расчёт ширины запрещённой зоны твёрдого раствора  $\text{Al}_{c_1^{(1)}}\text{Ga}_{c_2^{(1)}}\text{In}_{1-c_1^{(1)}-c_2^{(1)}}\text{P}_{c_1^{(2)}}\text{As}_{c_2^{(2)}}\text{Sb}_{1-c_1^{(2)}-c_2^{(2)}}$  в широком интервале составов. В качестве иллюстрации приведём один из примеров подобных расчётов.

При  $c_1^{(1)} = 0.0$  и  $c_1^{(2)} = 0.0$  имеем

0.180	0.089	0.063	0.064	0.081	0.110	0.148	0.193	0.244	0.300	0.360
0.229	0.173	0.162	0.172	0.195	0.230	0.272	0.320	0.375	0.434	
0.301	0.268	0.268	0.285	0.315	0.354	0.400	0.453	0.511		
0.388	0.372	0.381	0.405	0.440	0.484	0.534	0.590			
0.487	0.483	0.501	0.531	0.571	0.619	0.674				
0.596	0.603	0.627	0.664	0.709	0.761					(37)
0.714	0.730	0.761	0.803	0.853						
0.841	0.865	0.903	0.950							
0.977	1.009	1.053								
1.124	1.162									
1.281										

Здесь  $i$ -я строка и  $k$ -й столбец соответствуют  $c_2^{(1)} = (i - 1)0.1$  и  $c_2^{(2)} = (k - 1)0.1$ . «Треугольный» вид таблиц обусловлен требованием  $c_2^{(1)} + c_2^{(2)} \leq 1$ .

Отметим, что предельные случаи ширины запрещённой зоны (37) хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными (см., например, [14-16]).

### Заключение

В заключение сформулируем некоторые перспективы дальнейшего развития изложенной выше теории изовалентных растворов. Очевидно, что данный подход может быть использован для расчёта соединений не только  $A^3B^5$ , но и  $A^2B^6$  и  $A^4B^6$ . Кроме того, представляет интерес многочастичные эффекты, которые в одноэлектронном приближении не проявляются. Наконец, важным является учёт тепловых колебаний решётки.

### Список литературы

1. Лифшиц И. М. О структуре энергетического спектра и квантовых состояниях неупорядоченных конденсированных систем // Успехи физических наук. 1964. 83(8). 617-663. DOI: 10.3367/UFNr.0083.196408c.0617
2. Anderson P. W. Absence of diffusion in certain random lattice // Physical Review Online Archive (PROLA). 1958. 109(5). 1492-1505. DOI: 10.1103/PhysRev.109.1492
3. Lloyd P. Exactly solvable model of electronic states in three-dimensional disordered Hamiltonian: non-existence of localized states // Journal of Physics C. 1969. 2(10). 1717-1725. DOI: 10.1088/0022-3719/2/10/303
4. Бир Г. Л., Пикус Г. Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. Москва, Наука, 1972. 584 с.
5. Blacha A., Presting H., Cardona M. Deformation potentials of  $k=0$  states of tetrahedral semiconductors // Physics Status Solidi (B). 1984. 126(11). 11-36.
6. Кривоглаз М. А. Теория рассеяния рентгеновских лучей и тепловых нейтронов реальными кристаллами. Москва, Наука, 1967. 336 с.
7. Ньютон Р. Д. Теория рассеяния волн и частиц / перевод с англ. А. М. Кузнецова, А. А. Черненко. Москва, Мир, 1969. 607 с.
8. Фаддеев Л. Д. Математические вопросы квантовой теории рассеяния для системы трёх частиц (Труды Математического института имени В. А. Стеклова / Академия наук СССР. Т. 69). Москва; Ленинград, Изд-во Акад. наук СССР [Ленингр. отделение], 1963. 122 с.
9. Захаров А. Ю. Теория электронной структуры полупроводниковых твёрдых растворов замещения. Аналитические подходы // Физика и техника полупроводников. 2015. 49(7). 865-886.
10. Захаров А. Ю. Изменение энергетического спектра электронов в полупроводниковых сплавах замещения // Физика и техника полупроводников. 1975. 9(3). 425-431.
11. Захаров А. Ю. Об энергетическом спектре твёрдых растворов // Физика твёрдого тела. 1975. 15(5). 1274-1279.
12. Захаров А. Ю., Мироненко Л. П. Прогноз связанных состояний электронов на изовалентных центрах в полупроводниках // Украинский физический журнал. 1989. 34(3). 421-425.
13. Захаров А. Ю., Мироненко Л. П. Примесные потенциалы в изовалентных твердых растворах полупроводников // Известия вузов. Физика. 1990. 33(3). 58-62.
14. Баранский П. И., Клочков В. П., Потыкевич И. В. Полупроводниковая электроника: свойства материалов: справочник. Киев, Наукова думка, 1975. 704 с.
15. Физико-химические свойства полупроводниковых материалов: справочник / отв. ред. А. В. Новоселова, В. Б. Лазарев. Москва, Наука, 1978. 340 с.
16. Semiconductors and semimetals. Vol. 1-89. / ed. by R. K. Willardson, Albert C. Beer. New York etc., Academic Press, 1966-2013.

### References

1. Lifshits I. M. O strukture energeticheskogo spektra i kvantovykh sostoyaniyakh neuporyadochennykh kondensirovannykh sistem [On the structure of the energy spectrum and quantum states of disordered condensed systems] // Advances in Physical Sciences. 1964. 83(8). 617-663. DOI: 10.3367/UFNr.0083.196408c.0617
2. Anderson P. W. Absence of diffusion in certain random lattice // Physical Review Online Archive (PROLA). 1958. 109(5). 1492-1505. DOI: 10.1103/PhysRev.109.1492

3. Lloyd P. Exactly solvable model of electronic states in three-dimensional disordered Hamiltonian: non-existence of localized states // *Journal of Physics C*. 1969. 2(10). 1717-1725. DOI: 10.1088/0022-3719/2/10/303
4. Bir G. L., Pikus G. E. *Simmetriya i deformatsionnyye efekty v poluprovodnikakh* [Symmetry and deformation effects in semiconductors. Moscow, Nauka Publ., 1972. 584 p.
5. Blacha A., Presting H., Cardona M. Deformation potentials of  $k=0$  states of tetrahedral semiconductors // *Physics Status Solidi (B)*. 1984. 126(11). 11-36.
6. Krivoglaz M. A. *Teoriya rasseyaniya rentgenovskikh luchey i teplovykh neytronov real'nymi kristallami* [Theory of scattering of X-rays and thermal neutrons by real]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 336 p.
7. Newton R. D. *Teoriya rasseyaniya voln i chastits* [Scattering Theory of Waves and Particles]. Moscow, Mir Publ., 1969. 607 p.
8. Faddeev L. D. Mathematical problems of quantum scattering theory for a system of three particles (Proceedings of the Steklov Mathematical Institute of the Academy of Sciences of the USSR, vol. 69). Moscow; Leningrad, Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1963. 122 p.
9. Zakharov A. Yu. *Teoriya elektronnoy struktury poluprovodnikovyykh tvordykh rastvorov zameshcheniya. Analiticheskiye podkhody* [Theory of the electronic structure of semiconductor solid substitution solutions. Analytical approaches] // *Semiconductors*. 2015. 49(7). 865-886.
10. Zakharov A. Yu. *Izmeneniye energeticheskogo spektra elektronov v poluprovodnikovyykh splavakh zameshcheniya* [Change in the energy spectrum of electrons in semiconductor substitution alloys] // *Semiconductors*. 1975. 9(3). 425-431.
11. Zakharov A. Yu. *Ob energeticheskom spektre tvordykh rastvorov* [On the energy spectrum of solid solutions] // *Physics of the Solid State*. 1975. 15(5). 1274-1279.
12. Zakharov A. Yu. *Prognoz svyazannykh sostoyaniy elektronov na izovalentnykh tsentrakh v poluprovodnikakh* [Prediction of bound states of electrons on isovalent centers in semiconductors] // *Ukrainian Journal of Physics*. 1989. 34(3). 421-425.
13. Zakharov A. Yu., Mironenko L. P. *Primesnyye potentsialy v izovalentnykh tverdykh rastvorakh poluprovodnikov* [Impurity potentials in isovalent solid solutions of semiconductors] // *Russian Physics Journal*. 1990. 33(3). 58-62.
14. Baransky P. I., Klochkov V. P., Potykevich I. V. *Poluprovodnikovaya elektronika: svoystva materialov: spravochnik* [Semiconductor electronics: properties of materials: Handbook]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1975. 704 p.
15. *Fiziko-khimicheskiye svoystva poluprovodnikovyykh materialov: spravochnik* [Physico-chemical properties of semiconductor materials: Handbook] / eds. A. V. Novoselova, V. B. Lazarev. Moscow, Nauka Publ., 1978. 340 p.
16. *Semiconductors and semimetals*. Vol. 1–89 / eds. R. K. Willardson, A. C. Beer. New York etc., Academic Press, 1966–2013.

#### **Информация об авторах**

*Захаров Анатолий Юльевич* – доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7850-0086, Anatoly.Zakharov@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru

*Казakov Артем Евгеньевич* – аспирант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0004-2290-6572, Artem.Kazakov@novsu.ru

## ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 661.666.232

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).58-70

ГРНТИ 29.19.22

Специальность ВАК 2.2.2

*Научная статья*

### ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОКРЫТИЯ ДЛЯ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ПОЛИВИНИЛБУТИРАЛЯ И УГЛЕРОДНЫХ КВАНТОВЫХ ТОЧЕК

Корчагин В. Н.<sup>1,2</sup>, Сысоев И. А.<sup>2</sup>, Бобров А. А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М. И. Платова (Новочеркасск, Россия)*

<sup>2</sup>*Северо-Кавказский федеральный университет (Ставрополь, Россия)*

**Аннотация** В данном исследовании рассмотрены зависимости вольт-амперных характеристик солнечных элементов от концентрации углеродных квантовых точек в функциональном покрытии на основе поливинилбутираля. Целью данного исследования является изучение влияния углеродных квантовых точек, полученных в объеме пленки поливинилбутираля на поверхности кремниевых моно- и поликристаллических солнечных элементов (СЭ) на изменения параметров вольт-амперных характеристик для различных условий получения методом вытягивания и перекачки раствора. Раствор углеродных квантовых точек в ксилоле предоставлен фирмой ООО «Финтека», г. Москва. Методом фотолюминесценции на базе монохроматора МДР-41 были получены спектры люминесценции УКТ подтверждающие размер частиц, на комплексе SolarLab 20-UST получены вольт-амперные характеристики солнечных элементов до и после нанесения функциональных покрытий дающие сравнительный анализ основных параметров солнечных элементов. Данные покрытия с включениями углеродных квантовых точек позволяют увеличить эффективность кремниевых солнечных элементов на 2–4 %. Таким образом, функциональные покрытия на основе поливинилбутираля и углеродных квантовых точек являются перспективным аналогом другим функциональным покрытиям, для солнечных элементов, например,  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ,  $\text{CaF}_2$ .

**Ключевые слова:** поливинилбутираль, углеродные квантовые точки, солнечные элементы, вольт-амперные характеристики

**Для цитирования:** Корчагин В. Н., Сысоев И. А., Бобров А. А. Функциональные покрытия для солнечных элементов на основе поливинилбутираля и углеродных квантовых точек // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 58-70. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).58-70

*Research Article*

### FUNCTIONAL COATINGS FOR SOLAR CELLS BASED ON POLYVINYL BUTYRAL AND CARBON QUANTUM DOTS

Korchagin V. N.<sup>1,2</sup>, Sysoev I. A.<sup>2</sup>, Bobrov A. A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Platov South-Russian State Polytechnic University (Novocherkassk, Russia)*

<sup>2</sup>*North-Caucasus Federal University (Stavropol, Russia)*

**Abstract** In this study, the dependences of the volt-ampere characteristics of solar cells on the concentration of carbon quantum dots in a functional coating based on polyvinyl butyral are considered. The purpose of this study is to investigate the effect of carbon quantum dots (CQD) obtained in the volume of a polyvinyl butyral film on the surface of silicon mono- and polycrystalline solar cells (SC) on changes in the parameters of the volt-ampere characteristics for various conditions of obtaining by pulling and pumping the solution. The solution of carbon quantum dots in xylene was provided by Finteca LLC, Moscow. The photoluminescence method based on the MDR-41 monochromator was used to obtain the luminescence spectra of the CQD

confirming the particle size, the volt-ampere characteristics of solar cells were obtained on the SolarLab 20-UST complex before and after the application of functional coatings, giving a comparative analysis of the main parameters of solar cells. The coatings with inclusions of carbon quantum dots make it possible to increase the efficiency of silicon solar cells by 2–4 %. Thus, functional coatings based on polyvinyl butyral and carbon quantum dots are a promising analogue to other functional coatings for solar cells, for example,  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ,  $\text{CaF}_2$ .

**Keywords:** polyvinyl butyral, carbon quantum dots, solar cells, volt-ampere characteristics

**For citation:** Korchagin V. N., Sysoev I. A., Bobrov A. A. Functional coatings for solar cells based on polyvinyl butyral and carbon quantum dots // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 58-70. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).58-70

## Введение

В 2020-х годах всё большее значение приобретают возобновляемые источники энергии [1-4]. Это связано как с экологической ситуацией в мире, так и с исчерпанием традиционных источников энергии. Одним из самых фундаментальных источников возобновляемой энергии является солнечная энергия. Борьба за более высокую эффективность СЭ ведётся на уровне сотых процента. Хорошо известно, что существует предел Шокли-Квиссера для однопереходного СЭ, равный 30% при  $E_g = 1,1$  эВ. В связи с этим важно находить новые типы структур для СЭ и функциональные покрытия для них. Основным химическим элементом, применяемым в фотогальванике, как и в другой полупроводниковой технике является кремний. Залежи кремния в виде  $\text{SiO}_2$  в Земле больше остальных полупроводниковых материалов и технологический процесс его получения разработан хорошо. На рисунке 1 представлено фото типичного кремниевого монокристаллического СЭ.

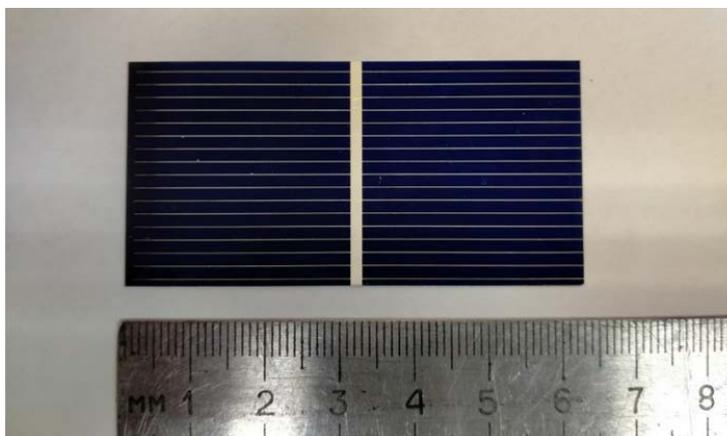


Рисунок 1. Типичный кремниевый монокристаллический солнечный элемент

Углеродные квантовые точки (УКТ), открытые в 2004 г. [5-9], с недавних пор успешно вошли в штудии учёных в разных отраслях науки, например, медицины, бионанотехнологии, оптроники и даже криминалистике для определения скрытых отпечатков пальцев. УКТ представляют собой дискретные наночастицы углерода, подобные нано-алмазам. Цель данной работы – исследовать зависимости ВАХ СЭ от концентрации УКТ в функциональном покрытии на основе ПВБ, используя механизма конверсии в УКТ.

## Экспериментальная часть

### 1) Исследование размера УКТ синтезированных СВЧ методом

На начальном этапе было произведено исследование размера синтезированных УКТ, представленное на рисунке 2.

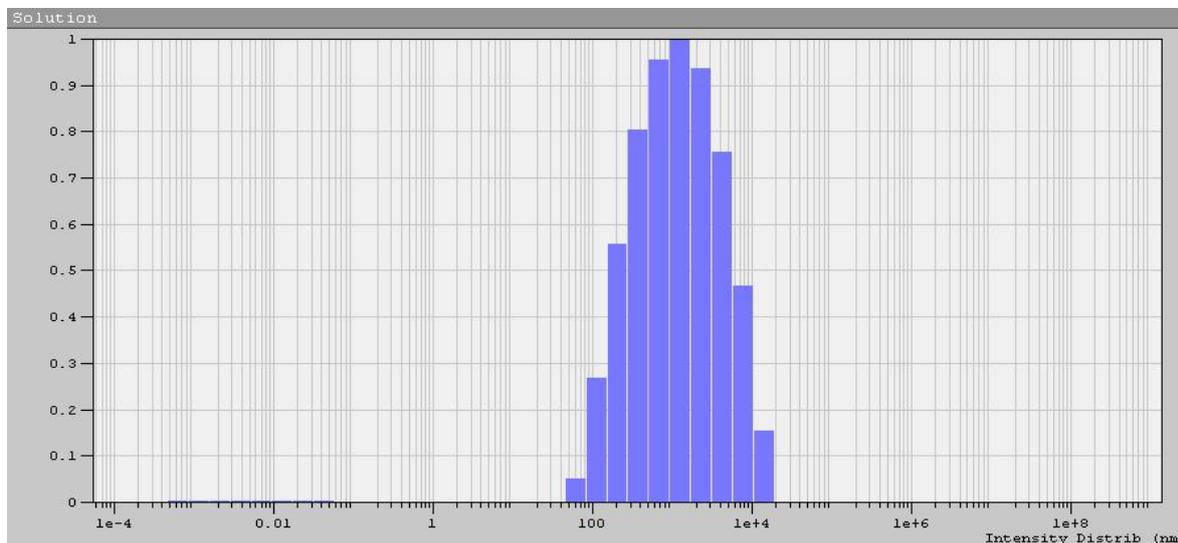


Рисунок 2. Размеры УКТ в ампулах, переданные заказчиком

Согласно представленным результатам, размеры углеродных частиц составляют от 50 нм до 1200 нм. Такие результаты, по нашим представлениям, получаются вследствие коагуляции углеродных квантовых точек при транспортировке. Поэтому желательно провести фильтрацию коагулированных УКТ перед процессом нанесения на поверхность солнечного элемента.

### 2) Исследование зависимости параметра получаемой плёнки с УКТ от технологических условий

Перед проведением процесса получения плёнок поливинилбутирала (ПВБ) было проведено исследование относительно того, какую концентрацию ПВБ в изопропанолу следует использовать в растворах для функциональных покрытий для СЭ. Процесс состоял из нескольких проб:

1. 1 г/100 мл (растворение 5 часов);
2. 1,5 г/100 мл (растворение 10 часов);
3. 2 г/100 мл (растворение 15 часов);
4. 3 г/100 мл (растворение 24 часа);
5. 4 г/100 мл (растворение 36 часов);
6. 5 г/100 мл (растворение 48 часов);
7. 7 г/125 мл (растворение 96 часов).

На рисунке 3 показана зависимость времени растворения ПВБ в изопропанолу от его концентрации.

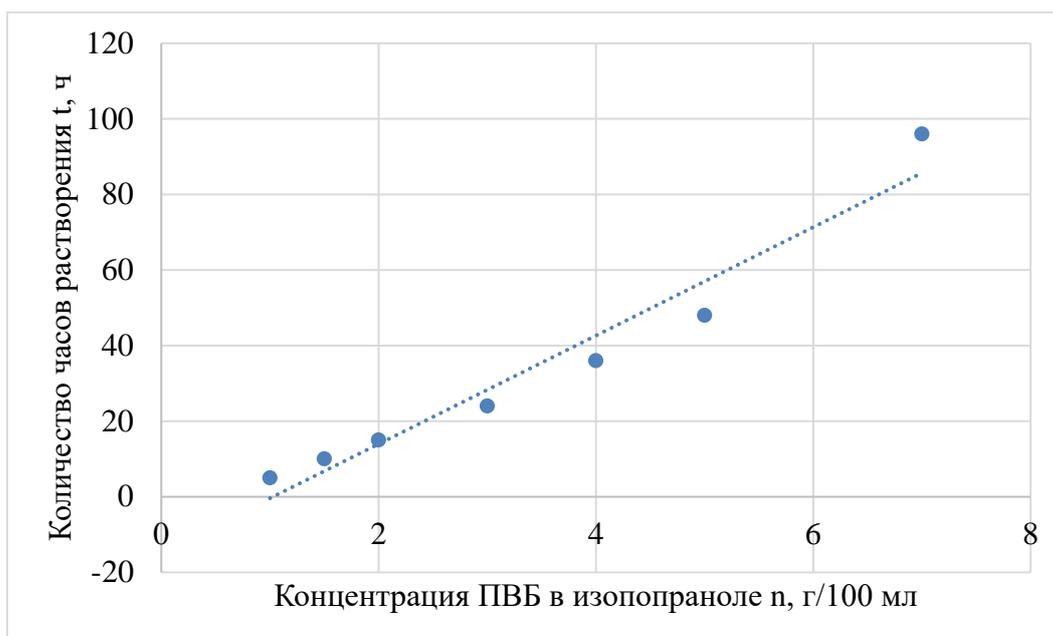


Рисунок 3. Зависимость времени t растворения ПВБ в изопропаноле от концентрации n

Зависимость описывается следующим уравнением  $t = 14,35 \cdot n - 14,73$ . Так как с увеличением концентрации ПВБ, выходные характеристики улучшались, было принято решение сделать концентрацию максимальной, но при концентрации ПВБ равной 7 г/125 мл процесс растворения занимает много времени. И к тому же, чем больше концентрация ПВБ, тем более вязкий раствор, поэтому все последующие эксперименты проводились при концентрации ПВБ равной 5 г/100 мл.

Приведем фотографию установки для процесса нанесения покрытия методом вытягивания, для получения плёнок ПВБ с УКТ. В кювету для нанесения покрытий на специальных подвесах помещался образец СЭ, после чего при помощи перистальтического насоса объем кюветы наполнялся раствором ПВБ-УКТ, причём образец СЭ был полностью погружён в раствор. Затем производилось откачивание раствора перистальтическим насосом с определённой скоростью до тех пор, пока образец СЭ не станет выше уровня раствора [10]. После чего образец СЭ сушился в течение 10 минут, и при необходимости проводилось повторное нанесение (рисунок 4).

Экспериментальные исследования проводились следующим образом: вначале был подготовлен раствор, который состоял из 100 г изопропилового спирта и 5 г ПВБ. Далее в него добавлялся исходный раствор УКТ в ксилоле, постепенно увеличивая его концентрацию через каждые 5 мл.

На начальном этапе исследований требуется провести исследование зависимости толщины получаемой плёнки от технологических параметров. Так как используется устройство, где основным технологическим фактором является скорость прокачки раствора, то при проведении процесса нанесения было проведено исследование зависимости толщины получаемой пленки ПВБ с УКТ от скорости прокачки.

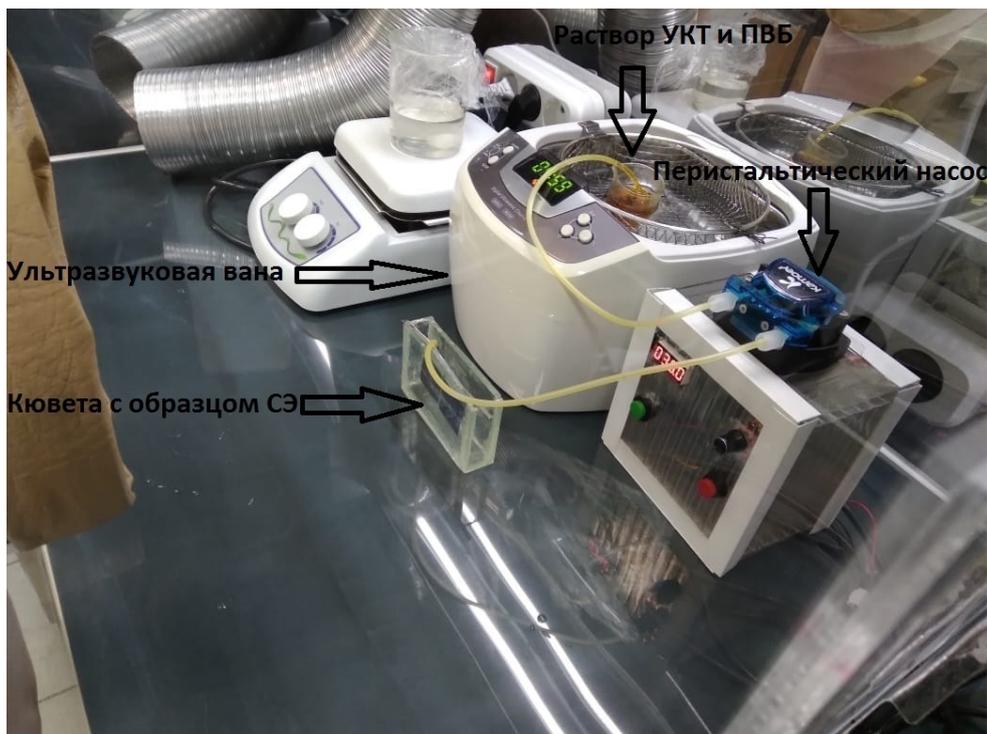


Рисунок 4. Установка для нанесения функциональных покрытий ПВБ-УКТ

Так, на рисунке 5 показана зависимость толщины плёнки от скорости нанесения в диапазоне от 13 до 47 мл/мин, где точками отмечены экспериментальные данные, сплошной линией аппроксимация.

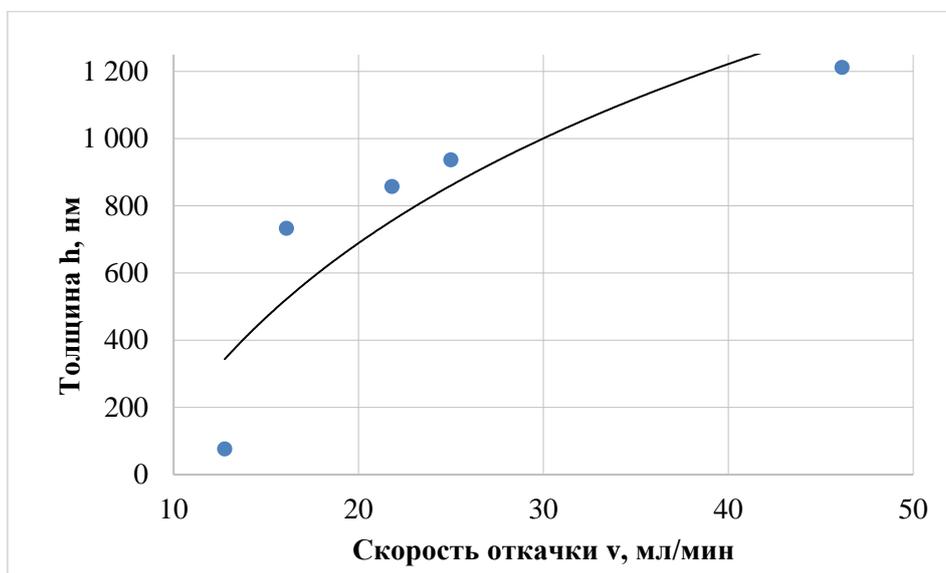


Рисунок 5. Зависимость толщины плёнки  $h$  от скорости откачки  $v$

Исследования показали, что при уменьшении скорости откачки раствора до 13 мл/мин позволило уменьшить толщину получаемой плёнки ПВБ с УКТ до 270 нм.

По результатам эксперимента получена зависимость, которая лучше всего описывается логарифмической зависимостью уравнением  $h = 768,99 \cdot \ln(v) - 1614,7$ .

Коэффициент преломления является одним из важных параметров оптического покрытия для солнечного элемента. Поэтому были проведены исследования зависимости коэффициента преломления пленки ПВБ с УКТ от скорости откачки раствора.

Точками отмечены экспериментальные данные, сплошной представлена линия аппроксимации (рисунок 6).

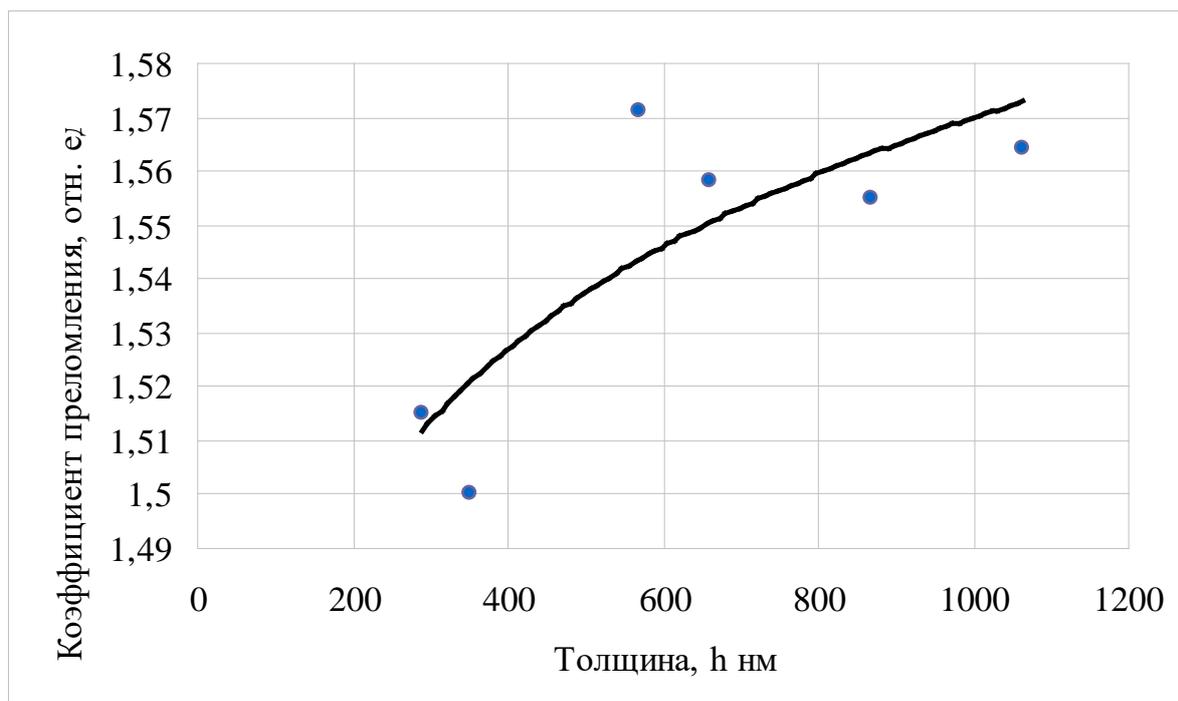


Рисунок 6. Зависимость коэффициента преломления  $n$  от толщины плёнки  $h$

Проведённые исследования зависимости коэффициента преломления от скорости откачки раствора показали, что уравнение будет иметь следующий вид  $n = 0,0468 \cdot \ln(h) + 1,2466$ . Таким образом, после проведения исследований, можно сказать, что толщина плёнки ПВБ с УКТ напрямую зависит от скорости откачки раствора и имеет логарифмическую зависимость  $h = 768,99 \cdot \ln(v) - 1614,7$  в диапазоне скорости откачки от 13 до 47 мл/мин. Также можно отметить, что коэффициент преломления плёнки ПВБ с УКТ тоже имеет логарифмическую зависимость  $n = 0,0468 \cdot \ln(h) + 1,2466$  и изменяется в диапазоне от 1,5 до 1,57 отн. ед.

### Обсуждение результатов

После нанесения плёнок ПВБ-УКТ на Si подложки были сняты спектры ИК отражения на ФСМ-1201 показанные на рисунке 7.

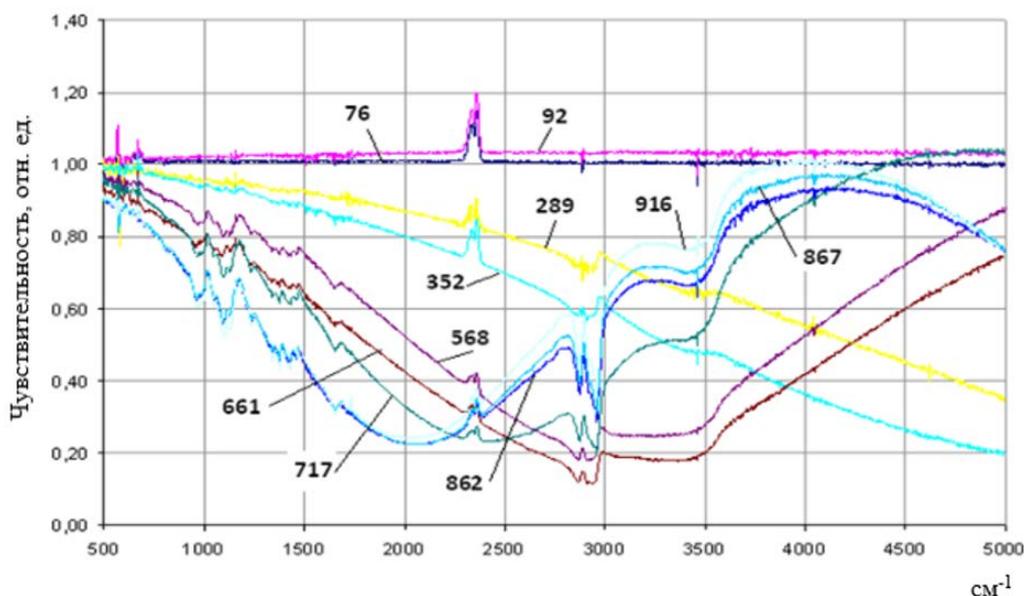


Рисунок 7. ИК-спектры пленок ПВБ с УКТ на кремниевых подложках. Цифрами указана толщина пленки ПВБ с УКТ в нм

Согласно представленным результатам видно, что чем толще плёнка ПВБ с УКТ тем больше поглощательная способность. Также наблюдается сдвиг поглощательной способности в сторону меньших значений  $\text{см}^{-1}$ . Максимум спектрального поглощения наблюдается в диапазоне 1500 до 3500  $\text{см}^{-1}$ . На основании полученных данных были выбраны наиболее приемлемые толщины плёнок для их осаждения на солнечные элементы.

Были также проведены исследования спектра фотолюминесценции полученных плёнок ПВБ с УКТ, которые изображены на рисунке 8.

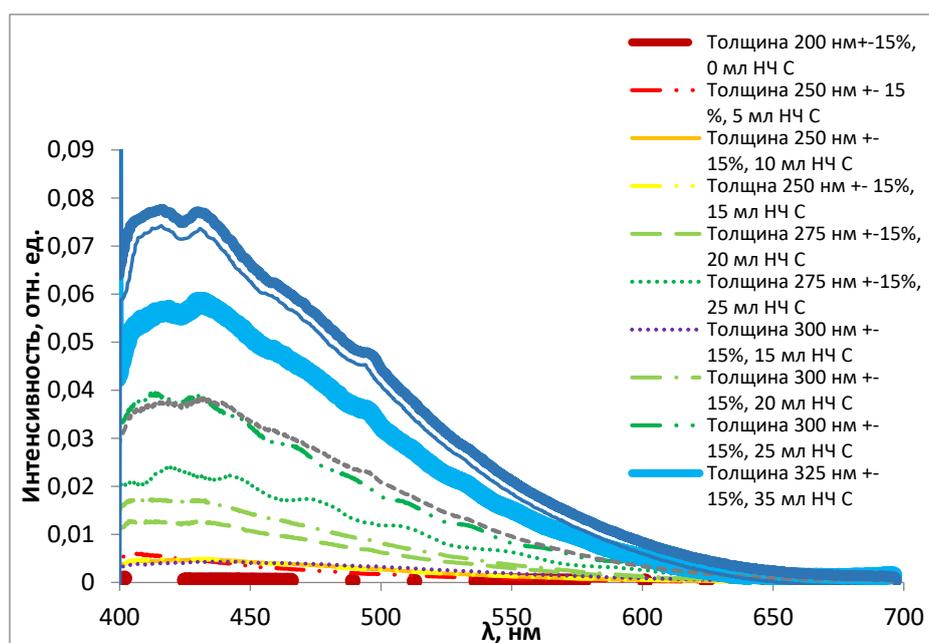


Рисунок 8. Спектр фотолюминесценции пленок ПВБ с УКТ в зависимости от толщины и концентрации с длиной возбуждения 365 нм

Исходя из полученных результатов видно, что чем толще плёнка ПВБ с массивом УКТ, тем больше интенсивность фотолюминесценции. Максимум спектра фотолюминесценции наблюдался в диапазоне от 400 до 450 нм. В результате проведённых исследований спектральных параметров плёнок ПВБ с УКТ можно сделать вывод, что для увеличения КПД солнечных элементов желательно использовать плёнки толщиной порядка 250 нм с концентрацией УКТ в диапазоне 25–35 мл на 100 мл изопропилового спирта.

### 1) Измерение вольтамперных характеристик солнечных элементов с углеродными квантовыми точками

На основании полученных предварительных результатов спектральных параметров пленок ПВБ с УКТ проведем исследования солнечных элементов следующим образом. Вначале подготовим несколько образцов кремниевых солнечных элементов для исследований, которые должны иметь одинаковые размеры. Далее проведем измерения вольт-амперных характеристик контрольных образцов до нанесения пленок ПВБ с УКТ.

#### 1.1) Исследование ВАХ солнечных элементов с ПВБ

Получим плёнки ПВБ на кремниевых солнечных элементах без углеродных квантовых точек. Это нам необходимо, чтобы сравнивать результаты плёнок ПВБ с УКТ и без них. На рисунке 9 представлены ВАХ кремниевых солнечных элементов до нанесения ПВБ и после.

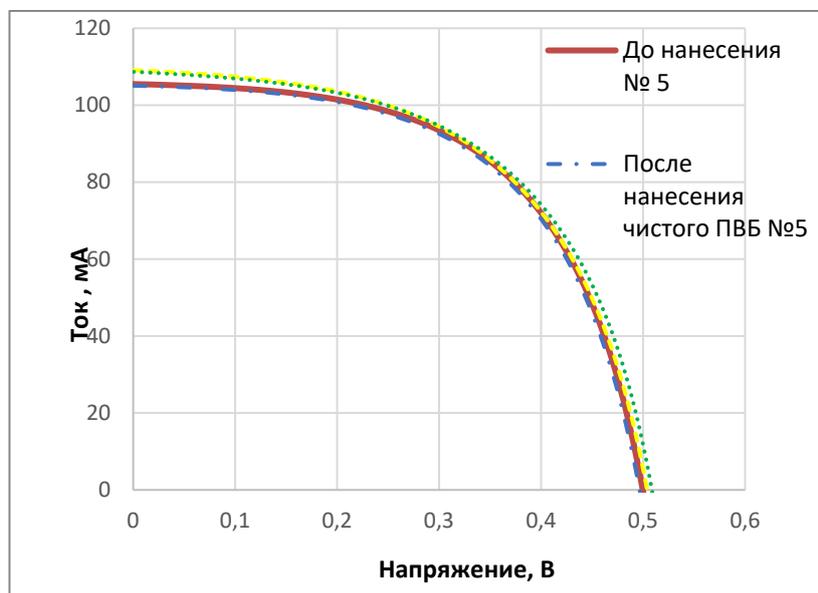


Рисунок 9. ВАХ 2-х (№5 и №6) кремниевых солнечных элементов до нанесения ПВБ и после

Из приведённых ВАХ кремниевых солнечных элементов с покрытием только ПВБ несколько увеличивается ток, но при этом немного падает напряжение. В результате КПД солнечного элемента практически не меняется для образцов №5 и №6.

### 1.2) Исследование ВАХ солнечных элементов с покрытием ПВБ и с 15 мл УКТ

На рисунке 10 приведены результаты измерения ВАХ кремниевого солнечного элемента, на поверхность которого нанесена плёнка ПВБ с УКТ. Количество УКТ составляло порядка 15 мл исходного раствора на 100 мл изопропилового спирта.

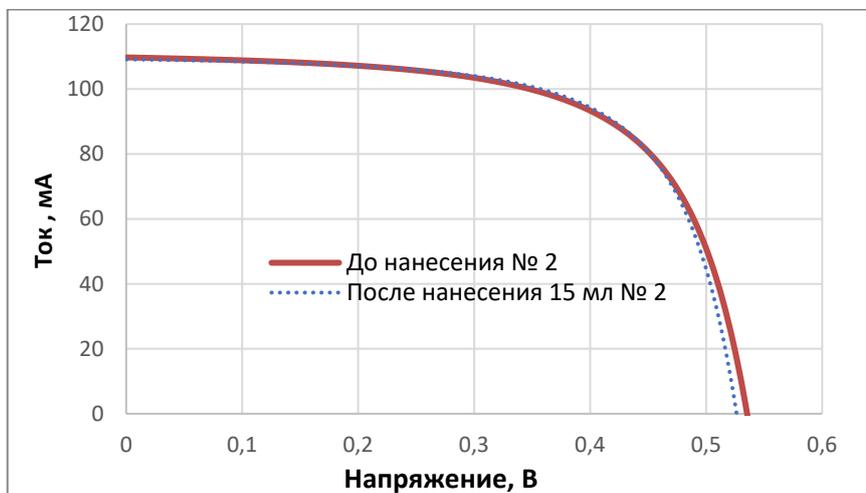


Рисунок 10. ВАХ 1-го (№2) кремниевого солнечного элемента до нанесения ПВБ и после с 15 мл. УКТ

Для образца № 2, на который было нанесено покрытие с УКТ, наблюдается не большое уменьшение напряжения, что возможно связано с некоторым затенением поверхности коагулированными УКТ, поскольку их размер соответствует длине волны видимого света (от 50 до 1200 нм).

### 1.3) Исследование ВАХ солнечных элементов с покрытием ПВБ и с 30 мл УКТ

При дальнейшем увеличении концентрации УКТ до 30 мл в 100 мл раствора изопропилового спирта наблюдается некоторое уменьшение тока генерации, но при этом фактор заполнения улучшается, см. рисунок 11.

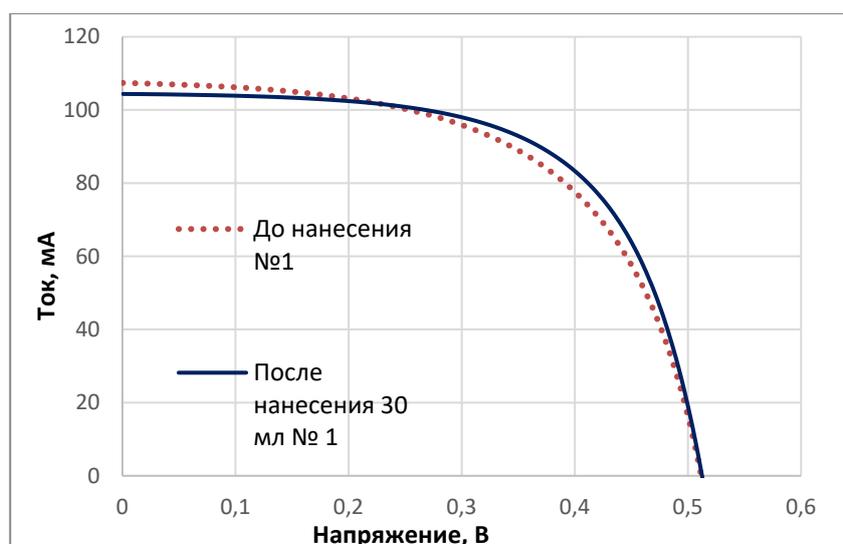


Рисунок 11. ВАХ 1-го (№1) кремниевого солнечного элемента до нанесения ПВБ и после с 30 мл. УКТ

Прирост КПД по фактору заполнения может быть связан с ростом количества УКТ на поверхности солнечного элемента, что способствует и их большей фотолюминесценции, соответственно большая максимальная мощность. Приведём результаты измерения ВАХ других образцов кремниевых солнечных элементов. В таблице 1 приведены значения КПД, напряжение холостого хода, ток короткого замыкания, плотность тока, фактор заполнения, максимальная мощность, а также последовательное и параллельное сопротивление.

Таблица 1. Прирост КПД

#	PCE %	$V_{oc}$ (V)	$I_{sc}$ (mA)	$J_{sc}$ (mA/cm <sup>2</sup> )	FF (%)	$P_{max}$ (W)	$R_{sh}$	$R_{series}$
1	13,67	0,4944	108,3378	5,42	51,07	0,027	46,34	1,12
2	14,41	0,4960	106,3841	5,32	54,62	0,029	83,55	1,00
3	14,88	0,5061	110,0555	5,50	53,44	0,030	48,28	0,97
4	16,08	0,5076	106,0332	5,30	59,74	0,032	101,63	0,86
5	17,88	0,5293	108,4599	5,42	62,29	0,036	74,01	0,76

Исходя из данных таблицы 1 наблюдается прирост КПД в среднем на 2–3% для кремниевых солнечных элементов с пленкой ПВБ с УКТ. На рисунке 12 приведены параметры ВАХ этих кремниевых СЭ до нанесения ПВБ с УКТ (образцы 1, 2, 3) и после нанесения ПВБ с 30 мл. УКТ (образцы 4, 5).

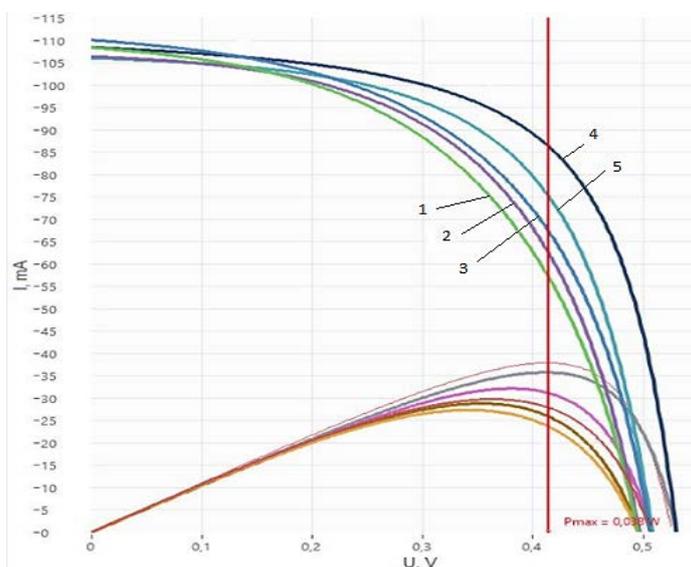


Рисунок 12. ВАХ 5-и образцов кремниевых солнечных элементов до нанесения ПВБ и после с 30 мл. УКТ

В результате проведенных исследований по измерению ВАХ и КПД кремниевых солнечных элементов с плёнкой ПВБ с УКТ можно сделать следующий вывод: для некоторых образцов КПД практически не изменятся, для других образцов солнечных элементов прирост КПД существенен.

### Заключение

На основании проведённых исследований получения плёнок поливинилбутираля с углеродными квантовыми точками на поверхности кремниевых солнечных элементов и измерение их вольт-амперных характеристик можно сделать следующие выводы:

1. Чем больше толщина пленки ПВБ с УКТ, тем больше коэффициент преломления, который изменяется от 1,5 до 1,57.

2. Чем толще плёнка ПВБ с УКТ, тем больше поглощательная способность, где наблюдается сдвиг поглощательной (всасывающей испр.) способности в сторону меньших значений  $\text{см}^{-1}$ . При этом максимум спектрального поглощения наблюдается в диапазоне 1500 до 3500  $\text{см}^{-1}$ .

3. Максимум спектра фотолюминесценции плёнок ПВБ с УКТ для различных концентраций УКТ наблюдался в диапазоне от 400 до 450 нм.

4. Для увеличения КПД солнечных элементов желательно использовать плёнки толщиной порядка 250 нм с концентрацией УКТ в диапазоне 25–35 мл на 100 мл изопропилового спирта.

5. КПД солнечного элемента с плёнкой ПВБ практически не меняется для образцов кремниевых солнечных элементов.

6. Для одних образцов солнечных элементов, имеющих плёнку ПВБ с УКТ КПД практически не изменяется, для других образцов солнечных элементов прирост КПД составил от 2 до 4%.

### Благодарности

Работа выполнена в рамках использования ресурсов центра коллективного пользования Северо-Кавказского федерального университета и при финансовой поддержке Минобрнауки России, уникальный идентификатор проекта RF-2296.61321X0029 (соглашение № 075-15-2021-687), а также авторы выражают благодарность СКФУ за помощь в рамках конкурса поддержки проектов научных групп и отдельных ученых Северо-Кавказского федерального университета.

### Список литературы

1. Девицкий О. В., Санакулов С. О. Численное моделирование функциональных характеристик солнечных элементов на основе гетероструктур InGaAsN/Si // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. 21(2). 191-197. DOI: 10.17586/2226-1494-2021-21-2-191-197

2. Сысоев И. А., Гусев Д. А., Дембицкий А. Е., Смолин А. Ю., Катаев В. Ф. Элементы для солнечных батарей на основе наноструктур GaInAs, полученные методом ионно-лучевого осаждения // Глобальная ядерная безопасность. 2019. 1(30). 67-73.

3. Лунин Л. С., Лунина М. Л., Пашенко А. С., Алфимова Д. Л., Арустамян Д. А., Казакова А. Е. Каскадные солнечные элементы на основе наногетероструктур GaP/Si/Ge // Письма в журнал технической физики. 2019. 45(6). 7-9. DOI: 10.21883/PJTF.2019.06.47489.17635

4. Battaglia C., Cuevas A., De Wolf S. High-efficiency crystalline silicon solar cells: status and perspectives // *Energy & Environmental Science*. 2016. 5. 1552-1576.
5. Xu X., Ray R., Gu Y., Ploehn H. J., Gearheart L., Raker K., Scrivens W. A. Electrophoretic Analysis and Purification of Fluorescent Single-Walled Carbon Nanotube Fragments // *Journal of the American Chemical Society*. 2004. 126(40). 12736-12737.
6. Sun Y.-P., Zhou B., Lin Y., Wang W., Fernando K. S., Pathak P., Mezzani M. J., Harruff B.A., Wang X., Wang H. Quantum-sized carbon dots for bright and colorful photoluminescence // *Journal of the American Chemical Society*. 2006. 128(24). 7756-7757. DOI: 10.1021/ja062677d
7. Baker S. N., Baker G. A. Luminescent Carbon Nanodots: Emergent Nanolights // *Angewandte Chemie International Edition*. 2010. 49(3). 6726-6744. DOI: 10.1002/anie.200906623
8. Li H., Kang Z., Liu Y., Lee S.-T., Mater J. Carbon nanodots: synthesis, properties and applications // *Journal of Materials Chemistry*. 2012. 22(46). 24230-24253. DOI: 10.1039/C2JM34690G
9. Shen J., Zhu Y., Yang X., Li C. Graphenequantum dots: emergent nanolights for bioimaging, sensors, catalysis and photovoltaic devices // *Chemical Communications*. 2012. 48. 3686-3699.
10. Корчагин В. Н., Сысоев И. А. Исследование функциональных покрытий на основе поливинилбутирала и наночастиц серебра для солнечных элементов // *Computational nanotechnology*. 2020. 1. 19-25. DOI: 10.33693/2313-223X-2020-7-1-19-25

### References

1. Devitsky O. V., Sanakulov S. O. Chislennoye modelirovaniye funktsional'nykh kharakteristik solnechnykh elementov na osnove geterostruktur InGaAsN/Si [Numerical Simulation of Functional Characteristics of Solar Elements InGaAsN/Si] // *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 2021. 21(2). 191-197. DOI: 10.17586/2226-1494-2021-21-2-191-197
2. Sysoyev I. A., Gusev D. A., Dembitskiy A. Ye., Smolin A. Yu., Katayev V. F. Elementy dlya solnechnykh batarey na osnove nanostruktur GaInAs, poluchennyye metodom ionno-luchevogo osazhdeniya [Elements for Solar Batteries on the GaInAs Nanostructure Basis Obtained by Ion-Beamdeposition Method] // *Global Nuclear Safety*. 2019. 1(30). 67-73.
3. Lunin L. S., Lunina M. L., Pashchenko A. S., Alfimova D. L., Arustamyan D. A., Kazakova A. E. Kaskadnyye solnechnyye elementy na osnove nanogeterostruktur GaP/Si/Ge [Cascade Solar Cells Based on GaP/Si/Ge Nanoheterostructures] // *Technical Physics*. 2019. 45(3). 7-9. DOI: 10.21883/PJTf.2019.06.47489.17635
4. Battaglia C., Cuevas A., De Wolf S. High-efficiency crystalline silicon solar cells: status and perspectives // *Energy & Environmental Science*. 2016. 5. 1552-1576.
5. Xu X., Ray R., Gu Y., Ploehn H. J., Gearheart L., Raker K., Scrivens W. A. Electrophoretic Analysis and Purification of Fluorescent Single-Walled Carbon Nanotube Fragments // *Journal of the American Chemical Society*. 2004. 126(40). 12736-12737.
6. Sun Y.-P., Zhou B., Lin Y., Wang W., Fernando K. S., Pathak P., Mezzani M. J., Harruff B.A., Wang X., Wang H. Quantum-sized carbon dots for bright and colorful photoluminescence // *Journal of the American Chemical Society*. 2006. 128(24). 7756-7757. DOI: 10.1021/ja062677d
7. Baker S. N., Baker G. A. Luminescent Carbon Nanodots: Emergent Nanolights // *Angewandte Chemie International Edition*. 2010. 49(3). 6726-6744. DOI: 10.1002/anie.200906623

8. Li H., Kang Z., Liu Y., Lee S.-T., Mater J. Carbon nanodots: synthesis, properties and applications // Journal of Materials Chemistry. 2012. 22(46). 24230-24253. DOI: 10.1039/C2JM34690G

9. Shen J., Zhu Y., Yang X., Li C. Graphenequantum dots: emergent nanolights for bioimaging, sensors, catalysis and photovoltaic devices // Chemical Communications. 2012. 48. 3686-3699.

10. Korchagin V., Sysoev I. Study of functional coatings based on polyvinyl butyral and silver nanoparticles for solar cells // Computational Nanotechnology. 2020. 7(1). 19-25. DOI: 10.33693/2313-223X-2020-7-1-19-25

#### **Информация об авторах**

*Корчагин Владимир Николаевич* – аспирант, Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М. И. Платова; ведущий инженер, Северо-Кавказский федеральный университет (Ставрополь, Россия), ORCID: 0000-0002-8262-4364, vodnomlice@gmail.com

*Сысоев Игорь Александрович* – доктор технических наук, доцент, директор, Северо-Кавказский федеральный университет (Ставрополь, Россия), ORCID: 0000-0001-5415-0782, eianpisia@yandex.ru

*Бобров Анатолий Анатольевич* – студент, Северо-Кавказский федеральный университет (Ставрополь, Россия), ORCID: 0009-0006-9587-1678

## ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 530.1: 533.7: 539.6

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).71-79

ГРНТИ 29.35.15

Специальность ВАК 1.3.8; 2.2.2

*Научная статья*

### МЕТОД ТЕНЗОРНЫХ ПОЛЕЙ В ТЕОРИИ БИНАРНЫХ СМЕСЕЙ: ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНОГО ОТКЛИКА

Майфат Д. А.<sup>1</sup>, Зубков В. В.<sup>2</sup>, Зубкова А. В.<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>*Тверской государственной университет (Тверь, Россия)*

<sup>3</sup>*Тверской государственной технической университет (Тверь, Россия)*

**Аннотация** Предложенный ранее метод тензорных полей применён к описанию неоднородной бинарной смеси. Введенные в работе детерминистические корреляционные функции совместного распределения компонент смеси могут быть выражены в терминах локальных тензорных полей, каждое из которых описывает неоднородность в распределении частиц только лишь определенного сорта. На основе предложенного метода решена задача линейного отклика модельной ионной системы на малое внешнее механическое возмущение. Показано, что для систем заряженных частиц, взаимодействующих только лишь посредством кулоновского поля, возмущение плотности сильно зависит от степени электронейтральности системы. Если такая система в целом электронейтральна, то возмущение плотности некоторой компоненты бинарной смеси определяется только лишь свойствами этой компоненты. В случае, когда температуры отдельных компонент различаются ситуация существенно меняется.

**Ключевые слова:** детерминистические кинетические уравнения, тензорные функции распределения, бинарные системы, линейный отклик

**Для цитирования:** Майфат Д. А., Зубков В. В., Зубкова А. В. Метод тензорных полей в теории бинарных смесей: теория линейного отклика // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 71-79. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).71-79

*Research Article*

### Tensor Field Method in the Theory of Binary Mixtures: Linear Response Theory

Mayfat D. A.<sup>1</sup>, Zubkov V. V.<sup>2</sup>, Zubkova A. V.<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>*Tver State University (Tver, Russia)*

<sup>3</sup>*Tver State Technical University (Tver, Russia)*

**Abstract** The previously proposed method of tensor fields is applied to the description of an inhomogeneous binary mixture. The deterministic correlation functions of the joint distribution of the mixture components introduced in this work can be expressed in terms of local tensor fields, each of which describes inhomogeneity in the distribution of particles of only a certain kind. The proposed method solves the problem of the linear response of the model ion system to a small external mechanical perturbation. It is shown that for systems of charged particles interacting only through the Coulomb field, the density perturbation strongly depends on the degree of electroneutrality of the system. If such a system as a whole is electrically neutral, the density perturbation of a binary mixture component is determined only by the properties of this component. In the case when the temperatures of individual components differ, the situation changes significantly.

**Keywords:** deterministic kinetic equations, tensor distribution functions, binary systems, linear response

**For citation:** Mayfat D. A., Zubkov V. V., Zubkova A. V. Tensor field method in the theory of binary mixtures: linear response theory // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 71-79. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).71-79

## Введение

В работе [1] предложен метод вычисления детерминистических функций распределения, основанный на разложении последних по тензорным функциям (полям), характеризующим ту или иную степень неоднородности в распределении частиц. На основе предложенного метода была рассмотрена задача линейного отклика и получено аналитическое выражение для реакции локальной плотности среды на малое внешнее механическое возмущение.

В настоящей работе предложенный ранее метод распространён на случай бинарных смесей. На примере модельной ионной системы была решена задача линейного отклика на внешнее механическое возмущение и получено аналитическое выражение, связывающее возмущение плотности среды с потенциалом внешнего поля.

## Бинарные системы

В соответствии с методом, изложенным в работе [1], введём скалярные сглаженные поля для каждого сорта (компоненты) бинарной смеси:

$$f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{\Delta} \int_{\Delta(\mathbf{r})} d^3\xi \sum_{a=1}^{N_A} \delta(\mathbf{r} + \xi - \mathbf{r}_a(t)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_a(t)) \cdot (1) f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (1)$$

Здесь индекс  $A$  соответствует номеру (сорта) компоненты смеси,  $N_A$  – число частиц  $A$ -го сорта,  $\Delta(\mathbf{r})$  – область с центром в точке  $\mathbf{r}$ , по которой производится сглаживание, а  $\Delta$  – величина этой области.

Найдём уравнения, которым удовлетворяют скалярные поля (1). Для этого, следуя работе [1], продифференцируем (1) по времени и учтём уравнение движения

$$\dot{\mathbf{p}}_a = - \sum_{b \neq a}^{N_B} \frac{\partial U_{AB}(\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{r}_b(t))}{\partial \mathbf{r}_a} - \sum_{b \neq a}^{N_A} \frac{\partial U_{AA}(\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{r}_b(t))}{\partial \mathbf{r}_a} - \frac{\partial U_A^{ext}(\mathbf{r}_a(t))}{\partial \mathbf{r}_a}. \quad (2)$$

В результате получим детерминистические кинетические уравнения для скалярного поля каждой компоненты:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m_A} \frac{\partial f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{r}} = & \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \int d^3\mathbf{R} \frac{\partial U_{AB}(\mathbf{R})}{\partial \mathbf{R}} \int d^3\mathbf{p}' F^{AB}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \int d^3\mathbf{R} \frac{\partial U_{AA}(\mathbf{R})}{\partial \mathbf{R}} \int d^3\mathbf{p}' F^{AA}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) + \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \prod_{m=0}^n \frac{\partial Q_A^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial^{m+1} U^{ext}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r} \partial x^{\alpha_m} n!}, \end{aligned} \quad (3)$$

в которых функция

$$\begin{aligned} F^{AB}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) = & \frac{1}{\Delta^2} \int_{\Delta(\mathbf{r})} d^3\mathbf{r}' \int_{\Delta(\mathbf{r})} d^3\mathbf{\xi}' \int_{\Delta(\mathbf{r})} d^3\mathbf{\xi} \sum_{a=1}^{N_A} \sum_{b \neq a}^{N_B} \delta(\mathbf{r} + \xi - \mathbf{r}_a(t)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_a(t)) \times \\ & \times \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}' - \mathbf{R} + \xi - \xi') \delta(\mathbf{r}' + \xi' - \mathbf{r}_b(t)) \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}_b(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

имеет смысл двухчастичной функции распределения [1], а

$$Q_A^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{\Delta_{\Delta(\mathbf{r})}} \int \prod_{k=0}^n \xi^{\alpha_k} d^3 \xi \sum_{a=1}^{N_A} \delta(\mathbf{r} + \xi - \mathbf{r}_a(t)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_a(t)) \quad (5)$$

является тензорным полем  $n$ -го ранга, характеризующим степень неоднородности распределения частиц сорта  $A$  внутри объема сглаживания  $\Delta(\mathbf{r})$ . Функции распределения  $F^{AB}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t)$  характеризуют корреляцию в расположении частиц разного сорта. Корреляция в нашем методе полностью обусловлена детерминистической динамикой, описываемой уравнением (2). Выражение для  $F^{AA}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t)$  получается из формулы (4) заменой индекса  $B$  на  $A$  и соответствует корреляции в расположении частиц одного и того же типа  $A$ .

Представим корреляционные функции в терминах тензорных полей. Для этого разложим функцию Дирака в ряд по  $\xi - \xi'$ :

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}' - \mathbf{R} + \xi - \xi') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \prod_{k=1}^n (\xi^{\alpha_k} - \xi'^{\alpha_k}) \partial_{\alpha_k} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}' - \mathbf{R}). \quad (6)$$

В этом случае функция распределения (4) примет следующий вид:

$$F^{AB}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) = \frac{1}{\Delta^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \prod_{k=1}^n \int_{\Delta(\mathbf{r})} d^3 \xi' \int_{\Delta(\mathbf{r})} d^3 \xi \sum_{a=1}^{N_A} \sum_{b \neq a}^{N_B} \delta(\mathbf{r} + \xi - \mathbf{r}_a(t)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_a(t)) \times \\ \times (\xi^{\alpha_k} - \xi'^{\alpha_k}) \partial_{\alpha_k} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R} + \xi' - \mathbf{r}_b(t)) \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}_b(t)). \quad (7)$$

Ограничиваясь в разложении по  $n$  первыми тремя слагаемыми ( $n = 0, 1, 2$ ), получим выражение для  $F^{AB}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t)$  во втором приближении:

$$F^{AB}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) = f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) f_B(\mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) + h_A^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \partial_\alpha f_B(\mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) - \\ - f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \partial_\alpha h_B^\alpha(\mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) + \frac{1}{2} Q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \partial_\alpha \partial_\beta f_B(\mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) - \\ - h_A^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \partial_\alpha \partial_\beta h_B^\beta(\mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t) + \frac{1}{2} f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \partial_\alpha \partial_\beta Q_B^{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{R}, \mathbf{p}', t). \quad (8)$$

Здесь  $h_A^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  – векторное поле смещений частиц типа  $A$  относительно центра объема сглаживания  $\Delta(\mathbf{r})$ :

$$h_A^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{\Delta_{\Delta(\mathbf{r})}} \int \sum_{a=1}^{N_A} \xi^\alpha \delta(\mathbf{r} + \xi - \mathbf{r}_a(t)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_a(t)) d^3 \xi, \quad (9)$$

а  $Q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  – тензорное поле второго ранга

$$Q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{\Delta_{\Delta(\mathbf{r})}} \int \sum_{a=1}^{N_A} \xi^\alpha \xi^\beta \delta(\mathbf{r} + \xi - \mathbf{r}_a(t)) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_a(t)) d^3 \xi, \quad (10)$$

являющееся аналогом квадрупольного момента.

Уравнение (3) незамкнуто, так как для поиска скалярного поля  $f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  требуется записать уравнения для тензорных полей более высокого ранга. Так как корреляционные функции (7), (8) выражаются через тензорные поля, то необходимо получить уравнения, которым удовлетворяют тензорные поля различного ранга. Для этого достаточно продифференцировать выражение для тензорного поля (5) по времени, что в конечном итоге с учётом использования уравнения движения (2) приведёт к детерминистическому интегро-дифференциальному уравнению. Каждое, полученное таким способом, уравнение для тензорного поля будет содержать бесконечно много слагаемых, содержащих тензорные поля всевозможных рангов [1]. Если ограничиться в описании тремя первыми тензорными полями (нулевого, первого и второго рангов), то для замыкания системы достаточно записать уравнение для скалярного поля (1) во втором приближении, для векторного поля (9) – в первом приближении, а для тензорного поля второго ранга (10) – в нулевом. Рассмотрением именно такого случая мы сейчас и займемся.

### Уравнения для тензорных полей в равновесном случае

Рассмотрим систему интегро-дифференциальных уравнений во втором приближении в равновесном случае. Под равновесием будем понимать состояние, при котором частные производные по времени от тензорных полей много меньше остальных слагаемых кинетического уравнения. В этом случае производными по времени можно пренебречь и считать, что тензорные поля явно от времени не зависят.

Ограничиваясь в уравнении (3) тремя первыми слагаемыми в сумме по  $n$  и, используя (8), а также применяя метод разделения переменных

$$f_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = n_A(\mathbf{r})g_A(\mathbf{p}^2), h_A^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mu_A^\alpha(\mathbf{r})\kappa_A(\mathbf{p}^2), Q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r})\eta_A(\mathbf{p}^2), \quad (11)$$

получим интегро-дифференциальное уравнение для равновесного скалярного поля  $n_A(\mathbf{r})$  имеющего смысл концентрации частиц в объёме  $\Delta(\mathbf{r})$  вблизи точки  $\mathbf{r}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_A(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} = & -\beta_A \int d^3\mathbf{r}' \frac{\partial U_{AB}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{r}} \left( n_A(\mathbf{r})n_B(\mathbf{r}') + \mu_A^\alpha(\mathbf{r})\partial_\alpha n_B(\mathbf{r}') - n_A(\mathbf{r})\partial_\alpha \mu_B^\alpha(\mathbf{r}') + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2}q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r})\partial_\alpha \partial_\beta n_B(\mathbf{r}') - \mu_A^\alpha(\mathbf{r})\partial_\alpha \partial_\beta \mu_B^\beta(\mathbf{r}') + \frac{1}{2}n_A(\mathbf{r})\partial_\alpha \partial_\beta q_B^{\alpha\beta}(\mathbf{r}') \right) - \\ & -\beta_A \int d^3\mathbf{r}' \frac{\partial U_{AA}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{r}'} \left( n_A(\mathbf{r})n_A(\mathbf{r}') + \mu_A^\alpha(\mathbf{r})\partial_\alpha n_A(\mathbf{r}') - n_A(\mathbf{r})\partial_\alpha \mu_A^\alpha(\mathbf{r}') + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2}q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r})\partial_\alpha \partial_\beta n_A(\mathbf{r}') - \mu_A^\alpha(\mathbf{r})\partial_\alpha \partial_\beta \mu_A^\beta(\mathbf{r}') + \frac{1}{2}n_A(\mathbf{r})\partial_\alpha \partial_\beta q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}') \right) - \\ & -\beta_A n_A(\mathbf{r}) \frac{\partial U^{ext}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} - \beta_A \mu_A^\alpha(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 U^{ext}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r} \partial x^\alpha} - \beta_A q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 U^{ext}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r} \partial x^\alpha \partial x^\beta}. \end{aligned} \quad (12)$$

Появление постоянной  $\beta_A$  обусловлено применением метода разделения переменных Фурье (11). Аналогичное уравнение можно записать для концентрации частиц сорта  $B$ , в котором появляется постоянная  $\beta_B$ , которая, вообще говоря, не обязательно

совпадает с  $\beta_A$  [2]. Однако, руководствуясь общими соображениями, подтверждаемыми гиббсовской статистической механикой, в этой работе мы будем полагать, что  $\beta_A = \beta_B = \beta$ . Параметр  $\beta$  при этом имеет смысл обратной температуры.

Так как уравнения для  $n_A(\mathbf{r})$  и  $n_B(\mathbf{r})$  незамкнуты, то для решения системы необходимо записать уравнения для векторных полей  $\mu_A^\alpha(\mathbf{r})$  и  $\mu_B^\alpha(\mathbf{r})$ , а также для тензорных полей второго ранга  $q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r})$  и  $q_B^{\alpha\beta}(\mathbf{r})$ . Действуя аналогично выводу уравнения (12), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_A^\alpha(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} = & -\beta \int d^3 \mathbf{r}' \frac{\partial U_{AB}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{r}} \left( \mu_A^\alpha(\mathbf{r}') n_B(\mathbf{r}') + q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}') \partial_\beta n_B(\mathbf{r}') - \mu_A^\alpha(\mathbf{r}') \partial_\beta \mu_B^\beta(\mathbf{r}') \right) - \\ & -\beta \int d^3 \mathbf{r}' \frac{\partial U_{AA}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{r}} \left( \mu_A^\alpha(\mathbf{r}') n_A(\mathbf{r}') + q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}') \partial_\beta n_A(\mathbf{r}') - \mu_A^\alpha(\mathbf{r}') \partial_\beta \mu_A^\beta(\mathbf{r}') \right) - \\ & -\beta \mu_A^\alpha(\mathbf{r}) \frac{\partial U^{ext}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} - \beta q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 U^{ext}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r} \partial x^\beta}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} = & -\beta \int d^3 \mathbf{r}' \frac{\partial U_{AB}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{r}} q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}') n_B(\mathbf{r}') - \\ & -\beta \int d^3 \mathbf{r}' \frac{\partial U_{AA}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{r}} q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}') n_A(\mathbf{r}') - \beta q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}) \frac{\partial U^{ext}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения для частиц сорта  $B$  получаются из уравнений (12)-(14) заменой индекса  $A$  на индекс  $B$ .

### Уравнение линейного отклика

Применим полученные уравнения (12)-(14) для решения задачи линейного отклика бинарной системы на внешнее механическое возмущение. Для этого представим тензорные поля (1),(9),(10) в виде суммы двух слагаемых, первое из которых отвечает объёмной фазе (bulk), а второе, являющееся малой добавкой, обусловлено включением внешнего поля:

$$n_A(\mathbf{r}) = n_b^A + \varepsilon_A(\mathbf{r}), \quad \mu_A^\alpha(\mathbf{r}) = \chi_A^\alpha(\mathbf{r}), \quad Q_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}) = q_{b,A}^{\alpha\beta} + D_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}). \quad (15)$$

В формулах (15) мы учли, что в однородном случае векторное поле  $\chi_{b,A}^\alpha = 0$ . Условию малости возмущения отвечают следующие неравенства:  $\varepsilon_A(\mathbf{r}) \ll n_b^A$  и  $D_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}) \ll q_{b,A}^{\alpha\beta}$ . Подставляя (15) в уравнения (12)-(14) и проводя преобразования аналогичные тем, что были выполнены в нашей предыдущей работе [1], получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_A(\mathbf{r}) = & -\beta \int d^3 \mathbf{r}' U_{AB}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \left( n_b^A \varepsilon_B(\mathbf{r}') - n_b^A \partial_\alpha \chi_B^\alpha(\mathbf{r}') + \frac{1}{2} n_b^A \partial_\alpha \partial_\beta D_B^{\alpha\beta}(\mathbf{r}') \right) - \\ & -\beta \int d^3 \mathbf{r}' U_{AA}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \left( n_b^A \varepsilon_A(\mathbf{r}') - n_b^A \partial_\alpha \chi_A^\alpha(\mathbf{r}') + \frac{1}{2} n_b^A \partial_\alpha \partial_\beta D_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}') \right) - \beta n_b^A U_A^{ext}(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \chi_A^\alpha(\mathbf{r}) = & -\beta q_{b,A}^{\alpha\beta} \int d^3\mathbf{r}' U_{AB}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \partial_\beta \varepsilon_B(\mathbf{r}') - \\ & -\beta q_{b,A}^{\alpha\beta} \int d^3\mathbf{r}' U_{AA}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \partial_\beta \varepsilon_A(\mathbf{r}') - \beta q_{b,A}^{\alpha\beta} \frac{\partial U_A^{ext}(\mathbf{r})}{\partial x^\beta}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} D_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r}) = & -\beta q_{b,A}^{\alpha\beta} \int d^3\mathbf{r}' U_{AB}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \varepsilon_B(\mathbf{r}') - \\ & -\beta q_{b,A}^{\alpha\beta} \int d^3\mathbf{r}' U_{AA}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \varepsilon_A(\mathbf{r}') - \beta q_{b,A}^{\alpha\beta} U^{ext}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (18)$$

Используя преобразование Фурье для (16)-(18) и учитывая равенство  $\partial_\alpha \chi_A^\alpha(\mathbf{r}) = \partial_\alpha \partial_\beta D_A^{\alpha\beta}(\mathbf{r})$ , получим систему уравнений для Фурье-образов  $\tilde{\varepsilon}_A(\mathbf{k})$  и  $\tilde{\varepsilon}_B(\mathbf{k})$  возмущений концентраций:

$$\tilde{\varepsilon}_A(\mathbf{k}) = -\frac{\omega(1-\tau\tilde{U}_{BB}(\mathbf{k})-\lambda\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}))\tilde{U}_{AB}(\mathbf{k})\tilde{\varepsilon}_B(\mathbf{k})+\tilde{U}^{ext}(\mathbf{k})}{1+\omega\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k})-\omega\tau\tilde{U}_{AB}^2(\mathbf{k})-\omega\lambda\tilde{U}_{AA}^2(\mathbf{k})}, \quad (19)$$

$$\tilde{\varepsilon}_B(\mathbf{k}) = -\frac{\nu(1-\tau\tilde{U}_{BB}(\mathbf{k})-\lambda\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}))\tilde{U}_{AB}(\mathbf{k})\tilde{\varepsilon}_A(\mathbf{k})+\tilde{U}^{ext}(\mathbf{k})}{1+\nu\tilde{U}_{BB}(\mathbf{k})-\nu\lambda\tilde{U}_{AB}^2(\mathbf{k})-\nu\tau\tilde{U}_{BB}^2(\mathbf{k})}. \quad (20)$$

Здесь  $\lambda = \frac{\beta q_{b,A}^{\alpha\beta}}{2} k_\alpha k_\beta$ ,  $\tau = \frac{\beta q_{b,B}^{\alpha\beta}}{2} k_\alpha k_\beta$ ,  $\omega = \beta n_b^A$ ,  $\nu = \beta n_b^B$ ,  $\tilde{U}_{AB}(\mathbf{k})$  – Фурье-образ межчастичного потенциала взаимодействия. Поиск аналитического выражения для возмущений концентраций  $\varepsilon_A(\mathbf{r})$  и  $\varepsilon_B(\mathbf{r})$  по их Фурье-образам даже в случае простого (смотри, например, модель такого потенциала в [1]), физически обоснованного выражения для потенциала межчастичного взаимодействия не представляется возможным. Поэтому рассмотрим подробнее нулевое приближение, в котором  $\lambda = 0$ ,  $\tau = 0$ .

### Нулевое приближение

Из уравнений (19)-(20) в нулевом приближении следуют уравнения для  $\tilde{\varepsilon}_A(\mathbf{k})$  и  $\tilde{\varepsilon}_B(\mathbf{k})$ :

$$\tilde{\varepsilon}_A(\mathbf{k}) = -\omega\tilde{U}^{ext}(\mathbf{k}) \frac{1+\nu(\tilde{U}_{BB}(\mathbf{k})-\tilde{U}_{AB}(\mathbf{k}))}{1+\omega\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k})+\nu\tilde{U}_{BB}(\mathbf{k})+\omega\nu(\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k})\tilde{U}_{BB}(\mathbf{k})-\tilde{U}_{AB}^2(\mathbf{k}))}. \quad (21)$$

$$\tilde{\varepsilon}_B(\mathbf{k}) = -\nu\tilde{U}^{ext}(\mathbf{k}) \frac{1+\omega(\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k})-\tilde{U}_{AB}(\mathbf{k}))}{1+\omega\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k})+\nu\tilde{U}_{BB}(\mathbf{k})+\omega\nu(\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k})\tilde{U}_{BB}(\mathbf{k})-\tilde{U}_{AB}^2(\mathbf{k}))}. \quad (22)$$

Применяя обратное преобразование Фурье, получаем выражения для возмущений концентраций  $\varepsilon_A(\mathbf{r})$  и  $\varepsilon_B(\mathbf{r})$ :

$$\varepsilon_A(\mathbf{r}) = -\omega U^{ext}(\mathbf{r}) + \omega \int d^3\mathbf{r}' \mathfrak{R}_A(\mathbf{r}-\mathbf{r}'; \beta, n_b^A, n_b^B) U^{ext}(\mathbf{r}'), \quad (23)$$

$$\varepsilon_B(\mathbf{r}) = -\nu U^{ext}(\mathbf{r}) + \nu \int d^3\mathbf{r}' \mathfrak{R}_B(\mathbf{r}-\mathbf{r}'; \beta, n_b^A, n_b^B) U^{ext}(\mathbf{r}'). \quad (24)$$

Здесь

$$\mathfrak{R}_A(\mathbf{r}-\mathbf{r}'; \beta, n_b^A, n_b^B) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\omega \tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}) + \nu \tilde{U}_{AB}(\mathbf{k}) + \omega \nu (\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}) \tilde{U}_{BB}(\mathbf{k}) - \tilde{U}_{AB}^2(\mathbf{k}))}{1 + \omega \tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}) + \nu \tilde{U}_{BB}(\mathbf{k}) + \omega \nu (\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}) \tilde{U}_{BB}(\mathbf{k}) - \tilde{U}_{AB}^2(\mathbf{k}))} e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} , \quad (25)$$

$$\mathfrak{R}_B(\mathbf{r}-\mathbf{r}'; \beta, n_b^A, n_b^B) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\nu \tilde{U}_{BB}(\mathbf{k}) + \omega \tilde{U}_{AB}(\mathbf{k}) + \omega \nu (\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}) \tilde{U}_{BB}(\mathbf{k}) - \tilde{U}_{AB}^2(\mathbf{k}))}{1 + \omega \tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}) + \nu \tilde{U}_{BB}(\mathbf{k}) + \omega \nu (\tilde{U}_{AA}(\mathbf{k}) \tilde{U}_{BB}(\mathbf{k}) - \tilde{U}_{AB}^2(\mathbf{k}))} e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} . \quad (26)$$

Решения (22)-(23) – это точные решения, записанные в квадратурах. Для дальнейшего анализа полученных решений рассмотрим в качестве модели бинарной смеси ионную систему, парный потенциал для которой определим как:

$$U_{AB}(r) = \frac{e_A e_B}{r} + C \frac{e^{-\sigma r}}{4\pi r} . \quad (27)$$

Здесь  $e_A$  – это заряд частицы  $A$ -ой компоненты смеси. Тогда Фурье-образ имеет вид:

$$\tilde{U}_{AB}(\mathbf{k}) = \frac{e_A e_B}{4\pi k^2} + \frac{C}{k^2 + \sigma^2} . \quad (28)$$

В этом случае ядро  $\mathfrak{R}_A$  выражения (23) для возмущения концентрации  $\varepsilon_A(\mathbf{r})$   $A$ -го сорта частиц может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_A(R; \beta, n_b^A, n_b^B) &= \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{Zk^2 + M}{k^4 + Sk^2 + X} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}} = \\ &= -\frac{2}{R} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{+\infty} \frac{Zk^2 + M}{k^4 + Sk^2 + X} \sin(kR) dk, \end{aligned} \quad (29)$$

в котором  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ ,  $S = C\beta(n_b^A + n_b^B) + \sigma^2 + \frac{\beta}{4\pi}(n_b^A e_A^2 + n_b^B e_B^2)$ ,  $Z = C\beta(n_b^A + n_b^B) + \frac{\beta e_A}{4\pi}(n_b^A e_A + n_b^B e_B)$ ,

$M = \frac{1}{4\pi}(\beta\sigma^2 e_A(n_b^A e_A + n_b^B e_B) + C\beta^2 n_b^A n_b^B (e_A - e_B)^2)$ ,  $X = \frac{1}{4\pi}(\beta\sigma^2(n_b^A e_A^2 + n_b^B e_B^2) + C\beta^2 n_b^A n_b^B (e_A - e_B)^2)$ .

Интегрирование по  $k$  в выражении (29) приводит к окончательному выражению для ядра:

$$\mathfrak{R}_A(R; \beta, n_b^A, n_b^B) = -\frac{1}{R} \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{k_i} \frac{k_i Z + M}{2k_i + S} \left( \cos(k_i R) \left( \text{Si}(k_i R) + \frac{\pi}{2} \right) - \sin(k_i R) \text{Ci}(-k_i R) \right), \quad (30)$$

Здесь  $k_i$  – корни биквадратного уравнения  $k^4 + Sk^2 + X = 0$ ,  $\text{Si}(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ ,

$\text{Ci}(x) = \gamma + \ln(x) + \int_0^x \frac{\cos(t) - 1}{t} dt$ ,  $\gamma$  – постоянная Эйлера-Маскерони. Соотношение  $S^2 - 4X > 0$

соответствует физически реализуемому случаю, при котором ядро (30) может быть записано в компактной форме

$$\mathfrak{R}_A(R; \beta, n_b^A, n_b^B) = \frac{1}{4\pi R(y_2^2 - y_1^2)} \left( (Zy_1^2 + M)e^{-y_1 R} - (Zy_2^2 + M)e^{-y_2 R} \right), \quad (31)$$

в которой  $y_{1,2} = \frac{S \pm \sqrt{S^2 - 4X}}{2}$ . В аналогичной форме может быть записано ядро  $\mathfrak{R}_B$ .

Таким образом, выбор модели ионного флюида в виде (27) позволяет свести решение задачи о линейном отклике бинарной смеси на внешнее механическое воздействие просто к вычислению интеграла по  $\mathbf{r}'$  в выражении (23). Следовательно, в методе тензорных полей задача решается в квадратурах.

В случае чисто кулоновского взаимодействия ( $C=0$ ) решение задачи сильно упрощается и ядро (25) в таком случае имеет вид:

$$\mathfrak{R}_A(R; \beta, n_b^A, n_b^B) = \frac{\beta \alpha e_A}{4\pi R} e^{-\psi R}. \quad (29)$$

Здесь  $\alpha = \frac{1}{4\pi} (n_b^A e_A + n_b^B e_B)$ ,  $\psi = \sqrt{\frac{\beta}{4\pi} (n_b^A e_A^2 + n_b^B e_B^2)}$ . В случае общей электронейтральности смеси, то есть тогда, когда  $\alpha = 0$ , ядро (29) равняется нулю и, следовательно, распределение плотности определяется лишь первым слагаемым в формуле (23). Это значит, что для электронейтральной системы возмущение плотности некоторой компоненты  $A$  бинарной смеси определяется только лишь свойствами именно этой компоненты. Вместе с тем существует мнение [2], следующее из анализа дискретного характера столкновений, что температуры каждой из компонент смеси даже в равновесном случае различаются. Различие температур для отдельных компонент чисто кулоновской системы приводит к неравенству нулю ядра  $\mathfrak{R}_A$  даже в случае электронейтральной смеси.

### Обсуждение и заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Получены уравнения для тензорных полей, характеризующих ту или иную степень неоднородности в распределения частиц бинарной смеси. Каждое тензорное поле (5) определяет распределение частиц только определенного сорта  $A$ .
2. В предложенном методе неизбежно возникают корреляционные функции (4), (7), (8), имеющие чисто детерминистическую природу. Корреляционные функции полностью определяются тензорными полями.
3. На примере модели ионной системы решена в квадратурах задача линейного отклика на внешнее механическое воздействие. Полученные решения обобщают результаты работы [1].
4. Предложенный метод может быть использован для изучения свойств мягкой материи совместно с классическим методом функционала плотности [3].

### Благодарности

Мы признательны профессору Захарову А. Ю. за плодотворное обсуждение ряда вопросов, касающихся результатов представленных исследований.

### Список литературы

1. Зубков В. В., Майфат Д. А., Яшкин К. Ю. Метод тензорных полей в теории линейного отклика // Вестник НовГУ. 2022. 3(128). 21-25. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).21-25
2. Лоскутов М. Ю. О неравенстве парциальных температур однородной смеси газов в состоянии термодинамического равновесия // Фундаментальная и прикладная математика. 2000. 15(6). 63-75.
3. Vrugt M., Löwen H., Wittkowski R. Classical dynamical density functional theory: from fundamentals to applications // Advances in Physics. 2020. 69(2). 121-247. DOI:10.1080/00018732.2020.1854965

### References

1. Zubkov V. V., Mayfat D. A., Yashkin K. Y. Metod tenzornykh poley v teorii lineynogo otklika [Method of tensor fields in the theory of linear response]. Vestnik NovSU. 2022. 3(128). 21-25. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3 (128).21-25
2. Loskutov M. Yu. O neravenstve partsial'nykh temperatur odnorodnoy smesi gazov v sostoyanii termodinamicheskogo ravnovesiya [On the inequality of partial temperatures of a homogeneous mixture of gases in a state of thermodynamic equilibrium]. Fundamentalnaya i prikladnaya matematika // Fundamental and Applied Mathematics, 2000. 15(6). 63-75.
3. Vrugt M., Löwen H., Wittkowski R. Classical dynamical density functional theory: from fundamentals to applications // Advances in Physics. 2020. 69(2). 121-247. DOI: 10.1080/00018732.2020.1854965

### Информация об авторах

*Майфат Денис Александрович* – студент, Тверской государственный университет (Тверь, Россия), ORCID: 0009-0005-2157-9394, mayfatina\_of@mail.ru

*Зубков Виктор Викторович* – кандидат физико-математических наук, доцент, Тверской государственный университет (Тверь, Россия), ORCID: 0000-0003-0745-7807, Zubkov.VV@tversu.ru

*Зубкова Анна Владимировна* – кандидат физико-математических наук, доцент, Тверской государственный технический университет (Тверь, Россия), ORCID: 0009-0002-4368-4783, petrenko.any@mail.ru

## ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 53.082.5

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).80-87

ГРНТИ 29.31.29

Специальность ВАК 2.2.2

*Научная статья*

### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОПТИЧЕСКОЙ СКАТТЕРОМЕТРИИ ДЛЯ ОПЕРАТИВНОГО КОНТРОЛЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ФОТОРЕЗИСТИВНЫХ МАСОК

Нелюбин И. В.<sup>1,2</sup>, Волоховский А. Д.<sup>1</sup>, Путря М. Г.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ООО «НМ-Тех» (Зеленоград, Россия)

<sup>2</sup>Национальный исследовательский университет «МИЭТ» (Зеленоград, Россия)

**Аннотация** В современной микроэлектронной технологии методы контроля процессов фотолитографии имеют особое значение. В технологических процессах с проектными нормами 130 нм и менее фоторезистивные маски нередко приобретают трёхмерную форму. Традиционно применяемый метод контроля критических размеров, растровая электронная микроскопия, не всегда удовлетворяет требованиям прецизионности для контроля подобных структур вследствие разрушения ArF-фоторезиста под воздействием электронного потока. Кроме того, контроль процессов формирования элементов фоторезистивной маски должен подразумевать измерения параметров их полного трёхмерного профиля (латеральные и вертикальные размеры, угол наклона боковых стенок и т.д.). В данной работе, в качестве инструмента контроля геометрических параметров элементов фоторезистивной маски, рассматривается метод оптической скаттерометрии. Представлен сравнительный анализ результатов измерений критических размеров с результатами, полученными с помощью растровой электронной микроскопии. Показана возможность применения оптической скаттерометрии для контроля процессов фотолитографии в непрерывном производственном цикле.

**Ключевые слова:** оптическая скаттерометрия, контроль процессов, фоторезистивная маска, критические размеры

**Для цитирования:** Нелюбин И. В., Волоховский А. Д., Путря М. Г. Применение метода оптической скаттерометрии для оперативного контроля геометрических параметров фоторезистивных масок // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 80-87. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).80-87

*Research Article*

### OPTICAL SCATTEROMETRY APPLICATION FOR IN-LINE CONTROL OF GEOMETRIC PARAMETERS OF PHOTORESIST MASKS

Nelyubin I. V.<sup>1,2</sup>, Volokhovskiy A. D.<sup>1</sup>, Putrya M. G.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>NM-Tech LLC (Zelenograd, Russia)

<sup>2</sup>National Research University of Electronic Technology (MIET) (Zelenograd, Russia)

**Abstract** The methods of photolithography process control are of particular importance in modern microelectronics. In technological processes with design rules of 130 nm or less, photoresist masks often become three-dimensional. The traditionally used method for controlling critical dimensions, that is scanning electron microscopy, does not always meet the precision requirements for monitoring such structures due to the shrinkage effect of ArF-resist. Moreover, the control of the processes of manufacturing photoresist mask elements should imply measurements of its full profile (lateral and vertical sizes, sidewall angle, etc.). In this paper, the method of optical scatterometry is considered as a tool for controlling the geometric parameters of a periodic photoresist mask. A comparative analysis of the critical size measurement results obtained by scatterometry and scanning electron microscopy is presented. The potential for application of optical scatterometry for photolithography process in-line control was assessed.

**Keywords:** optical scatterometry, process control, photoresist mask, critical sizes

**For citation:** Nelyubin I. V., Volokhovskiy A. D., Putrya M. G. Optical scatterometry application for in-line control of geometric parameters of photoresist masks // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 80-87. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).80-87

## Введение

В современной полупроводниковой технологии методам контроля процессов фотолитографии уделяют особое внимание. Кроме высокой воспроизводимости и разрешающей способности, эти методы должны обладать достаточной для производственных условий производительностью измерений, относительной дешевизной оборудования, а также неразрушающим характером [1]. Традиционно для контроля латеральных размеров фоторезистивных масок используется растровая электронная микроскопия (РЭМ), которая зачастую не удовлетворяет вышеописанным требованиям. Во-первых, измерения AgF-фоторезистов (в литографии с длиной волны экспонирования 193 нм) с помощью электронной микроскопии проблематичны из-за эффекта «сгорания», заключающегося в уменьшении ширины линии фоторезиста после экспозиции электронным лучом. При повторных измерениях ширина линии может уменьшаться на величину до 10% от исходного значения [2]. Во-вторых, возникают ограничения при необходимости проводить измерения не только латеральных размеров. В технологических процессах с проектными нормами 130 нм и менее большая часть элементов и структур изготавливаемых ИС имеет высокое аспектное отношение (отношение ширины линии к её толщине). В частности, к таким структурам относятся используемые при создании ячеек памяти различные многослойные маски, состоящие из слоёв оксида, нитрида и фоторезиста [3, 4]. Соответственно, контроль процессов формирования таких структур должен подразумевать измерения параметров их полного трёхмерного профиля, включая латеральные и вертикальные размеры, угол наклона боковой стенки и шероховатость линии по ширине, поскольку такая совокупность геометрических параметров начинает играть существенную роль как в интерпретации результатов измерений, так и в результирующей работоспособности создаваемых ИС [5].

Благодаря таким преимуществам, как неразрушающий и бесконтактный характер, относительная простота оборудования, а также возможность воссоздания трёхмерного профиля исследуемой структуры, метод оптической скаттерометрии имеет потенциал стать одним из главных метрологических инструментов для контроля критических размеров в режиме непрерывного производственного цикла. Данный метод строится на базе стандартной интерференционной техники, такой как спектральная эллипсометрия, и позволяет анализировать дифракционные картины от периодических структур с целью восстановления их пространственных профилей [1]. Расчёт параметров структуры по измеренному оптическому отклику предполагает использование численных методов и знание дисперсионных моделей материалов всех слоёв, входящих в структуру исследуемого объекта.

В настоящей работе метод оптической скаттерометрии рассмотрен в качестве инструмента контроля геометрических параметров элементов фоторезистивной маски. Представлено сравнение результатов измерений критических размеров с результатами, полученными с помощью растровой электронной микроскопии. Проведена оценка возможности применения оптической скаттерометрии в качестве системы оперативного контроля (в режиме непрерывного технологического цикла) процессов фотолитографии.

### Метод оптической скаттерометрии

Структурная схема проведения измерений методом оптической скаттерометрии представлена на рисунке 1. С помощью спектральной эллипсометрии исследуется изменение состояния поляризации электромагнитной волны при прохождении или отражении от образца. Это изменение, в свою очередь, является функцией оптических параметров образца (толщины, показателя преломления и т.д.). Измерения проводятся непосредственно внутри тестовой структуры с периодически повторяющимися прямоугольными элементами топологии, которая фактически представляет собой дифракционную решетку и изготавливается в едином технологическом цикле производства изготовления ИС.

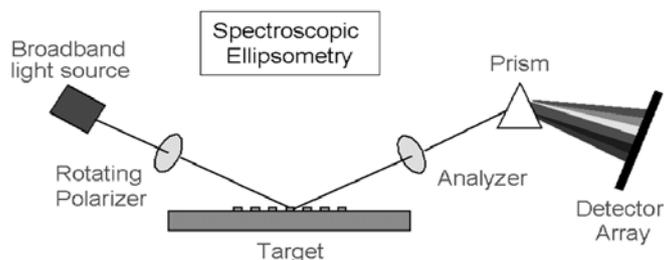


Рисунок 1. Схема процесса проведения измерений в методе оптической скаттерометрии [6]

Полученная экспериментальная информация (спектральные зависимости, связанные с основными эллипсометрическими параметрами) далее обрабатывается с помощью встроенного программно-математического обеспечения методом скаттерометрии, результатом чего являются трёхмерные геометрические параметры профиля исследуемой структуры. Перед началом измерений необходимо с высокой точностью охарактеризовать геометрические параметры тестового элемента топологии (решётки) и описать возможные диапазоны изменений этих параметров при многократных реализациях и изменениях технологических процессов (в режимах отработки технологии).

### Подготовка образцов и эксперимент

В настоящей работе, в качестве исследуемых образцов, были использованы пять кремниевых пластин диаметром 200 мм с изготовленной на них фоторезистивной маской, представляющей собой решётку, состоящую из периодически повторяющихся прямоугольных элементов. Технологический маршрут изготовления маски включал в

себя операции нанесения антиотражающего покрытия (BARC, bottom anti-reflective coating), нанесение фоторезиста (Resist) и проявление фоторезиста после экспонирования через фотошаблон. Схематичное изображение исследуемых структур представлено на рисунке 2. Период решётки ( $P$ ) для всех пластин оставался фиксированным и равнялся 360 нм, в то время как соотношение ширины линии фоторезиста ( $W$ ) к промежуткам между ними ( $S$ ) варьировалось. Тестовые структуры формировались на площадке размерами 50 x 50 мкм, соизмеримой с размером светового пятна источника излучения измерительной установки и встроенной в дорожку скрайбирования между кристаллами. Описание всех геометрических параметров тестовых структур и диапазоны их возможных изменений в процессе численного расчёта представлены в таблице 1.

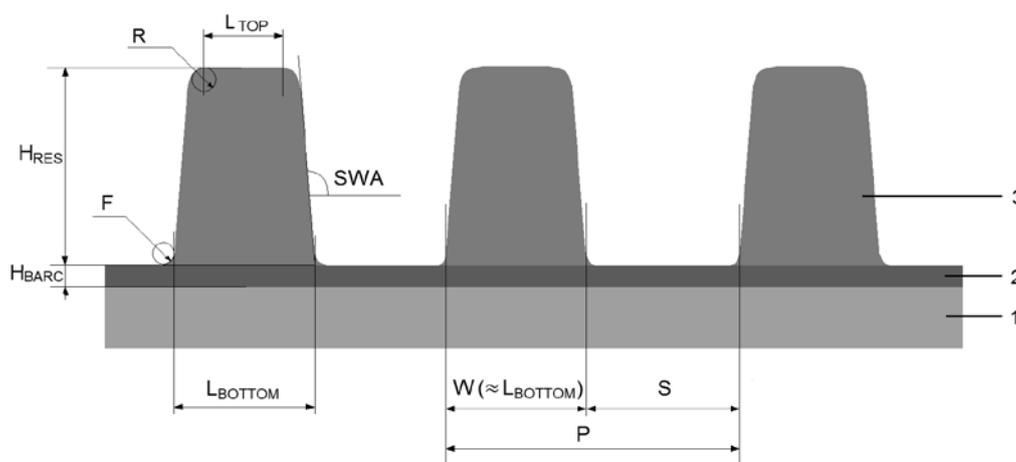


Рисунок 2. Схематичное изображение тестовых структур, где 1 – Si подложка, 2 – слой антиотражающего покрытия (BARC), 3 – фоторезист (Resist)

Таблица 1. Геометрические параметры модели фоторезистивной решетки

Обозначение	Параметр	Определение в модели	Диапазон значений
$L_{\text{BOTTOM}}$	Ширина фоторезиста по низу	Плавающий	120-200 нм
$L_{\text{TOP}}$	Ширина фоторезиста по верху	Плавающий	70-160 нм
$SWA$	Sidewall angle (угол наклона стенки)	Плавающий определен по формуле трапеции	85-90°
$S$	Пробел между линиями решётки	Фиксирован	180-240 нм
$P$	Период решётки	Фиксирован; $P = W + S$	360 нм
$H_{\text{RES}}$	Толщина фоторезиста	Плавающий	260-300 нм
$H_{\text{BARC}}$	Толщина BARC-слоя	Фиксирован	80 нм
$R$	Rounding (закругление верхнего основания)	Плавающий	5-10 нм
$F$	Footing (закругление нижнего основания)	Плавающий	5-10 нм

Измерения проводились с помощью установки скаттерометрии (выпускаемой коммерчески), основанной на спектральном эллипсометре, построенном по схеме с

вращающимся анализатором и фиксированным компенсатором, имеющим рабочий спектральный диапазон 240–800 нм, фиксированный угол падения на образец порядка  $70^\circ$  и оснащённый отражающей фокусирующей оптикой, позволяющей иметь пятно на образце порядка  $10 \times 30$  мкм (далее СКА).

Для сравнения проводились измерения геометрических параметров тех же структур методом РЭМ с помощью специализированного метрологического РЭМ, предназначенного для автоматического измерения критических размеров («CD-SEM»), имеющего разрешение 2 нм при ускоряющем напряжении 800 В и токе пучка 8 пА, предельное увеличение 400 000 крат.

Для проведения расчётов профиля исследуемых структур (восстановления профиля по оптическому отклику) использовалось встроенное программное обеспечение установки, в котором реализуется метод RCWA (rigorous coupled-wave analysis, строгий метод связанных волн). При расчёте учитывалось, что фоторезистивная маска представляет собой стек из двух материалов (BARC и фоторезист), для которых дисперсионные зависимости коэффициентов преломления и отражения в спектральном диапазоне установки исследовались отдельно, на той же установке. Дополнительно в процессе расчёта использовались также параметры закругления маски по верху (Rounding,  $R$ ) и закругления по низу (Footing,  $F$ ).

### Результаты и их обсуждение

На рисунке 3 представлены РЭМ-изображения исследуемых структур с различной шириной линий фоторезиста. LWR-эффект (шероховатость линии по ширине) в данном случае проявляется незначительно, поэтому измерение ширины фоторезиста по верху возможно без затруднений.

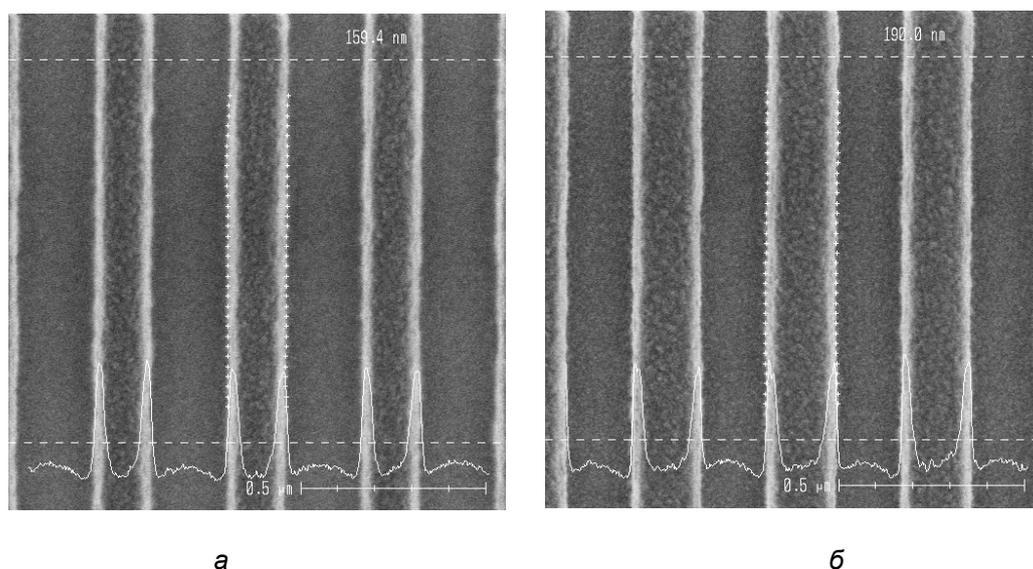


Рисунок 3. РЭМ-изображения фоторезистивной маски с шириной фоторезиста  $W$  150 нм (а) и 180 нм (б)

В таблице 2 представлены результаты измерений исследуемых структур. С помощью РЭМ были измерены параметры  $L_{\text{БОТТОМ}}$  и  $L_{\text{ТОП}}$ , с помощью СКА также угол

наклона стенки фоторезиста  $SWA$  и его толщина  $H_{RES}$ . Измерения производились в 7 кадрах пластины в 9 точках (измерительных площадках) в каждом, далее вычислялось среднее значение каждого критического размера и значения их среднеквадратичного отклонения.

Таблица 2. Результаты измерений (в формате: среднее значение  $\pm$  среднеквадратичное отклонение)

Структуры	$L_{БОТТОМ}$ , нм (РЭМ)	$L_{БОТТОМ}$ , нм (СКА)	$L_{ТОР}$ , нм (РЭМ)	$L_{ТОР}$ , нм (СКА)	$SWA$ , ° (СКА)	$H_{RES}$ , нм (СКА)
$W = 120, S = 240$	$126,4 \pm 4,4$	$115,4 \pm 2,6$	$77,1 \pm 4,8$	$99,4 \pm 3,6$	$88,3 \pm 0,2$	$269,2 \pm 1,4$
$W = 130, S = 230$	$146,4 \pm 2,9$	$138,3 \pm 1,9$	$96,6 \pm 4,4$	$117,3 \pm 3,5$	$87,7 \pm 0,3$	$277,9 \pm 1,3$
$W = 150, S = 210$	$157,9 \pm 1,8$	$147,9 \pm 1,2$	$105,2 \pm 3,0$	$130,4 \pm 0,8$	$88,2 \pm 0,1$	$281,2 \pm 0,8$
$W = 170, S = 190$	$167,6 \pm 3,3$	$160,4 \pm 3,0$	$120,6 \pm 3,5$	$140,9 \pm 2,7$	$88,0 \pm 0,2$	$285,7 \pm 1,5$
$W = 180, S = 180$	$191,0 \pm 2,5$	$183,0 \pm 1,7$	$137,9 \pm 3,1$	$159,4 \pm 2,2$	$87,6 \pm 0,2$	$289,9 \pm 1,3$

Из таблицы 2 видно, что значения размера макси по низу  $L_{БОТТОМ}$ (РЭМ) превосходят аналогичные значения, полученные методом СКА, с разницей  $\Delta L_{БОТТОМ}$  в 7-11 нм. Измерения маски по верху  $L_{ТОР}$ , в свою очередь, также отличаются для разных методов (с разницей  $\Delta L_{ТОР}$  20-25 нм), но значения, полученные с применением СКА, больше аналогичных, полученных с применением РЭМ. Также видно, что значения стандартного отклонения для параметров  $SWA$  и  $H_{RES}$  достаточно низкие (0.1-1.4 нм) и в основном ниже, чем для  $L_{БОТТОМ}$  и  $L_{ТОР}$ .

В таблице 3 показана результирующая разница  $\Delta L$  для различных методик измерений ( $\Delta L = L(СКА) - L(РЭМ)$ ), а также указаны значения параметра  $L_{БОТТОМ}$ (СКА) и  $L_{ТОР}$ (СКА) с учётом параметров Footing и Rounding (с прибавлением и вычитанием соответственно) в процессе численного моделирования.

Таблица 3. Разница в результатах измерений  $L_{БОТТОМ}$  и  $L_{ТОР}$

Структуры	$\Delta L_{БОТТОМ}$ , нм	$\Delta L_{ТОР}$ , нм	$L_{БОТТОМ}(СКА) + F$ , нм	$L_{ТОР}(СКА) - R$ , нм
$W = 120, S = 240$	-11,0	22,3	127,5	90,5
$W = 130, S = 230$	-8,1	20,7	148,2	108,0
$W = 150, S = 210$	-10,0	25,2	158,5	120,4
$W = 170, S = 190$	-7,2	20,3	169,6	131,7
$W = 180, S = 180$	-8,0	21,5	191,8	151,1

При численном расчёте по формуле, определённой для Footing ( $L_{БОТТОМ}(СКА) + F$ ), результирующие значения близки к параметрам  $L_{БОТТОМ}$ (РЭМ) с разницей уже 1-2 нм. Это позволяет сделать вывод о высокой достоверности полученных результатов измерений размера маски по низу с помощью метода СКА. Полностью объяснить разницу в результатах измерений для ширины маски по верху  $\Delta L_{ТОР}$  с помощью параметра Rounding аналогичным образом не удаётся, поскольку разница с  $L_{ТОР}$ (РЭМ) в таком случае составляет 10-13 нм. Предположительно, данная разница может быть связана с некоторыми особенностями формирования контраста в РЭМ, а также с необходимостью включения в используемую для расчёта модель более детального

описания дисперсионных зависимостей материалов фоторезистивной маски (например, моделирование границы раздела фоторезист-воздух). Из табл. 3 видно, что результирующие разницы  $\Delta L_{\text{БОТТОМ}}$  и  $\Delta L_{\text{ТОП}}$  стабильны для всех образцов с разной шириной линии фоторезиста. Это говорит о возможности использования метода скаттерометрии при варьировании ширины структуры, т.е. при варьировании параметров технологического процесса без дополнительной настройки методики измерений.

### Заключение

В настоящей работе метод оптической скаттерометрии рассмотрен в качестве инструмента для контроля критических размеров элементов фоторезистивной маски. Показано, что для получения корректных результатов расчётов необходим учёт эффектов, связанных с технологическими процессами формирования фоторезистивной маски, вызывающих отклонения критических размеров (закругления оснований), а также детальное описание дисперсионных зависимостей материалов. Также необходимо учитывать характеристики нижележащих функциональных и вспомогательных слоёв. Преимуществом метода скаттерометрии является возможность получения трёхмерного профиля исследуемой структуры (с контролем таких параметров, как угол наклона боковой стенки и толщина слоя), что более трудоёмко при использовании растровой электронной микроскопии. Кроме того, метод оптической скаттерометрии характеризуется меньшей степенью воздействия на образец (отсутствует эффект «сгорания» фоторезиста), что позволяет производить повторные измерения параметров фоторезистивных структур с более высокой точностью. Стоит отметить, что измерительная тестовая структура для скаттерометрии изготавливается в едином технологическом цикле с основной топологией конкретного слоя интегральной схемы (располагается в дорожке скрайбирования между кристаллами). Это обстоятельство делает скаттерометрию пригодной для оперативного контроля критических размеров и формы элементов фоторезистивных масок.

### Список литературы

1. Волоховский А. Д., Герасименко Н. Н., Петраков Д. С. Применение комбинированных оптических методов для контроля процесса травления щелевой изоляции // Известия вузов. Электроника. 2017. 22(4). 331-340. DOI: 10.214151/1561-5405-2017-22-4-331-340
2. Azuma T., Chiba K., Abe H., Motoki H., Sasaki N. Mechanism of ArF resist-pattern shrinkage in critical-dimension scanning electron microscopy measurement // Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures Processing, Measurement, and Phenomena. 2004. 22(1). 226-230. DOI: 10.1116/1.1643055
3. Bunday B., Germer T., Vartanian V. H., Cordes A., Cepler A., Settens Ch. Gaps analysis for CD metrology beyond the 22 nm Node // Metrology, Inspection, and Process Control for Microlithography XXVII. 2013. 8681. 870-898. DOI: 10.1117/12.2012472
4. Radamson, H. H., Zhu H., Wu Z., He X., Lin H., Liu J., Xiang J., Kong Z., Xiong W., Li J., Cui H., Gao J., Yang H., Du Y., Xu B., Li B., Zhao X., Yu J., Dong Y., Wang G. State of the art and future perspectives in advanced CMOS technology // Nanomaterials. 2020. 10. 8. 1555. DOI: 10.3390/nano10081555

5. Ukraintsev V. A., Baum Ch., Zhang G., Hall C. L. The role of AFM in semiconductor technology development: the 65 nm technology node and beyond // Metrology, Inspection, and Process Control for Microlithography XIX. 2005. 5752. 127-139. DOI: 10.1117/12.602758

6. Allgair J. A., Benoit D. C., Drew M. (Jr.), Hershey R. R., Litt L. C., Herrera P. P., Whitney U. K., Guevremont M., Levy A., Lakkapragada S. Implementation of spectroscopic critical dimension (SCD) (TM) for gate CD control and stepper characterization // Metrology, Inspection, and Process Control for Microlithography XV. 2001. 4344. 462-471. DOI: 10.1117/12.436771

### References

1. Volokhovskiy A. D., Gerasimenko N.N., Petrakov D.S. Primeneniye kombinirovannykh opticheskikh metodov dlya kontrolya protsessa travleniya shchelevoy izolyatsii [Application of combined optical methods to control the etching process of slit insulation] // News of universities. Electronics. 2017. 22(4). 331-340. DOI: 10.214151/1561-5405-2017-22-4-331-340

2. Azuma T., Chiba K., Abe H., Motoki H., Sasaki N. Mechanism of ArF resist-pattern shrinkage in critical-dimension scanning electron microscopy measurement // Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures Processing, Measurement, and Phenomena. 2004. 22(1). 226-230. DOI: 10.1116/1.1643055

3. Bunday B., Germer T., Vartanian V. H., Cordes A., Cepler A., Settens Ch. Gaps analysis for CD metrology beyond the 22 nm Node // Metrology, Inspection, and Process Control for Microlithography XXVII. 2013. 8681. 870-898. DOI: 10.1117/12.2012472

4. Radamson, H. H., Zhu H., Wu Z., He X., Lin H., Liu J., Xiang J., Kong Z., Xiong W., Li J., Cui H., Gao J., Yang H., Du Y., Xu B., Li B., Zhao X., Yu J., Dong Y., Wang G. State of the art and future perspectives in advanced CMOS technology // Nanomaterials. 2020. 10. 8. 1555. DOI: 10.3390/nano10081555

5. Ukraintsev V. A., Baum Ch., Zhang G., Hall C. L. The role of AFM in semiconductor technology development: the 65 nm technology node and beyond // Metrology, Inspection, and Process Control for Microlithography XIX. 2005. 5752. 127-139. DOI: 10.1117/12.602758

6. Allgair J. A., Benoit D. C., Drew M. (Jr.), Hershey R. R., Litt L. C., Herrera P. P., Whitney U. K., Guevremont M., Levy A., Lakkapragada S. Implementation of spectroscopic critical dimension (SCD) (TM) for gate CD control and stepper characterization // Metrology, Inspection, and Process Control for Microlithography XV. 2001. 4344. 462-471. DOI: 10.1117/12.436771

### Сведения об авторах

*Нелюбин Илья Вадимович* – аспирант, Национальный исследовательский университет «МИЭТ»; инженер участка контроля, ООО «НМ-Тех» (Зеленоград, Россия), ORCID: 0009-0001-8671-2206, info@nm-tech.org

*Волоховский Александр Дмитриевич* – кандидат технических наук, начальник участка контроля, ООО «НМ-Тех» (Зеленоград, Россия), ORCID: 0000-0002-7265-6995, info@nm-tech.org

*Путря Михаил Георгиевич* – доктор технических наук, профессор, Национальный исследовательский университет «МИЭТ» (Зеленоград, Россия), ORCID: 0000-0003-0608-7824, mishapmg@gmail.com

## ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 53.084.872

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).88-99

ГРНТИ 47.59.39

Специальность ВАК 2.2.2

*Научная статья*

### ВЫБОР МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЁМКОСТИ КИСЛОТНЫХ АККУМУЛЯТОРОВ ВИЛОЧНЫХ ПОГРУЗЧИКОВ

Павлов Д. В.<sup>1</sup>, Осетров А. А.<sup>2</sup>, Чашин В. Л.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>АО НПП «Стрела» (Великий Новгород, Россия)

<sup>2</sup>ООО «НовАК» (Великий Новгород, Россия)

<sup>3</sup>Морской центр капитана Варухина Н. Г. (Великий Новгород, Россия)

**Аннотация** В данной работе кратко рассмотрены методы определения ёмкости кислотных аккумуляторных батарей вилочных погрузчиков. Из всех методов, рассмотренных в этой работе, предлагается выбор комбинированного метода определения ёмкости кислотных аккумуляторных батарей. Этот метод используется в комбинации с математической моделью, которая была разработана для аккумуляторной батареи вилочного погрузчика на базе экспериментальных данных, полученных на производстве. Специалист в области силовой электроники, владея этим методом, способен разработать автоматизированное зарядное устройство. Это зарядное устройство опционально сможет автоматически контролировать изменение ёмкости кислотных аккумуляторных батарей, регулировать ток и напряжение подзарядки и выдавать информацию об оставшемся сроке службы рабочей модели кислотной аккумуляторной батареи.

Приведена математическая модель изменения ёмкости тяговой аккумуляторной батареи АКБ 80V 4PzSH 480 Ah. В модели приведены математические выражения зарядового тока и ёмкости данной батареи.

**Ключевые слова:** ёмкость, аккумуляторная батарея, заряд, модель

**Для цитирования:** Павлов Д. В., Осетров А. А., Чашин В. Л. Выбор метода определения ёмкости кислотных аккумуляторов вилочных погрузчиков // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 88-99. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).88-99

*Research Article*

### THE CHOICE OF METHOD FOR DETERMINING THE CAPACITY OF FORKLIFT ACID BATTERIES

Pavlov D. V.<sup>1</sup>, Osetrov A. A.<sup>2</sup>, Chashchin V. L.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Public Joint Stock Company "Scientific and Production Association "Strela" (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>2</sup>Limited Liability Company "Novgorod Accumulator Company" (NovAK) (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>3</sup>The marine center of captain Varukhin N. G. (Veliky Novgorod, Russia)

**Abstract** This article briefly discusses methods for determining the capacity of acid batteries of forklifts. Of all the methods considered in this work, the choice of a combined method for determining the capacity of acid batteries is proposed. This method is used in combination with a mathematical model that was developed for a forklift battery based on experimental data obtained in production. A specialist in the field of power electronics, having this method, is able to develop an automated charger. This charger will optionally be able to automatically monitor changes in the capacity of acid batteries, adjust the charging current and voltage and provide information about the remaining service life of the working model of the acid battery.

A mathematical model of the change in the capacity of the traction battery of the 80V 4PzSH 480 Ah battery is given. The mathematical expressions of the charging current and the capacity of this battery are presented in the model.

**Keywords:** capacity, battery, charge, model

**For citation:** Pavlov D. V., Osetrov A. A., Chashchin V. L. The choice of method for determining the capacity of forklift acid batteries // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 88-99. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).88-99

## Введение

Сегодня вопрос производства аккумуляторов различного типа очень актуален. Так же и актуален вопрос отслеживания состояния аккумуляторов, например, в цехах их производства, на автомобильном транспорте, вилочных погрузчиках на промышленных предприятиях.

Известно, что текущее состояние АКБ можно определить по двум параметрам: SOC (состояние заряда) и SOH (уровень). С помощью двух этих параметров можно рассчитать ожидаемое время работы батареи. Оба параметра зависят друг от друга и влияют на производительность аккумулятора.

Во время работы аккумулятора его производительность может снижаться из-за необратимых физических и химических изменений, которые происходят внутри его во время использования аккумулятора. Со временем эти внутренние необратимые изменения приведут к тому, что больше не получится использовать аккумулятор [1].

Главный параметр, который показывает состояние аккумуляторной батареи (АКБ) – это ёмкость. По текущей, начальной ёмкости и её изменению можно определить однозначно состояние АКБ.

Сегодня задача более точного измерения ёмкости стала ещё более актуальной при внедрении в производство микроэлектронной базы и нанотехнологий. Например, в электромобилях информация о состоянии заряда и ёмкости АКБ нужна в текущий момент времени. Система будет выдавать этот параметр с определённой частотой. Более точное определение ёмкости и уровня заряда даст информацию пользователю о фактическом состоянии АКБ. Таким образом, сегодня остро стала проблема поиска эффективного метода измерения ёмкости и уровня заряда АКБ.

В данной работе рассмотрены основные проблемы определения ёмкости АКБ различных типов аккумуляторов. Рассмотрен эффективный метод измерения ёмкости на примере АКБ кислотного типа для вилочных погрузчиков.

### Основные факторы, влияющие на ёмкость кислотного АКБ

#### 1) Изменение ёмкости АКБ при зарядке и разрядке

Ёмкость любого аккумулятора изменяется при зарядке и разрядке. Заряд батарей должен осуществляться в режиме, при котором ток сильно понижается к концу заряда. Используется несколько стратегий заряда кислотной АКБ, которые требуют оборудования различной сложности и стоимости. Наиболее простое и дешёвое оборудование осуществляет заряд при постоянном напряжении 2,4–2,45 В/ак (это потенциостатический режим). Заряд считается законченным если ток заряда остается неизменным в течении 3-х часов. Но чаще применяют

комбинированный режим, при котором начальный ток ограничивают, а по достижении заданного напряжения, заряд проводится при стабилизации напряжения.

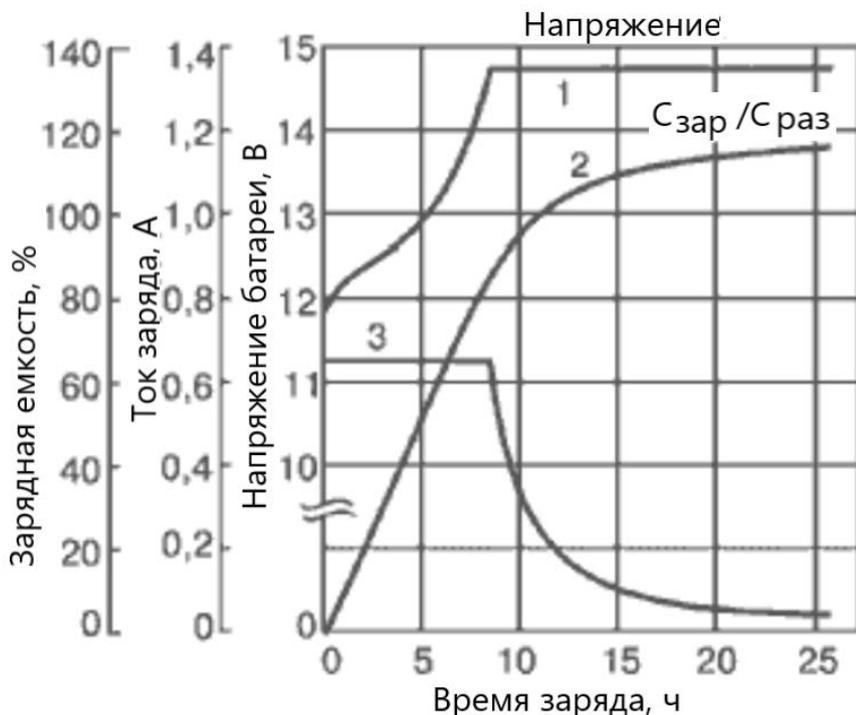


Рисунок 1. Зарядные кривые герметизированной свинцово-кислотной аккумуляторной батареи при комбинированном режиме заряда нормированным током 0,1С и нормированным напряжением 2,45В/эл для циклического режима: 1 – напряжение, 2 – зарядная ёмкость, 3 – ток заряда

Ускорение процесса заряда достигается при повышении тока на первой стадии заряда, но в соответствии с советами производителей не более чем до 0,3С. В конце заряда для большей безопасности, может быть применена ещё одна ступень заряда: при снижении напряжения источника питания до напряжения подзаряда аккумулятора 2,30–2,35 В.

## 2) Зависимость ёмкости АКБ от наружной температуры

При уменьшении температуры эксплуатации доступная ёмкость свинцово-кислотного аккумулятора падает примерно на 1% от номинальной на 1°С [2]. Это обусловлено тем, что при отрицательной температуре вещество электролита становится более вязким, ограничивая диффузионные явления и приводя к уменьшению полезной ёмкости, особенно при высоких скоростях разряда. Кроме того, сопротивление электролита увеличивается, что дополнительно приводит к потере емкости. При 0°С доступная ёмкость составляет 60% от номинальной и быстро падает при дальнейшем уменьшении температуры. При увеличении температуры ёмкость растет, т. к. высокая температура ускоряет кинетику протекающих химических реакций. При этом, увеличивается не только ёмкость, но и скорость саморазряда.

Экспериментальные зависимости ёмкости от температуры представлены на рисунке 2. Красная кривая – зависимость для СКБ, синяя – для щелочной батареи [3].

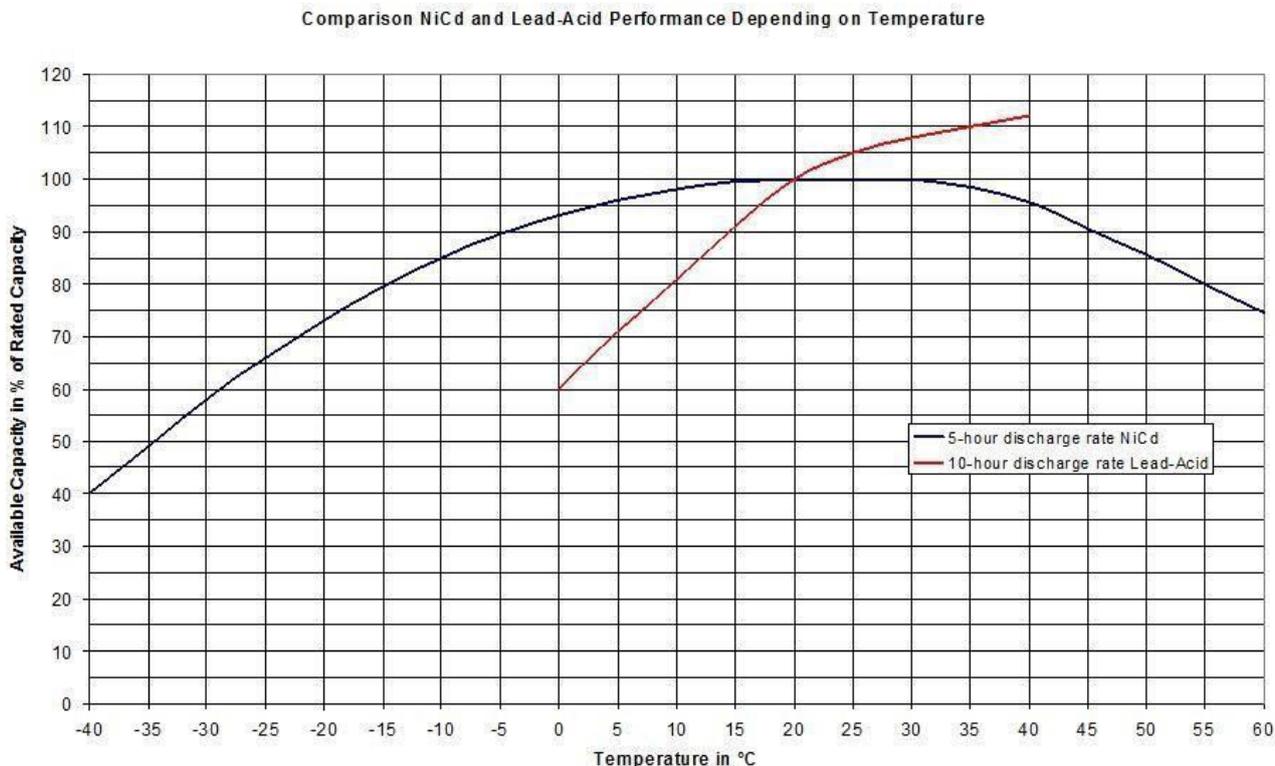


Рисунок 2. Зависимость доступной ёмкости от температуры для свинцово-кислотных (красная линия) и никель-кадмиевых аккумуляторов (синяя линия)

### 3) Зависимость ёмкости АКБ от циклов заряда-перезаряда.

На рисунке 3 показана зависимость ёмкости АКБ от циклов заряда-перезаряда на примере Li-ion батареи.

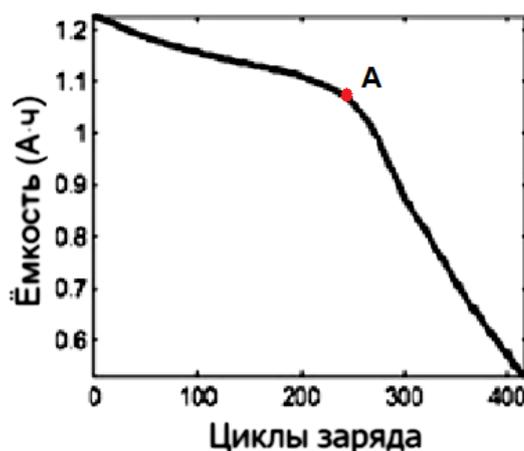


Рисунок 3. Зависимость ёмкости Li-ion батареи от циклов заряда-перезаряда

На данном рисунке точка А – точка начала деградации ёмкости. Точное положение точки может варьироваться в зависимости от вида батареи и

параметров, в которых работает аккумулятор. Например, у кислотных аккумуляторов вилочных погрузчиков эта точка деградации находится в области 780-960 циклов заряда-перезаряда.

### Методы, определяющие состояние заряда и ёмкости АКБ

Самые первые попытки исследования состояния батарей были проведены Виллингансом в 1941 г. Его метод был основан на измерении внутреннего сопротивления [4, 5].

Ранее, различные фирмы применяли различные методы измерения заряда и ёмкости АКБ (таблица 1).

Таблица 1. История методов измерения параметров аккумуляторов

Год исследования	Исследователь / компания	Метод
1963	Кёртис	Измерение напряжения
1970	Лернер	Сравнение между двумя аккумуляторами (техника SOC)
1974	Йорк	Сравнение заряда с несколькими аккумуляторами
1974	Брандвейн	Метод измерения напряжения, температуры и тока
1975	Кристиансон	Метод измерения напряжения разомкнутой цепи (OCV)
1975	Дауджиалло	Измерение внутреннего сопротивления
1975	Фингер	Кулоновский расчет
1978	Эбби	OCV и напряжение под нагрузкой
1980	Кикиока	Регистрация данных
1981	Фингер	Измерение устоявшегося напряжения аккумулятора (релаксация)
1984	Пелед	Наглядные таблицы данных OCV и температурных измерений
1985	Мураматсу	Спектроскопия внутреннего сопротивления
1986	Копманн	Наглядные таблицы данных напряжения, тока и температурных измерений
1988	Сейфанг	Регистрация данных и адаптивные системы
1992	Айлор	OCV, OCV-предположения и кулоновские измерения
1997	Джерард	Измерение тока и напряжения, использование искусственных нейронных сетей
1999	Салкинд	Кулоновский расчет, спектроскопия внутреннего сопротивления, нечёткая логика
2000	Гарш	Измерение напряжения и тока, использование фильтров Калмана
2000	Бергвельд	Регистрация данных, перезаряд, ЭДС, самообучающийся алгоритм определения максимальной ёмкости

Следует обратить внимание, в 1997–2000 гг. проводились исследования с использованием нейросетей или эффективных рекурсивных фильтров.

Таким образом, на складах с применением вилочных погрузчиков или в цеху с производством кислотных АКБ следует применять зарядное устройство с опцией автоматического измерения ёмкости аккумуляторов с целью определения текущего состояния и прогноза срока службы АКБ. Возможен вариант отдельного программно-аппаратного модуля, который автоматически измеряет ёмкость АКБ и контролирует

её параметры состояния на текущий момент времени. Такая реализация программно-аппаратного модуля требует более сложных алгоритмов вычисления ёмкости и текущего заряда, а также предсказывающие алгоритмы, которые вычисляют срок службы и ресурс АКБ.

### **Основные проблемы определения ёмкости и заряда АКБ**

На сегодняшний день отсутствует эффективный способ определения текущей ёмкости кислотного АКБ и текущего заряда. Например, для кислотных негерметичных АКБ существует косвенный метод определения заряженности по плотности электролита. Этот метод даёт большую погрешность и имеет недостатки. Один из недостатков связан с изменением плотности электролита при изменении температуры. Зависимость выходит нелинейная и не всегда однозначная [6].

В компьютерах и мобильных телефонах, также как и во многих зарядных устройствах, судят о степени разряженности или заряженности батареи по напряжению на его клеммах. Но это также косвенный способ, а связь ёмкости и напряжения имеет нелинейную зависимость, что даёт неопределённые результаты измерения, и однозначно определить значение ёмкости таким образом невозможно, так как у разряженной батареи, в зависимости от нагрузки, напряжение на его клеммах будет меняться.

Существуют различные индикаторы ёмкости. Например, индикаторы «Бастион» и «SKAT-T» имеют погрешности до 25%. Измеряемая ёмкость ограничена у них до 120 А·ч. АКБ вилочных погрузчиков обладают ёмкостями свыше 350 А·ч.

Многие предприятия-изготовители кислотных АКБ для определения ёмкости применяют метод разряда-заряда. Этот способ не эффективен. Для определения ёмкости кислотных АКБ таким способом уходит от недели и больше. К тому же, такая проверка показывает, какая ёмкость была в начальном состоянии.

Существуют новые методы определения ёмкости АКБ, защищенные патентами РФ № 2172044 (БИ № 24 2001 г.) «Способ измерения ёмкости химических источников тока» и №2214025, №2248073 «Устройство для измерения ёмкости химических источников тока», а также патентом № 70359 (БИ № 10, 2004 г.). Способ заключается в сравнении ёмкости измеряемого химического источника тока с известной ёмкостью образцового (эталонного) конденсатора. В этом способе путём измерения напряжения на измеряемом химическом источнике тока и разряде его на конденсаторную нагрузку измеряют время заряда конденсатора известной ёмкости и рассчитывают электрическую ёмкость измеряемого химического источника тока по формуле:

$$Q_{эл} = \frac{C \cdot U}{2 \cdot k \cdot t_{зар}}, \quad (1)$$

где  $Q_{эл}$  – электрическая ёмкость, измеряема  $C$  – ёмкость эталонного конденсатора;  $U$  – напряжение на измеряемом химическом источнике тока;  $t_{зар}$  – время заряда

конденсатора от химического источника тока;  $k$  – коэффициент, учитывающий конструктивные и технологические его особенности.

Другим методом является определение внутреннего сопротивления АКБ. Можно сказать, что величина снижения напряжения на элементах АКБ при протекании тока определяется внутренним сопротивлением элементов. Известно, что ёмкость АКБ связана с её внутренним сопротивлением и, получив опытным путём значение внутреннего сопротивления, можно оценить и ёмкость АКБ. Так, если внутреннее сопротивление АКБ увеличилось в 2 раза, то можно утверждать, что ёмкость АКБ уменьшилась в 2 раза.

При обследовании АКБ кроме внутреннего сопротивления её элементов измеряются сопротивления и межэлементных соединений. Это позволяет своевременно выявлять характерные дефекты, обусловленные коррозией токовых выводов аккумуляторов.

Можно измерять внутреннее сопротивление на базе толчкового тока и переменным током. Толчковый ток достигается в несколько сотен ампер. Измерение сопротивления АКБ на переменном токе проще измерения сопротивления, базирующегося на создании толчкового тока. Тем более, протекание по АКБ переменного тока в течение 1,5 часов, необходимых для замера напряжения на всех её элементах, менее вредно, чем многократное протекание толчкового тока в сотни ампер. Однако измерение внутреннего сопротивления АКБ на переменном токе имеет существенный недостаток. Измеренное сопротивление содержит не только активную составляющую, но и реактивную (рисунок 4):

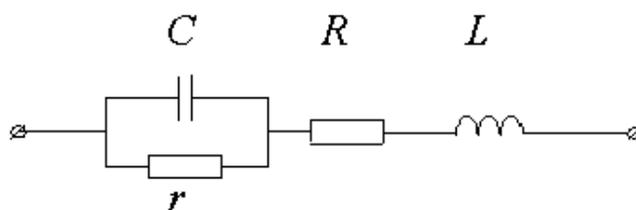


Рисунок 4. Эквивалентная схема замещения с определением внутреннего сопротивления АКБ

Следовательно, сопротивление, полученное одночастотным методом измерения на переменном токе, не будет равно интересующему нас активному сопротивлению АКБ, определенному на постоянном токе. И в случае, если мы имеем частотную зависимость, то переход к сопротивлению на постоянном токе весьма затруднителен в силу специфики электрохимических процессов. Поэтому, такие измерения могут применяться лишь для оценки тенденций изменения технического состояния аккумуляторов и обладают также существенной погрешностью [7].

Ценность результатов измерения на переменном токе снижается за счёт использования тока малой амплитуды, что не даст достаточной информации о нелинейном участке вольт-амперной характеристики АКБ.

### Комбинированный метод с применением математической модели

В данной работе предложен метод измерения ёмкости по известному напряжению и силе тока в данный момент времени. Измерение силы тока и напряжения можно проводить с помощью высокоточного амперметра и вольтметра.

Электрическая схема замещения предложенного метода показана на рисунке 5:

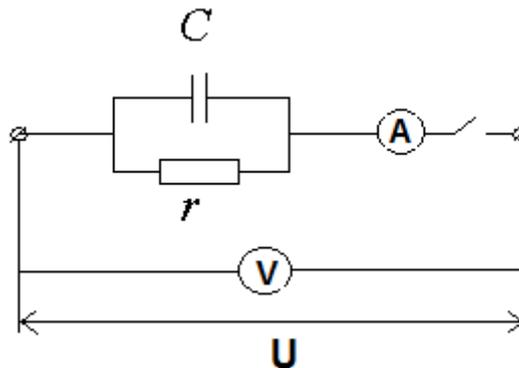


Рисунок 5. Электрическая эквивалентная схема замещения метода

Используется тягового АКБ 80V 4PzSH 480 Ah.

Используется эталонный конденсатор с электрической ёмкостью  $C$ , которая при постоянной температуре не меняется. Будем считать, что ёмкость этого эталонного конденсатора не будет меняться и во время зарядки-разрядки его. Для исследования АКБ 80V 4PzSH 480 Ah рекомендуется взять эталонный конденсатор с ёмкостью не менее 50 мФ и напряжением не менее 100 В.  $r$  – внутреннее сопротивление электролита.

Подключают клеммы известной АКБ к конденсатору и заряжают его. При зарядке конденсатора меняется ток и напряжение на конденсаторе. Энергия АКБ вычисляется по формуле:

$$W = Q \cdot U, \quad (2)$$

где  $Q$  – ёмкость кислотного АКБ, А·ч;

$U$  – напряжение на клеммах АКБ, В.

При зарядке конденсатора напряжение и ток в эквивалентной схеме замещения являются функциями времени:  $U = U(t)$  и  $I = I(t)$ .

Делаются замеры напряжения на конденсаторе в начальный момент времени, когда ключ замкнули:  $U(0) = U_0$ .  $I(0) = I_{max}$ .

Считаем, что при одном цикле заряда конденсатора внутреннее сопротивление электролита не изменилось. При многократных циклах заряда конденсатора внутреннее сопротивление может заметно измениться из-за нагрева электролита при прохождении через него тока заряда.

Когда заряжается конденсатор до величины  $U_k$ , энергия АКБ уменьшается на величину  $dW$ .  $U_k$  – значение напряжения на конденсаторе в конце цикла заряда. Тогда, по закону сохранения энергии в процессе заряда конденсатора:

$$-dW = \frac{C \cdot U^2}{2} + I^2 \cdot r \cdot t, \quad (3)$$

$0 \leq t \leq t_3$ ,  $t_3$  – время цикла заряда конденсатора.

Время заряда можно измерить с помощью электронного осциллографа или электронного таймера.

Уравнение (3) запишем в неявном виде:

$$\frac{C \cdot U^2}{2} + I^2 \cdot r \cdot t + dW = 0 \quad (4)$$

Продифференцируем выражение (4) по времени:

$$C \cdot U \cdot \frac{dU}{dt} + I^2 \cdot r + 2 \cdot t \cdot r \cdot I \cdot \frac{dI}{dt} + Q \cdot \frac{dU}{dt} + U \cdot \frac{dQ}{dt} = 0 \quad (5)$$

Известно соотношение между зарядом конденсатора и электроёмкостью:

$$q = C \cdot U \quad (6)$$

Дифференцируя это выражение, получаем, что  $\frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU}{dt}$ ;  $\frac{dq}{dt} = I$ .

Отсюда,  $\frac{dU}{dt} = \frac{I}{C}$ .

Тогда получаем дифференциальное уравнение (7):

$$U \cdot I + I^2 \cdot r + 2 \cdot t \cdot r \cdot I \cdot \frac{dI}{dt} + Q \cdot \frac{I}{C} + U \cdot \frac{dQ}{dt} = 0 \quad (7)$$

Уравнение (7) представляет собой математическую модель физического процесса зарядки конденсатора с помощью кислотного АКБ с внутреннем сопротивлением  $r$ . С помощью математического выражения (7) можно получить аналитическое выражение функции ёмкости АКБ от времени при каждом цикле заряда конденсатора, используя численные метод приближений Пикара. Имея выражение  $Q = Q(I_n, U_n, t_n)$ , можно предсказать изменения ёмкости АКБ и предсказать поведение ёмкости при зарядовых токах и напряжений.  $I_n$  – максимальный ток заряда конденсатора при  $n$ -м цикле,  $U_n$  – напряжение АКБ после каждого  $n$ -го цикла заряда конденсатора,  $t_n$  – время заряда каждого  $n$ -го цикла. Если сделать большое число циклов заряда конденсатора, то можно АКБ разрядить до глубокого разряда. Тогда можно получить множество точек  $I_n$  и  $U_n$  и получить одну кривую, которая будет «склеена» из множества кусочных функций  $Q = Q(I_n)$  и  $Q = Q(U_n)$ ; в этом случае время разряда АКБ:  $T = n \cdot t_3$ .

Также, используя выражение (4) можно получить экстремумы функционала с помощью вариационного исчисления.

Для вычисления  $Q$  в конце каждого  $n$ -го цикла заряда конденсатора в уравнении (5) можно ввести приближения:  $\frac{dQ}{dt} \approx \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_{n+1} - Q_n}{t_3}$ ;  $Q_n$  – ёмкость АКБ в начальный момент времени цикла зарядки конденсатора.  $Q_0 = 480 \text{ А} \cdot \text{ч}$  – для тягового АКБ 80V 4PzSH 480 Ah.

$C$  – номинальное значение ёмкости конденсатора;  $\frac{dU}{dt} \approx \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{U_{n+1}-U_n}{t_3}$ ;  $U_n$  – напряжение в начальный момент времени цикла зарядки конденсатора;  $t = t_3$ ;  $r$  – сопротивление электролита АКБ. Сопротивление электролита можно измерить известными методами или найти значение для изучаемой модели АКБ.  $I = I_{max}$  – максимальный ток зарядки конденсатора в начале цикла заряда;  $U = U_n$  – напряжение заряда в начале цикла зарядки конденсатора.

### Вспомогательная математическая модель

В данной работе была получена вспомогательная упрощённая математическая модель изменения зарядовых токов и ёмкости тягового АКБ 80V 4PzSH 480 Ah.

Входные данные вспомогательной модели:

- зарядовое постоянное напряжение 96 В;
- АКБ в начальный момент времени был разряжен до уровня 40% от  $C$ ;
- температура окружающей среды 25°C.

Допущения в модели:

- предполагалось, что температура окружающей среды не менялась;
- при зарядке функция изменения температуры электролита от времени считалась квазилинейной;
- применяется электролит с плотностью 1,3.

На рисунке 1 показаны графики зависимости зарядного тока и ёмкости от времени.

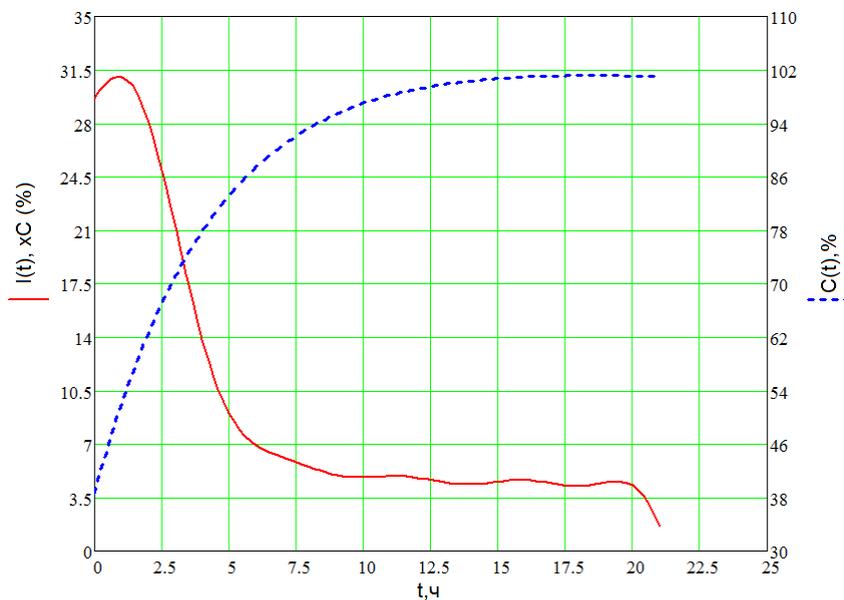


Рисунок 6. Изменение зарядного тока и ёмкости от времени

Наилучшая аппроксимация силы тока при начальной температуре электролита +25°C получена гармоническим полиномом 5-го порядка:

$$I(t) = 36,86 \cdot \sin(0,05723 \cdot t + 2,251) + 10,51 \cdot \sin(0,2522 \cdot t + 2,929) + 2,697 \cdot \sin(0,7821 \cdot t - 0,634) + 9,644 \cdot \sin(1,058 \cdot t - 0,92) + 8,176 \cdot \sin(1,097 \cdot t + 1,741) \quad (8)$$

Изменение ёмкости со временем при зарядке аппроксимируется экспоненциальным законом:

$$C(t) = 107 \cdot e^{-0,002438 \cdot t} - 68,3 \cdot e^{-0,2219 \cdot t} \quad (9)$$

Данная математическая модель позволяет предварительно предсказывать изменение тока заряда и характер изменения ёмкости в зависимости от глубины разряда АКБ.

### Заключение

Используемый комбинированный метод измерения тока и напряжения со вспомогательной математической моделью позволяет вычислить ёмкость АКБ в определённый момент времени. С помощью этого метода можно получить аналитическое выражение  $Q = Q(I_n, U_n, t_n)$ , позволяющее определить изменение ёмкости кислотного АКБ вилочных погрузчиков при изменении тока разряда и напряжения разряда.

### Список литературы

1. Lerner S., Lennon H., Seiger H. N. Development of an alkaline battery state of charge indicator // *Journal of Power Sources*. 1970. 3. 135-137.
2. Стационарные свинцово-кислотные аккумуляторные батареи: руководство по эксплуатации. Ч. 1: Основные понятия, конструкция, режимы работы и области применения. Москва, 2006.
3. Никель-кадмиевые и свинцово-кислотные аккумуляторы. Сравнение технологий // *EnerSys*, 2017.
4. Eby R. L. Method and apparatus for determining the capacity of lead acid storage batteries. US Patent 4,180,770 filed 1 March. 1978.
5. Rodrigues S., Munichandraiah N., Shukla A. K. A review of state-of-charge indication of batteries by means of A.C. impedance measurements // *Journal of Power Sources*. 2000. 87(1-2). 12-20. DOI:10.1016/S0378-7753(99)00351-1
6. Методика расчета и выбора аккумуляторных батарей серий Classic GroE и Classic OCSM для применения в энергетике. Москва, 2005. 28 с. URL: [https://docs.google.com/viewer?url=https://www.proektant.org/index.php?action=dlat\\_tach;topic=17993.0;attach=16938](https://docs.google.com/viewer?url=https://www.proektant.org/index.php?action=dlat_tach;topic=17993.0;attach=16938) (Дата обращения: 24.06.2022).
7. Bergveld H. J., Kruijt W. S., Notten P. H. L. Electronic-network modelling of rechargeable NiCd cells and its application to the design of battery management system // *Journal of Power Sources*. 1999. 77(2). 143-158. DOI: 10.1016/S0378-7753(98)00188-8

### References

1. Lerner S., Lennon H., Seiger H. N. Development of an alkaline battery state of charge indicator // *Journal of Power Sources*. 1970. 3. 135-137.
2. Statsionarnyye svintsovo-kislotnyye akkumulyatornyye batarei: rukovodstvo po ekspluatatsii. Chast' 1: Osnovnyye ponyatiya, konstruktsiya, rezhimy raboty i oblasti primeneniya [Stationary lead-acid batteries. Operating Manual. Part 1: Basic concepts, design, operating modes, and applications]. Moscow, 2006.
3. Nikel'-kadmievyye i svintsovo-kislotnyye akkumulyatory. Sravneniye tekhnologiy [Nickel-cadmium and lead-acid accumulators. Technology comparison] // *EnerSys*, 2017.

4. Eby R. L. Method and apparatus for determining the capacity of lead acid storage batteries. US patent, 4,180,770. 1978.

5. Rodrigues S., Munichandraiah N., Shukla A. K. A review of state-of-charge indication of batteries by means of A.C. impedance measurements // Journal of Power Sources. 2000. 87(1–2) 12–20. DOI: 10.1016/S0378-7753(99)00351-1

6. Metodika rascheta i vybora akkumulyatornykh batarey seriy Classic GroE i Classic OCSM dlya primeneniya v energetike [Methodology for calculating and selection of batteries of the Classic GroE and Classic series OCSM for energy applications]. Moscow, 2005. 28 p. Available at: <https://docs.google.com/viewer?url=https://www.proektant.org/index.php?action=dlattach;topic=17993.0;attach=16938> (Accessed: 24.06.2022).

7. Bergveld H. J., Kruijt W. S., Notten P. H. L. Electronic-network modelling of rechargeable NiCd cells and its application to the design of battery management system // Journal of Power Sources. 1999. 77(2). 143-158. DOI: 10.1016/S0378-7753(98)00188-8

#### **Информация об авторе**

*Павлов Денис Викторович* – соискатель, ведущий инженер-математик, АО НПП «Стрела» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0003-0461-6945, energidriver@mail.ru

*Осетров Алексей Анатольевич* – инженер по наладке и испытаниям оборудования, ООО "НовАК" (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0004-9055-8557, alex99979@mail.ru

*Чащин Владимир Леонидович* – педагог дополнительного образования, Морской центр капитана Варухина Н. Г. (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0002-8809-3776, 6123@mail.ru

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

УДК 537.868.4:621.396.964

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).100-107

ГРНТИ 47.49.31

Специальность ВАК 1.3.4; 2.2.15

*Научная статья*

### ВЛИЯНИЕ ПЕРЕСТРОЙКИ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ПОКРЫТИЯ НА ОТРАЖЕННЫЙ СИГНАЛ С ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Вяткин А. М., Гусаков В. М., Цыкунов В. Н.

*Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского (Санкт-Петербург Россия)*

**Аннотация** Представлены результаты моделирования процесса отражения ЛЧМ сигнала от многослойного покрытия на основе кольцевых резонаторов с возможностью переключения резонансной частоты поглощения. Разработанная модель позволяет получить сигнал на выходе коррелятора радиолокационной станции без учета среды распространения. Моделирование показывает появление пассивной модуляции при отражении ЛЧМ сигнала от покрытия, что проявляется в появлении дополнительных пиков на выходе коррелятора.

**Ключевые слова:** покрытие, кольцевой резонатор, ЛЧМ сигнал, управляемые параметры, коррелятор

**Для цитирования:** Вяткин А. М., Гусаков В. М., Цыкунов В. Н. Влияние перестройки резонансной частоты радиолокационного покрытия на отраженный сигнал с линейной частотной модуляцией // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 100-107. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).100-107

*Research Article*

### EFFECT OF TUNING THE RESONANT FREQUENCY OF RADAR COATING ON A REFLECTED SIGNAL WITH LINEAR FREQUENCY MODULATION

Vyatkin A. M., Gusakov V. M., Tsykunov V. N.

*A. F. Mozhaysky's Military-Space Academy (Saint Petersburg, Russia)*

**Abstract** The results of modeling the process of reflection of a chirp signal from a multilayer coating based on ring resonators with the possibility of switching the resonant absorption frequency are presented. The developed model makes it possible to obtain a signal at the output of the correlator of a radar station without considering the propagation medium. The model investigation shows the appearance of passive modulation when the chirp signal is reflected from the coating, which manifests itself in the appearance of additional peaks at the output of the correlator.

**Keywords:** coating, ring resonator, chirp signal, controlled parameters, correlator

**For citation:** Vyatkin A. M., Gusakov V. M., Tsykunov V. N. Effect of tuning the resonant frequency of radar coating on a reflected signal with linear frequency modulation // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 100-107. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).100-107

### Введение

Одним из перспективных направлений развития радиолокационных покрытий является создание структур, способных изменять свою резонансную частоту поглощения. Интерес к данному направлению обусловлен наличием взаимосвязи между

уровнем поглощения, частотным диапазоном и толщиной покрытия [1], которая указывает на то, что невозможно создать тонкое покрытие, эффективно поглощающее в широком частотном диапазоне. Возможность изменения рабочей частоты покрытия позволяет не только подстроить полосу поглощения под конкретный сигнал, позволяя немного обойти указанное ограничение, но и уменьшать коэффициент отражения во время работы своих радиотехнических систем с целью повышения скрытности антенн или уменьшения их взаимного влияния, корректировать характеристики направленности антенн [2], а также даёт возможность пассивной модуляции отражённых сигналов.

Для управления коэффициентом отражения в покрытие включается частотно-селективная структура [3-7], представляющая собой распределённые колебательные контуры (кольцевые резонаторы, щели, рамки, грибовидные элементы и т.д.), резонансная частота которых зависит от подключаемых к ним нагрузок, например, варикапа. Использование варикапов удобно для плавной перестройки резонансной частоты, но при этом возникают сложности с их подключением и управлением, так ёмкость варикапа зависит не только от приложенного напряжения смещения, а также от мощности сигнала, его частоты и температуры окружающей среды.

### Модель радиолокационного покрытия с изменяемой резонансной частотой поглощения

В работе предлагается управлять резонансной частотой с помощью СВЧ-переключателей, которые коммутируют частотно-селективную структуру на металлическую подложку. Использование СВЧ-переключателей позволит уменьшить потребляемую мощность, а также повысит температурную стабильность параметров покрытия, но управление резонансной частотой при этом будет дискретным.

Для моделирования в качестве частотно-селективной структуры (ЧСС) выбран кольцевой резонатор с прорезью (рисунок 1). Предлагаемое управляемое покрытие представляет собой многослойную структуру (рисунок 2).

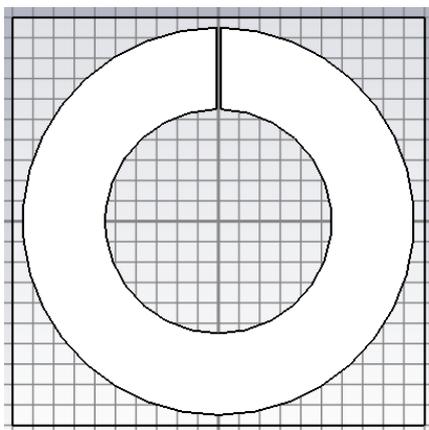


Рисунок 1. Внешний вид модели кольцевого резонатора с прорезью на печатной плате

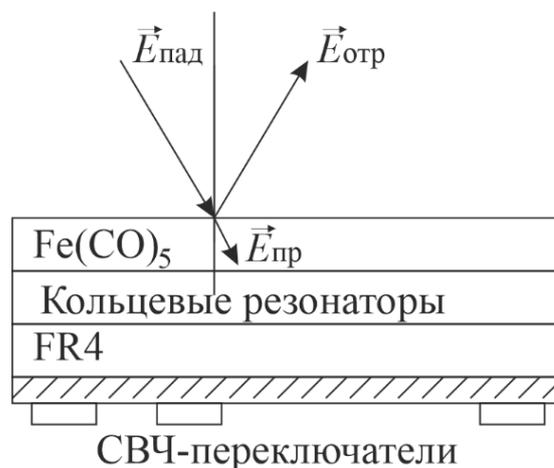


Рисунок 2. Структура управляемого покрытия на основе кольцевых резонаторов с СВЧ-переключателями

Нижние слои структуры представляют собой двухстороннюю печатную плату из текстолита FR-4 толщиной 2 мм. Нижний металлизированный слой используется в качестве экрана, а также на нём расположены управляющие элементы: СВЧ-переключатели, микроконтроллер для их переключения и система питания. На верхнем слое платы вытравлены кольцевые резонаторы с вырезом, по обоим краям которого размещаются переходные отверстия к СВЧ-переключателям. Таким образом, возможно отключать резонатор от экрана, подключать один край кольца или сразу оба. Сверху резонаторов размещается поглощающий слой. Кроме дополнительного ослабления использование верхнего поглощающего слоя позволяет уменьшить период следования элементов ЧСС (период дифракционной решётки) для получения в рабочей полосе частот эффекта разложения отраженной волны в пространственном спектре. Размеры ЧСС в этом случае выбираются с учётом укорочения длины волны в верхнем слое:

$$\lambda_{\text{экс}} = \frac{\lambda}{\text{Re}(n)}$$

Согласно теории дифракции, углы распространения отражённых мод можно определить из следующего выражения [8]:

$$\sin \theta_n = \sin \varphi + \frac{n\lambda_{\text{экс}}}{l}$$

где  $n$  – номер пространственной гармоники;

$\varphi$  – угол падения;

$\theta_n$  – угол отражения пространственной гармоники.

Если угол отражения находится за пределами  $-90^\circ \dots +90^\circ$ , то данная пространственная гармоника не распространяется. Энергия отражённой моды определяется структурой дифракционной решётки и углом падения. Для обеспечения появления дополнительных пространственных мод необходимо, чтобы период ЧСС был соизмерим с длиной падающей волны.

При моделировании в качестве материала верхнего слоя использовалось карбонильное железо толщиной 2 мм с параметрами  $\varepsilon = 18,72$ ,  $\text{tg } \varepsilon = 0,233$  и  $\mu = 4,88$ ,  $\text{tg } \mu = 0,387$ . Параметры резонатора и его период подбирались эмпирическим путём из расчёта рабочей полосы покрытия в диапазоне 1-3 ГГц для удобства практической реализации макета и измерения его параметров, резонатор имеет внешний диаметр 18 мм, внутренний – 8 мм и вырез 0,6 мм.

На рисунке 3 представлены результаты электродинамического моделирования структуры с размерами 20×20 см. Верхний график показывает зависимость ЭПР от частоты металлической пластины с такими же размерами, остальные – ЭПР покрытия при разных вариантах коммутирования резонатора на экран. Как видно из рисунка 3, покрытие имеет посредственные характеристики поглощения, но при этом наблюдается возможность управления резонансной частотой поглощения. Подключение

резонатора к экрану приводит к уменьшению резонансной частоты, что связано с увеличением ёмкости резонатора.

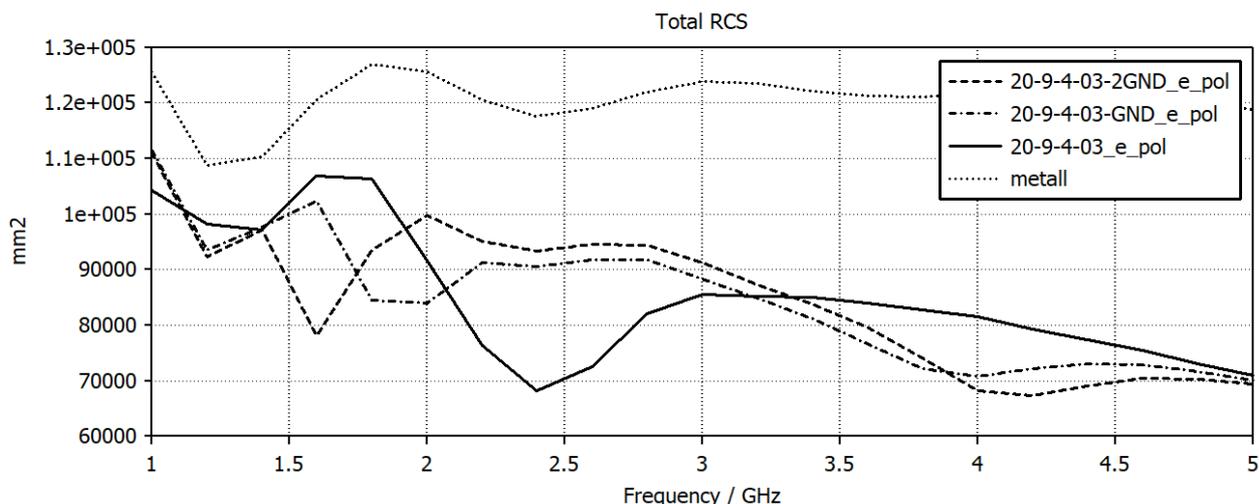


Рисунок 3. Зависимость ЭПР покрытия с размерами 24x24м см от частоты при различных вариантах коммутирования ЧСС на экран (2 точки, одна и без подключения к экрану)

Обзор возможностей элементной базы показывает, что бюджетные СВЧ переключатели имеют скорость переключения до 50 МГц (Renesas UPG2214). Таким образом, при использовании сигналов ЛЧМ с длительностью 1 мкс и более возможно произвести множество переключений резонансной частоты покрытия.

### Моделирование процесса отражения сигнала ЛЧМ от радиолокационного покрытия с изменяемой резонансной частотой поглощения

Произведём оценку влияния перестроения резонансной частоты на структуру сигнала ЛЧМ. Отметим, что при этом нас интересует не влияние на сам сигнал как таковое, а влияние на результат его первичной обработки.

При использовании сигнала ЛЧМ время распространения зондирующего импульса до цели и обратно рассчитывается через разность частот гетеродина и отражённого сигнала. Во время приёма сигнала, отражённого от неподвижной цели, разность частот сигнала и генератора будет постоянной во времени и зависимой только от времени задержки между излучённым и принятым сигналами. В результате на выходе смесителя мы получим корреляционный пик на частоте, равной разности частот опорного генератора и принятого сигнала.

Математически сигнал ЛЧМ описывается выражением [9]

$$S(t) = S_0 \cos \left\{ \phi_0 + 2\pi \left( f_0 + \frac{b}{2} t^2 \right) \right\}$$

где  $S_0$  – амплитуда сигнала;

$\phi_0$  – начальная фаза.

Коэффициент  $b$ , являющийся тангенсом угла наклона частоты, определяется соотношением:

$$b = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{T_s}$$

где  $f_{\max}$  и  $f_{\min}$  – максимальная и минимальная частоты сигнала ЛЧМ;

$T_s$  – период сигнала.

На основе указанных соотношений была построена имитационная модель сигнала на выходе коррелятора РЛС при локации объекта в виде экрана [10, 11] с предлагаемой моделью покрытия.

Для моделирования было принято:

- длительность зондирующего импульса – 1 мкс;
- диапазон частот ЛЧМ – 2-2,5 (рисунки 4, 5) и 2,5-3 (рисунок 6) ГГц.

В качестве параметров покрытия были взяты результаты численного моделирования для двух вариантов включения – без коммутации на экран и коммутации обеих точек.

Для упрощения задачи энергетический расчёт радиолинии опускается, а в качестве лоцируемого объекта используется только рассматриваемая структура.

Изначально в программе формируется массив, состоящий из  $2n$  элементов (число элементов кратно степени 2 для упрощения процедуры расчёта быстрого преобразования Фурье) с таким расчётом, чтобы дискретность удовлетворяла теореме Котельникова. Каждому элементу массива присваивается время задержки относительно начала измерения, при этом первый элемент имеет время, равное времени  $t_z$ . В массив данных записываются значения неискажённого отраженного сигнала ЛЧМ в сформированные временные отчёты и значения комплексного коэффициента отражения от покрытия, который изменяется по выбранному закону. После формирования исходных данных на каждый отчёт времени рассчитывается искаженный ЛЧМ сигнал.

На следующем этапе происходит поэлементное умножение массива значений опорного и искажённого сигналов, после чего рассчитывается быстрое преобразование Фурье от полученного смешанного сигнала.

В результате расчётов (рисунок 4) получается две кривые сигнала на выходе коррелятора РЛС: результат корреляции опорного сигнала с отражённым от покрытия (светлая линия) и опорного сигнала с зеркальным отраженным от экрана такого же размера (тёмная линия). Как видно из рисунков, корреляционный пик отражённого сигнала уменьшился немного в сравнении с использованием просто поглощающих покрытий, но при этом появились боковые лепестки, уровень которых также большой. Уменьшение частоты переключения покрытия приводит к уменьшению расстояния между пиками (рисунок 5).

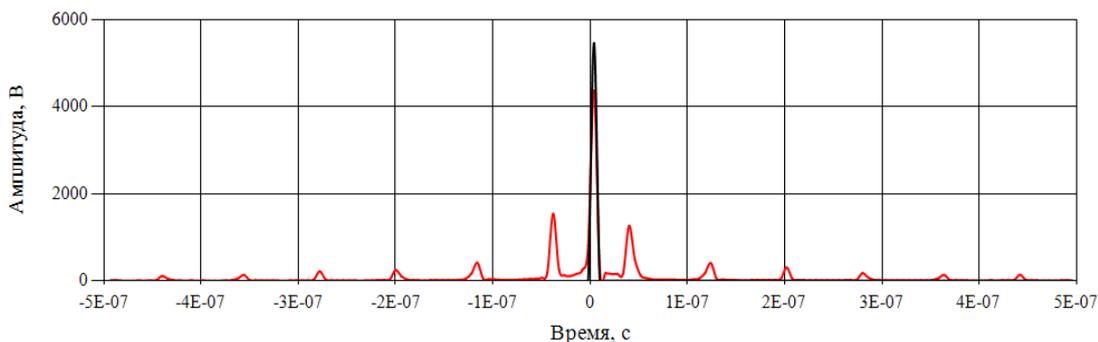


Рисунок 4. Сигнал на выходе коррелятора РЛС от покрытия (тёмная линия) с частотой переключения 20 МГц и зеркальном отражении от экрана (светлая линия)

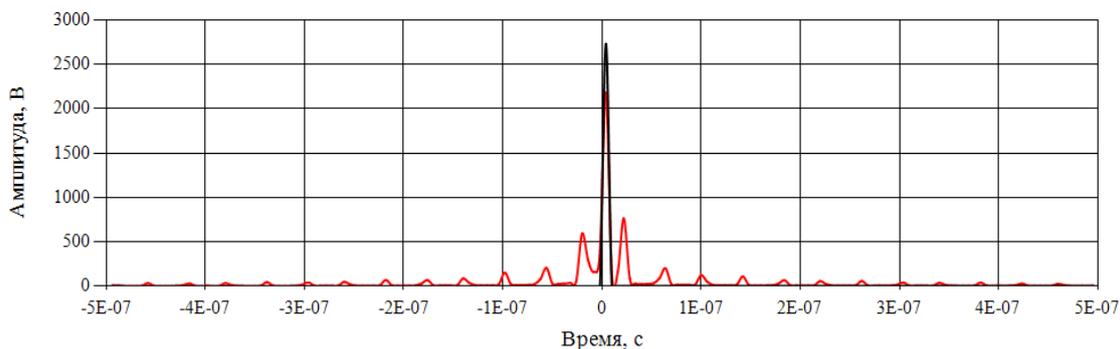


Рисунок 5. Сигнал на выходе коррелятора РЛС от покрытия (тёмная линия) с частотой переключения 10 МГц и зеркальном отражении от экрана (светлая линия)

При изменении частоты зондирующего сигнала эффект уменьшается по мере выхода спектра сигнала из рабочего частотного диапазона покрытия (рисунок 6).

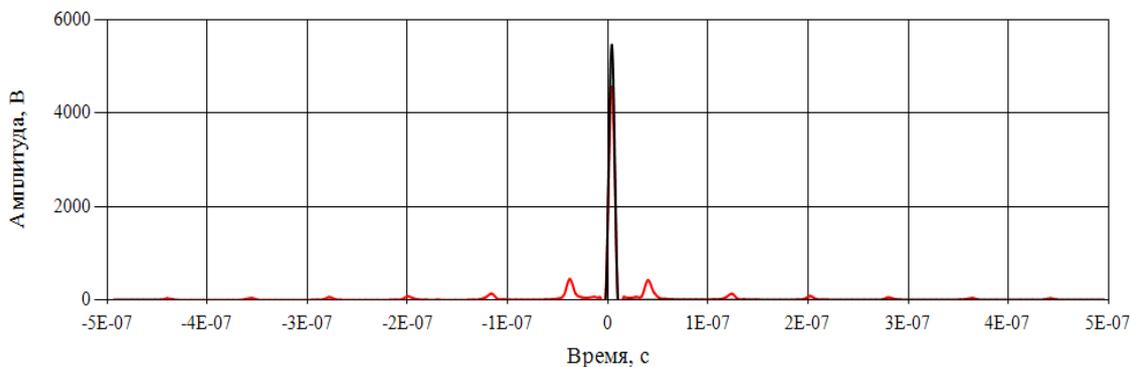


Рисунок 6. Сигнал на выходе коррелятора РЛС от покрытия (тёмная линия) с частотой переключения 20 МГц и зеркальном отражении от экрана (светлая линия)

### Заключение

Результаты моделирования показывают, что в случае изменения резонансной частоты поглощения радиолокационного покрытия в процессе отражения от неё зондирующего сигнала ЛЧМ происходит его пассивная модуляция, которая при спектральной обработке в РЛС приводит к появлению дополнительных пиков на выходе коррелятора.

### Список литературы

1. Федюнин П. А., Степаненко И. Т. Частотный диапазон радиопоглощающих покрытий и оценка их передельных свойств // Вестник Томского государственного университета. 2002. 7(1). 102.
2. Бойко С. Н., Кухаренко А. С., Яскин Ю. С. Применение экрана на основе метаматериала для отсеки многолучёвости антенн спутниковых систем навигации // Антенны. 2015. 7(218). 63-69.
3. Казанцев Ю. Н., Крафтмахер Г. А., Мальцев В. П. Управляемые полосно-пропускающие частотно-селективные поверхности // Радиотехника и электроника. 2014. 59(9). 908-916. DOI: 10.7868/S0033849414060096
4. Кухаренко А. С., Елизаров А. А. Анализ физических особенностей метаматериалов и частотно-селективных СВЧ-устройств на их основе // Т-Com: Телекоммуникации и транспорт. 2015. 9(5). 36-41.
5. Вербицкий А. В., Петров Э. Я. Патент № 2486541 С2 Российская Федерация, МПК G01S 7/495. Поглощающее покрытие: № 2011132532/08: заявлено 02.08.2011: опубликовано 27.06.2013.
6. Обуховец В. А. Дифракционные покрытия для изменения радиолокационного портрета объекта // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии: 28-я Международная Крымская конференция (КрыМиКо 2018): материалы конференции. Севастополь, 9-15 сентября 2018 г. / Москва; Севастополь, Севастопольский государственный университет, 2018. 3. 685-689.
7. Кухаренко А. С., Елизаров А. А. Частотно-селективная поверхность на основе метаматериала с электронной перестройкой полосы запираения // Проблемы СВЧ электроники. 2015. 2. 45-48.
8. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Масалов С. А., Сиренко Ю. К. Резонансное рассеяние волн. Том 1: Дифракционные решётки. Киев, Наукова думка, 1986. Киев, 1986. 231 с.
9. Зернов Н. В., Юрков Ю. А., Джунь В. И. Теория радиотехнических цепей и сигналов. Ленинград, Энергия Ленингр. отд-ние, 1990. 816 с.
10. Алешкин А. П., Иванов А. А., Гусаков В. М., Семенов А. А. Результаты моделирования работы РЛС при отражении сигнала от покрытия с управляемыми параметрами // Вестник метролога. 2020. 2. 21-23.
11. Гусаков В. М., Балакирев С. Н. Программный комплекс моделирования работы коррелятора радиолокационной станции при отражении сигнала с линейной частотной модуляцией от поверхности с изменяемыми во времени параметрами. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021681223 Российская Федерация. № 2021680641: заявлено 08.12.2021: опубликовано 20.12.2021.

### References

1. Fedyunin P. A., Stepanenko I. T. Chastotnyy diapazon radiopogloshchayushchikh pokrytiy i otsenka ikh peredel'nykh svoystv [Frequency range of radio-absorbing coatings and assessment of their conversion properties] // Tomsk State University Journal. 2002. 7(1). 102.
2. Boiko, S. N., Kukharenko, A. S., and Yaskin, Yu. S. Primeneniye ekrana na osnove metamateriala dlya otsechki mnogoluchovosti antenn sputnikovykh sistem navigatsii [Application of a screen based on metamaterial for multipath cutoff of antennas of satellite navigation systems] // Journal Antennas. 2015. 7(218). 63-69.
3. Kazantsev Yu. N., Kraftmakher G. A., Maltsev V. P. Upravlyayemyye polosno-propuskayushchiye chastotno-selektivnyye poverkhnosti [Controlled band-pass frequency-

selective surfaces] // Journal of Communications Technology and Electronics. 2014. 59(9). 908-916. DOI: 10.7868/S0033849414060096

4. Kukharenko A. S., Elizarov A. A. Analiz fizicheskikh osobennostey metamaterialov i chastotno-selektivnykh SVCH-ustroystv na ikh osnove [Analysis of the physical features of metamaterials and frequency-selective microwave devices based on them] // T-Comm. 2015. 9(5). 36-41.

5. Verbitsky A. V., Petrov E. Ya. Pogloshchayushcheye pokrytiye [Absorbent coating]. Patent RF. 2486541. 2013.

6. Obukhovets V. A. Difraktsionnyye pokrytiya dlya izmeneniya radiolokatsionnogo portreta ob'yekta [Diffractive coatings for changing the radar portrait of an object]. The 28<sup>th</sup> International Crimean Conference "Microwave Engineering and Telecommunication Technologies" (KryMiKo'2018): Conference Proceedings. Sevastopol, September 09-15, 2018. Sevastopol, Sevastopol State University, 2018. 3. 685-689.

7. Kukharenko, A. S., Elizarov, A. A. Chastotno-selektivnaya poverkhnost' na osnove metamateriala s elektronnoy perestroykoy polosy zapiraniya [Frequency-selective surface based on a metamaterial with electronic tuning of the cut-off band] // Problems of Microwave Electronics. 2015. 2. 45-48.

8. Shestopalov V. P., Kirilenko A. A., Masalov S. A., Sirenko Yu. Rezonansnoye rasseyaniye voln. Tom 1: Difraktsionnyye reshotki [Resonance scattering of waves. Volume 1: Diffraction gratings]. Kyiv, Naukova Dumka Publ., 1986. 231 p.

9. Zernov N.V., Yurkov Yu. A., Dzhun V. I. Teoriya radiotekhnicheskikh tsepoy i signalov [Theory of radio circuits and signals]. Leningrad, Energiya Leningr. dept. Publ., 1990. 816 p.

10. Aleshkin A. P., Ivanov A. A., Gusakov V. M., Semenov A. A. Rezul'taty modelirovaniya raboty RLS pri otrazhenii signala ot pokrytiya s upravlyayemyimi parametrami [Simulation results of radar operation when a signal is reflected from a coating with controlled parameters] // Vestnik Metrologa. 2020. 2. 21-23.

11. Gusakov V. M., Balakirev S. N. Programmnyy kompleks modelirovaniya raboty korrelyatora radiolokatsionnoy stantsii pri otrazhenii signala s lineynoy chastotnoy modulyatsiyey ot poverkhnosti s izmenyayemyimi vo vremeni parametrami [A software package for modeling the operation of a correlator of a radar station when a signal with linear frequency modulation is reflected from a surface with time-varying parameters]. Certificate of state registration of the computer program no. 2021681223, Russian Federation. 2021680641. 2021.

#### Информация об авторах

*Вяткин Александр Михайлович* – адъюнкт, Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0009-0000-2363-6296, vka@mil.ru

*Гусаков Виктор Михайлович* – кандидат технических наук, докторант, Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0009-0003-3679-3209, vka@mil.ru

*Цыкунов Владислав Николаевич* – кандидат технических наук, старший преподаватель, Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0009-0009-2238-351X, vka@mil.ru

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

УДК 004.738:629.33

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).108-118

ГРНТИ 47.49.31+73.31.85

Специальность ВАК 2.2.15

*Научная статья*

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЦЕНАРИЕВ ВОЗМОЖНОГО СТОЛКНОВЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ АВТОМОБИЛЕЙ

Калигин Н. Н., Увайсов С. У., Черноверская В. В.

*Российский технологический университет МИРЭА (Москва, Россия)*

**Аннотация** В работе представлены результаты исследования по безопасной интеграции беспилотных автомобилей в транспортную инфраструктуру и обеспечению их рационального поведения на дороге. Дана классификация и разработаны математические модели участков дорог, которые могут использоваться в системе управления беспилотными транспортными средствами. Показаны преимущества внедрения технологии V2X, основанной на стандартах подвижной радиосвязи и позволяющей беспилотным автомобилям напрямую осуществлять обмен информацией друг с другом о запланированных манёврах. Это позволяет в режиме реального времени формировать зоны опасности (коллизии), где в результате манёвра может произойти столкновение с другим транспортным средством. Представлена математическая модель линейного участка дороги, а также модели перекрестков и варианты их эквивалентности. В рамках модели описано потенциальное пространство для манёвра автомобиля. Формализованы зоны опасности, расчёт параметров которых осуществляется по результатам обмена информацией между беспилотными автомобилями.

**Ключевые слова:** беспилотный автомобиль, телекоммуникационные системы, зоны опасности, модель дорожной инфраструктуры, V2X

**Для цитирования:** Калигин Н. Н., Увайсов С. У., Черноверская В. В. Математические модели сценариев возможного столкновения беспилотных автомобилей // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 108-118. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).108-118

*Research Article*

### MATHEMATICAL MODELS OF SCENARIOS OF A POSSIBLE COLLISION OF SELF-DRIVING CARS

Kaligin N. N., Uvaysov S. U., Chernoverskaya V. V.

*Russian Technological University of MIREA (Moscow, Russia)*

**Abstract** The paper proposes mathematical models that can be used by self-driving cars equipped with V2X systems to form danger zones. That is, areas where a collision with another vehicle can occur as a result of a maneuver. A classification of possible sections of the road and their reducibility to those considered within the framework of the proposed models has been carried out. A mathematical model of a linear section of the road is presented, as well as mathematical models of intersections and variants of their equivalence. The model describes the potential maneuvering space for the car. Danger zones have been formalized, the calculation of which is based on the results of the exchange of information about intentions between self-driving cars over wireless networks built on V2X technology.

**Keywords:** self-driving car, telecommunication systems, danger zones, road infrastructure model, V2X

**For citation:** Kaligin N. N., Uvaysov S. U., Chernoverskaya V. V. Mathematical models of scenarios of a possible collision of self-driving cars // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 108-118. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).108-118

## **Введение**

Транспортная ситуация на дорогах постоянно усложняется. Структура интеллектуальной транспортной системы (ИТС) дополняется распределёнными телекоммуникационными системами [1], которые, несмотря на вычислительную мощность, распределённую структуру и эффективные алгоритмы работы [2], сталкиваются с новыми и новыми вызовами. Одним из таких вызовов является появление на дорогах беспилотных автомобилей [3], которые становятся равноправными участниками движения и начинают интегрироваться в ИТС [4]. Для беспилотного транспортного средства весьма важным является своевременное получение информации от других участников дорожного движения и её обработка с целью недопущения аварийных ситуаций. Для решения этой задачи в автотранспортном средстве используется технология V2X [5]. Основной задачей этой технологии является обеспечение прямой передачи данных между беспилотными автомобилями. Для этого разрабатываются формализованные модели, с помощью которых осуществляется коммуникация.

## **Постановка задачи**

Интеграция беспилотных автомобилей в транспортную инфраструктуру является сложной, многоаспектной задачей, решение которой на начальном этапе обеспечит безопасность для всех участников дорожного движения, а в долгосрочной перспективе позволит расширить сферы применения беспилотного транспорта и эффективность его использования в хозяйственной деятельности страны. На концептуальном уровне необходимо проработать механизмы такой интеграции и возможность использования для этого существующих и развивающихся технологий. Спектр применяемых для этого инструментов включает моделирование объектов и процессов, проведение вычислительных экспериментов, разработку эффективных алгоритмов управления. Функционирование беспилотных транспортных средств осуществляется в режиме реального времени, поэтому к системам управления ими предъявляются высокие требования по эксплуатационной надёжности, которые невозможно обеспечить без организации устойчивой качественной связи беспилотных автомобилей.

В рамках представленного исследования была поставлена задача разработки математических моделей участков дорожной инфраструктуры, их интеграции в систему управления беспилотными транспортными средствами и оптимизации вычислительных процедур на основе фильтрации входных данных.

Фильтрация данных позволяет снизить нагрузку на бортовые вычислительные системы, поэтому для оценки необходимости использования тех или иных данных при анализе нужно выработать методику отбора таких данных. Входной информационный поток формируется на основе топологии дорожного графа, для которого создаётся расчетная математическая модель с целью определения коллизии (зоны опасности столкновения) беспилотных автомобилей.

### Теоретические исследования

В общем случае зона риска, в которой присутствует опасность столкновения двух транспортных средств, определяется по базовой модели автомобиля в виде материальной точки. Такую модель легко транслировать в эфир, актуализируя данные в зависимости от местоположения. Согласно модели, автомобиль  $i$  имеет координату своего местоположения в пространстве  $V_i$ , а при движении также имеет направляющий вектор  $h_i$ .

Зона опасности  $C$  для двух автомобилей – это точка в пространстве, которая образуется в результате пересечения двух прямых. Прямые задаются координатами беспилотных автомобилей и их направляющими векторами. Если два беспилотных автомобиля могут оказаться одновременно в этой точке при сохранении текущих параметров движения, причём время, необходимое для преодоления оставшегося расстояния, меньше времени чувствительности системы, то зона опасности является активной (рисунок 1).

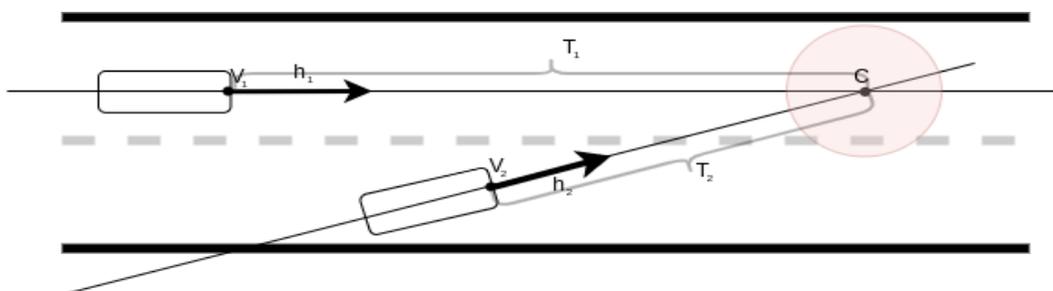


Рисунок 1. Зона опасности для двух транспортных средств

Далее рассмотрены три универсальные модели дорожной инфраструктуры.

1. Линейный участок дороги. В базовом случае движение автомобиля осуществляется по двусторонней дороге, с заданным числом полос в каждом направлении  $N$  и  $M$  (рисунок 2).

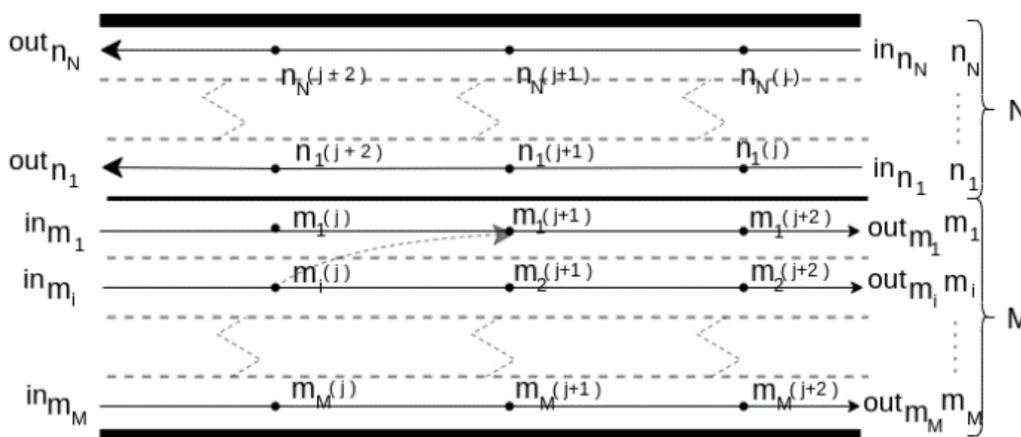


Рисунок 2. Модель линейного участка дороги

Данный участок дороги задаётся множеством полос. Полоса  $k$  при этом задана точкой входа на полосу  $in_k$  и точкой выхода из полосы  $out_k$ . Промежуточные

точки  $k(j)$ , с возрастающим от точки входа к точке выхода индексом  $j$ , своими координатами задают пространственное положение полосы. Радиус  $r_{k(j)}$  используется для определения принадлежности автомобиля промежуточной точке.

На дороге беспилотный автомобиль может выполнять манёвры: менять полосу, направление и скорость. Индекс промежуточной точки полосы  $k(j)$  увеличивается при движении беспилотного автомобиля по направлению движения. На прямолинейном участке дороги может меняться число полос. Это происходит при расширении или сужении дорожного полотна. В этом случае, точке выхода или входа будет соответствовать промежуточная точка соседней полосы.

При движении и маневрах координаты автомобилей меняются, поэтому зоны опасности пересчитываются. Возможное столкновение (или коллизия) происходит при одновременной принадлежности нескольких автомобилей одной точке. Данная ситуация может возникнуть при несоблюдении дистанции с впередиидущим автомобилем и при перестроениях.

Более сложными являются маневры автомобилей на перекрёстках. При пересечении перекрёстка чаще встречается ситуация, когда траектории движения автомобилей пересекаются.

2. Т-образный перекрёсток (рисунок 3). В случае такого перекрёстка происходит связь полос. На рисунке приведена схема Т-образного перекрёстка и возможные маневры транспортных средств на нём.

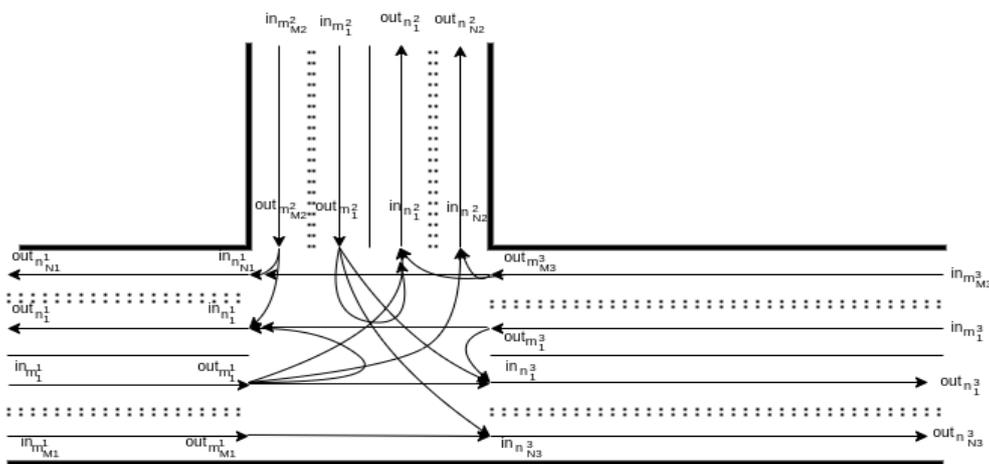


Рисунок 3. Модель Т-образного перекрёстка

Для полос  $k$  и  $l$  точки выхода из полосы  $out_k$  ставятся в соответствие точкам входа на полосу  $in_l$ . При пересечении перекрёстка точки  $out_k$  и  $in_l$  для полос  $k$  и  $l$  служат началом и концом траектории манёвра. Множество пересечений траекторий таких манёвров является конечным в силу конечности множеств полос каждой из примыкающих дорог. Данные пересечения характеризуются тем, что в них могут одновременно оказаться два автомобиля. Поэтому такие точки являются

потенциальными зонами опасности. При этом движение из одной полосы одной дороги в другую полосу другой дороги проходит по траектории манёвра.

Кроме этого, следует учитывать информацию о дорожных знаках и фазе светофора, которая ограничивает потенциальное число манёвров и должна учитываться на предварительном этапе фильтрации, а не на этапе формирования множества пересечений манёвров.

3. Перекрёсток двух дорог. Пути следования беспилотного автомобиля пролегают во множестве полос, образованном пересечением дорог перекрёстка, на котором происходят манёвры (рисунок 4).

Модель крестообразного перекрёстка подобна модели Т-образного перекрёстка. Сохраняется вышеописанная структура, с той лишь разницей, что увеличено число прилегающих к перекрёстку дорог. При увеличении числа дорог до пяти, такие участки разбиваются на множество фрагментов, как в рассмотренном ранее случае. При этом организация дорожного движения и построение дорожных развязок осуществляются на основе правил дорожного движения (ПДД).

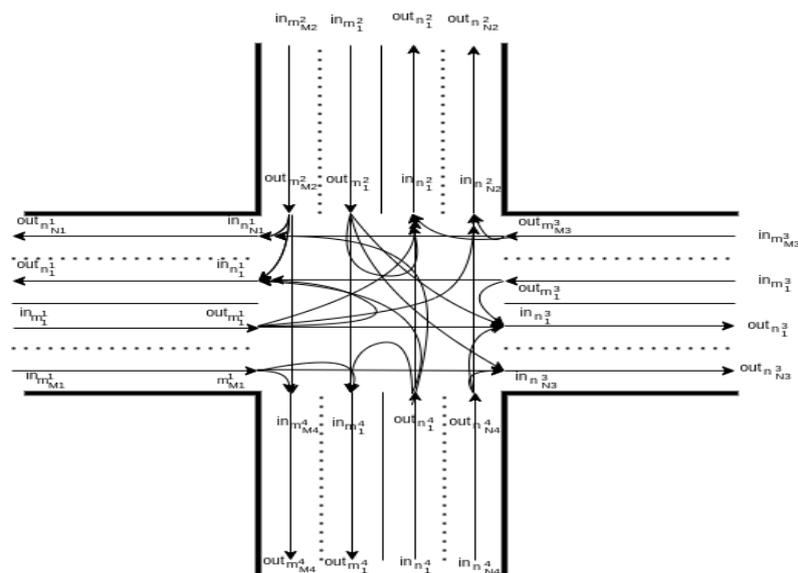


Рисунок 4. Модель крестообразного перекрёстка

Так, при количестве примыкающих дорог, равном пяти, такой перекрёсток эквивалентен объединению перекрёстков с пересечением двух дорог, или организованному круговому движению (рисунок 5).

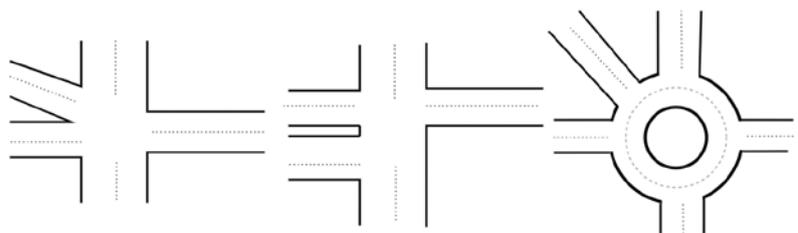


Рисунок 5. Эквивалентность перекрёстков с числом входящих дорог больше пяти

Пересечение двух дорог было рассмотрено ранее, а круговое движение эквивалентно множеству Т-образных перекрёстков (рисунок 6).

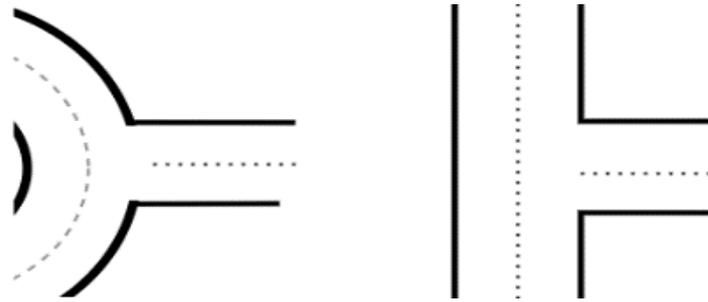


Рисунок 6. Эквивалентность кругового движения множеству Т-образных перекрёстков

Таким образом, маршрут следования автомобиля эквивалентен переходу его по графу, в котором рёбрами являются полосы движения, а вершинами являются перекрёстки и области сужения и расширения полос (рисунок 7).

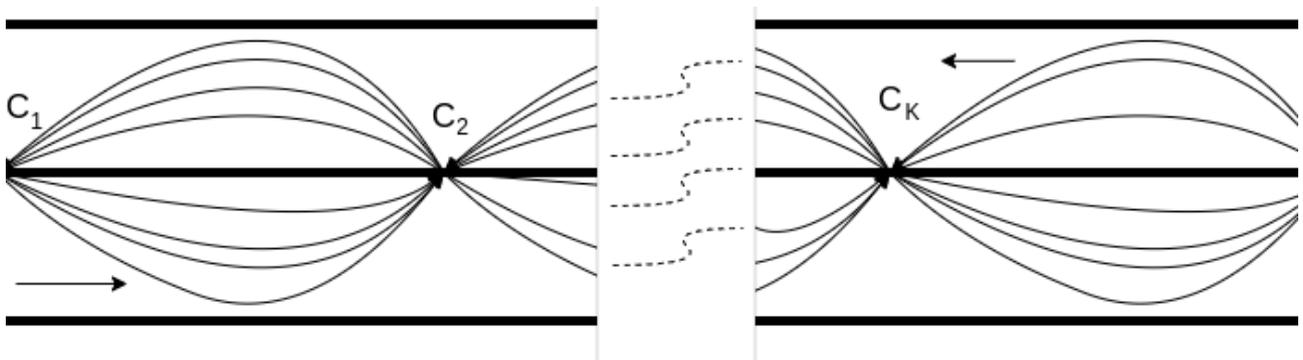


Рисунок 7. Пространство для манёвра автомобиля

Опасность при манёврах возникает в вершинах (рисунок 8) и при перестроении в рёбрах графа (рисунок 9). Таким образом, ситуации на сложных транспортных развязках можно свести к набору ранее рассмотренных случаев.

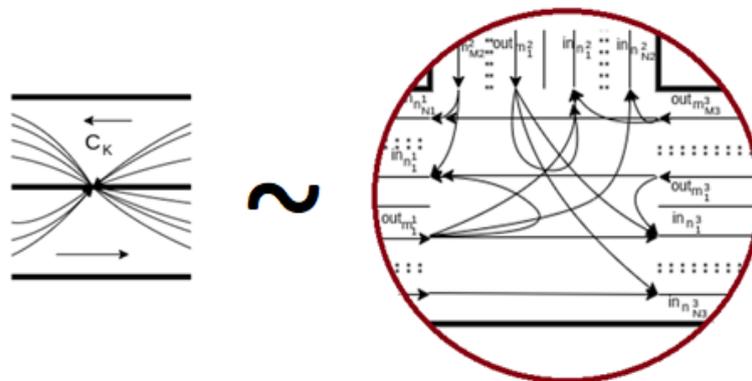


Рисунок 8. Манёвры в вершинах графа

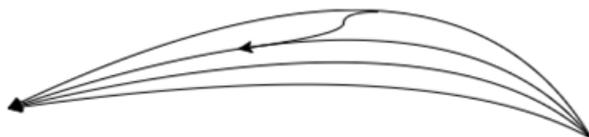


Рисунок 9. Маневры в ребрах графа

Когда к перекрёстку приближаются несколько автомобилей, то для них попарно проводится поиск зоны опасности. Данные о местоположении сторонних автомобилей и их направляющих векторах беспилотный автомобиль №1 получает от своих встроенных сенсоров, при этом он не владеет информацией о намерениях сторонних автомобилей, но знает о собственных намерениях (например, повернуть налево).

Первоначальную фильтрацию информации об автомобилях можно провести по принципу их принадлежности определенной зоне перекрёстка, считая, что он имеет координату центра  $C$  и радиус  $d$  (рисунок 10). Поскольку используется планарная модель, а система координат, в которой ориентируются беспилотные автомобили, предполагает передвижение по геоиду Земли, учитываются поправочные коэффициенты:

$$E_{lon} = E \cos(A_{lat}),$$

$$E = D/360 * 10^{-7}, \quad E_{lat} = M/180 * 10^{-7}$$

где  $D$  – длина экватора,  $M$  – длина меридиана.

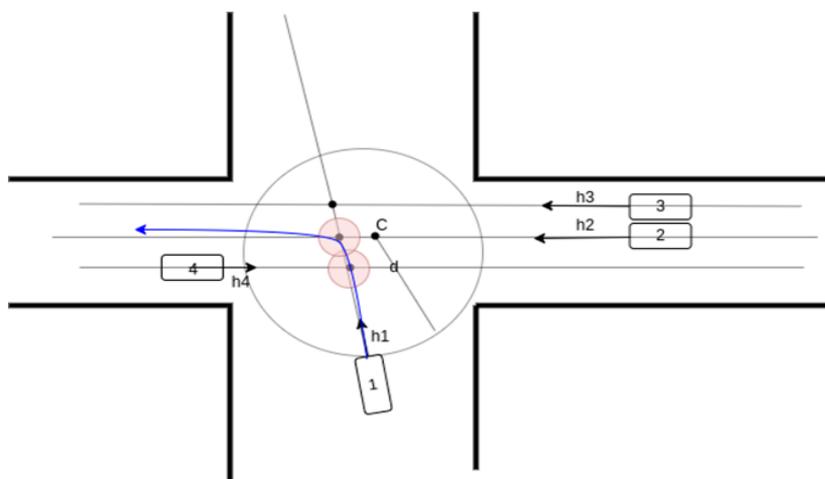


Рисунок 10. Поиск зоны опасности столкновения

Проверка того, попадает ли точка  $A$  в геозону с центром  $C$  и радиусом  $d$ , проводится по формуле:

$$(A_{lon} - C_{lon})^2(E_{lon})^2 + (A_{lat} - C_{lat})^2(E_{lat})^2 \leq d^2 \quad (1)$$

Местоположение автомобиля при его прямолинейном движении между промежуточными точками траектории, вычисляется по формулам:

$$F_{lat}^i(t) = \arcsin\left(\sin(A_{lat}^i) \cos(V_{it}/R) + \cos(A_{lat}^i) \sin(V_{it}/R) \cos(A_{heading}^i)\right) \quad (2)$$

$$F_{lon}^i(t) = A_{lon}^i + \operatorname{atan2}\left(\sin(A_{heading}^i) \sin(V_{it}/R) \cos(A_{lat}^i), \cos(V_{it}/R) - \sin(A_{lat}^i) \sin(F_{lat}^i(t))\right) \quad (3)$$

Расчет точки пересечения траекторий движения  $X(X_{lat}, X_{lon})$ , исходя из текущих позиций и направления движения автомобилей  $A$  и  $B$  с направляющими векторами  $A_{heading}$  и  $B_{heading}$  вычисляется по формулам:

$$X_{lat} = \frac{(B_{lon} - A_{lon})E_{lon} + \tan(A_{heading})A_{lat}E_{lat} - \tan(B_{heading})B_{lat}E_{lat}}{(\tan(A_{heading}) - \tan(B_{heading}))E_{lat}} \quad (4)$$

$$X_{lon} = (\tan(A_{heading})(X_{lat} - A_{lat})E_{lat} + A_{lon}E_{lon})/E_{lon} \quad (5)$$

Время прибытия автомобиля  $A$ , движущегося со скоростью  $A_{speed}$  в точку  $X$ , вычисляется по формуле:

$$A_{time} = \frac{\sqrt{(X_{lon} - A_{lon})^2(E_{lon})^2 + (X_{lat} - A_{lat})^2 E_{lat}^2}}{A_{speed}} \quad (6)$$

Разница во времени прибытия двух автомобилей в точку пересечения вычисляется по формуле:

$$T_{diff} = |A_{time} - B_{time}| \quad (7)$$

Без знания топологии перекрестка и руководствуясь информацией, поступающей от сенсоров беспилотного автомобиля, в модели принимается допущение, что сторонние автомобили осуществляют прямолинейный проезд перекрестка. При этом собственные намерения провести манёвр известны. Таким образом, формируются три зоны опасности. Исходя из собственных намерений, беспилотный автомобиль может определить, что отсутствует пересечение с траекторией автомобиля № 3, но остаются две потенциально опасные зоны, которые необходимо учитывать.

В случае, когда информация передаётся между беспилотными автомобилями напрямую, посредством технологии V2X, то по окончании такого обмена, автомобиль № 1 знает не только о собственных намерениях повернуть налево, но и информацию о намерениях автомобиля № 2 совершить разворот, информацию о намерениях автомобиля № 3 повернуть направо и информацию о намерениях автомобиля № 4 повернуть налево (рисунок 11).

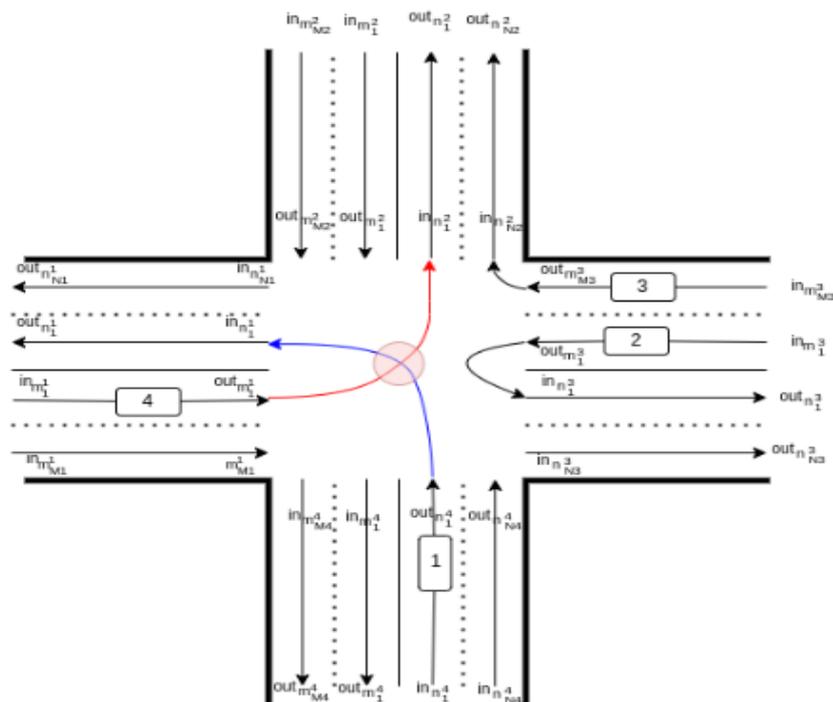


Рисунок 11. Поиск зоны опасности с применением методики

Формулы (1), (2), (3), (6) и (7) используются для вычисления зоны опасности так же, как и при отсутствии информации о намерениях. Вместо расчёта зоны опасности по формулам (4) и (5) беспилотные автомобили получают информацию о зонах опасности от элементов дорожной инфраструктуры (RSU, roadside unit). Для каждого перекрёстка такие данные будут индивидуальны, но вычислять их необходимо заранее.

Если известна информация о топологии перекрёстка и намерениях сторонних автомобилей, то, зная собственный манёвр, определяются манёвры, имеющие с ним пересечение. Далее на полосах, которые соответствуют активным манёврам, выделяют автомобили с наибольшим индексом  $j$  промежуточной точки полосы  $k(j)$ , и для них проводятся вышеуказанные вычисления.

В результате, исходная картина, для которой были сформированы три зоны опасности, преобразуется в ситуацию, где автомобили № 2 и № 3 не формируют зону опасности с автомобилем № 1, потому что намерения данных автомобилей – это разворот и поворот направо. А зона опасности для автомобиля № 4 оказалась смещена в пространстве его намерения совершить поворот налево.

Таким образом, зная топологию дорожной сети и информацию о намерениях, полученную беспилотным автомобилем от других транспортных средств по технологии V2X, можно осуществить фильтрацию входных данных для вычисления коллизии на перекрёстке, а также выполнить фильтрацию точек на линейных участках дорог, используя информацию от автомобилей со смежных полос.

## Заключение

Результаты проведённого исследования показали возможность применения разработанных математических моделей на основе топологии дорожного графа при управлении беспилотными транспортными средствами. Предложенный подход фильтрации входных данных позволяет сократить время поиска коллизии (по сравнению с методом полного перебора) за счёт уменьшения числа пересечений траекторий беспилотных автомобилей. Разработанные модели в совокупности с технологией обмена данными V2X позволяют организовать эффективный поиск маневрового пространства и зон опасности столкновения для беспилотных автомобилей.

## Список литературы

1. Калигин Н. Н., Увайсов С. У., Увайсова А. С., Увайсова С. С. Инфраструктурный обзор распределенной телекоммуникационной системы дорожного движения и её протоколов // Российский технологический журнал. 2019. Т. 7. 6(32). 87-95. DOI: 10.32362/2500-316X-2019-7-6-87-95
2. Калигин Н. Н., Увайсов С. У., Увайсова А. С., Бушмелева К. И. Математические методы в телекоммуникационных системах транспортной инфраструктуры // Качество. Инновации. Образование. 2020. 3(167). 25-31. DOI: 10.31145/1999-513x-2020-3-25-31
3. Калигин Н. Н., Увайсов С. У., Увайсова А. С. Беспилотное транспортное средство в телекоммуникационной инфраструктуре города // Качество. Инновации. Образование. 2020. 4(168). 76-85. DOI: 10.31145/1999-513x-2020-4-76-85
4. Увайсов С. У., Черноверская В. В., Калигин Н. Н., Маркин А. А. Киберфизическая система управления движением беспилотных транспортных средств // Научные технологии. 2021. 22(4). 34-42. DOI: 10.18127/j19998465-202104-05
5. Jiang F. J., Al-Janabi M., Bolin T., Johansson K. H., Mårtensson J. SVEA: an experimental testbed for evaluating V2X use-cases // 2022 IEEE 25th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). Macau, China, 2022. 3484-3489. DOI: 10.1109/ITSC55140.2022.9922544

## References

1. Kaligin N. N., Uvaysov S. U., Uvaysova A. S., Uvaysova S. S. Infrastrukturnyy obzor raspredelennoy telekommunikatsionnoy sistemy dorozhnogo dvizheniya i yeyo protokolov [Infrastructural review of the distributed telecommunication system of road traffic and its protocols] // Russian Technological Journal. 2019. Vol. 7. 6(32). 87-95. DOI: 10.32362/2500-316X-2019-7-6-87-95
2. Kaligin N. N., Uvaysov S. U., Uvaysova F. D., Bushmeleva K. I. Matematicheskiye metody v telekommunikatsionnykh sistemakh transportnoy infrastruktury [Mathematical methods in telecommunication systems of transport infrastructure] // Kachestvo. Innovatsii. Obrazovaniye – Quality. Innovation. Education. 2020. 3(167). 25-31. DOI: 10.31145/1999-513x-2020-3-25-31
3. Kaligin N. N., Uvaysov S. U., Uvaysova A. S. Bepilotnoye transportnoye sredstvo v telekommunikatsionnoy infrastrukture goroda [Unmanned vehicle in the telecommunications infrastructure of the city] // Kachestvo. Innovatsii. Obrazovaniye – Quality. Innovation. Education. 2020. 4(168). 76-85. DOI: 10.31145/1999-513x-2020-4-76-85

4. Uvaysov S. U., Chernoverskaya V. V., Kaligin N. N., Markin A. A. Kiberfizicheskaya sistema upravleniya dvizheniyem bespilotnykh transportnykh sredstv [Cyber-physical traffic control system for unmanned vehicles] // Journal Science Intensive Technologies. 2021. 22(4). 34-42. DOI: 10.18127/j19998465-202104-05

5. Jiang F. J., Al-Janabi M., Bolin T., Johansson K. H., Mårtensson J. SVEA: an experimental testbed for evaluating V2X use-cases // 2022 IEEE 25th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). Macau, China, 2022. 3484-3489. DOI: 10.1109/ITSC55140.2022.9922544

#### **Информация об авторах**

*Калигин Николай Николаевич* – аспирант, Российский технологический университет МИРЭА (Москва, Россия), ORCID: 0000-0001-7666-8339, nkaligin@yandex.ru

*Увайсов Сайгид Увайсович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, Российский технологический университет МИРЭА (Москва, Россия), ORCID: 0000-0003-1943-6819, uvaysov@yandex.ru

*Черноверская Виктория Владимировна* – кандидат технических наук, доцент, Российский технологический университет МИРЭА (Москва, Россия), ORCID: 0009-0009-6311-7648, v\_chernoverskaya@mail.ru

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

УДК 621.396.96:004.9

ГРНТИ 47.49.31

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).119-128

Специальность ВАК 2.2.16

*Научная статья*

### АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДАННЫХ РЛС И АИС ДЛЯ ОБЪЕДИНЕНИЯ В МОРСКОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Ле Минь Хоанг, Коновалов А. А., Дао Ван Лук

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»  
(Санкт-Петербург, Россия)*

**Аннотация** Радиолокационная система (РЛС) и автоматическая идентификационная система (АИС) являются наиболее важными навигационными системами. Объединение данных от РЛС и АИС является актуальной задачей в морской информационной системе (МИС). Однако между РЛС и АИС есть некоторые различия по характеристикам и возможностям. В данной статье исследуются эти характеристики и оцениваются различия между ними. Это исследование является основой для решения задачи объединения данных РЛС и АИС. Приведены экспериментальные результаты в третьем разделе. Направление следующего этапа указано в заключении.

**Ключевые слова:** РЛС, АИС, навигационная система, объединения данных, морская информационная система

**Для цитирования:** Ле Минь Хоанг, Коновалов А. А., Дао Ван Лук. Анализ характеристики данных РЛС и АИС для объединения в морской информационной системе // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 119-128. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).119-128

*Research Article*

### ANALYSIS OF RADAR AND AIS DATA CHARACTERISTICS FOR COMBINING IN THE MARITIME INFORMATION SYSTEM

Le Minh Hoang, Konovalov A. A., Dao Van Luc

*Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI" (Saint Petersburg, Russia)*

**Abstract** The radar and the Automatic Identification System (AIS) are the most important navigation systems. Combining radar and AIS data is an important task in the maritime information system. However, there are some differences between the radar and AIS in terms of characteristics and possibilities. This article explores these characteristics and evaluates the differences between them. This study is the basis for solving the problem of combining radar and AIS data. The experimental results are presented in the third section. The direction of the next stage is indicated in the conclusion.

**Keywords:** radar, AIS, navigation system, combining data, maritime information system

**For citation:** Le Minh Hoang, Konovalov A. A., Dao Van Luc. Analysis of radar and AIS data characteristics for combining in the maritime information system // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 119-128. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).119-128

### Введение

Моря покрывают три четверти поверхности Земли, а площадь океанов составляет более 360 миллион квадратных километров. Большая часть мировых грузопере-

возок осуществляется речным и морским транспортом. Кроме того, количество судов постоянно увеличивается. В результате требования к системам безопасности на водном транспорте повышаются. Одним из наиболее важных вопросов является предотвращение столкновений судов с плавательными средствами. С быстрым развитием различных морских навигационных систем появились новые системы для решения этой задачи, такие как ЭКНИС (Электронная картографическая навигационно-информационная система) или СОЭНКИ (Системы отображения электронных навигационных карт и информации) или ЭКС (электронная картографическая система) или АИС, методы обработки радиолокационных сигналов были улучшены. Оснащение этими системами каждого корабля потребовало разработки новых методов совмещения данных. Одним из наиболее важных является объединение данных от РЛС и АИС. Возможности и характеристики этих источников делают совмещение данных интересной задачей, как показано в [1].

Известно, РЛС являются незаменимыми навигационными приборами. Однако существуют некоторые недостатки, такие как низкая точность, легкое затенение рельефом местности и сложная идентификация целей.

АИС все шире используется на судах из-за требований ИМО (Международная морская организация) в целях повышения безопасности судоходность. АИС имеют массу преимуществ. Он может предоставлять не только информацию о статическом состоянии цели, включая название корабля, но и динамическое состояние, включая положение корабля, курс, скорость и т. д. Важнее, что АИС легко идентифицирует цель.

Преимущества и недостатки данных РЛС и АИС представлены в таблице 1.

Таблица 1. Преимущества и недостатки данных РЛС и АИС

РЛС	АИС
Доступны все цели, такие как берег, фиксированная или плавающая цель	Доступна только цель, оснащена AIS
Есть слепая зона	Отсутствует слепая зона
Под влиянием внешних факторов, таких как погода, топография и морские топографические условия	Менее подвержен влиянию погодных и морских условий
Количество целей не ограничено	Количество целей ограничено
Частота обновления всех целей одинакова	Частота обновления определяется скоростью изменения скорости и курса
Ошибки индентификации.	Ошибки индентификации не бывает
Низкая точность и малая информация	Высокая точность и богатая информация

В следующем разделе проанализируем различия характеристики данных РЛС и АИС, необходимые для решения задачи объединения данных РЛС и АИС.

## Краткое описание РЛС и АИС

### а) Краткое описание РЛС

РЛС является разновидностью независимого навигационного оборудования для обнаружения и измерения целей путём передачи электромагнитных волн и приёма эхо-сигнала, отражённого от целей в окружающей обстановке, как показано на рисунке 1. Она может получить информацию о целях следующим образом:

- дальность;
- пеленг;
- курс;
- скорость;
- дистанция кратчайшего сближения ( $D_{KP}$ );
- время кратчайшего сближения ( $T_{KP}$ ).

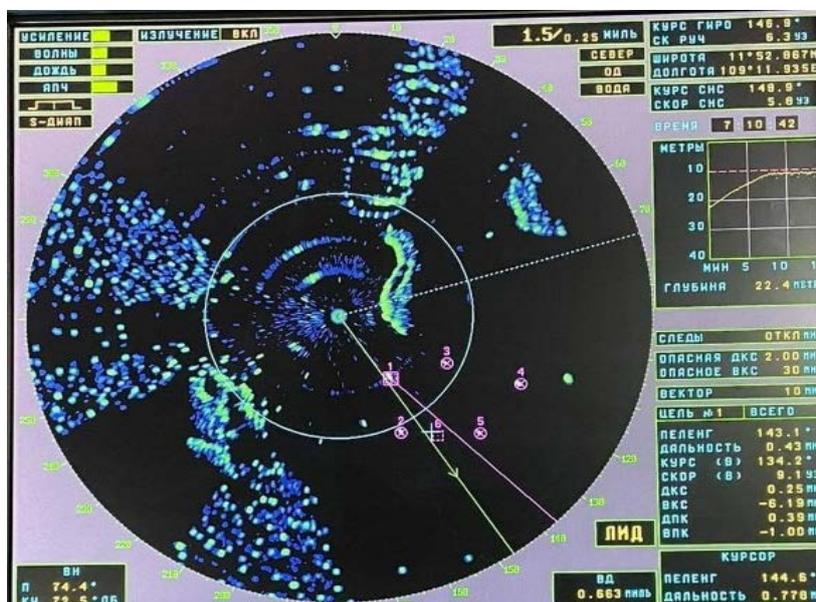


Рисунок 1. Отображение окружающих целей на индикаторе РЛС «Горизонт»

### б) Краткое описание АИС

Автоматизированная идентификационная система (АИС) предназначена для автоматического обмена наиболее важными навигационными данными между судами и береговыми станциями [2]. АИС является новым типом корабельной навигационной системы. Её основная функция заключается в предоставлении важных данных, связанных с безопасностью судоходства, таких как идентификационная информация судна, информация о местоположении, параметры движения и статус навигации. Система передаёт сведения окружающим судам и береговым станциям для идентификации и наблюдения за судами. Передача сообщений АИС обязательна для судов валовой вместимостью 300 рег. тонн, совершающих международные рейсы; судов валовой вместимостью 500 рег. тонн, не совершающих международные рейсы; всех пассажирских судов. Суда и яхты с

меньшим водоизмещением могут быть оборудованы прибором класса Б (с усе-  
ченным функционалом). В некоторых ситуациях (опасность нападения пиратов)  
транспондеры АИС допустимо отключать.

В рамках взаимодействия с береговыми станциям АИС автоматически  
предоставляет различную информацию, включая идентификацию судна, тип, ко-  
ординаты, курс, скорость, эксплуатационное состояние судна и др.

АИС осуществляет передачу данных на двух УКВ-каналах с частотами  
161,975 МГц (АИС Channel А, 87В) и 162,025 МГц (АИС Channel В, 88В) по прото-  
колу SOTDMA (Self Organising Time Division Multiple Access – временное разделе-  
ние каналов с самоорганизацией). Так же работает на спутниковом канале в ре-  
жиме дальней связи по каналам ИНМАРСАТ-С [3, 4]. Применяется частотная модуля-  
ция с манипуляцией GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying). Условия распростра-  
нения в диапазоне УКВ отличаются от диапазонов береговых радаров, они лучше  
огибает препятствия, меньше ослабляются в осадках. Следовательно, зона дей-  
ствия АИС может быть больше, чем радаров.

Каждая станция АИС передаёт данные в пределах временного слота дли-  
тельностью 26,7 мс. Скорость передачи цифровой информации в канале АИС  
9600 бит/с, что ограничивает объём сообщения 256 битами. В минуту помещается  
2250 слотов. Распределением слотов между судами в открытом море занимается  
протокол SOTDMA (SO – самоорганизующий), со стороны береговой станции  
назначение слотов производится на канале DSC (канал 70).

Работа каждой станции АИС (мобильной или базовой) жёстко синхронизи-  
рована по времени UTC с погрешностью не более 10 мкс от встроенного приёмни-  
ка ГНСС (в РФ по сигналам комбинированного приёмника ГНСС ГЛОНАСС/GPS).  
Для передачи информации используются непрерывно повторяющиеся кадры дли-  
тельностью 1 минута, которые разбиваются на 2250 слотов (временных интервал-  
лов) длительностью по 26,67 мс.

Система базовых станций АИС показана на рисунке 2.

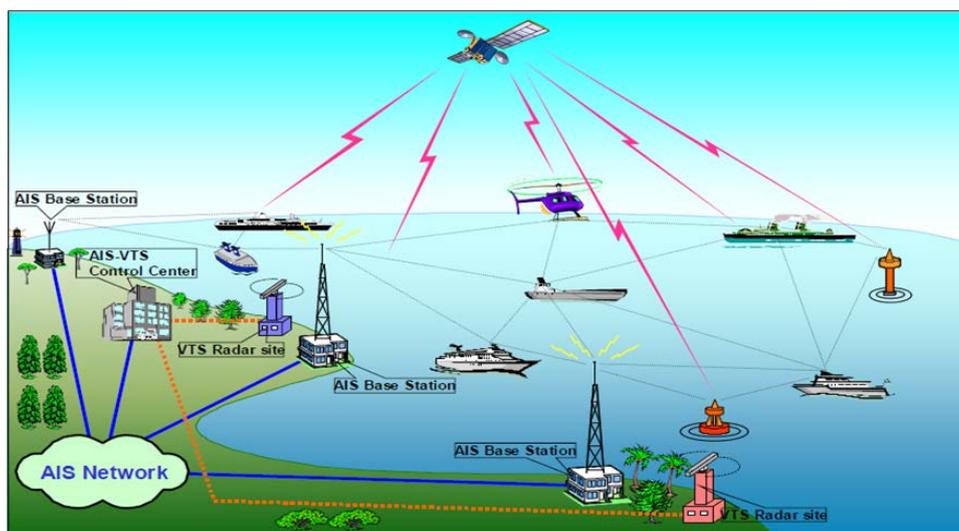


Рисунок 2. Система базовых станций АИС [4]

Информация AIS соответствует со стандартами NMEA (National Marine Electronics Association) включает следующих типов [5, 6]:

- статические данные: идентификационный номер морской подвижной службы MMSI; номер судна; название судна; тип судна; габариты; расположение антенн GNSS на судне;
- динамические данные: координаты судна; время в UTC; курс относительно грунта (COG); скорость относительно грунта (SOG); скорость поворота (ROT); углы качки и дифферента; навигационное состояние;
- рейсовые данные: осадка судна; наличие (тип) опасного груза; порт назначения и время прибытия;
- сообщения по безопасности.

### **Сравнительный анализ характеристики РЛС и АИС**

#### *а) Данных о местоположении цели*

Методы описания положения обнаруженных целей РЛС и АИС различаются. АИС получает информацию о местоположении цели, которая предоставляет данные о размещении антенны GPS, описывая в географической системе координат ГСК (долгота и широта). РЛС использует временную задержку сигнала, перемещающегося туда и обратно, для измерения радиальных расстояний и использует азимутальный эхосигнал для измерения азимута, поэтому РЛС представляет описание положения в полярной системе координат. Следовательно, необходимо объединить обе системы в одну форму для представления информации о местоположении цели для следующей обработки. В основном, существует два варианта. Один заключается в преобразовании обоих сигналов в декартову систему координат и объединить их, другой либо в преобразовании АИС в полярные координаты радиолокационной формы, либо в преобразовании РЛС в географические координаты широты и долготы.

#### *б) Функция автоматической идентификации*

РЛС не может автоматически идентифицировать цель. Её метод сопровождения основан на отражении сигнала на приёмник, который включает в себя обнаружение цели, оценку местоположения, расчёт и сохранение динамических параметров, экстраполяцию и сопровождение. АИС может автоматически идентифицировать цель. Она может получать идентификационный код (MMSI), динамические и навигационные данные. Она может автоматически сопровождать цели.

#### *в) Надежность слеживания целей*

На РЛС влияют морские помехи, ложные сигналы и низкая разрешающая способность. Таким образом, существуют проблемы радиолокационного сопровождения цели, такие как ложное или отсутствие сопровождения, потеря сопровождения и перепутывание сопровождения при пересечении траектории цели.

В ситуациях сближения и расхождения судов, много будет зависеть от разре-

шающей способности РЛС, которая эти цели обнаруживает. При сближении, до определённого момента будут обнаруживаться две цели и сопровождаться две траектории. После сближения РЛС будет выдавать одну отметку вместо двух. В этот момент две траектории сольются (на индикаторе) в одну, но по факту это будут две траектории, но обновляемые одной отметкой. После расхождения судов траектории также разойдутся и будут далее обновляться каждая своими отметками.

Если в реальности суда сблизились, шли какое-то время борт о борт, затем разошлись в обратных направлениях без пересечения траекторий (рисунок 3, а) – это одна ситуация. Если же траектории пересеклись (рисунок 3, б) – другая. Средствами радиолокации принять решение о том, какая ситуация имеет место, будет практически невозможно. Заранее задавать поведение судов в такой ситуации (например, всегда имеет место пересечение) – тоже неправильно.

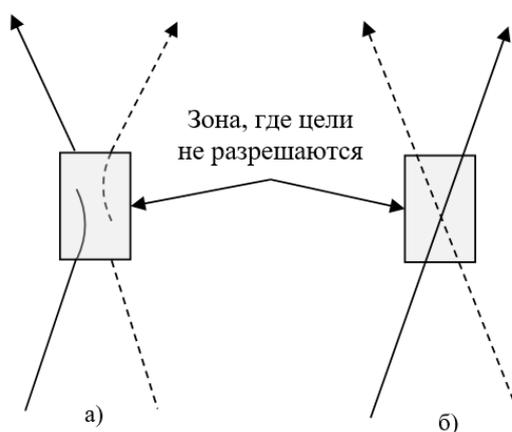


Рисунок 3. Ситуации сближение и расхождение

В АИС таких условий не существует. Ее автоматическая идентификация может повысить надежность отслеживания цели. Однако, когда цели, не оснащены АИС или оснащены, но она не включена, то отслеживание целей на основе данных АИС совершенно невозможно.

#### е) Дальность действия

Все цели могут быть обнаружены в зоне обзора РЛС. А АИС может отслеживать только цели, оснащённые АИС. Дальность действия АИС в основном режиме работы, использующем УКВ диапазон, зависит от высоты антенны и составляет порядка 20÷30 миль при нормальных условиях распространения радиоволн [7] и не зависит от размеров и ракурса судов-целей. Дальность действия АИС при внешней антенне, установленной на высоте 15 м – примерно 15–20 миль. Может быть и 40–50 (при более высокой установке антенны). В загруженных портах дальность может быть сокращена до 10–12 миль. РЛС работают в широком диапазоне частоты, поэтому дальности действия разные. На основе уравнения радиолокации, описано в [8], дальность действия РЛС зависит от мощности передатчика, рабочих частот, эффективной площади отражающей поверхности цели, т.д.

д) *Объём данных о цели*

АИС может получить больше данных о целях, чем РЛС. Как выше показано, основными данными АИС являются статические, динамические и рейсовые данные и т. д. РЛС получает только динамические данные. Он не может получить статические данные или данные, связанные с рейсом.

е) *Курса, скорости и других данных*

АИС получает данные о скорости, курсе и направлении целей от системы GPS и компаса. Данные о размере цели и положении антенны GPS вводятся вручную. Курс и скорость РЛС получают путём экстраполяции и слияния курса, которые связаны с историческими данными и могут иметь временную задержку. РЛС не выдает данные о размере цели.

Кроме того, если данные о цели получаются от нескольких РЛС, то имеют проблему асинхронности во времени. Их координаты и точность измерения различны. Поэтому, центр обработки должен объединить данные, чтобы сохранить отслеживание цели. Работа станции АИС жёстко синхронизирована по времени UTC с погрешностью не более 10 мкс от встроенного приёмника ГНСС. Поэтому эти проблемы для АИС не существуют. Сбор динамических данных от РЛС и АИС асинхронный. Период обновления данных не одинаков. РЛС не меняется и зависит от скорости вращения антенны, обычно составляет 3 секунды, а АИС изменяется от 2 секунд до 6 минут [3, 9], что представлено в таблице 2, в зависимости от различных навигационных состояний цели.

Таблица 2. Интервал передачи данных АИС

Навигационное состояние	Интервал передачи информации
Статическое:	6 мин., при изменении данных и по требованию
Динамическое:	
Судно на якоре, на швартовых или движущееся со скоростью менее 3 узлов	3 мин.
Судно на якоре, на швартовых или движущееся быстрее 3 узлов	10 сек.
Судно на ходу (0–14 узлов)	10 сек.
Судно на ходу (0–14 узла) и изменение курса	3,33 сек.
Судно на ходу (14–23 узла)	6 сек.
Судно на ходу (14–23 узла) и изменение курса	2 сек.
Судно на ходу (более 23 узлов)	2 сек.
Судно на ходу (более 23 узлов) и изменение курса	2 сек.
Рейсовое:	6 мин., при изменении данных и по требованию
Сообщения по безопасности:	При необходимости

### Экспериментальное исследование

В ходе экспериментального исследования использовались данные, полученные с береговой радиолокационной станции Score 300, расположенной в Хонче, Вьетнам, с координатами  $\varphi = 12^{\circ}12'26''N$  и  $\lambda = 109^{\circ}19'26''E$ . РЛС Score 300 работает в диапазоне X с частотой 300МГц, дальность действия до 130 км [10]. Данные снимаются в 10 различных моментах времени с 3-минутным интервалом. Отслеживаемый корабль имеет Тайское гражданство с именем ALINYA. Рисунок 4 представляет собой сравнение по положениям, полученным из двух источников данных РЛС и АИС. На рисунке 5 предствленно сравнение по курсам, на рисунке 6 – сравнение по скоростям.

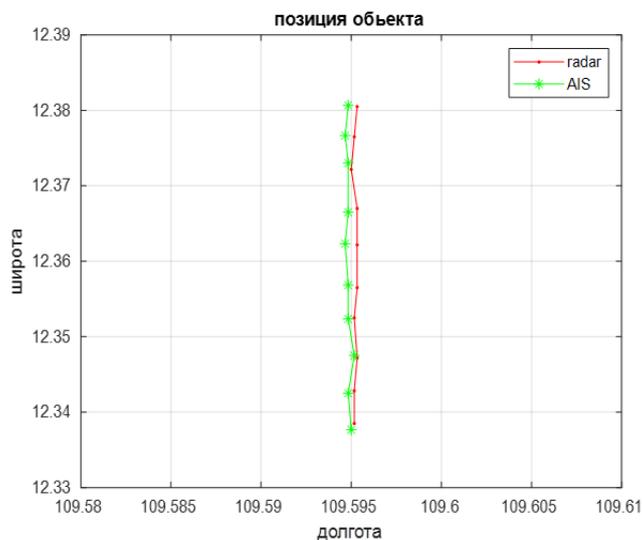


Рисунок 4. Координат цели от РЛС и АИС

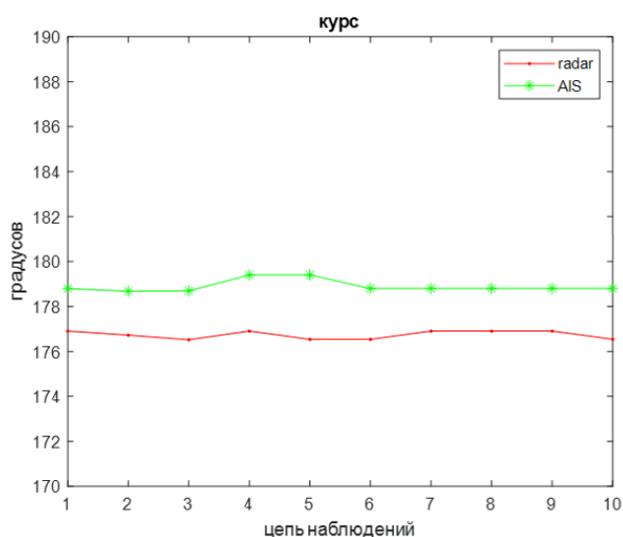


Рисунок 5. Курс цели

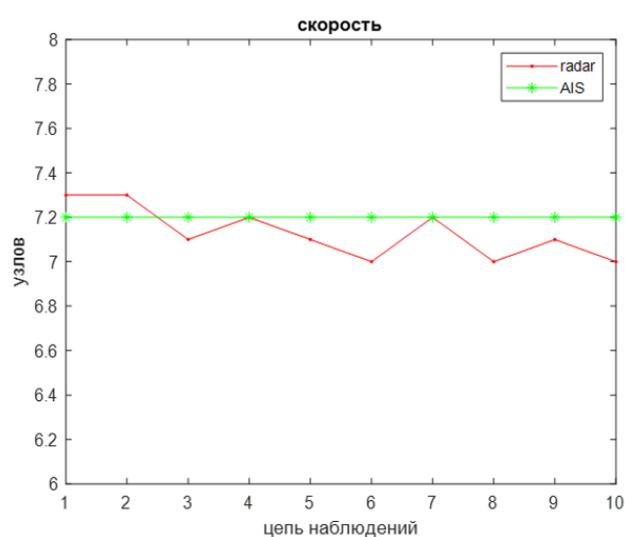


Рисунок 6. Скорость цели

## Заключение

В ходе исследований был проведён сравнительный анализ характеристики данных РЛС и АИС. Экспериментальные результаты показали разницу по местоположениям, скоростям и курсам между данными РЛС и АИС. Видно, что данные, полученные от АИС, более стабильны, чем от РЛС. Также можно сделать вывод, что объединение данных РЛС и АИС возможно и актуально. На следующем этапе будет проведён анализ архитектуры объединения данных и предложена структурная схема объединения данных в МИС.

## Список литературы

1. Ле Минь Хоанг. Необходимость объединения данных РЛС и АИС для морской навигации // Инфокоммуникационные технологии в цифровом мире: сборник докладов 11-й научно-технической школы-семинара, Санкт-Петербург, 8-10 декабря 2021 г. Санкт-Петербург, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2021. С. 23-25.
2. Рекомендация МСЭ-R М.1371-5 (02/2014). Технические характеристики автоматической системы опознавания, использующей многостанционный доступ с временным разделением в полосе ОВЧ морской подвижной службы. ITU, 2015. URL: [https://www.itu.int/dms\\_pubrec/itu-r/rec/m/R-REC-M.1371-5-201402-I!!PDF-R.pdf](https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/m/R-REC-M.1371-5-201402-I!!PDF-R.pdf) (Дата обращения: 25.05.2022).
3. Кошевой В. М., Шишкин А. В., Купровский В. И. Система и устройства автоматической идентификации судов: учебное пособие. Одесса, ОНМА, 2005. 116 с.
4. АИС (AIS) – универсальная система для профессионалов и любителей // MARINEQ: сайт. URL: <https://seacomm.ru/dokumentaciya/stati/ais-ais-universalnaya-sistema-dlya-professionalov-i-lyubiteley/> (Дата обращения: 21.03.2022).
5. Revised Guidelines for the on board operational use of shipborne automatic identification systems (AIS) // Inter. Maritime Organization (IMO). 2015, 14 Dec. A.1106(29). URL: [https://www.wcdn.imo.org/localresources/en/OurWork/Safety/Documents/AIS/Resolution%20A.1106\(29\).pdf](https://www.wcdn.imo.org/localresources/en/OurWork/Safety/Documents/AIS/Resolution%20A.1106(29).pdf) (Дата обращения: 11.05.2022).
6. Adoption of New and Amended Performance Standards for Navigational Equipment // International Maritime Organization (IMO). 1998, 8 Dec. URL: [https://www.wcdn.imo.org/localresources/en/KnowledgeCentre/IndexofIMOResolutions/MSCResolutions/MSC.86\(70\).pdf](https://www.wcdn.imo.org/localresources/en/KnowledgeCentre/IndexofIMOResolutions/MSCResolutions/MSC.86(70).pdf) (Дата обращения: 11.05.2022).
7. Вагущенко Л. Л., Вагущенко А. Л. Поддержка решений по расхождению с судами: учебное пособие. Одесса, Феникс, 2010. С. 30.
8. Бакулев П. А. Радиолокационные системы: учебник для вузов. Москва, Радиотехника, 2004. 320 с.
9. Временное руководство по использованию автоматической информационной (идентификационной) системы (АИС) на судах и в береговых службах. Москва, 2002. URL: [http://www.marcomm.ru/UserFiles/Files/Doc/suds\\_ais.pdf](http://www.marcomm.ru/UserFiles/Files/Doc/suds_ais.pdf) (Дата обращения: 25.04.2022).
10. Radartutorial.eu // URL: <https://www.radartutorial.eu/19.kartei/07.naval/karte075.en.html> (Дата обращения: 25.04.2022).

## References

1. Le Minh Hoang. Neobkhodimost' ob'yedineniya dannykh RLS i AIS dlya morskoy navigatsii [The need to combine radar and AIS data for maritime navigation]. Infocommunication technologies in the digital world: a collection of reports of the 11th scientific and technical school-seminar, St. Petersburg, December 8-10, 2021. St. Petersburg, St. Pe-

tersburg Electrotechnical University "LETI", 2021. P. 23-25.

2. Recommendation ITU-R M.1371-5 (02/2014) "Technical characteristics of an automatic identification system using time division multiple access in the VHF maritime mobile band". ITU, 2015. Available at: [https://www.itu.int/dms\\_pubrec/itu-r/rec/m/R-REC-M.1371-5-201402-I!!PDF-R.pdf](https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/m/R-REC-M.1371-5-201402-I!!PDF-R.pdf) (Accessed: 25.05.2022).

3. Koshevoy V. M., Shishkin A. V., Kuprovsky V. I. Sistema i ustroystva avtomaticheskoy identifikatsii sudov [System and devices for automatic identification of ships]. Odessa, ONMA, 2005. 116 p.

4. AIS – universal'naya sistema dlya professionalov i lyubiteley [AIS – a universal system for professionals and amateurs]. Available at: <https://seacomm.ru/dokumentaciya/stati/ais-ais-universalnaya-sistema-dlya-professionalov-i-lyubiteley/> (Accessed: 21.03.2022)

5. Revised Guidelines for the on-board operational use of shipborne automatic identification systems (AIS). International Maritime Organization (IMO), 2015. Available at: [https://wwwcdn.imo.org/localresources/en/OurWork/Safety/Documents/AIS/Resolution%20A.1106\(29\).pdf](https://wwwcdn.imo.org/localresources/en/OurWork/Safety/Documents/AIS/Resolution%20A.1106(29).pdf) (Accessed: 11.05.2022).

6. Adoption of New and Amended Performance Standards for Navigational Equipment. International Maritime Organization (IMO), 1998. Available at: [https://wwwcdn.imo.org/localresources/en/KnowledgeCentre/IndexofIMOResolutions/MSCResolutions/MSC.86\(70\).pdf](https://wwwcdn.imo.org/localresources/en/KnowledgeCentre/IndexofIMOResolutions/MSCResolutions/MSC.86(70).pdf) (Accessed: 11.05.2022).

7. Vagushchenko L. L., Vagushchenko A. L. Podderzhka resheniy po raskhozhdeniyu s sudami: uchebnoye posobiye [Support for decisions on divergence of watercrafts: Educational guidance]. Odessa, Phoenix, 2010. P. 30.

8. Bakulev P. A. Radiolokatsionnyye sistemy: uchebnyy dlya vuzov [Radar systems: Textbook for universities]. Moscow, Radio engineering, 2004. 320 p.

9. Vremennoye rukovodstvo po ispol'zovaniyu avtomaticheskoy informatsionnoy (identifikatsionnoy) sistemy (AIS) na sudakh i v beregovykh sluzhbakh [Interim guidance on the use of the automatic information (identification) system (AIS) on ships and in coastal services]. Moscow, 2002. Available at: [http://www.marcomm.ru/UserFiles/Files/Doc/suds\\_ais.pdf](http://www.marcomm.ru/UserFiles/Files/Doc/suds_ais.pdf) (Accessed: 25.04.2022).

10. Radartutorial.eu // Available at: <https://www.radartutorial.eu/19.kartei/07.naval/karte075.en.html> (Accessed: 25.04.2022).

#### Информация об авторах

*Ле Минь Хоанг* – аспирант, инженер, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В.И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0001-8913-3296, [lehoang.navy@gmail.com](mailto:lehoang.navy@gmail.com)

*Коновалов Александр Анатольевич* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В.И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0009-0004-1943-5394, [al\\_an\\_kon@mail.ru](mailto:al_an_kon@mail.ru)

*Дао Ван Лук* – аспирант, инженер, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В.И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0001-8006-3076, [daolucvtl01@gmail.com](mailto:daolucvtl01@gmail.com)

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

УДК 551.46.062.3:004.9

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).129-145

ГРНТИ 47.29.33

Специальность ВАК 2.2.13

*Научная статья*

### ФЛУКТУАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Михайлов В. Н., Пыко Н. С., Богачев М. И., Кутузов В. М.

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»  
имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербурге, Россия)*

**Аннотация** Эффективность реализации систем и комплексов дистанционного мониторинга акваторий неразрывно связана с созданием адекватных моделей морской поверхности, востребованных при решении задач навигации на море, оценки риска и прогнозирования аномальных явлений, в том числе при реализации дистанционных батиметрических измерений. В статье рассматривается сценарий реализации таких измерений по данным статистического анализа взволнованной морской поверхности при различных значениях глубины акватории, а также скорости и направления ветра. Рассмотрено и выполнено имитационное моделирование применительно к семи различным моделям угловых спектров ветрового волнения и энергетическому спектру JONSWAP, описанным в литературе, для которых построены оценки двумерных спектров. В отношении сформированных моделей выполнен флуктуационный анализ с исключением фонового тренда по дальности и по азимуту. Установлено, что для флуктуационных функций по дальности наблюдаются два характерных асимптотических режима, точка перегиба между которыми определяется глубиной акватории и скоростью ветра. По результатам анализа предложен подход и сформулирован критерий для дистанционного измерения глубины акватории в условиях как наличия, так и отсутствия доступных автономных измерений скорости ветра.

**Ключевые слова:** ветровое волнение, угловой спектр, батиметрические оценки, математическое моделирование, гармонический синтез, флуктуационный анализ, показатель Хёрста, отношение дисперсий

**Для цитирования:** Михайлов В. Н., Пыко Н. С., Богачев М. И., Кутузов В. М. Флуктуационный анализ моделей морской поверхности // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 129-145. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).129-145

*Research Article*

### FLUCTUATION ANALYSIS OF SEA SURFACE MODELS

Mikhailov V. N., Pyko N. S., Bogachev M. I., Kutuzov V. M.

*Saint-Petersburg Electrotechnical University "LETI" (Saint Petersburg, Russia)*

**Abstract** The effectiveness of remote marine monitoring systems including remote bathymetric measurements essential for the sea navigation, risk assessment and forecasting of anomalous phenomena requires the development of adequate sea surface models. In this article we propose a novel approach to the sea surface measurements for different sea depth, as well as wind speed and direction. We have performed computer simulations of sea wave dynamics for seven directional wave spectra and JONSWAP energy spectrum. Two-dimensional sea wave spectra have been estimated. In addition, we analyzed the range and the directional fluctuation functions of the respective models using detrended fluctuation analysis. Our results indicate that the range fluctuation functions exhibit two asymptotic regimes separated by a characteristic crossover point that is explicitly determined by the sea depth and the wind speed, respectively. Based on the results of the analysis, an original approach to the remote measurement of sea depth both in the presence and in the absence of autonomous wind speed measurements is suggested.

**Keywords:** wind waves, directional spectrum, bathymetric estimation, numerical modeling, harmonic synthesis, fluctuation analysis, Hurst exponent, variance ratio

**For citation:** Mikhailov V. N., Pyko N. S., Bogachev M. I., Kutuzov V. M. Fluctuation analysis of sea surface models // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 129-145. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).129-145

### Введение

Взволнованную морскую поверхность можно рассматривать как суперпозицию бесконечного числа элементарных волн с различными частотами, амплитудами, направлением распространения и фазами, что позволяет использовать для её статистического моделирования метод гармонического синтеза.

Амплитуда волнения вычисляется по формуле:

$$z(x, y, t) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \sqrt{2S(\omega, \psi)} \sin(k \cdot (x \cos(\psi) + y \sin(\psi)) - \omega t + \varepsilon) d\omega d\psi, \quad (1)$$

где  $S(\omega, \psi)$  – двумерный энергетический спектр волнения;  $\omega$  – частота элементарной волны;  $\psi$  – угол между направлением распространения элементарной волны и направлением наблюдения, рад;  $k$  – волновое число, рад/с;  $\varepsilon$  – случайная фаза.

Двумерный энергетический спектр предоставляется произведением:

$$S(\omega, \psi) = S_1(\omega) \cdot S_d(\omega, \psi) \quad (2)$$

где  $S_1(\omega)$  – одномерный спектр волнения, показывающий распределение энергии морского волнения по частотам,  $S_d(\omega, \psi)$  – угловой спектр, показывающий распределение энергии по азимуту (угловое распределение).

Одномерный спектр ветровых волн в литературе описывается, как правило, спектром Пирсона-Московица [1]:

$$S(\omega) = 8.1 \cdot 10^{-3} g^2 \omega^{-5} \exp \left[ -0.74 \left( \frac{\omega_m}{\omega} \right)^4 \right], \quad (3)$$

где  $\omega_m = g/U_{19.5}$ ,  $g$  – гравитационная постоянная,  $U_{19.5}$  – скорость ветра на высоте 19,5 метров.

Или же с помощью спектра JONSWAP [2]:

$$S(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp \left[ -1.25 \left( \frac{\omega_m}{\omega} \right)^4 \right] \cdot \mu \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_m)^2}{2\beta^2 \omega_m^2} \right], \quad (4)$$

$$\alpha = 0.076 \left( \frac{U_{10}^2}{gX} \right)^{0.22}, \quad \mu = 3.3, \quad \begin{cases} \beta = 0.07, & \omega \leq \omega_m \\ \beta = 0.09, & \omega > \omega_m \end{cases}$$

$X$  – область разгона, м,  $U_{10}$  – скорость ветра на высоте 10 метров. Частота максимума спектра определяется, как [2, 3]:

$$\omega_m = 7\pi \left( \frac{g^2}{U_{10}X} \right)^{0,33} \quad (5)$$

Сравнительные графики спектров Пирсона-Московица и JONSWAP при условии одинаковой частоты максимума спектра приведены на рисунке 1. Сплошной линией показан спектр JONSWAP, пунктиром – Пирсона-Московица. Из рисунка видно, что графики расходятся только вблизи максимума.

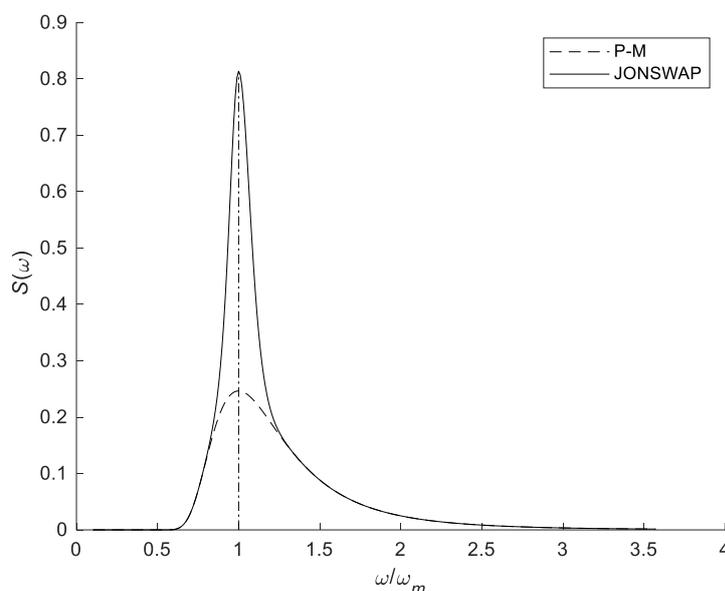


Рисунок 1. Частотные спектры Пирсона-Московица и JONSWAP

При моделировании мы использовали частотный спектр JONSWAP.

### Моделирование угловых спектров ветрового волнения

Для описания углового распределения энергии морского волнения различными исследователями предложено несколько аппроксимаций углового спектра (directional spectrum).

Самой простой аппроксимацией является спектр Артура или косинус-квадратная аппроксимация [3, 4]:

$$S(\theta) = \frac{2}{\pi} \cdot \cos^2(\theta), \quad -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2, \quad (6)$$

где  $\theta = \psi - \psi_0$ ,  $\psi_0$  – угол между направлением наблюдения и направлением ветра. Это представление основано на аппроксимации спектра на основе квадрата косинуса, которая является очень распространённым при описании углового спектра морского волнения (рисунок 2).

Альтернативной квадрату косинуса аппроксимацией является представление на основе экспоненциальной зависимости, например спектр Дарбишайра (Darbyshire), который описывается формулой [4]:

$$S(\theta) = \frac{2.96}{\pi\sqrt{\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(\theta)^2}{0.114\pi^2}\right). \quad (7)$$

Приведённые спектры не учитывают влияние длины волны морского волнения на его угловой спектр. Далее рассмотрим спектры, в которых учитывается частотная зависимость углового спектра.

Угловой спектр Давидана [4] как и спектр Дарбишайра представляет собой экспоненциальную аппроксимацию, однако имеет совершенно другую форму:

$$S(\theta) = \frac{\frac{0.5\chi\tilde{\omega}}{(\tilde{\omega}+1)^2}}{1 - \exp\left[-\left(\frac{\pi\chi}{2}\right)\left(\frac{\tilde{\omega}}{(\tilde{\omega}+1)^2}\right)\right]} \cdot \exp\left(-\frac{\chi\tilde{\omega}|\theta|}{(\tilde{\omega}+1)^2}\right), \quad (8)$$

$\tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_m}$ ,  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ ,  $\chi$  – константа, зависящая от степени волнения, принимает значения от 3 при слабом волнении до 8 при шторме. Частотная зависимость при угле визирования по направлению ветра приведена на рисунке 3.

Развитием спектральных аппроксимаций на основе косинус-квадратного представления является спектр Хасселманна (Hasselmann) [3]:

$$S(\omega, \theta) = \frac{1}{N_p} \cdot \left[\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]^p, \quad (9)$$

$$p = 9.77 \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^\mu, \quad \mu = \begin{cases} 4.06 & \omega < \omega_m \\ -2.34 & \omega > \omega_m \end{cases}, \quad N_p = 2^{1-2p} \pi \frac{\Gamma(2p+1)}{\Gamma^2(p+1)},$$

где  $\Gamma$  – гамма-функция.

Аналогично выглядит спектр Мицуюсу (Mitsuyasu) [3-5]. Существуют различные формы его записи, при моделировании будем использовать выражение из [3]:

$$S(\omega, \theta) = \frac{\Gamma(s+1)}{2\sqrt{\pi}\Gamma(s+0.5)} \cdot \left[\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]^s, \quad \text{где } s = \begin{cases} 9.77 \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^{-2.5} & \omega \leq \omega_m \\ 6.97 \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^5 & \omega > \omega_m \end{cases} \quad (10)$$

В рамках проекта Stereo Wave Observation Project [6] была предложена аппроксимация спектра, включающая в себя как экспоненциальную, так и гармоническую

составляющую. В оригинальной работе было предложено две формы записи, через косинус кратного угла:

$$S(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} \left[ 1 + \left( 0.5 + 0.82 \exp \frac{-\tilde{\omega}^4}{4} \right) \cos(2\theta) + \left( 0.32 \exp \frac{-\tilde{\omega}^4}{4} \right) \cos(4\theta) \right] \quad (11.1)$$

и через степень косинуса:

$$S(\omega, \theta) = \frac{1}{\pi} \left[ 0.5 \left( 1 - \exp \frac{\tilde{\omega}^4}{2} \right) + \left( 1 - 0.92 \exp \frac{\tilde{\omega}^4}{2} \right) \cos^2(\theta) + 2.56 \exp \frac{\tilde{\omega}^4}{2} \cos^4(\theta) \right]. \quad (11.2)$$

Для моделирования будем использовать второй вариант представления, как более часто приводящейся в литературе, например в [4].

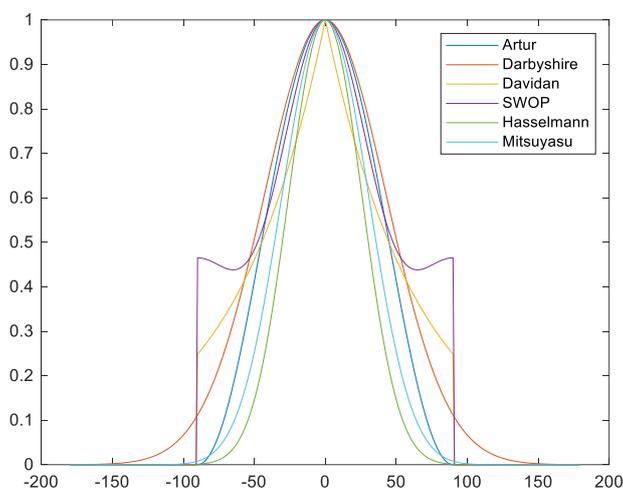


Рисунок 2. Нормированные угловые спектры

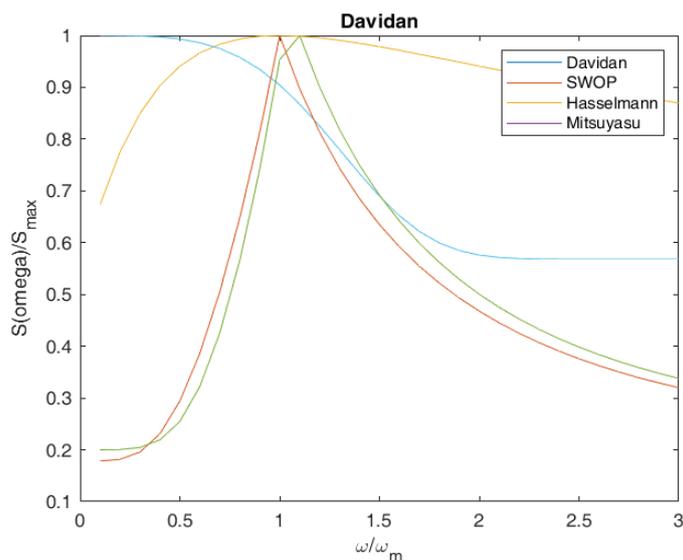


Рисунок 3. Нормированная частотная зависимость

В двумерном представлении рассмотренные спектры представлены на рисунке 4.

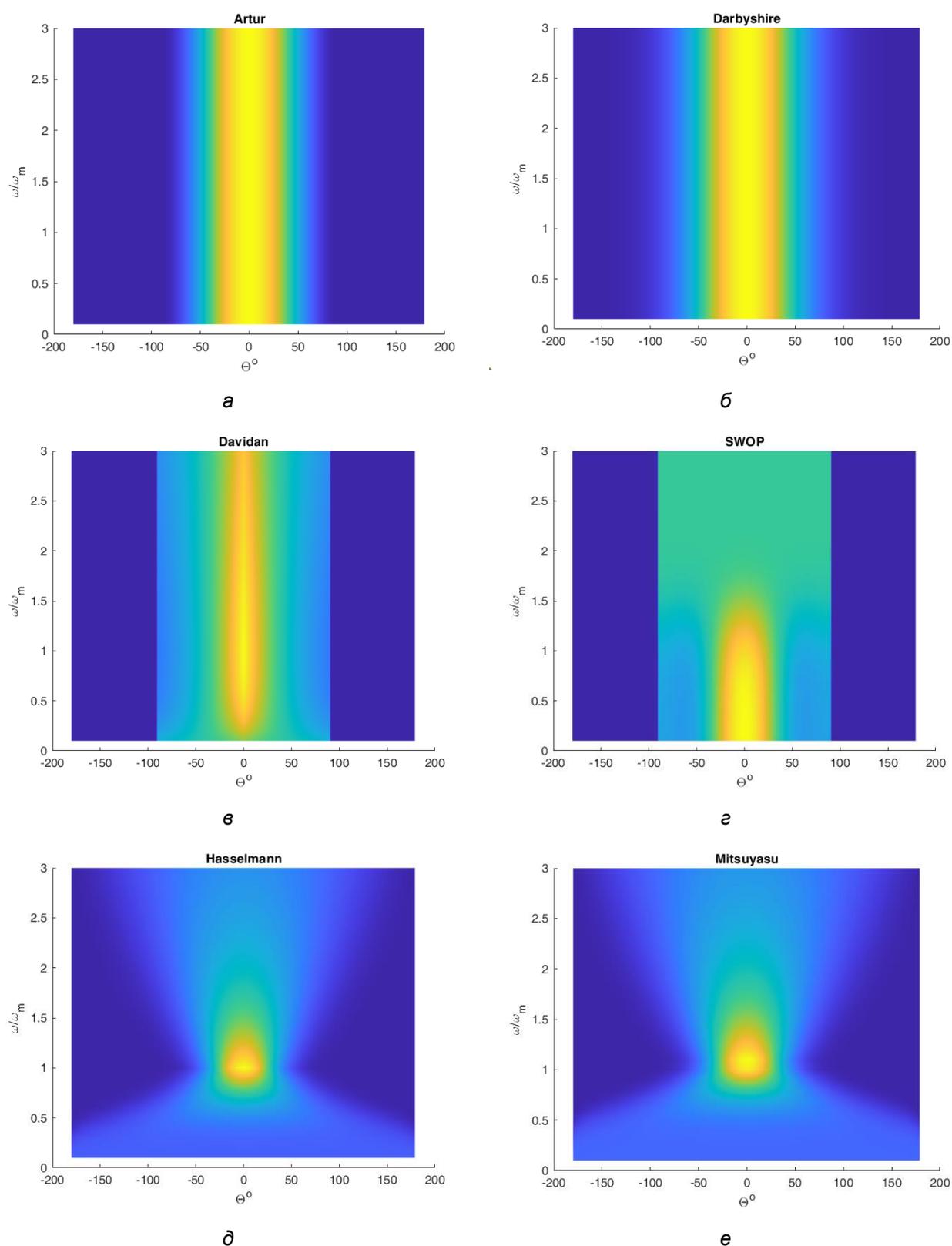


Рисунок 4. Угловые спектры в двумерном представлении: Артура (а), Дарбишайра (б), Давидана (в), SWOP (г), Хасселманна (д), Мицуюсу (е)

Двумерные спектры, полученные в соответствии с выражением (2), показаны на рисунке 5.

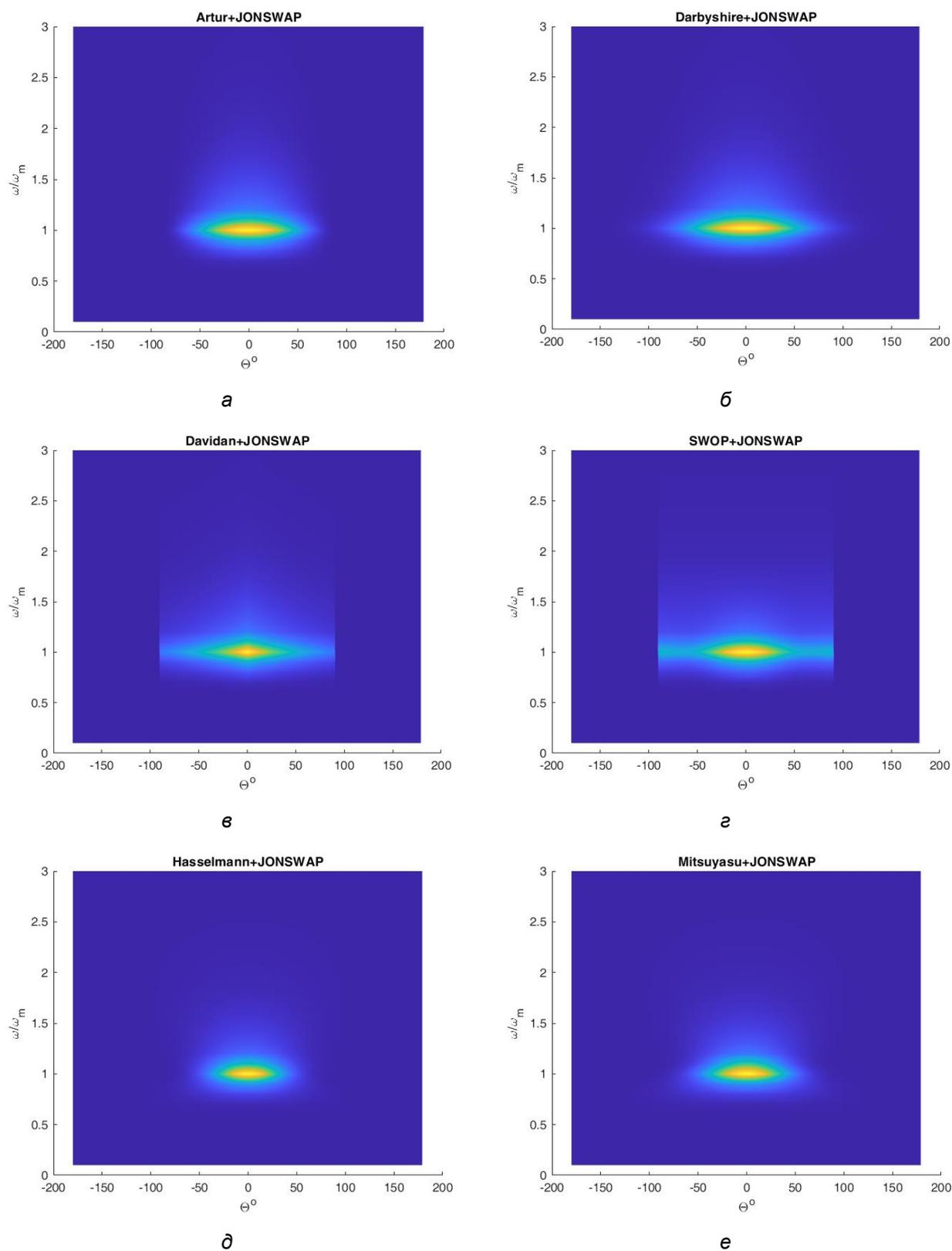


Рисунок 5. Двумерные энергетические спектры, как произведение JONSWAP и спектров: Артура (*a*), Дарбишайра (*б*), Давидана (*в*), SWOP (*г*), Хасселманна (*д*), Мицуюсу (*е*)

Для построения профиля морской поверхности формулу (1) перепишем в дискретном виде:

$$z(x, y, t) = \sum_{p=1}^{N_{\omega}} \sum_{q=1}^{N_{\psi}} \sqrt{2S_{p,q}} \cdot \Delta\omega\Delta\psi \sin(k \cdot (x \cos(\psi) + y \sin(\psi)) - \omega t + \varepsilon) \quad (14)$$

где  $N_{\omega}$  – число составляющих частотного спектра,  $N_{\psi}$  – число составляющих углового спектра,  $S_{p,q}$  – матрица энергетического спектра,  $\Delta\omega = \omega_{\max}/N_{\omega}$  – шаг по частоте, рад/с,  $\Delta\psi = 2\pi/N_{\psi}$  – шаг по углу, рад,  $x, y, t$  – текущие пространственно-временные координаты,  $k$  – волновое число. Глубина акватории при моделировании задаётся через дисперсионное соотношение:

$$\omega = \sqrt{gk \left( 1 + \frac{\sigma}{\rho g} k^2 \right) \text{th}(kR)}, \quad (15)$$

где  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$  – гравитационная постоянная,  $k$  – волновое число,  $\sigma = 74.34 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$  – поверхностное натяжение на границе раздела сред воздух – морская вода,  $\rho$  – плотность воды;  $R$  – глубина моря. Пример результатов моделирования приведён на рисунке 6.

Вышеприведенные формулы для угловых спектров соответствуют направлению ветра вдоль оси  $OX$ . Направление ветра учитывается в формуле (14) путём замены координат:  $x \rightarrow x_{\varphi}$ ;  $y \rightarrow y_{\varphi}$ , получаемые с помощью преобразования:

$$\begin{cases} x_{\varphi} = x \cos(\varphi) - y \sin(\varphi) \\ y_{\varphi} = y \sin(\varphi) + x \cos(\varphi) \end{cases} \quad (16)$$

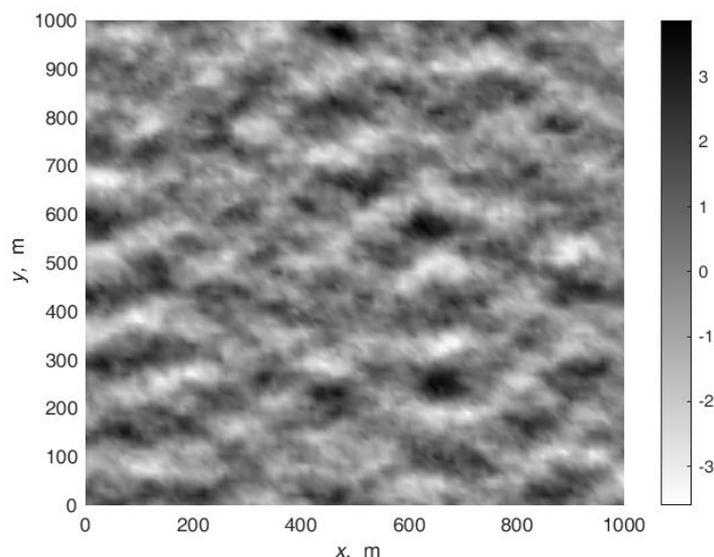


Рисунок 6. Пример реализации морской поверхности в декартовой системе координат

В некоторых случаях удобнее использовать полярную систему координат, например, при моделировании и анализе радиолокационных изображений. В этом случае формула (14) приходит к виду:

$$z(r, \theta, t) = \sum_{p=1}^{N_\omega} \sum_{q=1}^{N_\psi} \sqrt{2S_{p,q} \cdot \Delta\omega\Delta\psi} \sin(k \cdot (r \cos(\theta)\cos(\psi) + r \sin(\theta)\sin(\psi)) - \omega t + \varepsilon) \quad (17)$$

Направления ветра в этом случае учитывается следующей заменой переменной:  $\Theta_\varphi = \Theta + \varphi$ . Результаты моделирования в координатах «азимут-дальность» показаны на рисунке 7, в виде кругового обзора – на рисунке 8.

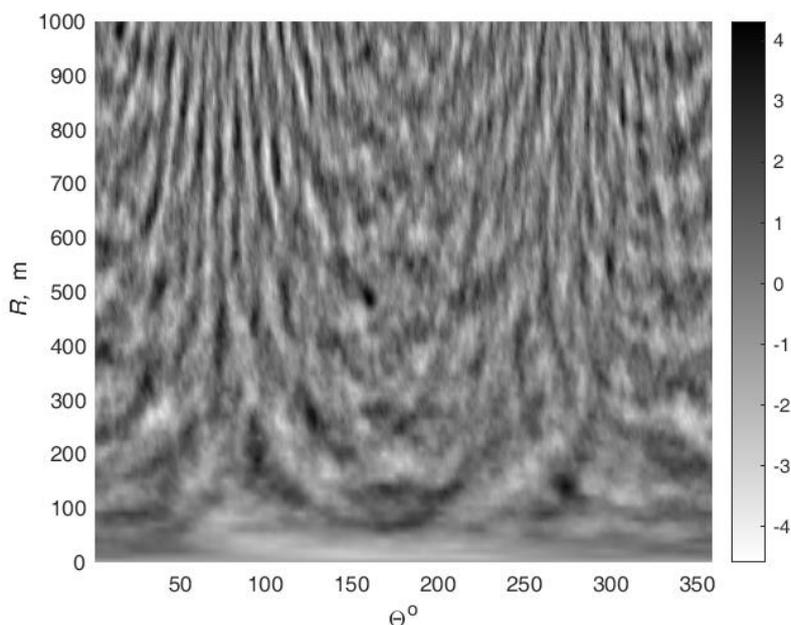


Рисунок 7. Пример реализации морской поверхности в координатах азимут-дальность

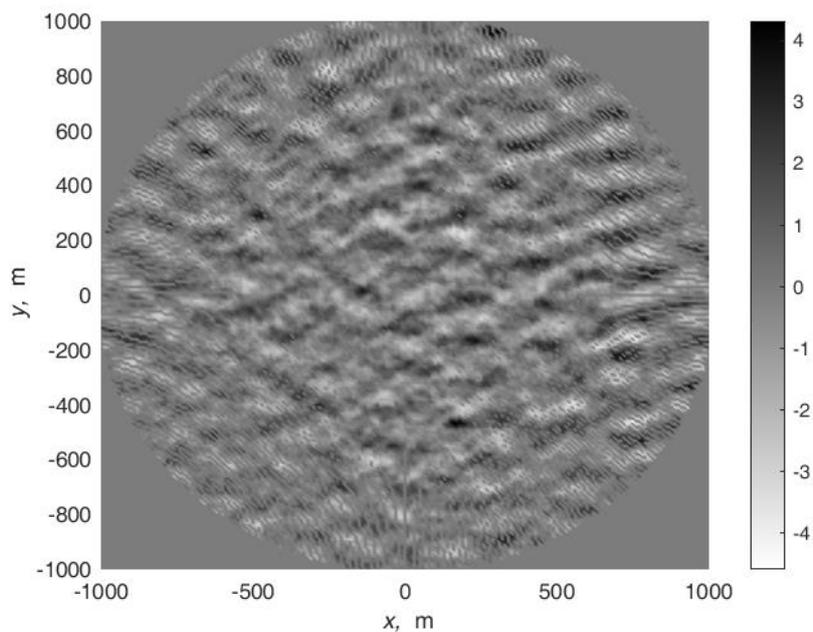


Рисунок 8. Пример реализации морской поверхности в полярной системе координат

### Флуктуационный анализ моделей взволнованной морской поверхности

Изображения морской поверхности представляют собой в общем случае нестационарные коррелированные случайные поля, что ограничивает возможности прямого применения традиционных методов корреляционно-спектрального оценивания для их статистического анализа. При этом одномерные сечения морской поверхности могут рассматриваться как коррелированные ряды данных. Одним из статистических подходов, позволяющих проводить непосредственный анализ нестационарных рядов данных, является применение методов флуктуационного анализа. Методы флуктуационного анализа предполагают оценивание флуктуационной функции, характеризующей динамику прироста выборочной дисперсии ряда с ростом интервала наблюдения, которая, в свою очередь, определяется корреляционными свойствами ряда. В дальнейшем рассмотрим применение метода флуктуационного анализа с удалением тренда *DFA (Detrended Fluctuation Analysis)*, включающего ряд формализованных действий [11]. Обрабатываемый ряд данных центрируется, а затем преобразуется в так называемый профиль путём формирования кумулятивных сумм центрированного ряда данных. Полученный профиль  $X$  делится на неперекрывающиеся сегменты длины  $S$ . В каждом сегменте производится расчёт и удаление локального тренда  $T_v$ , соответствующего сглаживающему полиному второго порядка. Далее для каждого сегмента рассчитывается дисперсия:

$$F^2(v, S) = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \{X[(v-1)S + i] - T_v(i)\}^2. \quad (18)$$

Среднее значение дисперсии  $F^2(v, S)$ , полученное по всем сегментам профиля, определяет одно значение флуктуационной функции второго порядка:

$$F(S) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{v=1}^{N_s} F^2(v, S) \right\}^{1/2}. \quad (19)$$

Флуктуационная функция формируется путём повторения данных действий при разных значениях длины сегмента  $S$  и, соответственно, при разном количестве сегментов. Показатель Хёрста  $H$ , характеризующий корреляционные свойства ряда, определяется как коэффициент линейной регрессии по графику флуктуационной функции, построенному в двойном логарифмическом масштабе.

При построении модели морской поверхности имитируется изображение, получаемое с помощью локатора кругового обзора (рисунок 8). Исходными переменными для анализа являются, как показано на рисунке 7, азимут и дальность.

На рисунке 9 представлены флуктуационные функции по азимуту (а) и по дальности (б), полученные для моделей морской поверхности, основанных на угловом спектре Дарбишайра (а) и Хассельмана (б). Модели построены при значениях скорости ветра 2, 5, 10, 15 и 20 м/с и при значениях глубины моря 2, 5, 20, 50

и 1000 м, что позволяет получить в двойном логарифмическом масштабе семейство характеристик, показанных на рисунке 9 различными цветами. Для удобства сравнения функции нормированы к первому значению.

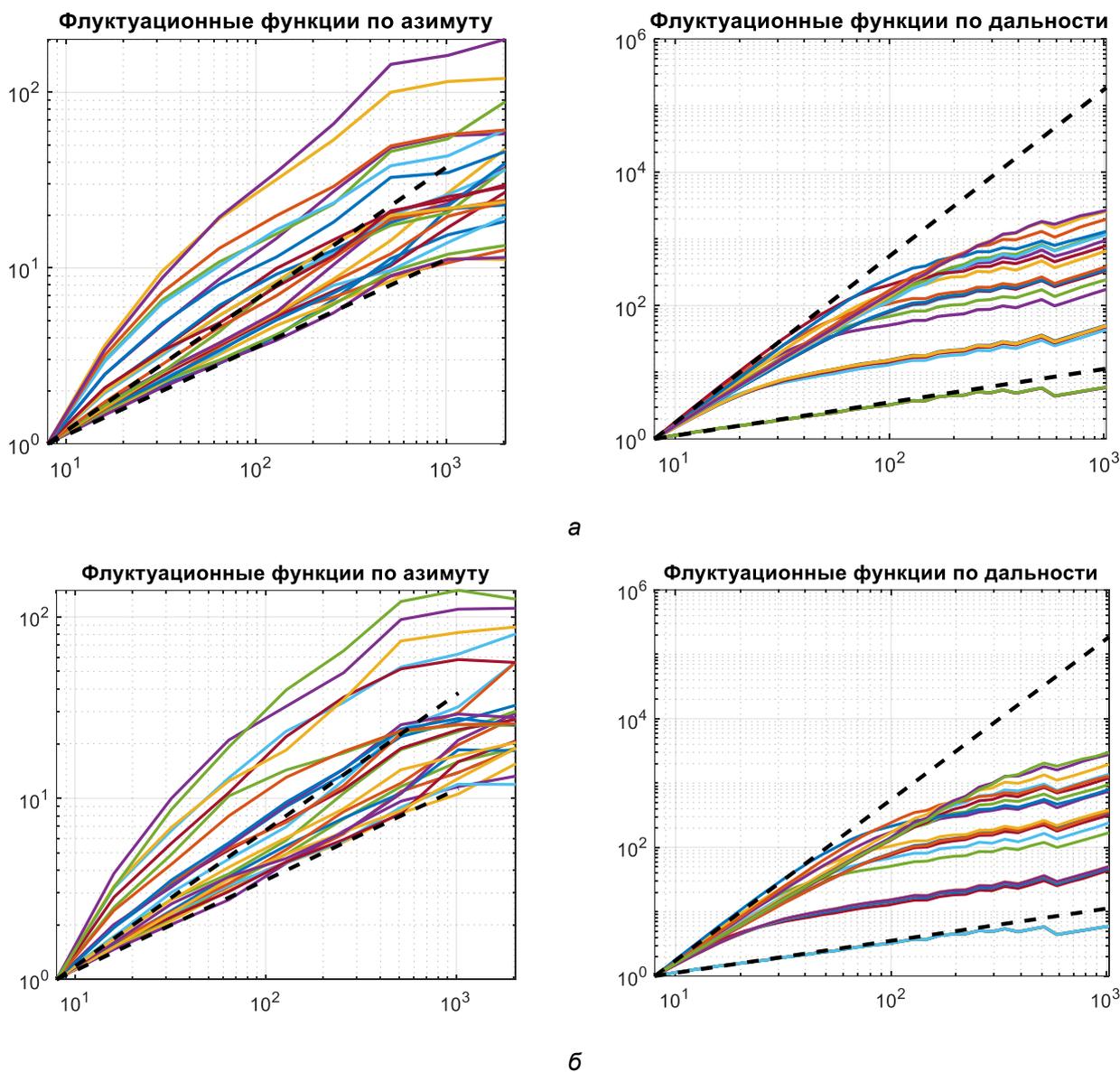


Рисунок 9. Флуктуационные функции азимута и дальности для моделей морской поверхности на основе углового спектра Дарбишайра (а) и Хассельмана (б)

При изображении флуктуационных функций по азимуту нижняя и верхняя пунктирные линии соответствуют прямым с наклоном 0,5 и 0,75 соответственно. Таким образом, наклон флуктуационных функций, а следовательно, и показатель Хёрста, характеризующий корреляционные свойства модели морской поверхности по азимуту, для большинства значений глубины и силы ветра лежит в диапазоне от  $H = 0,5$ , что свидетельствует о слабо выраженной корреляции, до  $H = 0,75$ .

Для флуктуационных функций по дальности на начальном участке наклон соответствует значению  $H = 2,5$  (верхняя пунктирная линия), а, начиная с некоторого

размера сегмента  $S_x$ , имеет место явно выраженный перегиб, после которого функция стремится к касательной, соответствующей значению показателя Хёрста  $H = 0,5$  (нижняя пунктирная линия). Абсцисса точки перегиба  $S_x$  зависит от заданных значений глубины и скорости ветра. На основании этого можно утверждать, что корреляционные свойства морской поверхности по дальности не инварианты к изменению окна анализа.

На рисунке 10 представлены графики, отражающие зависимость местоположения точки перегиба флуктуационной функции дальности от глубины и скорости ветра, полученные для моделей морской поверхности с угловыми спектрами Дарбишайра и Хассельмана.

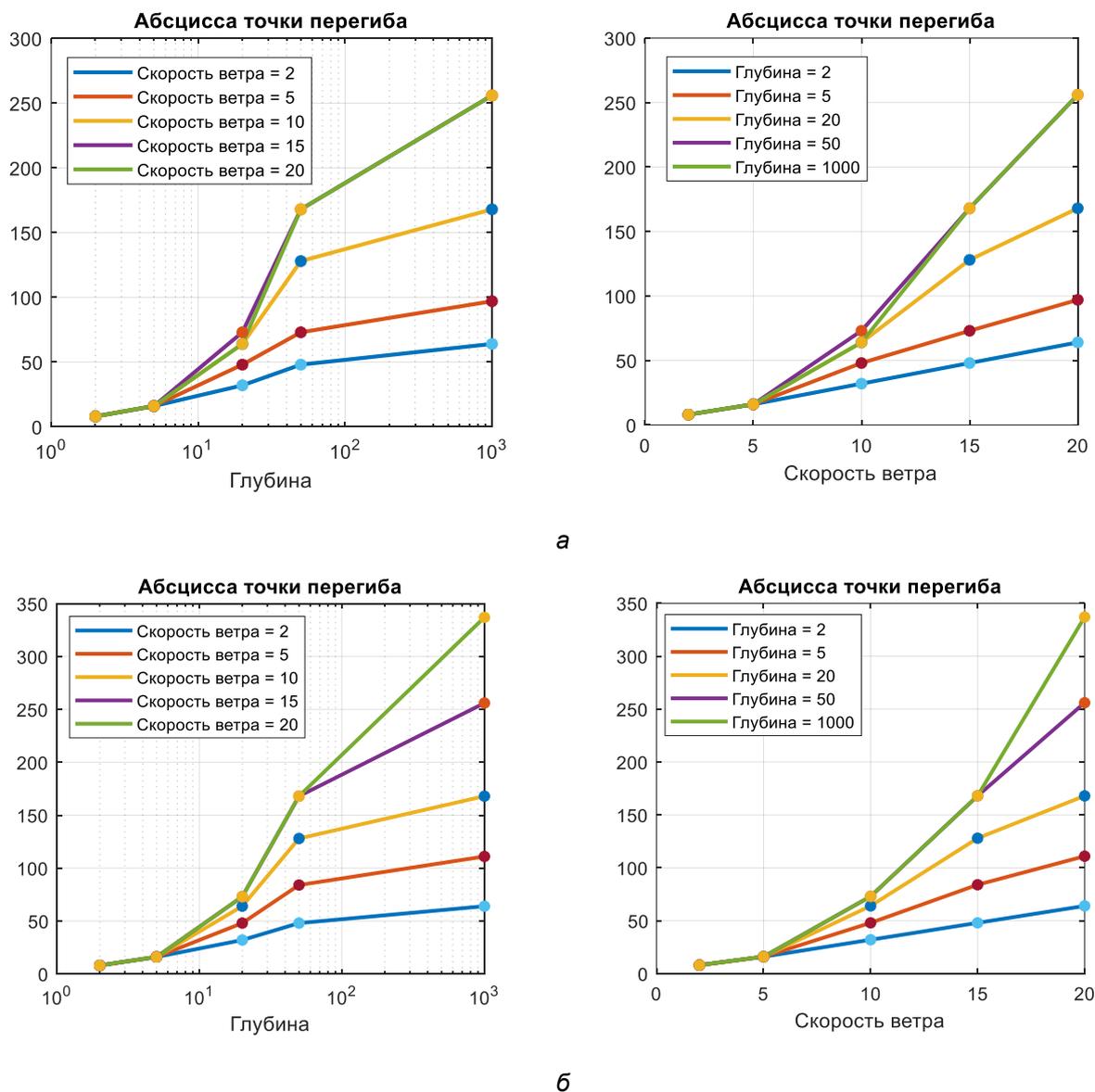


Рисунок 10. Зависимость точки перегиба флуктуационной функции дальности от глубины и скорости ветра для моделей морской поверхности, основанных на угловом спектре Дарбишайра (а) и Хассельмана (б)

Как можно видеть из рисунка 10, абсцисса точки перегиба флуктуационной функции по дальности зависит и от глубины, и от скорости ветра, существенно возрастая при увеличении каждого из этих параметров.

Вычисление флуктуационной функции является весьма трудоёмкой операцией, особенно в случае обработки поверхностей (двумерных массивов), а не рядов данных. Для получения быстрой оценки целесообразно использовать отношение дисперсии, полученной по всему диапазону изменения данных, что соответствует максимальному размеру сегмента, к дисперсии, усреднённой по сегментам минимального заданного размера. По сути, получаемый при таких действиях коэффициент соответствует отношению последнего значения флуктуационной функции к её первому значению.

На рисунке 11 приведены зависимости отношения крайних значений флуктуационной функции дальности (отношения дисперсий) от глубины и скорости ветра, полученные для модели, основанных на угловых спектрах Дарбишайра и Хассельмана.

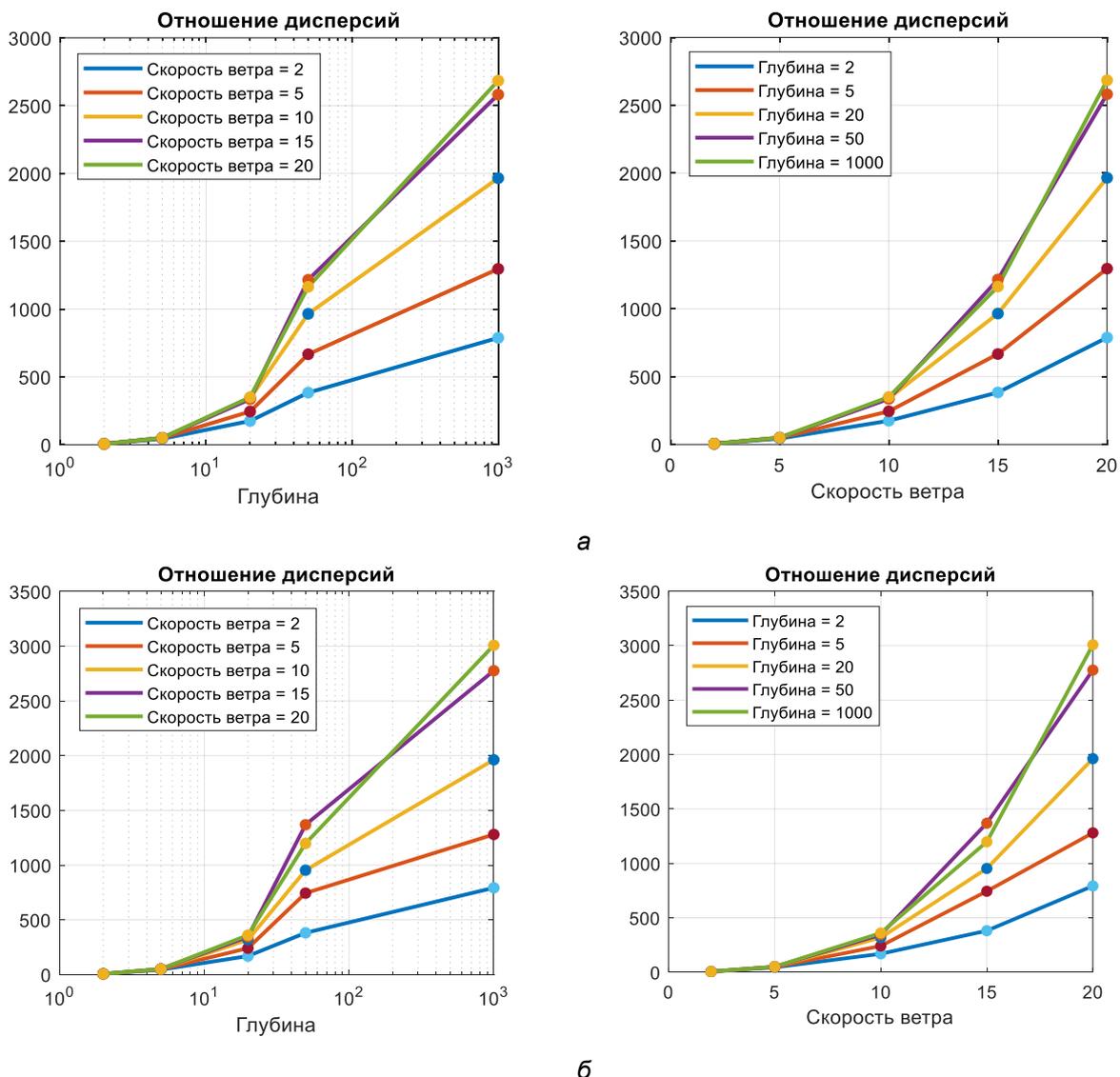


Рисунок 11. Зависимость отношения дисперсий от глубины (а) и скорости ветра (б) для моделей морской поверхности, основанных на угловом спектре Дарбишайра (а) и Хассельмана (б)

При использовании для моделирования других угловых спектров, рассмотренных выше, вид флуктуационных функций по азимуту и дальности, результаты оценивания абсциссы точки перегиба флуктуационной функции по дальности, а также отношения её крайних точек (отношения дисперсий) отражают аналогичные тенденции, отличаясь лишь конкретными численными значениями.

Для подтверждения статистической достоверности взаимосвязи рассмотренных количественных параметров, получаемых в результате флуктуационного анализа, – абсциссы точки перегиба флуктуационной функции и отношения дисперсий – с параметрами модели морской поверхности (глубиной и скоростью ветра) для моделей. Основанных на угловых спектрах Дарбишайра и Хассельмана были построены модели множественной линейной регрессии (рисунок 12, а и б соответственно).

На рисунке 12 синими маркерами показаны выборочные значения, поверхности иллюстрируют построенные регрессионные модели. Ввиду большого разброса значений глубины моря и значений получаемых параметров модели строились применительно к их натуральным логарифмам.

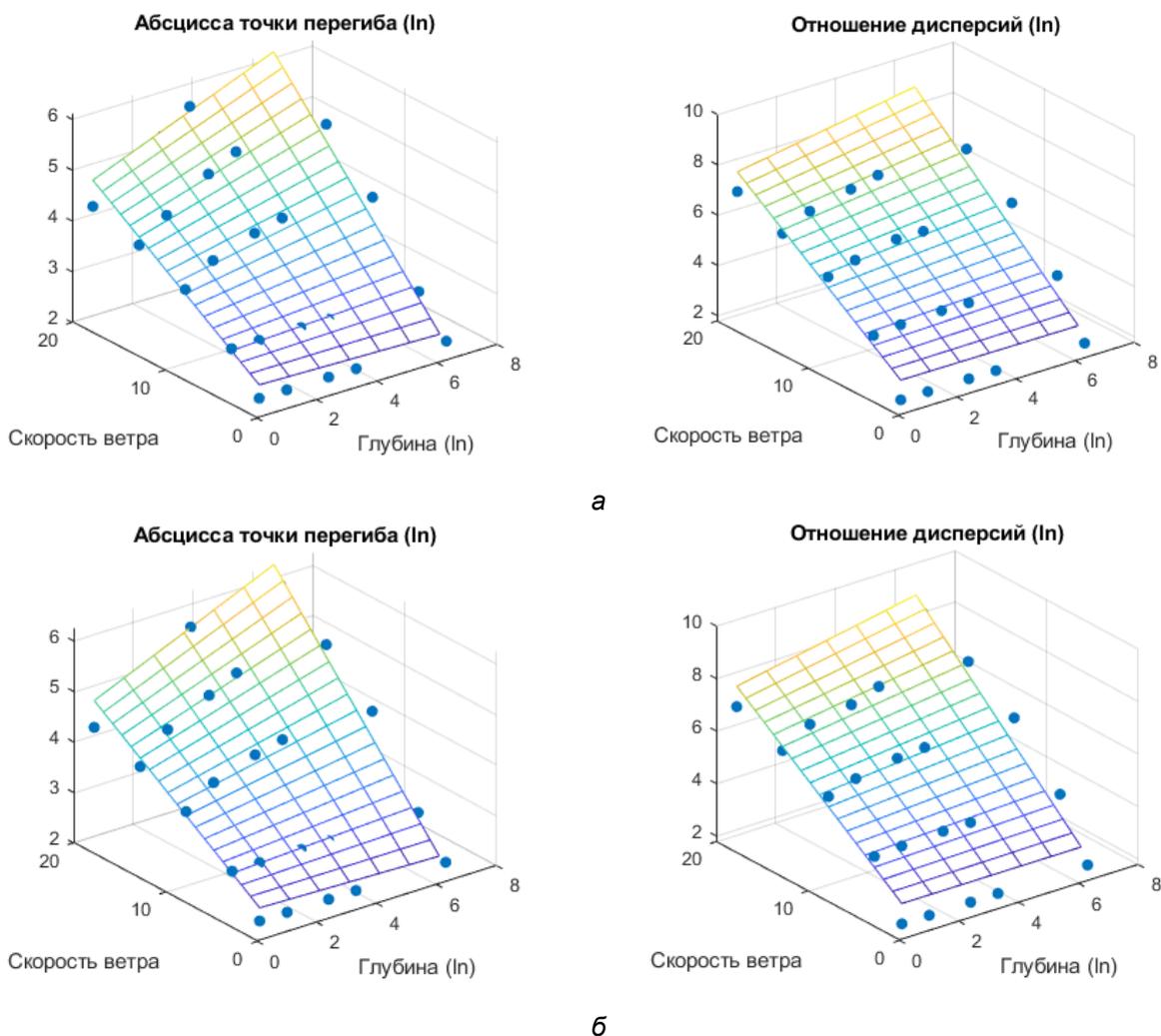


Рисунок 12. Линейная регрессия абсциссы точки перегиба  $F(S)$  и отношения дисперсий для моделей морской поверхности, основанных на угловом спектре Дарбишайра (а) и Хассельмана (б)

Для модели, характеризующей зависимость точки перегиба от глубины и скорости ветра, статистика  $R^2$  равна 0,93; уровень значимости регрессии  $p < 0,001$  (для углового спектра Дарбишайра). Для модели, основанной на угловом спектре Хассельмана, статистика  $R^2$  равна 0,94; уровень значимости регрессии  $p < 0,001$ .

Для модели, характеризующей зависимость отношения дисперсий от глубины и скорости ветра для угловых спектров Дарбишайра и Хассельмана, получены одинаковые значения  $R^2 = 0,92$ ; уровень значимости регрессии  $p < 0,001$ .

### **Заключение**

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы. Рассмотренные количественные показатели, определяемые в результате флуктуационного анализа, в значительной мере устойчивы к выбору модели углового спектра, что отражает их универсальность и робастность по отношению к особенностям спектральной структуры морского волнения. Таким образом, результаты флуктуационного анализа могут быть использованы как в задачах, связанных с моделированием морской поверхности, так и в задачах оперативной океанографии для оценивания изменения рельефа морского дна или характера морского волнения, в том числе при наблюдении аномальных явлений. При формулировке критериев измерений в качестве решающих статистик могут быть предложены абсцисса точки перегиба флуктуационной функции по дальности и отношение дисперсий, определяемых крайними точками флуктуационной функции, которые зависят от скорости ветра и глубины акватории, оставаясь инвариантными к направлению ветра. Это позволяет при известных значениях силы ветра, например, полученных из автономных измерений, непосредственно оценить глубину акватории с использованием вышеизложенных статистик. В отсутствие автономных измерений скорости ветра указанные критерии могут быть использованы для контроля относительных изменений глубины акватории. Кроме того, при значительных глубинах акваторий указанные критерии могут быть применены для дистанционной оценки скорости ветра. Рассмотренный подход представляется перспективным в том числе в контексте анализа отражений судового навигационного радиолокатора от морской поверхности для раннего выявления ветровых аномалий и изменений рельефа морского дна по курсу следования в дополнение к его штатному функционалу. Устойчивый характер флуктуационных функций по азимуту и по дальности позволяет проводить статистический анализ морской поверхности, опираясь на методы формирования случайных полей с заданными корреляционными свойствами, что может потребовать меньше вычислительных ресурсов, чем традиционное моделирование на основе заданного энергетического и углового спектра.

### **Благодарности**

Исследование выполнено в рамках государственного задания по теме Министерства науки и высшего образования № FSEE-2020-0002.

### Список литературы

1. Pierson W. J., Moskowitz L. A proposed spectral form for fully developed wind seas-based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii // *Journal of geophysical research*. 1964. 69(24). 5181-5190. DOI: 10.1029/JZ069I024P05181
2. Hasselmann K., Barnett T., Bouws E., Carlson H., Cartwright D. E., Enke K., Ewing J. A., Gienapp H., Hasselmann D. E., Kruseman P., Meerburg A., Muller P., Olbers D. J., Richter K., Sell W., Walden H. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Hamburg: Deutsches Hydrographisches institute. 1973. 95 p. URL: [https://pure.mpg.de/rest/items/item\\_3262854\\_4/component/file\\_3282032/content](https://pure.mpg.de/rest/items/item_3262854_4/component/file_3282032/content)
3. Rodriguez O. C., Silva A. J., Gomes J. P., Jesus S. M. Modeling arrival scattering due to surface roughness // *Proceedings of the 10<sup>th</sup> European Conference on Underwater Acoustics. ECUA 2010. Istanbul. Turkey. July 5-9, 2010. Istanbul. 2010. 1-8.*
4. Абузьяров З. К. Морское волнение и его прогнозирование. Ленинград, Гидрометеиздат, 1981. 166 с.
5. Mitsuyasu H., Uji T. A comparison of observed and calculated directional wave spectra in the east China sea // *Journal of the Oceanographical Society of Japan*. 1989. 45. 338-349.
6. Chase J., L. Cote J., Marks W., E. Mehr, W. J. Pierson (Jr.), Claude Roénne F., Stephenson G., Vetier R. C., Walden R. G. The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained by the stereo wave observation project (SWOP). New York: New York University, College of Engineering. Research Division. Dept. of Meteorology and Oceanography and Engineering STatistics Group, 1957. 267 p.
7. Kantelhardt J. W., Zschiegner S. A., Koscielny-Bunde E., Havlin S., Bunde A., Stanley H. T. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series // *Physica. Physica A-statistical Mechanics and Its Applications*. 2002. 316. 87-114.

### References

1. Pierson W. J., Moskowitz L. A proposed spectral form for fully developed wind seas-based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii // *Journal of geophysical research*. 1964. 69(24). 5181-5190. DOI: 10.1029/JZ069I024P05181
2. Hasselmann K., Barnett T., Bouws E., Carlson H., Cartwright D. E., Enke K., Ewing J. A., Gienapp H., Hasselmann D. E., Kruseman P., Meerburg A., Muller P., Olbers D. J., Richter K., Sell W., Walden H. Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Hamburg: Deutsches Hydrographisches institute. 1973. 95 p. URL: [https://pure.mpg.de/rest/items/item\\_3262854\\_4/component/file\\_3282032/content](https://pure.mpg.de/rest/items/item_3262854_4/component/file_3282032/content)
3. Rodriguez O. C., Silva A. J., Gomes J. P., Jesus S. M. Modeling arrival scattering due to surface roughness // *Proceedings of the 10<sup>th</sup> European Conference on Underwater Acoustics. ECUA 2010. Istanbul. Turkey. July 5-9, 2010. Istanbul. 2010. 1-8.*
4. Abuzyarov Z. K. Morskoye volneniye i yego prognozirovaniye [Sea waves and its forecasting]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1981. 166 p.
5. Mitsuyasu H., Uji T. A comparison of observed and calculated directional wave spectra in the east China sea // *Journal of the Oceanographical Society of Japan*. 1989. 45. 338-349.
6. Chase J., L. Cote J., Marks W., E. Mehr, W. J. Pierson (Jr.), Claude Roénne F., Stephen-son G., Vetier R. C., Walden R. G. The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained by the stereo wave observation project (SWOP). New York: New York University, College of Engineering. Research Division. Dept. of Meteorology and Oceanography and Engineering STatistics Group, 1957. 267 p.

7. Kantelhardt J. W., Zschiegner S. A., Koscielny-Bunde E., Havlin S., Bunde A., Stanley H. T. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series // Physica. Physica A-statistical Mechanics and Its Applications. 2002. 316. 87-114.

**Информация об авторах**

*Михайлов Вячеслав Николаевич* – научный сотрудник, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0002-8155-9310, [vmikhaylov@etu.ru](mailto:vmikhaylov@etu.ru)

*Пыко Никита Сергеевич* – аспирант, ассистент, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0002-6668-9512, [nspyko@etu.ru](mailto:nspyko@etu.ru)

*Богачев Михаил Игоревич* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0002-0356-5651, [rogex@yandex.ru](mailto:rogex@yandex.ru)

*Кутузов Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет имени В. И. Ульянова (Ленина) (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0002-3438-1361, [vmkutuzov@etu.ru](mailto:vmkutuzov@etu.ru)

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

---

УДК 543.27.-8:543.42

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).146-157

ГРНТИ 47.29.33

Специальность ВАК 2.2.13

*Научная статья*

### РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТРОННЫХ БЛОКОВ АНАЛИЗАТОРА ВЛАЖНОСТИ ПРИРОДНОГО ГАЗА

Хаджийская Е. Ю.

*Институт радиоэлектроники и информатики Российского технологического университета  
МИРЭА (Москва, Троицк, Россия)*

**Аннотация** Влажность является важным параметром природного газа при его добыче, транспортировке и переработке. Анализаторы влажности природного газа применяются для управления процессом осушки природного газа и на узлах учёта газа для контроля согласованных спецификаций. При транспортировке газа под высоким давлением или при низких температурах важна высокая точность измерений, так как глубокая осушка является весьма дорогостоящим мероприятием, а транспортировка газа с высоким содержанием воды может привести ещё и к преждевременному износу труб и арматуры. Также временное прекращение поставок наиболее часто используемых анализаторов влажности вызвало необходимость разработки отечественных аналогов. В работе была разработана схема электрическая структурная, были проработаны электро-схемные решения и подобраны номиналы электронных компонентов для изготовления плат и блоков прототипа устройства для оценки влажности природного газа. В частности, был разработан преобразователь напряжения в ток диодного лазера, преобразователь сопротивления терморезистора в напряжения, датчик давления и температуры аналитической кюветы, были подобраны усилители фотодиодов, стабилизаторы напряжения, была разработана система регулировки и стабилизации температуры реперной кюветы.

**Ключевые слова:** анализатор влажности, природный газ, электронные блоки

**Для цитирования:** Хаджийская Е. Ю. Разработка электронных блоков анализатора влажности природного газа // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 146-157. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).146-157

*Research Article*

### DEVELOPMENT OF ELECTRONIC UNITS OF THE NATURAL GAS HUMIDITY ANALYZER

Khadzhiyskaya E. Yu.

*Institute of Radio Electronics and Informatic, Russian Technological University MIREA  
(Moscow, Troitsk, Russia)*

**Abstract** Moisture content is an important parameter of natural gas during its extraction, transportation and processing. Natural gas moisture analyzers are used to monitor the natural gas drying process and in gas metering units to monitor agreed specifications. When transporting gas under high pressure or at low temperatures, high measurement accuracy is important, since deep dehydration is quite expensive, and transporting gas with a high-water content can also lead to premature wear of pipes and fittings. The temporary cessation of supplies of the most commonly used moisture analyzers caused the need to develop domestic analogues. In the work, an electrical block diagram was developed, electrical circuit solutions were worked out and nominal values of electronic components for the manufacture of printed circuit boards and blocks of a prototype device for assessing the moisture of natural gas were selected. In particular, a voltage converter to diode laser current, a thermistor resistance converter to voltage and a pressure and temperature sensor for an analytical cell were developed, photodiode amplifiers and voltage stabilizers were selected, and a system for adjusting and stabilizing the temperature of the reference cell was developed.

**Keywords:** moisture analyzer, natural gas, electronic blocks

**For citation:** Khadziyskaya E. Yu. Development of electronic units of the natural gas humidity analyzer // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 146-157. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).146-157

### Введение

Разрабатываемый анализатор влажности природного газа основан на технологии TDLAS – перестраиваемой диодной лазерной спектроскопии.

Диодная лазерная спектроскопия — это метод измерения концентрации веществ (например, водяного пара или метана) в среде (чаще газовой смеси) с учётом абсорбционных свойств самого вещества. При этом используются так называемые перестраиваемые диодные лазеры [1].

Сокращенное название технологии TDLAS пошло от английского определения: «Tunable Diode Laser Absorption Spectroscopy». Буква «Т» («Tunable», то есть перестраиваемый) подчёркивает значение этой особенности диодных лазеров в абсорбционной спектроскопии, то есть в спектроскопии поглощения.

Данная технология имеет следующие преимущества:

- высокая точность;
- работа в непрерывном режиме;
- быстрый отклик;
- бесконтактность.

Помимо технологии TDLAS существуют альтернативные технологии, такие как охлаждаемые зеркала («chilled mirrors»), ёмкостные датчики, кварцевые датчики («quartz crystal microbalance») [2].

### Схема электрическая структурная

Общая структурная схема электронной части устройства для оценки влажности природного газа показана на рисунке 1. Прототип устройства будет собран на плате сбора данных National Instruments с интерфейсом на LabView.



Рисунок 1. Структурная схема электронной части устройства

Разберём подробно представленную структурную схему. На структурной схеме цифрами обозначены следующие части и блоки:

- 1-3 – фотодиоды для регистрации излучения;
- 4 – терморезистор лазерного модуля;
- 5 – элемент системы охлаждения лазера;
- 6 – диодный лазер;
- 7 – нагревательный элемент системы стабилизации температуры реперной кюветы;
- 8 – терморезистор системы стабилизации температуры реперной кюветы;
- 16-18 – усилители фотодиодов;
- 19 – преобразователь сопротивления терморезистора в напряжение;
- 20 – усилитель для термоэлектрического элемента Пельтье;
- 21 – преобразователь напряжения в ток диодного лазера;
- 22 – система регулировки и стабилизации температуры реперной кюветы;
- 23 – преобразователь сопротивления терморезистора реперной кюветы;
- 24 – многофункциональная плата ввода-вывода (рисунок 2).



Рисунок 2. Многофункциональная плата ввода-вывода

Блоки 9-15 на структурной схеме электронной части устройства для оценки влажности природного газа (рисунок 1) являются блоками питания, а именно:

- 9-11 – блоки питания усилителей фотодиодов,  $\pm 7$  В, 50 мА;
- 12 – блок питания преобразователя сопротивления терморезистора, 12 В, 20 мА;
- 13 – блок питания системы охлаждения лазера;
- 14 – блок питания для преобразователя тока диодного лазера, 12 В, 250 мА;
- 15 – блок питания для системы стабилизации температуры реперной кюветы, 7 В, 1 А.

### **Преобразователь напряжения в ток диодного лазера**

Диодный лазер является токовым устройством, поэтому для его питания требуется преобразователь входного напряжения в выходной ток. Упрощённая схема такого преобразователя приведена на рисунке 3.

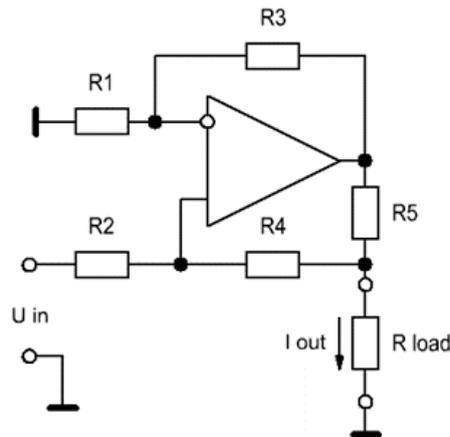


Рисунок 3. Преобразователь напряжения в ток

В этой схеме выходной ток (формула 1) не зависит от сопротивления нагрузки Rload при условии R1=R2 и R3=R4+R5.

$$I_{out} = \frac{U_{in}}{R5} \cdot \frac{R3}{R1} \quad (1)$$

К преобразователю тока предъявляются следующие требования:

- выходной ток 0...130 мА;
- входное управляющее напряжение 0...10 В;
- полоса частот 0...10 кГц (при работе без модуляции); 0...1 МГц (при использовании модуляции);
- шумы выходного тока < 200 нА.

Полная схема источника тока представлена на рисунке 4.

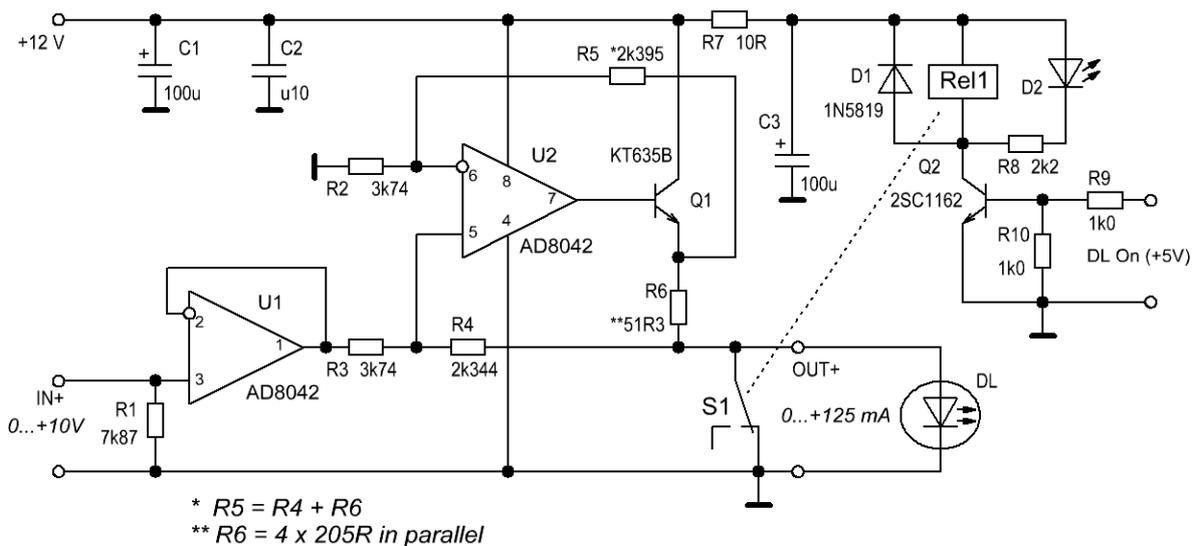


Рисунок 4. Схема источника тока для питания лазера

В схеме использованы rail-to-rail операционные усилители, питающиеся от однополярного источника. По входу эта схема управляется напряжением от ЦАП (цифро-аналоговый преобразователь) многофункциональной платы ввода-вывода (16 бит, напряжение 0...10 В), при этом форма выходного тока повторяет форму входного напряжения. Включение лазера производится путём подачи высокого логического уровня с цифрового выхода платы ввода-вывода.

Резисторы R2, R3, R4, R5 и R6 должны иметь высокую точность (0,25%), низкий температурный коэффициент сопротивления и низкий уровень избыточных шумов. В прототипе устройства для оценки влажности планируется использовать металлопленочные резисторы C2-29В (рисунок 5).



Рисунок 5. Металлопленочные резисторы типа C2-29В

### Преобразователь сопротивления терморезистора в напряжение

Преобразователь состоит из источника опорного напряжения REF02, токозадающего резистора R3, фильтра нижних частот R4, R7, C6 и усилителя с коэффициентом передачи 3 (AD820). Схема преобразователя приведена на рисунке 6.

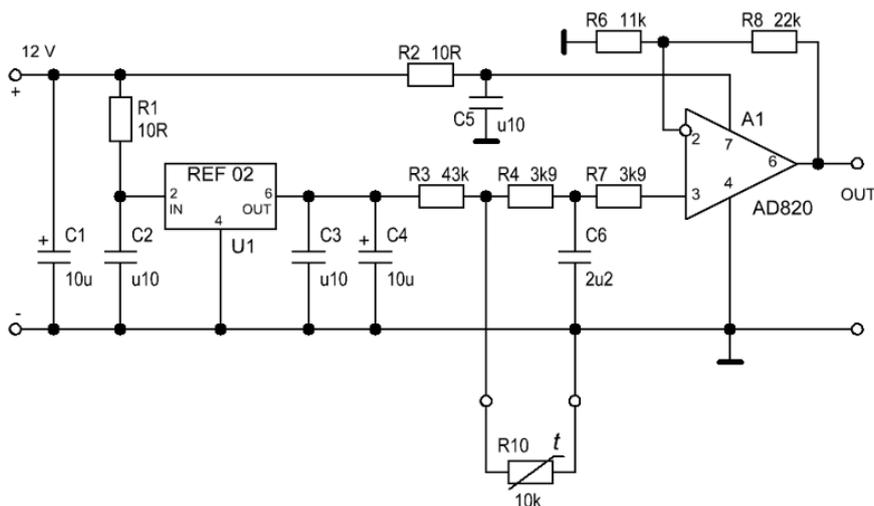


Рисунок 6. Преобразователь сопротивления терморезистора в напряжение

Резисторы R3, R6, и R8 должны иметь высокую точность и низкий температурный коэффициент сопротивления, пойдут металлопленочные резисторы C2-29В.

Терморезистор R10 должен быть вмонтирован в лазерный модуль и иметь сопротивление 10 кОм при температуре, равной 25 °С. Температурная зависимость сопротивления терморезистора нелинейная, и температура вычисляется по формуле Стейнхарт-Харта (Steinhart-Hart) (формула 2) [4]:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{B} \ln\left(\frac{R}{R_0}\right), \quad (2)$$

где T – температура в кельвинах (°K), R<sub>0</sub> – сопротивление терморезистора при T = T<sub>0</sub> (обычно T<sub>0</sub> = 298,15 °K = 25 °C), B – параметр данного терморезистора (для планируемого к использованию приводится значение B = 3892).

Линеаризация температурной шкалы и вычисление температуры будут производиться по этой формуле программой в компьютере.

### Усилители фотодиодов

Одной из наиболее существенных частей газоанализаторов на основе диодных лазеров является усилитель тока фотодиода, поскольку сигналы на выбранной полосе поглощения ожидаются слабые.

Эти усилители должны обеспечивать высокую линейность, плоскую амплитудно-частотную характеристику в заданной полосе частот и минимальный уровень шумов.

Обычно такие усилители делают по схеме трансимпедансного усилителя, то есть преобразователя входного тока в выходное напряжение [3]. Упрощённая схема такого усилителя показана на рисунке 7.

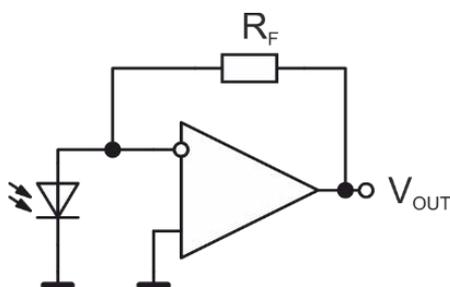


Рисунок 7. Трансимпедансный усилитель

При включении фотодиода по такой схеме напряжение на нём всегда постоянно и равно нулю, что обеспечивает высокую линейность и широкую полосу частот. Передаточная функция идеального трансимпедансного усилителя равна:

$$V_{out} = -I_D \cdot R_F, \quad (3)$$

где I<sub>D</sub> – ток фотодиода, R<sub>F</sub> – сопротивление в цепи обратной связи.

То есть коэффициент передачи такого усилителя зависит только от сопротивления в цепи обратной связи.

При практическом использовании формула усложняется, поскольку фотодиод имеет собственную ёмкость, часто весьма существенную, а операционный усилитель

неидеален. Это может приводить к высокому уровню шумов и неустойчивости усилителя, поэтому требуется его расчёт для каждого конкретного применения.

Стандартная схема реального трансимпедансного усилителя показана на рисунке 8.

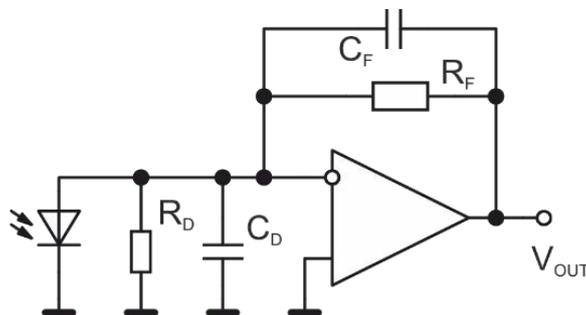


Рисунок 8. Стандартная схемы трансимпедансного усилителя с фотодиодом

На приведенной схеме  $R_D$  – эквивалентное сопротивление фотодиода (для фотодиодов видимого и ближнего инфракрасного диапазонов это сопротивление обычно много больше, чем сопротивление в цепи обратной связи  $R_F$  и может не учитываться);  $C_D$  – ёмкость фотодиода;  $C_F$  – корректирующая емкость в цепи обратной связи.

При расчёте схемы нужно, прежде всего, определиться с выбором подходящего фотодиода, операционного усилителя и требуемой полосы пропускания  $F_P$ . После этого можно рассчитать максимально-допустимое значение сопротивления в цепи обратной связи  $R_F$ :

$$R_F = \frac{GBW}{2\pi \cdot C_D \cdot F_P^2}, \quad (4)$$

где  $GBW$  (gain bandwidth product) – произведение коэффициента усиления на полосу пропускания операционного усилителя. Этот параметр всегда приводится в технических данных на ОУ (операционный усилитель). Если полученное значение  $R_F$  слишком велико (то есть приводит к большему чем нужно коэффициенту передачи усилителя), то его можно уменьшить до необходимого значения.

Затем по формуле (5) рассчитывается минимальная ёмкость корректирующего конденсатора  $C_F$ , обеспечивающая устойчивую работу усилителя.

$$C_F = \frac{1}{4\pi \cdot R_F \cdot GBW} (1 + \sqrt{1 + 8\pi \cdot R_F \cdot C_D \cdot GBW}) \quad (5)$$

$$8\pi \cdot R_F \cdot C_D \cdot GBW \gg 1 \quad (6)$$

$$8\pi \cdot R_F \cdot C_D \cdot GBW \ll 1 \quad (7)$$

Если выполняется условие (6), то выражение (5) существенно упрощается:

$$C_F = \sqrt{\frac{C_D}{2\pi \cdot R_F \cdot GBW}} \quad (8)$$

В том случае, когда выполняется условие (7), выражение (5) принимает вид:

$$C_F = \frac{C_D}{2\pi \cdot R_F \cdot GBW} \quad (9)$$

Приведённые выше формулы (4) – (9) подходят для расчёта реальных параметров трансимпедансного усилителя, за исключением одного нюанса. Если полученное значение  $R_F$  слишком мало, чтобы обеспечить необходимый коэффициент передачи усилителя, то требуется дополнительный каскад усиления по напряжению, который может быть сделан по схеме инвертирующего усилителя, приводящейся в любом учебнике.

При регистрации слабых сигналов не стоит злоупотреблять усилением во втором каскаде, наоборот, нужно максимально использовать усиление трансимпедансного каскада (то есть значение  $R_F$  должно быть максимально возможным). Это связано с тем, что тепловые шумы сопротивления  $R_F$  (10) пропорциональны квадратному корню из этого сопротивления, в то время как коэффициент передачи трансимпедансного каскада пропорционален  $R_F$ . Таким образом, при уменьшении  $R_F$  в  $n$  раз отношение сигнал/шум, связанное с тепловыми шумами ухудшится в  $\sqrt{n}$  раз.

$$\bar{U}_N = \sqrt{4kTR\Delta F} \quad (10)$$

Полная схема трансимпедансного усилителя, разработанная для использования в прототипе анализатора влажности природного газа, показана на рисунке 9.

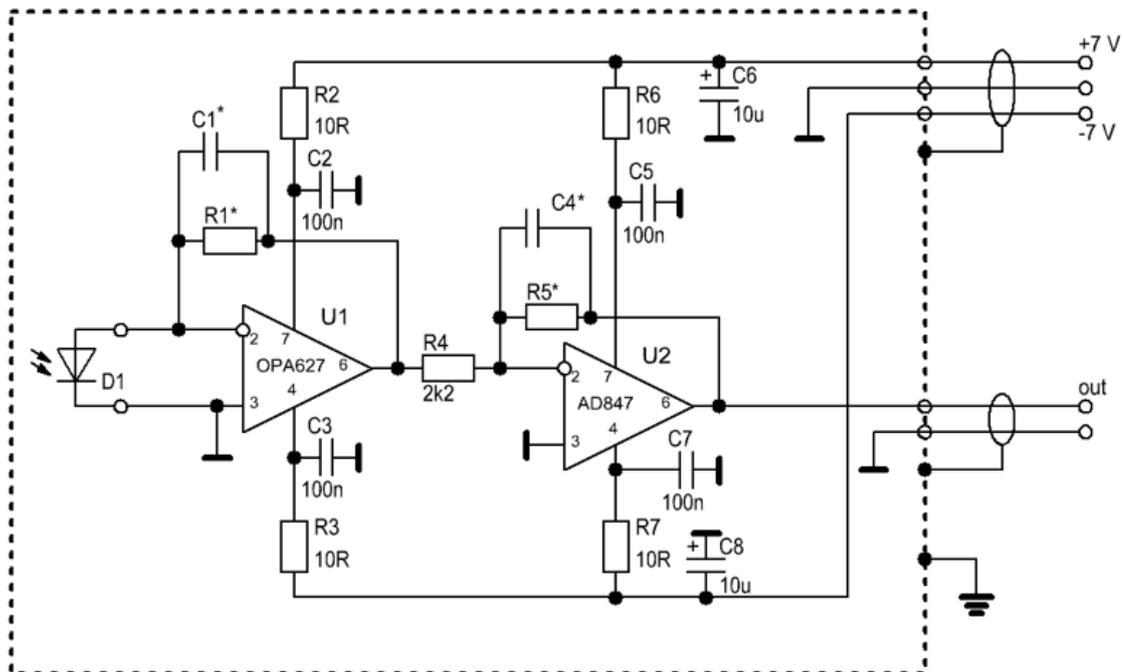


Рисунок 9. Полная схема трансимпедансного усилителя (компоненты, отмеченные (\*), рассчитываются индивидуально для каждого канала)

В трансимпедансном каскаде необходимо будет использовать ОУ OPA627 (Texas Instruments), поскольку он обладает низким уровнем шумов и достаточной

полосой пропускания. В дополнительном каскаде усиления по напряжению будет установлен ОУ AD847 (Analog Devices). Этот ОУ имеет широкую полосу пропускания и хорошо работает в качестве буфера, поскольку он способен устойчиво работать при большой ёмкостной нагрузке. Во втором каскаде также предпочтительно использовать фильтр низких частот первого порядка, который подавляет высокочастотные шумы трансимпедансного усилителя, находящиеся за пределами его полосы пропускания.

Для усилителя в основном аналитическом канале требуется несколько иная схема выходного каскада, поскольку к выходу этого усилителя будет подключен длинный кабель и к выходному буферному каскаду предъявляются повышенные требования. Разработанная схема усилителя показана на рисунке 10.

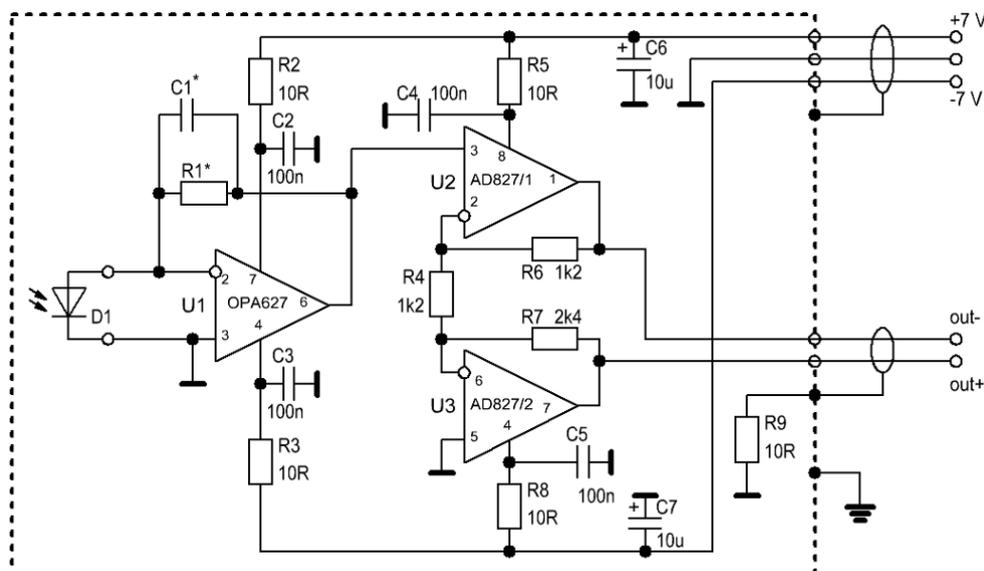


Рисунок 10. Схема усилителя для аналитического канала

Усилитель на рисунке 10 отличается от усилителя на рисунке 9 тем, что его выходной каскад выполнен по симметричной парафазной дифференциальной схеме, что обеспечивает лучшую работу при использовании соединительного кабеля типа «витая пара в экране». Для правильной работы выходного каскада должно выполняться условие  $R7 = R6 + R4$ . При этом коэффициент усиления выходного каскада равен  $2 \cdot R7/R4$ .

Для реализации схемы подойдет ОУ AD827 (Analog Devices), который является сдвоенной версией ОУ AD847.

### Система регулировки и стабилизации температуры реперной кюветы

Как показали предварительные испытания выбранной реперной кюветы, для исключения конденсации воды на окнах необходим её подогрев до температуры 30–35 °С. Ниже приведена разработанная схема регулятора температуры (рисунок 11).

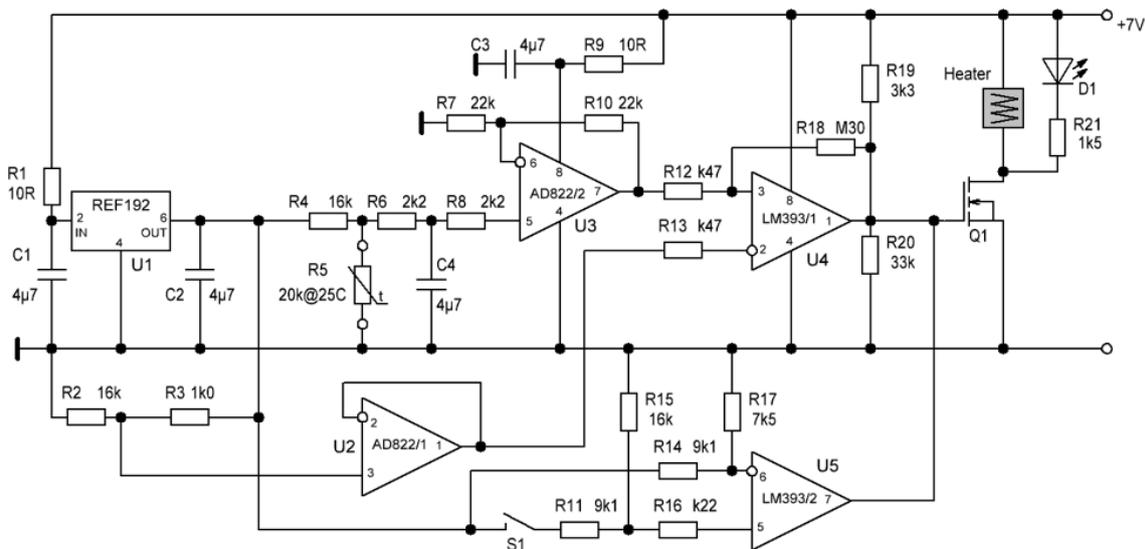


Рисунок 11. Регулятор температуры для реперной кюветы

В данном случае не требуется высокая стабильность температуры кюветы, поэтому возможна реализация «релейной» схемы регулирования температуры. В качестве датчика температуры служат последовательно соединенные NTC (negative temperature coefficient) термисторы 10+10 кОм (R5), которые необходимо установить на кювете. NTC термисторы – это термисторы с отрицательным температурным коэффициентом. Для нагрева достаточно использовать намотанный на кювету константановый провод с сопротивлением около 8 Ом. Источник питания системы является нестабилизированным с выходным током до 1 А.

### Стабилизаторы напряжения

В качестве стабилизаторов напряжения блоков питания диодного лазера и термистора возможно использование известных схем на линейных регуляторах типа LM317, отличающихся друг от друга номиналами элементов и размерами радиаторов.

Для примера на рисунке 12 показана схема стабилизатора напряжения для питания преобразователя напряжения в ток диодного лазера.

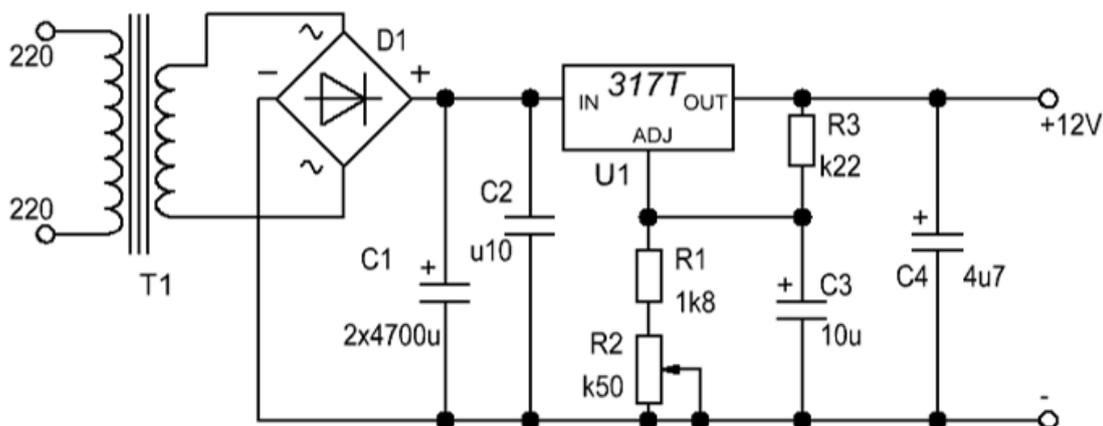


Рисунок 12. Стабилизатор напряжения для питания преобразователя напряжения в ток диодного лазера

Стабилизаторы напряжения для питания усилителя и для питания преобразователя термистора собраны по аналогичным схемам.

Для трансимпедансных усилителей требуются двухполярные стабилизированные блоки питания с напряжением  $\pm 7$  В и с током нагрузки до 50 мА. Эти блоки питания возможно собрать на линейных регуляторах LM317L и LM337L.

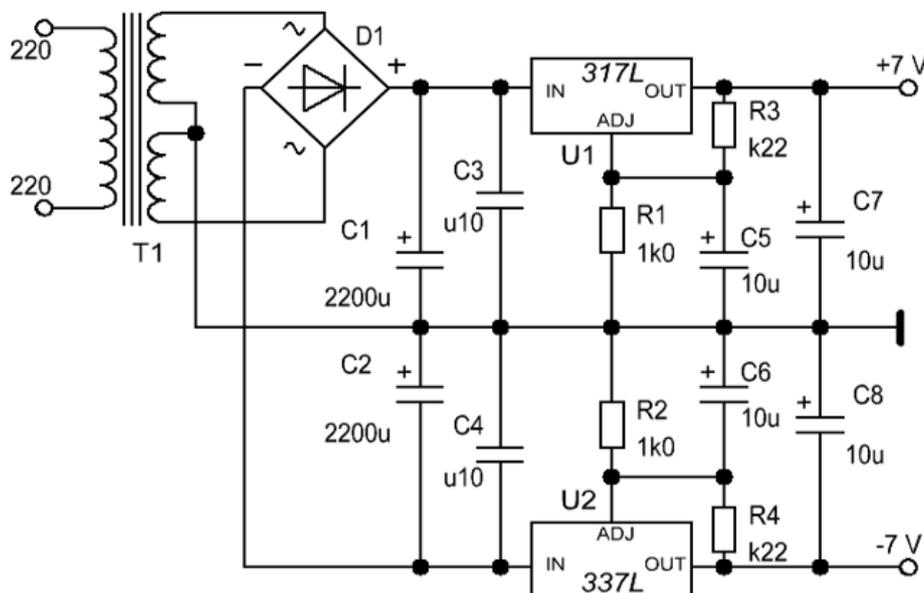


Рисунок 13. Стабилизатор напряжения для трансимпедансных усилителей

Для исключения взаимного влияния трансимпедансных усилителей по цепям питания каждый усилитель должен питаться от отдельного блока. Схема стабилизатора напряжения для трансимпедансных усилителей показана на рисунке 13.

### Датчик давления и температуры аналитической кюветы

Для применения разработанного алгоритма обработки спектров поглощения и определения концентрации водяного пара необходимо с высокой точностью знать температуру и давление анализируемого газа. Более конкретные требования к точности будут сформулированы в процессе дальнейшей работы с собранным прототипом анализатора влажности.

Для прототипа анализатора влажности будет использован датчик давления и температуры BMP280 фирмы Bosh (рисунок 14).



Рисунок 14. Датчик давления и температуры BMP280

Данный индикатор имеет следующие характеристики:

- диапазон измеряемых давлений – 30-110 кПа;
- абсолютная точность – 0,1 кПа;
- диапазон измеряемых температур: –40 ... +85 °С;
- абсолютная точность – 0,5 °С;
- размеры датчика – 2.5×2×1 мм.

Датчик работает по протоколу I<sup>2</sup>C (Inter-Integrated Circuit) и, поскольку предполагается использование на этапе разработки прототипа устройства для оценки влажности природного газа платы сбора данных, то данный тип платы не позволяет реализовать этот протокол. Поэтому в качестве интерфейса к датчику придется использовать микроконтроллер Arduino Uno.

### Список литературы

1. Cassidy D. T., Reid J. Atmospheric pressure monitoring of trace gases using tunable diode // *Applied Optics*. 1982. 21(7). 1185-1190. DOI: 10.1364/AO.21.001185
2. Khadzhinskaya E. Yu., Pokrovskaya M. V. TDLAS technology in the design of a device for assessing the humidity of natural gas // *Information Innovative Technologies (Information Innovative Technologies, I2T): materials of the International Scientific and Practical Conference, April 15-29, 2022, Prague. Prague, 2022. P. 202-206.*
3. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники: в 3 т. / перевод с англ. И. И. Короткевич, М. Н. Микшиса [и др.]. Т. 3. Москва, Мир, 1993. С. 178-180.
4. Steinhart J. S., Hart S. R. Calibration curves for thermistors // *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*. 1968. 15(4). 497-503. DOI:10.1016/0011-7471(68)90057-0

### References

1. Cassidy D. T., Reid J. Atmospheric pressure monitoring of trace gases using tunable diode lasers // *Applied Optics*. 1982. 21(7). 1185-1190. DOI: 10.1364/AO.21.001185
2. Khadzhinskaya E. Yu., Pokrovskaya M. V. TDLAS technology in the design of a device for assessing the humidity of natural gas // *Information Innovative Technologies (Information Innovative Technologies, I2T): materials of the International Scientific and Practical Conference, April 15-29, 2022, Prague. Prague, 2022. P. 202-206.*
3. Khorovits P., Hill W. *Iskusstvo skhemotekhniki: v 3 t. T. 3. Moscow, Mir Publ., 1993. P. 178-180.*
4. Steinhart J. S., Hart S. R. Calibration curves for thermistors // *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*. 1968. 15(4). 497-503. DOI:10.1016/0011-7471(68)90057-0

### Информация об авторе

*Хаджийская Елизавета Юрьевна* – ассистент, Российский технологический университет МИРЭА (Москва, Троицк, Россия), ORCID: 0000-0002-9115-9871, hadzhinskaya@mirea.ru

## РАДИОФИЗИКА

УДК621.397.001

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).158-168

ГРНТИ 28.17.33

Специальность ВАК 1.3.4; 2.2.15

*Научная статья*

### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕДУР СЛИЯНИЯ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ И ПАНХРОМАТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В статье рассматриваются процедуры повышения пространственной разрешающей способности спектрограмм, что возможно путём слияния панхроматического изображения и гиперспектрального изображения. Высокое пространственное разрешение необходимо для разных приложений, например, мониторинг загрязнения воздуха, мониторинг тяжёлых металлов в почве и растительности, состояние посевов. При осуществлении процедуры слияния важно, чтобы при увеличении пространственного разрешения спектрограммы, не видоизменялся её пространственный рисунок. Развитие точных приложений дистанционного зондирования увеличило потребность именно в таких процедурах слияния. В работе уделено основное внимание процедурам слияния изображений с использованием вейвлет-преобразования. Рассматривается методика эксперимента, методы количественной оценки качества результирующего изображения, а также обсуждаются полученные результаты с точки зрения эффективности использования стандартных методов расчёта коэффициентов вейвлет-преобразования.

**Ключевые слова:** гиперспектральная система, вейвлет-преобразование, особые точки

**Для цитирования:** Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А. Компьютерное моделирование процедур слияния гиперспектральных и панхроматических изображений с использованием вейвлет-преобразования // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 158-168. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).158-168

*Research Article*

### COMPUTER SIMULATION OF PROCEDURES FOR MERGING HYPERSPSPECTRAL AND PANCHROMATIC IMAGES USING WAVELET TRANSFORM

Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The article discusses procedures for increasing the spatial resolution of spectrograms by merging a panchromatic image and a hyperspectral one. High spatial resolution is necessary for various applications, for example, monitoring of air pollution, monitoring of heavy metals in soil and vegetation, crop conditions. An important condition for this type of image processing is the preservation of the constancy of the spatial structure of the spectral image with an increase in its spatial resolution. The need for such processing methods is caused by the need to improve the accuracy of remote sensing. The paper focuses on the procedures for merging images using wavelet transform. The experimental technique and methods for quantifying the quality of the resulting image are considered, and the results obtained are discussed from the point of view of the effectiveness of using standard methods for calculating wavelet transform coefficients.

**Keywords:** hyperspectral system, wavelet transform, singular points

**For citation:** Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A. Computer simulation of procedures for merging hyperspectral and panchromatic images using wavelet transform // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 158-168. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).158-168

### Введение

Слияние панхроматического изображения (ПИ) и гиперспектрального изображения (ГСИ) для получения выходного изображения с высоким пространственным и спектральным разрешением используется при обработке видеoinформации полученной с беспилотных воздушных судов (БВС) или наноспутников (НС). Обычно ГСИ имеют разрешение хуже, чем ПИ. ГСИ с высоким спектральным разрешением в настоящее время необходимы для мониторинга стихийных бедствий, точного земледелия, съемки лесного хозяйства и городского планирования [2]. Однако, пространственное разрешение таких ГСИ недостаточно для целого ряда практических приложений, таких как мониторинг загрязнения воздуха [3], температуры поверхности суши и моря [4, 5], тяжёлых металлов в почве и растительности [6], качества воды [7], растительного покрова [8, 9]. В последние годы развитие точных приложений дистанционного зондирования увеличило потребность в изображениях как с высоким пространственным, так и с высоким спектральным разрешением.

Слияние изображений относится к процессу, который извлекает избыточную и дополнительную информацию из набора входных изображений и объединяет её в одно и более полное изображение. Слитое изображение должно иметь больше полезной информации. Слияние двух изображений может происходить на уровне сигнала, признака или элементов изображений, что представляет наибольший практический интерес [10].

На рисунке 1 показано панхроматическое изображение (а), мультиспектральное изображение (б) и изображение (в), полученное поэлементным слиянием первых двух [1].



а

б

в

Рисунок 1. Паншперинг (и) – поэлементное слияние изображений (а) и (б)

Известно несколько процедур слияния изображений:

– преобразование Грама-Шмидта (Gram-Schmidt (GS)) [11];

- преобразование «интенсивность-оттенок-насыщенность» (Intensity-Hue-Saturation (HSI))[12];
- фильтрация верхних частот (High-Pass Filter (HPF)) [13];
- метод ближайших соседей (Nearest-Neighbor Diffusion (NND)) [14];
- анализ главных компонент (Principal Component Analysis (PCA)) или метод слияния Брови (Brovey) [16];
- метод нормализации «спектральной резкости» по цвету (Color Normalized Spectral Sharpening (CNSS)) [17].

В настоящее время большой практический интерес вызывает применение для задач слияния изображений метода вейвлет-преобразования (Wavelet Transform (Wavelet)) [15].

Целью статьи является ознакомление с результатами проведённого авторами компьютерного моделирования процедур слияния панхроматического и гиперспектрального изображения с использованием метода вейвлет-преобразования.

### **Методы оценки качества слияния изображений и методика эксперимента**

Преимущества и недостатки методов слияния можно определить при помощи статистического анализа.

Среднее значение серого в основном используется для описания средней яркости изображения:

$$I_{cp} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{i,j},$$

где  $M$  и  $N$  – общее количество строк и столбцов изображения,  $I$  – яркость пиксела.

Когда среднее значение серого объединенного изображения близко к значению исходного панхроматического изображения, это хороший эффект слияния.

Стандартное отклонение характеризует однородность оттенков серого изображения:

$$S = \sqrt{\frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (I_{i,j} - I_{cp})^2}.$$

Чем больше стандартное отклонение, тем более рассеяно распределение оттенков серого на изображении и тем выше контрастность изображения.

Средний градиент отражает скорость, с которой в изображении отображается контрастность мелких деталей и характеризует относительную четкость и текстуру изображения:

$$G = \frac{1}{(M-1) \cdot (N-1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sqrt{\frac{(\frac{\partial z(x_i, y_i)}{\partial x_i})^2 + (\frac{\partial z(x_i, y_i)}{\partial y_i})^2}{2}},$$

где  $\frac{(\partial z(x_i, y_i))}{\partial x_i}$  градиент в горизонтальном направлении, а  $\frac{(\partial z(x_i, y_i))}{\partial y_i}$  градиент в вертикальном направлении. Чем больше средний градиент, тем чётче изображение.

Для объективной оценки качества обработки оценивается кросс-корреляция  $CC$  (взаимная корреляция) спектральных изображений:

$$CC(S, S1) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N CCS(S_{i,j}, S1_{i,j}),$$

где  $CCS(S, S1) = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_{i,j} - \mu_S) \cdot (S1_{i,j} - \mu_{S1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_{i,j} - \mu_S)^2 \cdot (S1_{i,j} - \mu_{S1})^2}}$ ;

$\mu_S, \mu_{S1}$  – математическое ожидание. Лучший случай, когда  $CC = 1$ .

Карта спектральных углов (spectralangle mapper (SAM)) показывает расхождение спектральных углов спектральных изображений:

$$SAM = \cos^{-1} \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S_{i,j} \cdot S1_{i,j}}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S_{i,j}^2 \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S1_{i,j}^2}}.$$

Лучший случай, когда  $SAM = 0$ .

Поскольку вейвлеты – это операторы переноса и расширения, сгенерированные из уникальной функции  $\psi$ , которая разлагает сигнал на семейство функций  $\psi_s$ , то эти операторы можно рассматривать как фильтры нижних и верхних частот. Фильтр нижних частот представляет собой скользящее среднее, а фильтр верхних частот – скользящую разность.

Минимум вычислений требует система вейвлетов Хаара [18], которая и была использована при компьютерном моделировании. В указанной системе вейвлетов применяется, так называемый, разделимый двумерный базис, который определяется по одномерным функциям путём целых сдвигов и двоичных изменений их масштаба.

Пусть  $\varphi(x, y)$  – масштабирующая двумерная вейвлет-функция, а  $\psi^H(x, y)$ ,  $\psi^V(x, y)$  и  $\psi^D(x, y)$  – вейвлет-функции, зависящие от пространственных распределения яркости изображения, причём,  $\psi^H(x, y)$  – зависит от вертикальных яркостных перепадов,  $\psi^V(x, y)$  – зависит от горизонтальных яркостных перепадов, а  $\psi^D(x, y)$  – зависит от диагональных яркостных перепадов.

Обработка изображения заключается в дискретном двумерном разложении по вейвлет-коэффициентам. При этом строки и столбцы изображения разделяются на высокочастотные и низкочастотную части и обрабатываются по очереди. Получаемые четыре матрицы вейвлет-коэффициентов являются комбинациями высокочастотных и низкочастотных компонент, имеющими половинный размер по отношению к исходному изображению. Из матриц вейвлет-коэффициентов формируют единое изображение.

В качестве иллюстрации методики рассмотрим простейший метод слияния, когда веса коэффициентов первого изображения  $w1$  и веса коэффициентов изображения  $w2$  постоянны и выполняется условие:  $w1+w2=1$ . Тогда коэффициенты слитого изображения равны:

$$W^{(1,2)} = W^{(1)} \cdot w1 + W^{(2)} \cdot w2 ,$$

где  $W^{(l)}$  – коэффициенты для изображений первого канала панхроматического и второго канала гиперспектрального.

Для тестового изображения «Сетка», рисунок 2, результаты расчетов статистических характеристик приведены в таблице 1. Проведённое моделирование показывает, что статистические параметры слитого изображения, особенно взаимная корреляция (CC) и расхождение спектральных углов (SAM), близки к своим номинальным значениям.

Более сложные стратегии слияния вычисляют величину коррекции для каждого коэффициента вейвлет-преобразования. Процедура слияния на основе дисперсии [18], предлагает для каждой из частей в окрестности локальной точки  $(m,n)$  вычислять весовой коэффициент слияния:

$$T_{m,n}^i = \frac{2d_{m,n}^{i(1)}d_{m,n}^{i(2)}}{d_{m,n}^{i(1)^2} + d_{m,n}^{i(2)^2}}$$

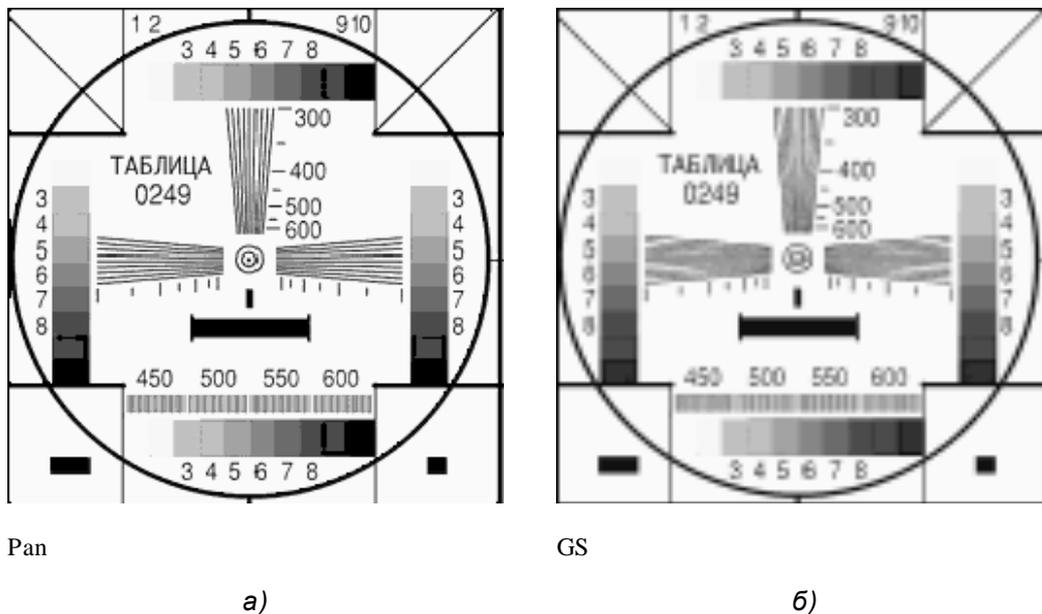


Рисунок 2. Тестовое изображение «Сетка»: а – панхроматическое изображение (высокое разрешение), б – гиперспектральное изображение (низкое разрешение)

Таблица 1. Результаты расчетов статистических характеристик

w2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
S	27	23	19	15	12
CC	0,92	0,96	0,96	0,97	0,98
SAM	0,13	0,11	0,10	0,07	0,06

### Результаты экспериментальных исследований и обсуждение

Моделирование процедуры слияния на основе дисперсии выявило следующее:

1) вычисление дисперсии вейвлет спектров двух изображений в окрестностях точки 3x3, 5x5, 7x7 требует значительных вычислительных затрат для мегапиксельных изображений;

2) «точная» коррекция коэффициента спектра вейвлет-преобразования оказывает слабое влияние на улучшение разрешения во временной области (как в Фурье спектре);

3) вычисление порога является трудоемкой задачей и требует больших вычислительных затрат.

При слиянии панхроматического и гиперспектрального изображений важно не допустить искажение вейвлет-спектра, карта спектральных углов (SAM) должна быть близка к нулю. Это возможно при одинаковой коррекции всех составляющих спектра. Весовой коэффициент слияния:

$$T = \frac{2d_{cp}^{(1)}d_{cp}^{(2)}}{d_{cp}^{(1)2} + d_{cp}^{(2)2}},$$

где  $d_{cp}^{(1)}, d_{cp}^{(2)}$  – среднее значение дисперсии для изображений 1 и 2.

Моделирование показало, среднее значение дисперсии можно рассчитать по спектру вейвлет-преобразования предыдущего кадра.

На рисунке 3 показана зависимость функции T от средних значений дисперсии.

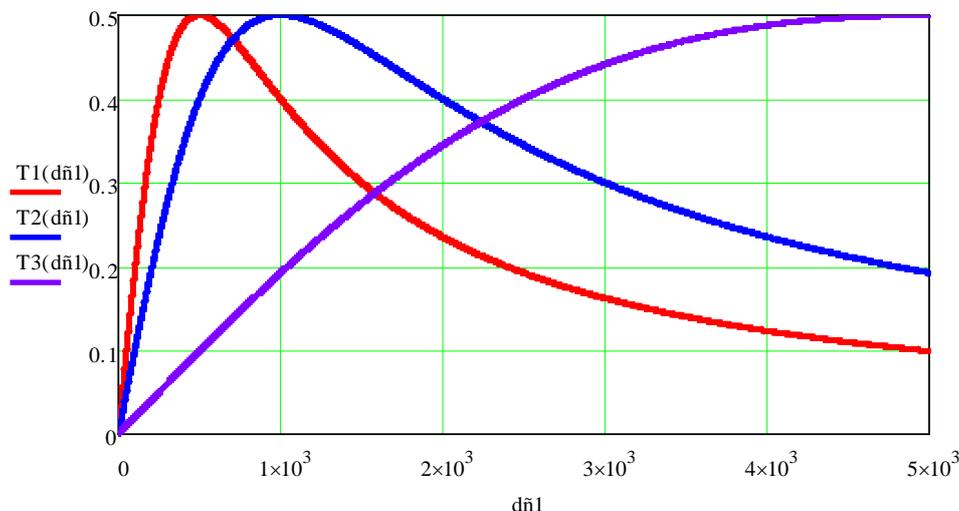


Рисунок 3. Зависимость коэффициента слияния от средних значений дисперсии: T1 при  $d_{cp}^{(2)}=500$ , T2 при  $d_{cp}^{(2)}=1000$ , T3 при  $d_{cp}^{(2)}=5000$

При равенстве дисперсий  $d_{cp}^{(1)} = d_{cp}^{(2)}$  коэффициент слияния равен  $T = 0,5$ , т.е. оба изображения (веса вейвлет-преобразований) имеют одинаковый приоритет. Большинство простейших алгоритмов слияния рекомендуют выбирать весовой коэффициент слияния для панхроматического изображения  $w1$  в диапазоне 0,5-0,7, весовой коэффициент слияния для гиперспектрального изображения  $w2 = 1 - w1$ . На рисунке 4 показаны графики изменения весов  $w1$  и  $w2$  для изображений 1 и 2 в зависимости от дисперсии первого изображения.

В таблице 2 приведены результаты моделирования процедуры слияния тестового изображения «Сетка» для двух случаев:

- 1) дисперсия вычисляется для окрестности каждого вейвлет-коэффициента, корректируется индивидуально каждый коэффициент;
- 2) дисперсия вычисляется по вейвлет-коэффициентам кадра и корректируются все коэффициенты.

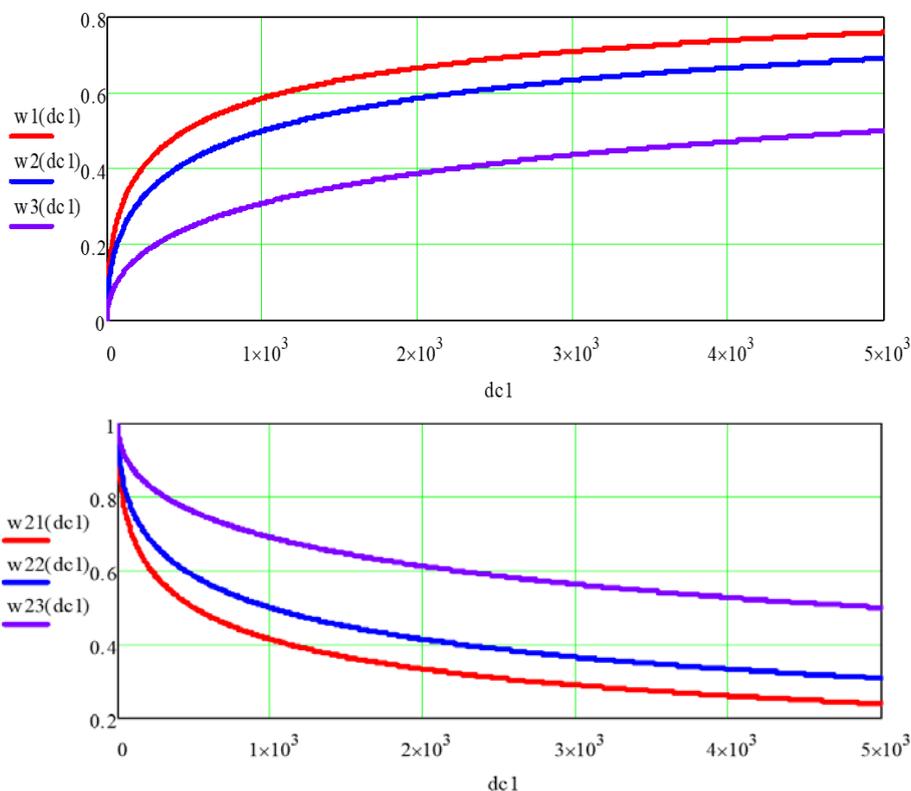


Рисунок 4. Графики изменения весов вейвлет-спектра:  $w_1, w_2$  при  $d_{cp}^{(2)} = 500$ ,  $w_1, w_2$  при  $d_{cp}^{(2)} = 1000$ ,  $w_1, w_2$  при  $d_{cp}^{(2)} = 5000$

В обоих случаях получены практически одинаковые результаты, однако для первого случая вычисления значительно сложнее и требуется выравнивание динамического диапазона исходных изображений.

Таблица 2. Результаты моделирования процедуры слияния тестового изображения «Сетка»

Параметр	Величина	
	Корректировка индивидуальная	Корректировка по кадру
S	48	37
CC	0,89	0,87
SAM	0,15	0,17

Статистические результаты моделирования слияния реальных изображений (рисунок 5) приведены в таблице 3.

Моделировались следующие три алгоритма слияния:

- 1) алгоритм № 1 – корректировка коэффициентов вейвлет-преобразования путём эвристического выбора веса  $w_1 = 0,7$ ,

2) алгоритм № 2 – корректировка каждого коэффициента вейвлет-преобразования путём расчёта для него весового коэффициента слияния,

3) алгоритм № 3 – корректировка каждого коэффициента вейвлет-преобразования путём расчёта среднего весового коэффициента слияния.

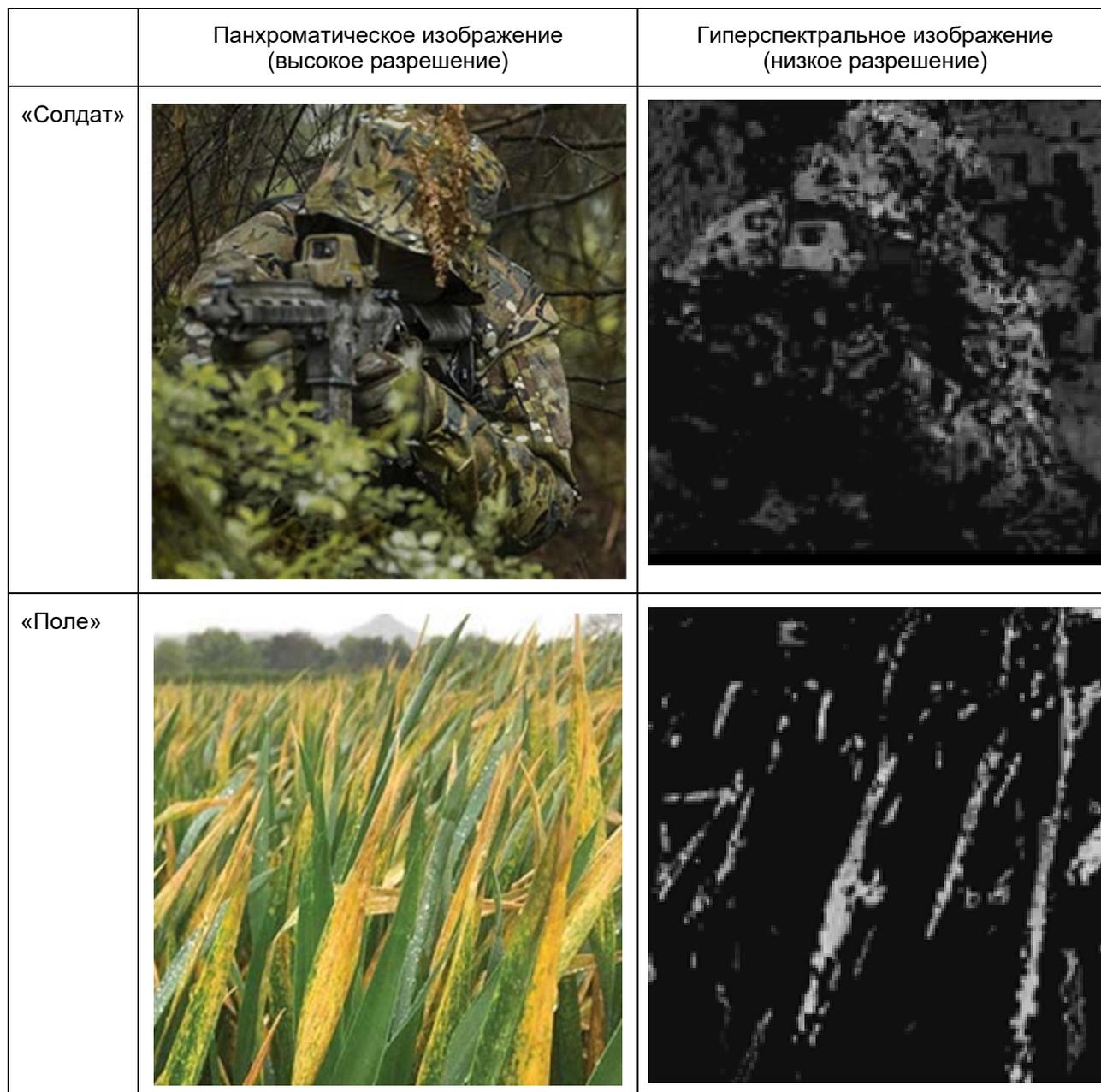


Рисунок 5. Реальные изображения

Таблица 3. Результаты моделирования трёх алгоритмов слияния реальных изображений

Параметр	Изображение «Солдат»			Изображение «Поле»		
	Алгоритм № 1	Алгоритм № 2	Алгоритм № 3	Алгоритм № 1	Алгоритм № 2	Алгоритм № 3
S	9	30	9	8	29	7
CC	0,98	0,6	0,98	0,99	0,67	0,99
SAM	0,19	0,5	0,16	0,17	0,6	0,17

Как видно из таблицы 3, алгоритмы 1 и 3 дают примерно одинаковые статистические оценки слияния. Однако алгоритм 2 при работе по реальным сюжетам даёт неприемлемые статистические характеристики, особенно это касается взаимной корреляции (СС) и расхождения спектральных углов (SAM).

### Заключение

В результате компьютерного моделирования процедур слияния гиперспектральных изображений и панхроматических изображений, с использованием вейвлет-преобразования можно сделать вывод о том, что в большинстве публикаций по данной теме не учитывают основное требование паншарпенинга – увеличение пространственного разрешения при условии отсутствия изменений пространственного рисунка. При статистической проверке выполнение этого условия может быть проверено количественно. При этом кросс-корреляция (СС) должна быть близка к единице, а карта спектральных углов (SAM) стремиться к нулю.

Таким требованиям удовлетворяет алгоритм 3, при котором производится корректировка каждого коэффициента вейвлет-преобразования путем расчёта среднего весового коэффициента слияния.

### Список литературы

1. Паншарпенинг в QGIS с использованием Orfeo ToolBox // GISLAB: географические информационные системы и дистанционное зондирование: официальный сайт. URL: <https://gis-lab.info/qa/qgis-pansharp-otb.html> (Дата обращения: 10.12.2022).
2. Yang D., Luo Y., Zeng Y., Si F., Xi L., Zhou H., Liu W. Tropospheric NO<sub>2</sub> Pollution Monitoring with the GF-5 Satellite Environmental Trace Gases Monitoring Instrument over the North China Plain during Winter 2018-2019 // Atmosphere. 2021. 12. 398. DOI:10.3390/atmos12030398
3. Tang B.-H. Nonlinear Split-Window Algorithms for Estimating Land and Sea Surface Temperatures From Simulated Chinese Gaofen-5 Satellite Data // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2018. 56(11). 6280-6289. DOI: 10.1109/TGRS.2018.2833859
4. Ye X., Ren H., Liu R., Qin Q., Liu Y., Dong J. Land Surface Temperature Estimate From Chinese Gaofen-5 Satellite Data Using Split-Window Algorithm // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2017. 55(10). 5877-5888. DOI: 10.1109/TGRS.2017.2716401
5. Wang F., Gao J., Zha Y. Hyperspectral sensing of heavy metals in soil and vegetation: Feasibility and challenges // SPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. 2018. 136. 73-84. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2017.12.003
6. Giardino C., Brando V. E., Dekker A. G., Strombeck N., Candiani G. Assessment of water quality in Lake Garda (Italy) using Hyperion // Remote Sensing of Environment. 2007. 109(2). 183-195. DOI: 10.1016/j.rse.2006.12.017
7. Xia J. S., Du P. J., He X. Y., Chanussot J. Hyperspectral Remote Sensing Image Classification Based on Rotation Forest // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2014. 11(1). 239-243. DOI: 10.1109/LGRS.2013.2254108
8. Demir B., Erturk S. Hyperspectral image classification using relevance vector machines // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2007. 4(4). 586-590. DOI: 10.1109/LGRS.2007.903069

9. Lehigh University: official website. URL: [http://www.eecs.lehigh.edu/SPCRL/IF/image\\_fusion.htm](http://www.eecs.lehigh.edu/SPCRL/IF/image_fusion.htm) (Дата обращения: 12.01.2023).
10. Aiazzi B., Baronti S., Selva N. Improving Component Substitution Pansharpening Through Multivariate Regression of MS +Pan Data // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2007. 45(10). 3230-3239. DOI: 10.1109/TGRS.2007.901007
11. Sun W., Chen B., Messinger D. W. Nearest-neighbor diffusion-based pan-sharpening algorithm for spectral images // *Optical Engineering*. 2013. 53. 3107. DOI: 10.1117/1.OE.53.1.013107
12. Metwalli M. R., Nasr A. H., Allah O. S. F., El-Rabaie S. Image fusion based on principal component analysis and high-pass filter // *Proceedings of the 2009 International Conference on Computer Engineering & Systems*. Cairo, Egypt, 14-16 December 2009. P. 63-70.
13. Zhou J., Civco D. L., Silander J. A. A wavelet transform method to merge Landsat TM and SPOT panchromatic data // *Int. J. Remote Sens.* 1998. 19. 743-757. DOI: 10.1080/014311698215973
14. Shah V. P., Younan N. H., King R. L. An Efficient Pan-Sharpener Method via a Combined Adaptive PCA Approach and Contourlets // *IEEE Trans. Geosci. Remote*. 2008. 46. 1323-1335. DOI: 10.1109/TGRS.2008.916211
15. Klonus S., Ehlers M. Image Fusion Using the Ehlers Spectral Characteristics Preserving Algorithm // *GISci. Remote Sens.* 2007. 44. 93-116. DOI: 10.2747/1548-1603.44.2.93
16. Klonus S., Ehlers M. Image Fusion Using the Ehlers Spectral Characteristics Preserving Algorithm // *GISci. Remote Sens.* 2007. 44. 93-116. DOI: 10.2747/1548-1603.44.2.93
17. Strang G., Nguyen T. *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley, MA: Wellesley-Cambridge Press. 1996. 500 p.

### References

1. Pansharpening v QGIS s ispol'zovaniyem Orfeo ToolBox [Pansharpening in QGIS using Orfeo ToolBox]. GIS-Lab. Available at: <https://gis-lab.info/qa/qgis-pansharp-otb.html> (Accessed: 10.12.2022).
2. Yang D., Luo Y., Zeng Y., Si F., Xi L., Zhou H., Liu W. Tropospheric NO<sub>2</sub> Pollution Monitoring with the GF-5 Satellite Environmental Trace Gases Monitoring Instrument over the North China Plain during Winter 2018-2019 // *Atmosphere*. 2021. 12. 398. DOI: 10.3390/atmos12030398
3. Tang B.-H. Nonlinear Split-Window Algorithms for Estimating Land and Sea Surface Temperatures From Simulated Chinese Gaofen-5 Satellite Data // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2018. 56(11). 6280-6289. DOI: 10.1109/TGRS.2018.2833859
4. Ye X., Ren H., Liu R., Qin Q., Liu Y., Dong J. Land Surface Temperature Estimate From Chinese Gaofen-5 Satellite Data Using Split-Window Algorithm // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2017. 55(10). 5877-5888. DOI: 10.1109/TGRS.2017.2716401
5. Wang F., Gao J., Zha Y. Hyperspectral sensing of heavy metals in soil and vegetation: Feasibility and challenges // *SPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2018. 136. 73-84. DOI: 10.1016/j.isprs.2017.12.003
6. Giardino C., Brando V. E., Dekker A. G., Strombeck N., Candiani G. Assessment of water quality in Lake Garda (Italy) using Hyperion // *Remote Sensing of Environment*. 2007. 109(2). 183-195. DOI: 10.1016/j.rse.2006.12.017

7. Xia J. S., Du P. J., He X. Y., Chanussot J. Hyperspectral Remote Sensing Image Classification Based on Rotation Forest // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letterst. 2014. 11(1). 239-243. DOI: 10.1109/LGRS.2013.2254108
8. Demir B., Erturk S. Hyperspectral image classification using relevance vector machines // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letterst. 2007. 4(4). 586-590. DOI: 10.1109/LGRS.2007.903069
9. Lehigh University: official website. Available at: [http://www.eecs.lehigh.edu/SPCRL/IF/image\\_fusion.htm](http://www.eecs.lehigh.edu/SPCRL/IF/image_fusion.htm) (Accessed: 12.01.2023).
10. Aiazzi B., Baronti S., Selva N. Improving Component Substitution Pansharpening Through Multivariate Regression of MS +Pan Data // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2007. 45(10). 3230-3239. DOI: 10.1109/TGRS.2007.901007
11. Sun W., Sun W., Chen B., Messinger D. W. Nearest-neighbor diffusion-based pan-sharpening algorithm for spectral images // Optical Engineering. 2013. 53. 3107. DOI: 10.1117/1.OE.53.1.013107
12. Metwalli M. R., Nasr A. H., Allah O. S. F., El-Rabaie S. Image fusion based on principal component analysis and high-pass filter // Proceedings of the 2009 International Conference on Computer Engineering & Systems, Cairo, Egypt, 14-16 December 2009. P. 63-70.
13. Zhou J., Civco D. L., Silander J. A. A wavelet transform method to merge Landsat TM and SPOT panchromatic data // Int. J. Remote Sens. 1998. 19. 743-757. DOI: 10.1080/014311698215973
14. Shah V. P., Younan N. H., King R. L. An Efficient Pan-Sharpener Method via a Combined Adaptive PCA Approach and Contourlets // IEEE Trans. Geosci. Remote. 2008. 46. 1323-1335. DOI: 10.1109/TGRS.2008.916211
15. Klonus S., Ehlers M. Image Fusion Using the Ehlers Spectral Characteristics Preserving Algorithm // GISci. Remote Sens. 2007. 44. 93-116. DOI: 10.2747/1548-1603.44.2.93
16. Klonus S., Ehlers M. Image Fusion Using the Ehlers Spectral Characteristics Preserving Algorithm // GISci. Remote Sens. 2007. 44. 93-116. DOI: 10.2747/1548-1603.44.2.93
17. Strang G., Nguyen T. Wavelets and Filter Banks. Wellesley, MA: Wellesley-Cambridge Press. 1996. 500 p.

#### Информация об авторах

*Гареев Владимир Михайлович* – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0007-1392-2169, [Vladimir.Gareev@novsu.ru](mailto:Vladimir.Gareev@novsu.ru)

*Гареев Михаил Владимирович* – ведущий инженер, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0007-1392-2169, [Mikhail.Gareev@novsu.ru](mailto:Mikhail.Gareev@novsu.ru)

*Корнышев Николай Петрович* – доктор технических наук, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0005-3177-2040, [Nikolai.Kornishev@novsu.ru](mailto:Nikolai.Kornishev@novsu.ru)

*Серебряков Дмитрий Александрович* – инженер, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5994-5090, [s231099@std.novsu.ru](mailto:s231099@std.novsu.ru)

## РАДИОФИЗИКА

УДК 621.397.6:004.932.4

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).169-177

ГРНТИ 28.17.33+60.33.09

Специальность ВАК 1.3.4; 2.2.15

*Научная статья*

### ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ПСЕВДОГИПЕРСПЕКТРАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ИЗ RGB КОМПОНЕНТ

Корнышев Н. П., Гареев В. М., Гареев М. В., Серебряков Д. А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В статье обсуждаются вопросы формирования спектральных изображений в телевизионных мультиспектральных и гиперспектральных системах. Гиперспектральный куб данных содержит больше информации, чем куб мультиспектральной системы, однако, гиперспектральные системы имеют ограничения в пространственной и временной области. Существующая корреляция между гиперспектральной и мультиспектральной информацией и наличие данных об отражательной способности исследуемой сцены, позволяют построить псевдогиперспектральную систему на основе мультиспектральной, имеющей ограниченное число визуализируемых спектральных каналов. При этом в результате послесессионной обработки ограниченное количество мультиспектральных изображений преобразуется в псевдогиперспектральные изображения, соответствующие нескольким сотням спектральных каналов. Минимальной мультиспектральной системой может считаться телевизионная система, состоящая из трех каналов R, G и B. Для реализации процедуры получения псевдогиперспектральных изображений на первом этапе обработки R, G, B компонент необходимо реализовать методы улучшения их цветового разрешения и обеспечения баланса белого. В статье рассмотрена возможность применения для вышеуказанной задачи метода обработки видеoinформации, основанного на теории нелинейного двухкомпонентного зрения советского инженера С. Д. Ременко.

**Ключевые слова:** гиперспектральные системы, псевдогиперспектральные системы, теория нелинейного зрения

**Для цитирования:** Корнышев Н. П., Гареев В. М., Гареев М. В., Серебряков Д. А. Особенности формирования псевдогиперспектральных изображений из RGB компонент // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 169-177. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).169-177

*Research Article*

### FEATURES OF THE FORMATION OF PSEUDO-HYPERSPECTRAL IMAGES FROM RGB COMPONENTS

Kornyshev N. P., Gareev V. M., Gareev M. V., Serebryakov D. A.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The article discusses the formation of spectral images in television multispectral and hyperspectral systems. A hyperspectral data cube contains more information than a multispectral system cube, however, hyperspectral systems have limitations in the spatial and temporal domain. The existing correlation between hyperspectral and multispectral information and the availability of data on the reflectivity of the studied scene make it possible to build a pseudo-hyperspectral system based on a multispectral one with a limited number of visualized spectral channels. At the same time, as a result of post-session processing, a limited number of multispectral images are converted into pseudo-hyperspectral images corresponding to several hundred spectral channels. The minimum multispectral system can be considered a television system consisting of three channels R, G and B. To implement the procedure for obtaining pseudo-hyperspectral images at the first stage of processing R, G, B components, it is necessary to implement methods to improve their color resolution and ensure white balance. The article considers the possibility of using the video information processing

method based on the theory of nonlinear two-component vision of the Soviet engineer S. D. Remenko for the above problem.

**Keywords:** hyperspectral systems, pseudo-hyperspectral systems, nonlinear vision theory

**For citation:** Kornyshev N. P., Gareev V. M., Gareev M. V., Serebryakov D. A. Features of the formation of pseudo-hyperspectral images from RGB components // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 169-177. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).169-177

## Введение

Гиперспектральные системы (ГС) дистанционного зондирования получают широкополосную и точную спектральную информацию о наблюдаемой сцене. Зона охвата, время наблюдения и особенно цена ограничивают применение ГС. Мультиспектральные системы в этом отношении являются менее критичными [1]. Псевдогиперспектральные системы синтезируют из мультиспектральных изображений псевдогиперспектральные изображения, которые используются для картографирования земного покрова [2], мониторинга почвы [3], управления сельским хозяйством [4].

Псевдогиперспектральные изображения, синтезированные из мультиспектральных изображений с глобальным охватом, непрерывным сбором данных и небольшим количеством каналов применяются, например, при обработке изображений спутников Hyperion и Landsat 7 ETM+[5]. Минимальное количество спектральных каналов обеспечивает телевизионная мультиспектральная система, формирующая сигналы R, G, B компонент. В этом минимальном случае алгоритм формирования псевдогиперспектральных изображений должен базироваться на двух основных требованиях:

1) R, G, B изображения не должны иметь спектральных искажений и должен соблюдаться баланс белого,

2) должна выполняться корреляция между R, G, B компонентами и характеристиками отражательной способности объектов, визуализируемых в спектральных каналах ГС, что может быть получено в ходе экспериментальных испытаний.

В случае выполнения этих требований процедура формирования псевдогиперспектральных изображений сводится к преобразованию RGB-HSV и селекции по заданному цветовому тону (интервалу), которому ставится в соответствие длина волны (интервал длин волн) спектрального излучения.

Если источник света имеет низкую цветовую температуру, то визуализируемые белые объекты на изображении выглядят окрашенными в красные оттенки. И, наоборот, если источник света имеет высокую цветовую температуру, то визуализируемые белые объекты на изображении выглядят окрашенными в синие оттенки.

Цветовая температура при работе с естественным освещением соответствует следующим значениям:

- дневной свет, световая температура около 5200 К,
- тень, температура около 7000 К,
- облачная, пасмурная погода, температура около 6000 К.

Для компенсации цветовых различий, вызванных параметрами источников света, применяется процедура баланса белого. Существуют несколько методов баланса белого:

- метод серого мира (Gray World Method (GWM)),
- метод идеального отражателя (Perfect Reflector Method (PRM)),
- метод баланса белого Chiou (Chiou's White Balance Method (CWBM)),
- метод нечёткой логики (Fuzzy Rules Method (FRM)).

Последний представляет наибольший интерес для применения в псевдогиперспектральных системах, работающих с RGB сигналами, поскольку наиболее полно моделирует процессы цветовосприятия человеческого зрения.

Так, в частности, советским инженером С. Д. Ременко в семидесятые годы XX века была предложена модель нелинейной двухкомпонентной теории зрения в живых системах [6, 7]. С точки зрения практического применения в псевдогиперспектральных системах данная теория имеет следующие достоинства:

- простота построения цветного изображения на основе обработки сигналов с детекторов отношения цветов;
- возможность реализации процедуры баланса белого.

Целью статьи является экспериментальная проверка эффективности подхода к построению псевдогиперспектральных систем, в основу которого поставлены нелинейные процедуры обработки цветных изображений в живых системах.

### Методика и результаты эксперимента

В соответствии с теорией нелинейного зрения [6], приёмник светового сигнала располагается вдоль оптической оси, рисунок 1. Приёмник измеряет отношение спектральных сигналов, например  $K1 = R/G$ , где  $R$  – амплитуда «красного» спектрального сигнала, а  $G$  амплитуда «зелёного» спектрального сигнала. В живых системах их создаёт «низкокачественная» линза с большой хроматической aberrацией, хрусталик.

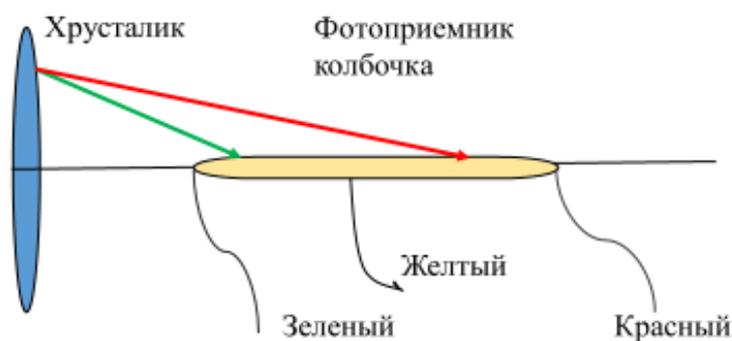


Рисунок 1. Формирование сигнала отношения R/G в живой системе

В телевизионных системах сигналы RGB получают с телевизионной камеры после дебайеризации, а затем находят их отношение. Первый детектор отношения

работает с сигналами RG, а второй детектор отношения работает с отношением сигналов «жёлтый» (Yellow) «синий» (Blue)  $K2 = Ye/B$ , рисунок 2. Как отмечается в теории нелинейного зрения, пропорциональное изменение яркости спектральных составляющих не влияют на коэффициент отношения. Таким образом, кроме простоты схемотехнической реализации детекторов отношений, данный метод обеспечивает возможность работы в большом динамическом диапазоне изменения сигнала.

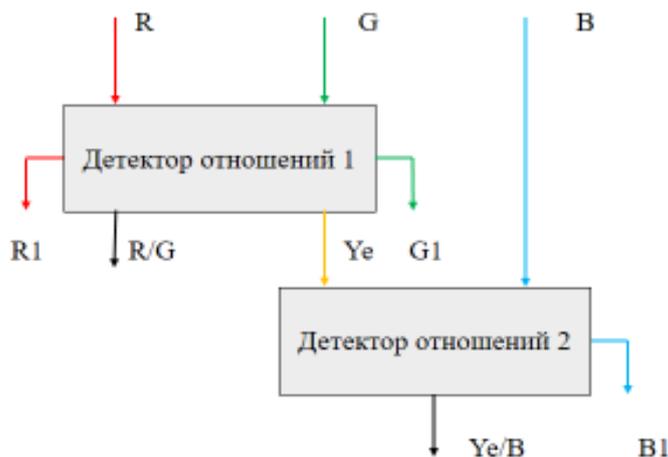


Рисунок 2. Формирование сигналов отношения в телевизионной системе

В детекторе отношений 1 формируется сигнал «жёлтый»  $Ye = (R + G)/2$  для детектора отношений 2. Три сигнала с детекторов отношений R1, G1, B1 вписываются в цветовой круг для преобразования в систему HSV, рисунок 3.

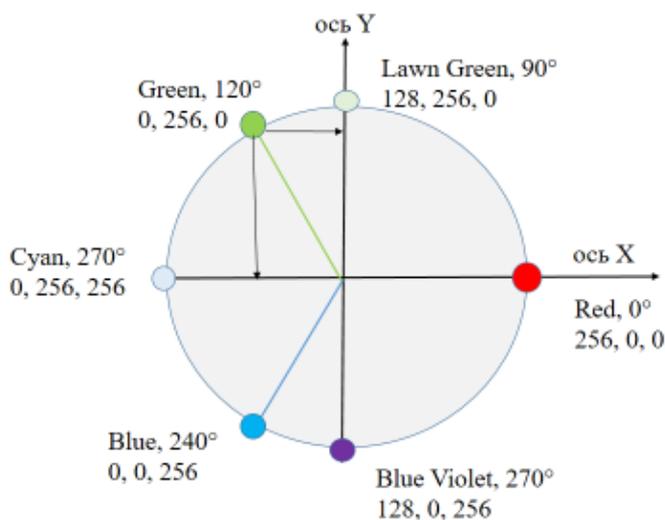


Рисунок 3. Цветовой круг

Яркость каждого пиксела RGB проецируется на оси X, Y. Для каждого пиксела (i,j) вычисляется угол  $\varphi$  системы HSV:  $\varphi_{i,j} = \text{atan}\left(\frac{Y_{i,j}}{X_{i,j}}\right)$ .

На рисунке 4 показано преобразование контрольного изображения с пониженной яркостью в системе RGB в систему HSV с использованием предложенной методики. Если известны отношения  $K_1$  и  $K_2$ , то они остаются неизменными при пропорциональном увеличении сигналов RGB, тогда, например, увеличивая  $R_1$  по отношению к  $R$ , можно найти:  $G_1 = R_1/K_1$   $B_1 = Y_e1/K_2$  и вычислить новые значения HSV. Такое преобразование проводится путём итераций  $R$  до достижения насыщения одного из сигналов  $R_1, G_1, B_1$ .

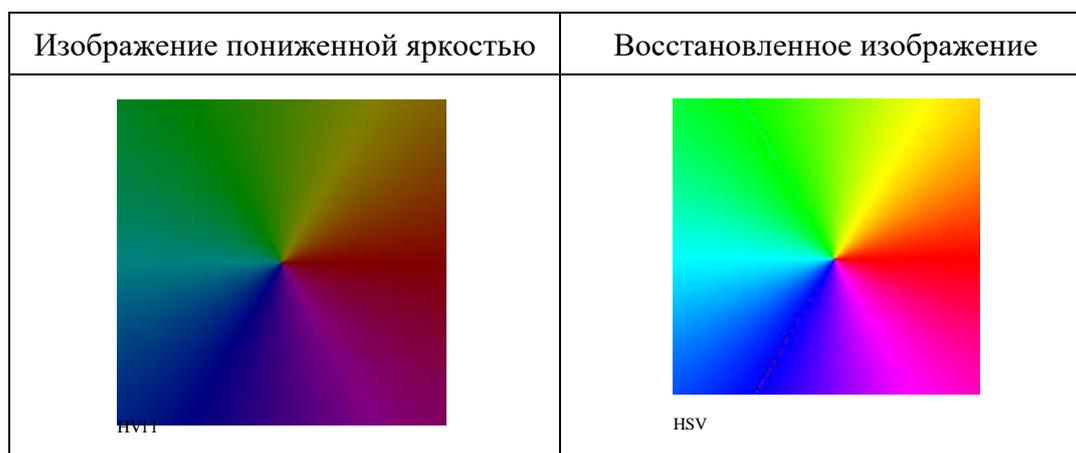


Рисунок 4. Преобразование изображения

Для формирования псевдогиперспектральных изображений из RGB компоненту необходимо обеспечить «идеальную» цветопередачу отображаемой сцены. Заводская настройка цветной телевизионной камеры обеспечивает:

- 1) правильную цветопередачу;
- 2) насыщенность цветов изображения;
- 3) контрастность;
- 4) баланс белого.

В цифровых цветных телевизионных камерах заводские настройки не изменяются во времени, а влияние температуры компенсируется системой автоматики. Однако, при формировании псевдогиперспектральных изображений необходимо учитывать, согласно [8, 9, 10], влияние фоновой засветки, искажающей передачу белого цвета.

Алгоритм обработки цветного изображения, подготавливаемого для последующего формирования псевдогиперспектрального изображения, заключается в следующем. Каждая матрица  $R, G, B$  до обработки детектором отношений обрабатывается при помощи процедуры выделения фона, который, как отмечалось выше, может иметь высокую или низкую цветовую температуру. В матрицах  $R, G, B$  обозначаются позиции, на которых элементы матрицы равны нулю. Для оставшихся элементов матрицы производится поиск минимального значения яркости пиксела, который попадает под определение фон. Для поиска минимального значения яркости пиксела фона применяется аппарат нечётной логики.

На рисунке 5 показана последовательность операций для процедуры подавления фона, включающая нахождение матрицы чёрных пикселей, нахождение матрицы с пороговым уровнем фона и вычитание фона.

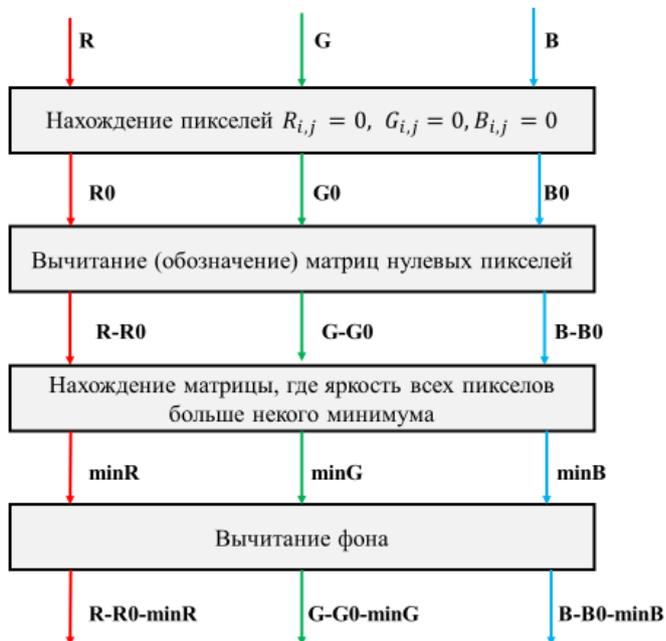


Рисунок 5. Процедура подавления фона

На рисунке 6 показаны результаты обработки изображений с использованием детекторов отношений по теории нелинейного зрения и процедуры подавления фона.

Исходное изображение, искажение цветопередачи из-за экспозиции	Результат обработки
	
Исходное изображение, искажение цветопередачи из-за экспозиции, фон от заходящего Солнца	Результат обработки
	

Рисунок 6. Обработка цветных изображений для последующего формирования псевдогиперспектральных изображений

Первое изображение получено при пониженной яркости, что является следствием неправильного выбора экспозиции. При моделировании, для наглядности, ситуация утрирована и добавлен синеватый тон от источника с высокой цветовой температурой. На втором снимке при неправильном выборе экспозиции, добавлен красноватый фон от источника с низкой цветовой температурой. Для проверки выполнения баланса белого необходимо выбрать белую точку на изображении и проверить соотношение сигналов RGB, которое должно быть равно 1. Как показывают измерения, для каждого полученного в результате эксперимента результата обработки равенство  $R = G = B$  выполняется.

### Выводы

1. Применение простого алгоритма на основе детекторов отношений обеспечивает эффективное восстановление качества цветопередачи.
2. Применение детекторов отношений обеспечивает восстановление качества цветопередачи в широком динамическом диапазоне изменения сигнала, в том числе, при «перегрузке».
3. Алгоритм обеспечивает эффективную балансировку белого в изображениях, полученных при изменениях фоновой засветки и времени экспозиции и, тем самым, обеспечивает повышение качества формирования псевдогиперспектральных изображений из RGB компонент.

### Список литературы

1. Sun X., Zhang L., Yang H., Wu T., Cen Y., Guo Y. Enhancement of Spectral Resolution for Remotely Sensed Multispectral Image // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. 2015. 8. 2198-2211.
2. Huo H., Guo J., Li Z. Hyperspectral Image Classification for Land Cover Based on an Improved Interval Type-II Fuzzy C-Means Approach // Sensors (Basel). 2018. 18. 363. DOI: 10.3390/s18020363
3. Song Y.-Q., Zhao X., Su H.-Y., Li B., Hu Y.-M., Cu X.-S. Predicting Spatial Variations in Soil Nutrients with Hyperspectral Remote Sensing at Regional Scale // Sensors. 2018. 18(9). 3086. DOI: 10.3390/s18093086
4. Fan L., Zhao J., Xu X., Liang D., Yang G., Feng H., Yang H., Wang Y., Chen G., Wei P. Hyperspectral-based Estimation of Leaf Nitrogen Content in Corn Using Optimal Selection of Multiple Spectral Variables // Sensors 2019. 19(3). 2898. DOI: 10.3390/s19132898
5. Jarek P., Barry P., Perlman J., Markham B. Aggregation of hyperspectral Hyperion spectral bands into Landsat-7 ETM+ spectral bands // GARSS 2001. Scanning the Present and Resolving the Future. Proceedings. IEEE 2001 International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2001 IEEE International Symposium on Geosciences and Remote Sensing, Institute of Electrical and Electronics Engineers. 2001. P. 2822-2824
6. Ременко С. Д. Определение основных понятий в области колориметрии и измерения цветовых параметров излучения // V Всеакадемический семинар по проблемам стандартизации и метрологии. Ереван, 16-20 ноября 1987. Ереван. 1987. С. 58-59.
7. Чупров А. Д., Синькова В. И., Кузнецов И. В. Теории цветовосприятия. Фоторецепторный аппарат сетчатки глаза // Современные проблемы науки и образования. 2021. 6. URL: <https://science-education.ru/article/view?id=31287> (Дата обращения: 16.01.2023).

8. Land E., McCann J. Lightness and retinex theory Text: electronic // Journal of the Optical Society of America. 1971. 61(1). 1-11. DOI: 10.1364/JOSA.61.000001
9. Bertalmío M., Caselles V., Provenzi E. Issues about Retinex theory and contrast enhancement // International Journal of Computer Vision. 2009. Jun. 83(1). 101-119. DOI: 10.1007/s11263-009-0221-5
10. Roszczyk R., Krupa A., Antoniuk I. Normal Patch Retinex Robust Algorithm for White Balancing in Digital Microscopy, In the case of microscopic medical images // Machine GRAPHICS & VISION. 2020. 29(1/4). 79-95. DOI: 10.22630/MGV.2020.29.1.5

### References

1. Sun X., Zhang L., Yang H., Wu T., Cen Y., Guo Y. Enhancement of Spectral Resolution for Remotely Sensed Multispectral Image // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. 2015. 8. 2198-2211.
2. Huo H., Guo J., Li Z. Hyperspectral Image Classification for Land Cover Based on an Improved Interval Type-II Fuzzy C-Means Approach // Sensors (Basel). 2018. 18. 363. DOI: 10.3390/s18020363
3. Song Y.-Q., Zhao X., Su H.-Y., Li B., Hu Y.-M., Cu. X.-S. Predicting Spatial Variations in Soil Nutrients with Hyperspectral Remote Sensing at Regional Scale // Sensors. 2018. 18(9). 3086. DOI: 10.3390/s18093086
4. Fan L., Zhao J., Xu X., Liang D., Yang G., Feng H., Yang H., Wang Y., Chen G., Wei P. Hyperspectral-based Estimation of Leaf Nitrogen Content in Corn Using Optimal Selection of Multiple Spectral Variables // Sensors. 2019. 19(3). 2898. DOI: 10.3390/s19132898
5. Jarek P., Barry P., Perlman J., Markham B. Aggregation of hyperspectral Hyperion spectral bands into Landsat-7 ETM+ spectral bands // GARSS 2001. Scanning the Present and Resolving the Future. Proceedings. IEEE 2001 International Geoscience and Remote Sensing Symposium. 2001 IEEE International Symposium on Geosciences and Remote Sensing, Institute of Electrical and Electronics Engineers. 2001. P. 2822-2824.
6. Remenko S. D. Opredeleniye osnovnykh ponyatiy v oblasti kolorimetrii i izmereniya tsvetovykh parametrov izlucheniya [Definition of basic concepts in the field of colorimetry and measurement of color parameters of radiation] // V All-Academic Seminar on Problems of Standardization and Metrology, Yerevan, November 16-20, 1987. Yerevan. 1987. P. 58–59.
7. Chuprov A. D., Sinkova V. I., Kuznetsov I. V. Teorii tsvetovospriyatiya. Fotoretseptornyy apparat setchatki glaza [Theories of color perception. Photoreceptor apparatus of the retina] // Modern problems of science and education. 2021. 6. Available at: <https://science-education.ru/article/view?id=31287> (Accessed: 16.01.2023).
8. Land E., McCann J. Lightness and retinex theory // Journal of the Optical Society of America. 1971. 61(1). 1-11. DOI: 10.1364/JOSA.61.000001
9. Bertalmío M., Provenzi E. Issues about Retinex theory and contrast enhancement // International Journal of Computer Vision. 2009. 83(1). 101–119. DOI: 10.1007/s11263-009-0221-5
10. Roszczyk R., Krupa A., Antoniuk I. Normal Patch Retinex Robust Algorithm for White Balancing in Digital Microscopy, In the case of microscopic medical images // Machine GRAPHICS & VISION. 2020. 29(1/4). 79-95. DOI: 10.22630/MGV.2020.29.1.5

### Информация об авторах

*Корнышев Николай Петрович* – доктор технических наук, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0005-3177-2040, Nikolai.Kornishev@novsu.ru

*Гареев Владимир Михайлович* – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0003-1585-6792, Vladimir.Gareev@novsu.ru

*Гареев Михаил Владимирович* – ведущий инженер, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0007-1392-2169, Mikhail.Gareev@novsu.ru

*Серебряков Дмитрий Александрович* – инженер, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5994-5090, s231099@std.novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

УДК 621.372:615.849.112

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).178-185

ГРНТИ 29.19.37

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### МИКРОВОЛНОВЫЙ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В ФЕРРИТ-ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ ЖИГ-ГГГ-ЦТС И ЖИГ-ГГГ-PMN-PT

Лобекин В. Н., Кафаров Р. Г., Бичурин М. И., Соколов О. В., Иванов С. В.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В данной работе исследован микроволновый магнитоэлектрический эффект в слоистых феррит-пьезоэлектрических структурах ЖИГ-ГГГ-ЦТС и ЖИГ-ГГГ-PMN-PT в СВЧ диапазоне. Активное развитие современной СВЧ-техники приводит к исследованию новых материалов, обладающих различными физическими свойствами, а также созданию новых слоистых структур из этих материалов, которые можно комбинировать: магнитные и сегнетоэлектрические, магнитные и полупроводниковые и т.д.. В результате проведенного экспериментального исследования получены зависимости микроволнового магнитоэлектрического эффекта, проявляющегося в сдвиге линии ферромагнитного резонанса, в феррит-пьезоэлектрических структурах ЖИГ-ГГГ-ЦТС и ЖИГ-ГГГ-PMN-PT. На основе полученных данных экспериментального исследования можно сделать вывод, что эффект сдвига линии ферромагнитного резонанса можно использовать для разработки нового поколения управляемых устройств СВЧ твердотельной электроники, таких как вентили, аттенюаторы, циркуляторы, фазовращатели, фильтры и др.

**Ключевые слова:** микроволновый магнитоэлектрический эффект, сдвиг резонансной линии, ферромагнитный резонанс, железо-иттриевый гранат

**Для цитирования:** Лобекин В. Н., Кафаров Р. Г., Бичурин М. И., Соколов О. В., Иванов С. В. Микроволновый магнитоэлектрический эффект в феррит-пьезоэлектрических структурах ЖИГ-ГГГ-ЦТС и ЖИГ-ГГГ-PMN-PT // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 178-185. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).178-185

*Research Article*

### MICROWAVE MAGNETOELECTRIC EFFECT IN FERRITE-PIEZOELECTRIC STRUCTURES YIG-GGG-PZT AND YIG-GGG-PMN-PT

Lobekin V. N., Kafarov R. G., Bichurin M. I., Sokolov O. V., Ivanov S. V.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** In this work, the microwave magnetoelectric effect in the layered ferrite-piezoelectric structures YIG-GGG-PZT and YIG-GGG-PMN-PT in the microwave range is studied. The active development of modern microwave technology leads to the study of new materials with different physical properties, as well as to the creation of new layered structures from these materials, which can be combined: magnetic and ferroelectric, magnetic and semiconductor, etc. As a result of the experimental study, the dependences of the microwave magnetoelectric effect, which manifests itself in the ferromagnetic resonance line shift, in the YIG-GGG-PZT and YIG-GGG-PMN-PT ferrite-piezoelectric structures were obtained. Based on the data obtained from the experimental study, it can be concluded that the effect of ferromagnetic resonance line shift can be used to develop a new generation of controllable microwave solid-state electronics devices, such as isolators, attenuators, circulators, phase shifters, filters, etc.

**Keywords:** microwave magnetoelectric effect, resonance line shift, ferromagnetic resonance, yttrium iron garnet

**For citation:** Lobekin V. N., Kafarov R. G., Bichurin M. I., Sokolov O. V., Ivanov S. V. Microwave magnetoelectric effect in ferrite-piezoelectric structures YIG-GGG-PZT and YIG-GGG-PMN-PT // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 178-185. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).178-185.

## Введение

Магнитоэлектрический (МЭ) микроволновый эффект в сверхвысокочастотном (СВЧ) диапазоне в слоистых структурах на основе ферро- и ферритмагнетиков, реализуется приложением электрического поля к пьезоэлектрической фазе, вследствие чего происходит обусловленный магнитоупругим эффектом, сдвиг или уширение линии ферромагнитного резонанса (ФМР). Исследованию МЭ эффекта в слоистых структурах посвящено большое количество работ. Теория описывает процессы, происходящие в структурах [1-3], эксперименты представлены в работах [4-6]. Другая часть работ посвящена практическому применению [7-10].

Ранее было проведено исследование зависимости сдвига линии ФМР от параметров пьезоэлектриков в слоистых структурах на основе железо-иттриевого граната (ЖИГ) на подложке гадолиний-галлиевого граната (ГГГ) от величины внешнего электрического поля и параметров различных пьезоэлектриков (цирконат-титанат свинца (ЦТС), Лангасит). Полученные результаты доказали, что при приложении внешнего электрического поля к пьезоэлектрической фазе, в магнитострикционной фазе наблюдается сдвиг линии ФМР, а выбор материала влияет на величину сдвига, что позволяет использовать оптимальный материал для пьезоэлектрической фазы с целью разработки управляемых СВЧ-устройств, принцип работы которых будет основан на перестройке резонансных характеристик с помощью электрического поля.

В данной работе было проведено исследование микроволнового МЭ эффекта в структуре ЖИГ-ГГГ-PMN-PT и ЖИГ-ГГГ-ЦТС, а также проведен сравнительный анализ полученных экспериментальных данных.

### Слоистые феррит-пьезоэлектрические структуры ЖИГ-ГГГ-ЦТС и ЖИГ-ГГГ-PMN-PT

Исследуемые слоистые структуры состояли из магнитострикционной фазы (феррит ЖИГ на подложке ГГГ) и пьезоэлектрической фазы – пьезокерамика ЦТС-19 и монокристаллический пьезоэлектрик PMN-PT представлены на рисунке 1.

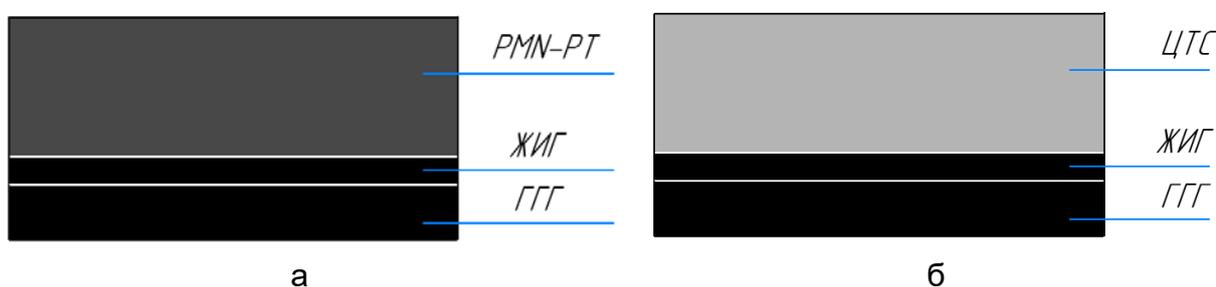


Рисунок 1. Слоистые феррит-пьезоэлектрические структуры: а – структура ЖИГ-ГГГ-PMN-PT; б – структура ЖИГ-ГГГ-ЦТС.

Слоистая феррит-пьезоэлектрическая структура №1, ЖИГ-ГГГ-PMN-PT (рисунок 1 а) имеет следующие размеры: магнитострикционная фаза – плёнка ЖИГ в форме диска, диаметр,  $D=2,845$  мм, толщина,  $s=0,005$  мм, нанесённая с помощью эпитаксии на подложку ГГГ в форме диска, диаметр,  $D=2,845$  мм, толщина,  $s=0,357$  мм,

при чём с одной стороны подложки ГГГ один слой плёнки ЖИГ снят с помощью шлифовки и полировки, формируя общую толщину магнитоэлектрической фазы,  $s=0,362$  мм; пьезоэлектрическая фаза – монокристаллическая пластина PMN-PT, размеры  $10 \times 3 \times 0,5$  мм. Диск ЖИГ-ГГГ расположен по центру пластины PMN-PT. Слои соединены между собой с помощью токопроводящего клея «Контактол-А Keller» на серебре. На рисунке 2 представлена структура ЖИГ-ГГГ в микроскопе, стороной ГГГ вверх.

Слоистая феррит-пьезоэлектрическая структура № 2, ЖИГ-ГГГ-ЦТС (рисунок 1 б) имеет следующие размеры: магнитоэлектрическая фаза – тот же диск ЖИГ, что и в структуре № 1; пьезоэлектрическая фаза – пьезокерамическая пластина ЦТС-19, размеры  $5 \times 5 \times 0,5$  мм. Диск ЖИГ-ГГГ расположен по центру пластины ЦТС-19. Слои соединены между собой с помощью токопроводящего клея «Контактол-А Keller».



Рисунок 2. Структура ЖИГ-ГГГ в микроскопе «Микромед 3 вар. 3-20»

К магнитоэлектрической фазе слоистых феррит-пьезоэлектрических структур прикладывалось постоянное магнитное поле  $H_0$ , направленное перпендикулярно плоскости образца (рисунок 3). Благодаря этому в магнитоэлектрической фазе наблюдался ФМР на резонансной частоте. За счёт приложения постоянного электрического поля к пьезоэлектрической фазе слоистой структуры, в ней образуется деформация, которая передаётся на магнитоэлектрическую фазу, формируя сдвиг линии ФМР за счёт магнитоупругого эффекта.

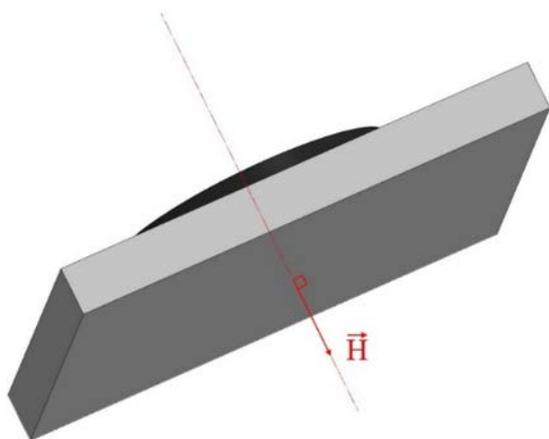


Рисунок 3. 3-D модель слоистой феррит-пьезоэлектрической структуры ЖИГ-ГГГ-PMN-PT/ЦТС с направлением приложенного постоянного магнитного поля  $H_0$

## Исследование микроволнового МЭ эффекта в слоистых феррит-пьезоэлектрических структурах ЖИГ-ГГГ-PMN-PT и ЖИГ-ГГГ-ЦТС

Исследование проводилось на измерительном стенде, представленном на рисунке 4, состоящем из спектрометра «Magnettech MiniScore MS-5000X» (Германия) и ПК, с установленным программным обеспечением для работы со спектрометром.

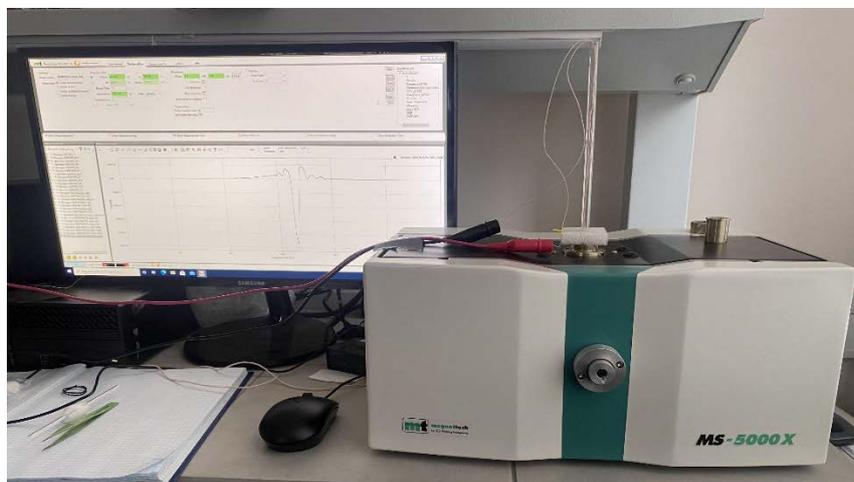


Рисунок 4. Стенд для экспериментальных исследований

Слоистые феррит-пьезоэлектрические структуры № 1 (ЖИГ-ГГГ-PMN-PT) и № 2 (ЖИГ-ГГГ-ЦТС), помещались в резонатор спектрометра. С помощью источника питания «GW Instek GPR-750H15D» 500 В (Тайвань) к пьезоэлектрической фазе структур прикладывалось электрическое поле, напряжённостью от 1 до 10 кВ/см.

В результате экспериментального исследования получены зависимости сдвигов линии ФМР от напряжённости электрического поля в слоистых структурах № 1 и № 2, представленные на рисунках 5 и 6.

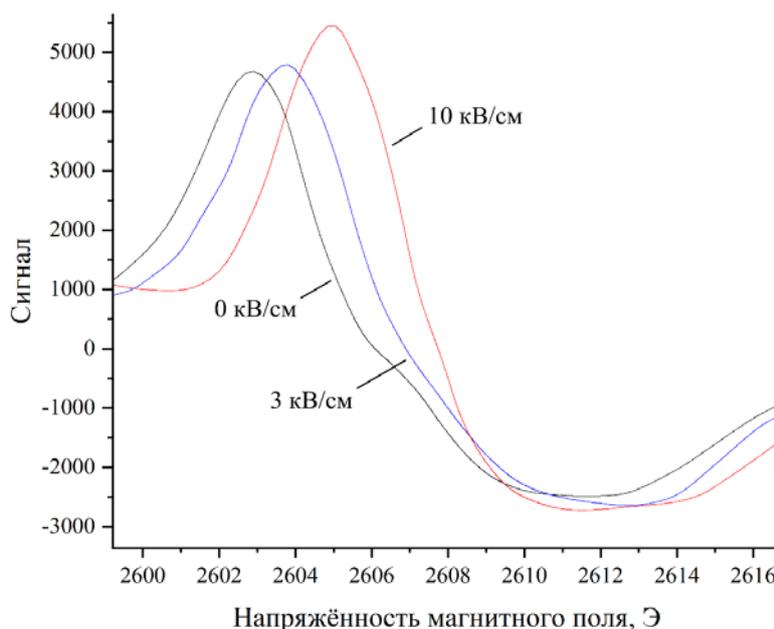


Рисунок 5. Зависимость сдвига линии ФМР от напряжённости электрического поля для структуры №1, ЖИГ-ГГГ-PMN-PT

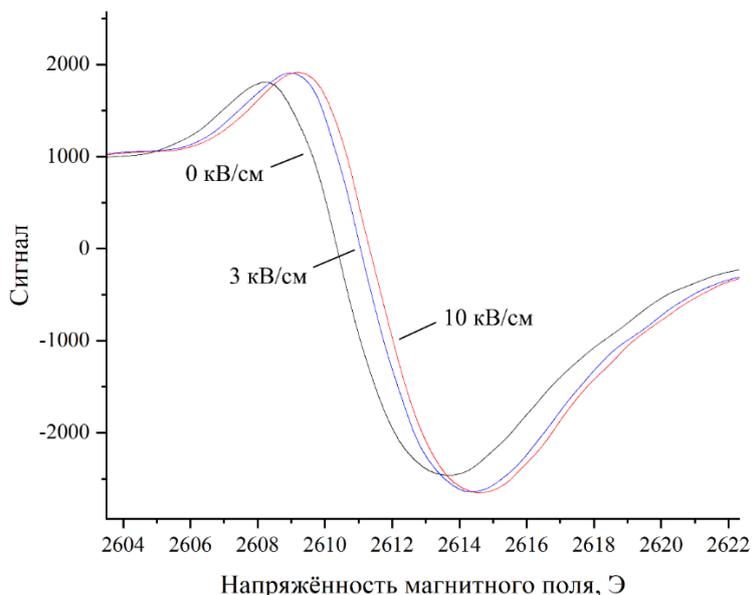


Рисунок 6. Зависимость сдвига линии ФМР от напряжённости электрического пол для структуры №2, ЖИГ-ГГГ-ЦТС

Результаты, представленные на рисунках 5 и 6 показывают, что при приложении внешнего электрического поля к пьезоэлектрической фазе слоистых феррит-пьезоэлектрических структур, наблюдается микроволновый МЭ эффект, заключающийся в сдвиге линии ФМР. В структуре № 1, ЖИГ-ГГГ-PMN-PT, величина сдвига составила 2,14 Э, для структуры № 2, ЖИГ-ГГГ-ЦТС, сдвиг составил 0,9 Э, что в 2,4 раза меньше, чем в структуре № 1, ЖИГ-ГГГ-PMN-PT. Обусловлено это тем, что монокристаллический пьезоэлектрик PMN-PT обладает лучшими пьезоэлектрическими свойствами, чем пьезокерамика ЦТС-19. Также важным является то, что магнитное и электрическое поля приложены вдоль оси поляризации пьезоэлектрического слоя, совпадающего с осью [111] магнитострикционного слоя.

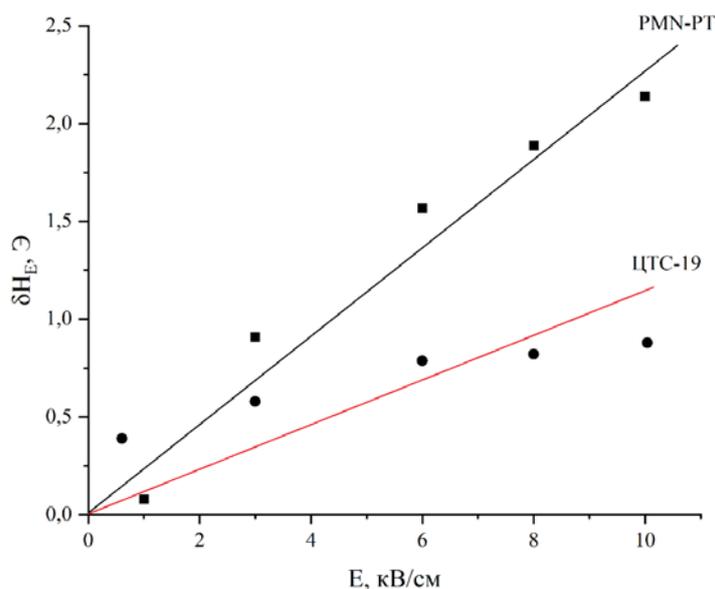


Рисунок 7. Линейная зависимость МЭ эффекта для определения констант А

Также были получены первичные теоретические оценки, которые показали, что сдвиг резонансного значения подмагничивающего поля прямо пропорционален напряжённости приложенного к пьезоэлектрику электрического поля  $\delta H_E = AE$ . Величина константы  $A$  находится из рисунка 7 и для слоистой феррит-пьезоэлектрической структуры ЖИГ-ГГГ-PMN-PT составила 0,213 Э/кВ/см, для структуры ЖИГ-ГГГ-ЦТС, 0,09 Э/кВ/см. Точный количественный расчёт внутренней структуры постоянной  $A$  затруднён специфической формой МЭ образца, состоящего из прямоугольного параллелепипеда пьезоэлектрика и диска ЖИГ/ГГГ. Работа над этим расчётом будет продолжена, и результаты будут представлены в следующих публикациях.

Полученные результаты сдвигов линии ФМР от величины внешнего электрического поля позволяют подобрать оптимальный пьезоэлектрик для структур новых управляемых СВЧ-устройств, принцип работы которых будет основан на перестройке резонансных характеристик с помощью электрического поля.

### Заключение

В статье представлены результаты экспериментального исследования микроволнового МЭ эффекта в слоистых феррит-пьезоэлектрических структурах ЖИГ-ГГГ-PMN-PT и ЖИГ-ГГГ-ЦТС. Для слоистой структуры ЖИГ-ГГГ-PMN-PT найденная МЭ константа  $A$  равна 0,213 Э/кВ/см, что в 2,4 раза больше, чем для структуры ЖИГ-ГГГ-ЦТС. Полученные данные величин МЭ констант  $A$  позволяют подобрать оптимальные параметры и размеры слоистых феррит-пьезоэлектрических структур для разработки СВЧ-устройств, принцип работы которых основан на микроволновом МЭ эффекте. Кроме того, планируется провести дополнительные теоретические расчёты угловых зависимостей сдвигов линии ФМР в данных феррит-пьезоэлектрических структурах и сравнить результаты с результатами, полученными в ходе экспериментального исследования.

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант № 22-29-00950.

### Список литературы

1. Соколов О. В., Бичурин М. И., Лобекин В. Н., Татаренко А. С. Микроволновый магнитоэлектрический эффект в двухслойных структурах на основе железо-иттриевого граната, кварца и магнониобата свинца // Вестник НовГУ. 2019. 4(116). 92-95. DOI: 10.34680/2076-8052.2019.4(116).92-95
2. Bichurin M. I., Sokolov O. V., Tatarenko A. S., Lobekin V. N., Leontiev V. S., Turutina A. V. Microwave Magnetoelectric Effect in a Two-Layer FeGaB/PZN-PT Structure // Microwave Conference (RMC): Proceedings of the 7th All-Russian Microwave Conference, Moscow, November 25–27, 2020. Moscow, 2020. P. 282-285. DOI: 10.1109/RMC50626.2020.9312260
3. Маничева И. Н., Филиппов Д. А., Лалетин В. М. Магнитоэлектрический эффект втрехслойной структуре никель-кварц-никель // Международный научно-исследовательский журнал. 2019. 4(82), часть 1. 27-32. DOI: 10.23670/IRJ.2019.82.4.005
4. Вьюник Д. А., Капустин В. Г., Савельев Д. В., Фетисов Л. Ю., Чашин Д. В.,

Шабин П. А. Магнитоэлектрический эффект в слоистой структуре пьезоэлектрик-магнитострикционный волоконный композит // Ломоносов-2019 : материалы XXVI международного молодежного научного форума, Москва, 08–12 апреля 2019 года. Москва, 2019. С. 759-761. URL: [https://conf.msu.ru/archive/Lomonosov\\_2019/data/section\\_33\\_16302.htm](https://conf.msu.ru/archive/Lomonosov_2019/data/section_33_16302.htm) (Дата обращения: 14.01.2023).

5. Лобекин В. Н., Снисаренко Д. В., Татаренко А. С., Бичурин М. И. Исследование магнитоэлектрического СВЧ вентиля на основе феррит-пьезоэлектрических структур // Вестник НовГУ. 2018. 1(107). 74-76.

6. Bichurin M. I., Sokolov O. V., Leontiev V. S., Petrov R. V., Tatarenko A. S., Semenov G. A., Ivanov S. N., Turutin A. V., Kubasov I. V., Kislyuk A. M., Malinkovich M. D., Parkhomenko Y. N., Kholkin A. L., Sobolev N. A. Magnetoelectric Effect in the Bidomain Lithium Niobate/NiCe / Metglas Gradient Structure // Physica Status Solidi (B) Basic Research. 2020. 257(3). 1900398. DOI: 10.1002/pssb.201900398

7. Леонтьев В. С., Петров Р. В., Божков С. Т. Исследование датчика положения коленчатого вала на основе композитной структуры LiNbO<sub>3</sub> // Вестник НовГУ. 2020. 2(118). 36-39. DOI: 10.34680/2076-8052.2020.2(118).36-39

8. Петров В. М., Сергеев И. С. Гиратор в источниках вторичного электропитания // Вестник НовГУ. 2018. 4(110). 19-24.

9. Bichurin M. I., Petrov V. M., Petrov R. V., Kapralov G. N., Kiliba Yu. V., Bukashev F. I., Smirnov A. Yu., Tatarenko A. S. Magnetoelectric microwave devices // Ferroelectrics. 2011. 280(1). 211-218. DOI: 10.1080/00150190214807

10. Петров Р. В., Леонтьев В. С. Магнитоэлектрический магнитометр // Вестник НовГУ. 2013. 75, т.1. 29-32.

## References

1. Sokolov O. V., Bichurin M. I., Lobekin V. N., Tatarenko A. S. Mikrovolnovyy magnitoelektricheskiy effekt v dvukhsloynnykh strukturakh na osnove zhelezo-ittriyevogo granata, kvartsa i magnoniobata svintsa [Microwave magnetoelectric effect in two-layer structures based on yttrium iron garnet, quartz and lead magnoniobate] // Vestnik NovSU. 2019. 4(116). 92-95. DOI: 10.34680/2076-8052.2019.4(116).92-95

2. Bichurin M. I., Sokolov O. V., Tatarenko A. S., Lobekin V. N., Leontiev V. S., Turutin A. V. Microwave Magnetoelectric Effect in a Two-Layer FeGaB/PZN-PT Structure // Microwave Conference (RMC): Proceedings of the 7th All-Russian Microwave Conference, Moscow, November 25–27, 2020. Moscow, 2020. P. 282-285. DOI: 10.1109/RMC50626.2020.9312260

3. Manicheva I. N., Filippov D. A., Laletin V. M. Magnitoelektricheskiy effekt vtrekhsloynnoy strukture nikel'-kvarts-nikel' [Magnetoelectric effect in a nickel-quartz-nickel three-layer structure] // International Research Journal. 2019. 4(82), part 1. 27-32. DOI: 10.23670/IRJ.2019.82.4.005

4. Vyunik D. A., Kapustin V. G., Saveliev D. V., Fetisov L. Yu., Chashin D. V., Shabin P. A. Magnitoelektricheskiy effekt v sloistoy strukture p'yezoelektrik-magnitostriktsionnyy volokonnyy kompozit [Magnetoelectric effect in a layered structure of a piezoelectric-magnetostrictive fiber composite] // Lomonosov-2019: Materials of the XXVI International Youth Scientific Forum, Moscow, April 08–12, 2019. Moscow, 2019. P. 759-761. Available at: [https://conf.msu.ru/archive/Lomonosov\\_2019/data/section\\_33\\_16302.htm](https://conf.msu.ru/archive/Lomonosov_2019/data/section_33_16302.htm) (Accessed: 14.01.2023).

5. Lobekin V. N., Snisarenko D. V., Tatarenko A. S., Bichurin M. I. Issledovaniye magnitoelektricheskogo SVCH ventilya na osnove ferrit-p'yezoelektricheskikh struktur [Study of a magnetoelectric microwave valve based on ferrite-piezoelectric structures]. Vestnik NovSU. 2018. 1(107). 74-76.

6. Bichurin M. I., Sokolov O. V., Leontiev V. S., Petrov R. V., Tatarenko A. S., Semenov G. A., Ivanov S. N., Turutin A. V., Kubasov I. V., Kislyuk A. M., Malinkovich M. D., Parkhomenko Y. N., Kholkin A. L., Sobolev N. A. Magnetolectric Effect in the Bidomain Lithium Niobate/Nicke / Metglas Gradient Structure // Physica Status Solidi (B) Basic Research. 2020. 257(3). 1900398. DOI: 10.1002/pssb.201900398

7. Leontiev V. S., Petrov R. V., Bozhkov S. T. Issledovaniye datchika polozheniya kolenchatogo vala na osnove kompozitnoy struktury LiNbO<sub>3</sub> [Study of the crankshaft position sensor based on the LiNbO<sub>3</sub> composite structure] // Vestnik NovSU. 2020. 2(118). 36-39. DOI: 10.34680/2076-8052.2020.2(118).36-39

8. Petrov V. M., Sergeev I. S. Girator v istochnikakh vtorichnogo elektropitaniya [Gyrator in secondary power sources] // Vestnik NovSU. 2018. 4(110). 19-24.

9. Bichurin M. I., Petrov V. M., Petrov R. V., Kapralov G. N., Kiliba Yu. V., Bukashev F. I., Smirnov A. Yu., Tatarenko A. S. Magnetolectric microwave devices // Ferroelectrics. 2011. 280(1). 211-218. DOI: 10.1080/00150190214807

10. Petrov R. V., Leontiev V. S. Magnitoelektricheskiy magnitometr [Magnetolectric magnetometer] // Vestnik NovSU. 2013. 75, vol. 1. 29-32.

#### **Информация об авторах**

*Лобекин Вячеслав Николаевич* – инженер, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-4896-2191, s203878@std.novsu.ru

*Кафаров Руслан Гайдарович* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0002-3707-1585, s247012@std.novsu.ru

*Бичурин Мирза Имамович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-0650-4712, Mirza.Bichurin@novsu.ru

*Соколов Олег Владимирович* – кандидат физико-математических наук, инженер-исследователь, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-3041-9537, Oleg.Sokolov@novsu.ru

*Иванов Сергей Вадимович* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0003-8581-9575, s243962@std.novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

УДК 53.098:537.8

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).186-191

ГРНТИ 29.19.37

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В ТОРОИДАЛЬНЫХ СТРУКТУРАХ METGLAS/PZT/METGLAS

Марков И. Ю., Ивашева Е. Е., Соколов О. В., Леонтьев В. С., Бичурин М. И.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В статье проведено экспериментальное исследование магнитоэлектрического (МЭ) эффекта в композитных структурах с замкнутой геометрией в виде тороида. Экспериментальное исследование проводилось на основе магнитострикционно-пьезоэлектрических материалов Метглас (АМАГ-225) и ЦТС-19. Обнаружено, что значение выходного напряжения возрастает за счёт увеличения объёмной доли магнитострикционной фазы до определённого количества слоёв. Представлены экспериментально полученные зависимости выходного напряжения от частоты подаваемого сигнала при постоянных значениях тока. Также показано, что при увеличении количества слоёв Метгласа в структуре наблюдается сдвиг резонансной частоты. Основным преимуществом данной структуры является равномерное распределение магнитного потока и независимость этого распределения от положения провода с постоянным током в пределах отверстия. Исследуемая в статье магнитострикционно-пьезоэлектрическая структура открывает широкие возможности проектирования различных магнитоэлектронных систем, например, бесконтактных датчиков больших токов с беспроводной передачей данных.

**Ключевые слова:** магнитоэлектрический эффект, мультиферроик, тороидальная структура, датчик тока, бесконтактный измеритель тока

**Для цитирования:** Марков И. Ю., Ивашева Е. Е., Соколов О. В., Леонтьев В. С., Бичурин М. И. Магнитоэлектрический эффект в тороидальных структурах Metglas/PZT/Metglas // Вестник НовГУ. 2023. 1(130). 186-191. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).186-191

*Research Article*

### MAGNETOELECTRIC EFFECT IN METGLAS/PZT/METGLAS TOROIDAL STRUCTURES

Markov I. Yu., Ivashева E. E., Sokolov O. V., Leontiev V. S., Bichurin M. I.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The article presents an experimental study of the magnetoelectric (ME) effect in composite structures with closed geometry in the form of a toroid. The experimental study was carried out on the basis of magnetostrictive-piezoelectric Metglas (AMAG-225) and PZT-19 materials. It has been found that the value of the output voltage increases due to an increase in the volume fraction of the magnetostrictive phase to a certain number of layers. The experimentally obtained dependences of the output voltage on the frequency of the supplied signal at constant current values are presented. It is also shown that with an increase in the number of Metglas layers in the structure, a shift in the resonant frequency is observed. The main advantage of this structure is the uniform distribution of the magnetic flux and the independence of this distribution from the position of the direct current wire within the hole. The magnetostrictive-piezoelectric structure investigated in the article provides ample opportunities for designing various magnetoelectronic systems, for example, contactless high current sensors with wireless data transmission.

**Keywords:** magnetoelectric effect, multiferroic, toroidal structure, current sensor, non-contact current meter

**For citation:** Markov I. Yu., Ivashева E. E., Sokolov O. V., Leontiev V. S., Bichurin M. I. Magnetolectric effect in Metglas/PZT/Metglas toroidal structures // Vestnik NovSU. 2023. 1(130). 186-191. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).186-191

### **Введение**

Материалы, в которых сосуществуют одновременно два и более типов «ферро» упорядочения (ферромагнитное, сегнетоэлектрическое и сегнетоупругое), называют мультиферроиками. Общепринятый термин «мультиферроидный» в основном применяется к материалам, которые сочетают сегнетоэлектричество и ферромагнетизм (или, в целом, магнетизм). В настоящее время мультиферроики могут функционировать при большем количестве внешних факторов и новых эффектов, среди которых есть прямой магнитоэлектрический (МЭ) эффект, представляющий собой реакцию электрической поляризации на приложенное магнитное поле. Этот эффект был использован при проектировании различных устройств, таких как датчики магнитного поля (переменного и (или) постоянного тока), преобразователи, фильтры, генераторы, фазовращатели, трансформаторы, гираторы, датчики тока, устройства преобразования мощности. Мультиферроидные материалы первоначально исследовались в качестве однофазных соединений, в настоящее же время применение их расширено и включает различные слоистые композиты, микро- и нанослоистые структуры [1-4].

МЭ композиты простой дисковой, квадратной или прямоугольной геометрии подходят только для измерения магнитных полей фиксированного направления. На практике вращающиеся или вихревые магнитные поля переменного тока встречаются часто. Донг с коллегами [5-7] обнаружили вихревое магнитное поле (или ток) с помощью тороидальной МЭ структуры. Они экспериментально показали наличие МЭ эффекта в структуре Терфенол-Д/ЦТС, значение МЭ коэффициента по напряжению составляло 5,5 В/(см·Э) на частоте 1 кГц. Хуонг и другие [8] провели исследование симметричных слоистых тороидальных структур Метглас/ЦТС разных размеров, обнаружив, что при увеличении средних диаметров колец их резонансная частота и выходное напряжение уменьшаются.

В данной статье экспериментально исследованы тороидальные МЭ структуры на основе магнитострикционно-пьезоэлектрических материалов Метглас и ЦТС-19, соответственно.

### **Материалы и методы**

В качестве магнитострикционных слоёв использовались ленты Метглас на основе железа-никеля (аморфный магнитомягкий сплав АМАГ225, ПАО «Мстатор», Россия), толщиной 21 мкм. Для создания опосредованной деформацией электрической поляризации использовались керамические кольца ЦТС-19 с поперечной поляризацией толщиной 1 мм. Образцы тороидального типа имеют одинаковые ширину стенки  $W = 2,5$  мм и средний диаметр  $D = 5,5$  мм. МЭ структуры получают путем склеивания с помощью клея БФ-2 от одного до пяти магнитострикционных слоёв Метгласа как сверху, так и снизу кольца ЦТС-19 для создания симметричной структуры. Подробная

информация о схематической иллюстрации исследуемых структур наглядно продемонстрирована на рисунке 1.

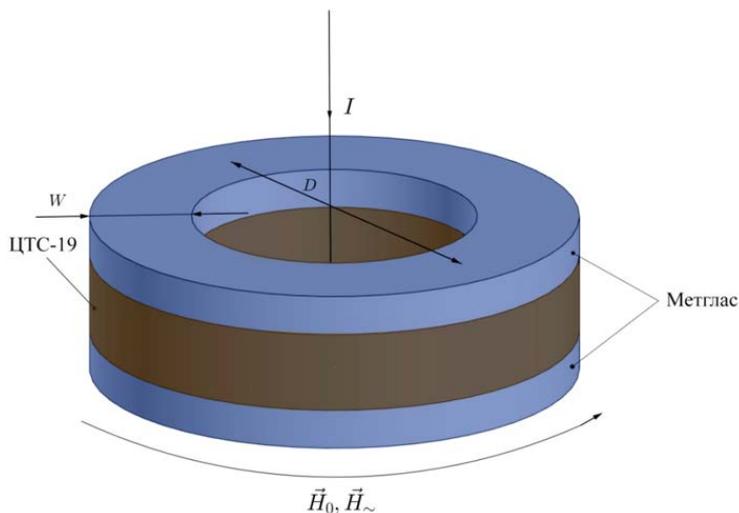


Рисунок 1. Тороидальная МЭ структура

Исследование проводилось с помощью синхронного усилителя MFLI Lock-in Amplifier (Zurich Instruments), который включает в себя генератор сигналов, для создания переменного магнитного поля в структуре и осциллограф для снятия выходного напряжения. Electrodes для снятия выходного напряжения были припаяны к верхней и нижней поверхностям Метгласа и подключены к синхронному усилителю вместе с выводами намотанной на МЭ структуру медной катушки. Через отверстие МЭ структуры проходит прямолинейный проводник с постоянным током. Катушка представляет собой 5 витков медной проволоки диаметром 0,15 мм, распределённых равномерно вдоль всего тороида. На рисунке 1 указаны направления постоянного магнитного поля  $\vec{H}_0$ , создаваемого проводником с током, переменного магнитного поля  $\vec{H}_\sim$ , создаваемого медной катушкой, намотанной на структуру, и тока  $I$ .

### Результаты и обсуждение

Зависимость выходного МЭ напряжения от частоты переменного магнитного поля, измеренная при фиксированном постоянном токе 1 А, представлена на рисунке 2 для исследуемых образцов с разным количеством слоев Метгласа сверху и снизу кольца ЦТС-19. Как можно видеть, в структурах наблюдается резонансное усиление сигнала. Кроме того, результаты показывают, что с увеличением числа слоёв Метгласа до трёх с каждой стороны, выходное напряжение увеличивается, однако, при числе слоёв 4 и 5 с каждой стороны, выходное напряжение уменьшается.

В [9] была исследована резонансная мода электромеханических колебаний в тороидальной пьезоэлектрической структуре и приведена соответствующая математическая модель. Мы адаптировали этот расчёт для исследования МЭ

эффекта в нашей МЭ структуре и получили следующее выражение для выходного напряжения

$$U = \frac{m_v q_{11} d_{31} p_{c^D} p_t}{\varepsilon_{33} \varepsilon_0 m_{s_{11}} (c - \rho R^2 \omega^2)} h_1, \quad (1)$$

где продольный коэффициент жёсткости пьезоэлектрика при постоянной электрической индукции

$$p_{c^D} = \frac{1}{p_{s_{11}} - \frac{d_{31}^2}{\varepsilon_{33} \varepsilon_0}}, \quad (2)$$

эффективный коэффициент жёсткости композита

$$c = p_v p_{c^D} + \frac{m_v}{m_{s_{11}}} \quad (3)$$

и средняя плотность

$$\rho = \frac{m_v m_\rho + p_v p_\rho}{m_v + p_v}. \quad (4)$$

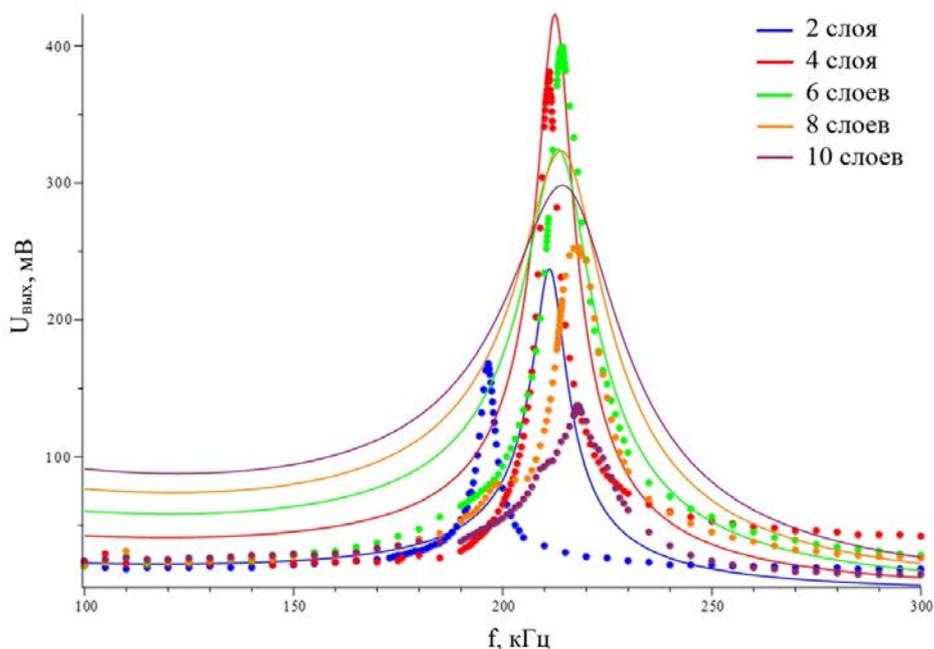


Рисунок 2. Экспериментальные (обозначены точками) и теоретические (обозначены сплошными линиями) результаты. Зависимость выходного напряжения композитной тороидальной структуры Метглас/ЦТС-19 от частоты

На рисунке 2 представлены экспериментальные результаты (обозначены точками), а также расчётные резонансные кривые (обозначены сплошными линиями), полученные по формуле (1).

Изменение наблюдаемой резонансной частоты ( $f_p$ ) может быть описано излучающей резонансной модой [9]:

$$f_P = \frac{1}{\pi D} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}}} \quad (5)$$

где  $\rho$  – средняя плотность, рассчитанная по данным Метгласа и ЦТС-19, а  $s_{11}$  – эквивалентная упругая податливость.

Таблица 1. Значения резонансных частот и выходных напряжений в зависимости от суммарного числа слоев Метгласа

Количество слоев Метгласа	2	4	6	8	10
Расчетная резонансная частота $f_p$ , кГц	211,2	212,5	213,2	214,0	214,2
Экспериментальная резонансная частота $f_p$ , кГц	196,6	211,2	214,3	218,1	218,2
Выходное напряжение $U_{\text{вых}}$ , мВ	168	381	399	253	137

В таблице 1 приведены числовые значения, полученные в ходе экспериментального исследования МЭ структур и теоретического расчета.

### Выводы

В результате исследование показывает, что резонансной частотой можно управлять, изменяя объёмную долю магнитострикционного материала в композитной структуре. Максимальное выходное напряжение наблюдается при трёх слоях Метгласа как сверху, так и снизу кольца ЦТС-19.

Благодаря замкнутой геометрии тороидальной структуры появляется возможность измерять большие токи с малой относительной погрешностью, поэтому исследование данных структур позволит в будущем проектировать бесконтактные датчики малых и больших постоянных токов на основе МЭ эффекта.

### Список литературы

1. Bichurin M. I., Viehland D. *Magnetolectricity in Composites*. New York, CRC Press: Boca Raton, 2011. 270 p.
2. Kambale R. C., Jeong D.-Y., Ryu J. Current Status of Magnetolectric Composite Thin/Thick Films // *Advances in Condensed Matter Physics*. 2012. 1687-1693. DOI: 10.1155/2012/824643
3. Fuentes-Cobas L. E., Matutes-Aquino J. A., Fuentes-Montero M. E. *Handbook of Magnetic Materials*. Vol. 19. Ed. H. J. K. Buschow., Amsterdam, Elsevier, 2011. 129 p.
4. Duc N. H., Huong Giang D. T. Multiferroic magneto-electrostrictive composites and applications // *Advanced Magnetism and Magnetic Materials*. Vol. 2: Aspects of magneto-electrostrictive materials and applications. 2015. P. 141-271.
5. Dong S. X., Li J. F., Viehland D. Voltage gain effect in a ring-type magneto-electric laminate // *Applied Physics Letterst.* 2004. 84. 4188-4190. DOI: 10.1063/1.1756676
6. Dong S., Li J. F., Viehland D. A strong magnetolectric voltage gain effect in magnetostrictive-piezoelectric composite // *Applied Physics Letterst.* 2004. 85. 3534-3536. DOI: 10.1063/1.1786631
7. Dong S. X., Bai J. G., Zhai G. Y., Li J. F., Lu G. Q., Viehland D., Zhang S. J., Shrou T. R. Circumferential-mode, quasi-ring-type, magnetolectric laminate composite-a highly sensitive electric current and/or vortex magnetic field sensor // *Applied Physics Letterst.* 2005. 86. 182506. DOI: 10.1063/1.1923184

8. Huong Giang, D. T., Tam, H. A., Ngoc Khanh, V. T., Vinh N.T., Anh Tuan P., Van Tuan N., Thi Ngoc N., Duc N. H. Magnetolectric Vortex Magnetic Field Sensors Based on the Metglas/PZT Laminates // *Sensors*. 2020. 20(10). 2810. DOI: 10.3390/s20102810
9. Evan M., John K., George N., Stephen V., James K. Determination of resonant frequency of a piezoelectric ring for generation of ultrasonic waves // *Innovative Systems Design and Engineering*. 2011. 2(4). 103-110.

### References

1. Bichurin M. I., Viehland D. Magnetolectricity in Composites. New York, CRC Press: Boca Raton, 2011. 270 p.
2. Kambale R. C., Jeong D.-Y., Ryu J. Current Status of Magnetolectric Composite Thin/Thick Films // *Advances in Condensed Matter Physics*. 2012. 1687-1693. DOI: 10.1155/2012/824643
3. Fuentes-Cobas L. E., Matutes-Aquino J. A., Fuentes-Montero M. E. Handbook of Magnetic Materials. Vol. 19. Ed. H. J. K. Buschow., Amsterdam, Elsevier, 2011. 129 p.
4. Duc N. H., Huong Giang D. T. Multiferroic magneto-electrostrictive composites and applications // *Advanced Magnetism and Magnetic Materials*. Vol. 2: Aspects of magneto-electrostrictive materials and applications. 2015. P. 141-271.
5. Dong S. X., Li J. F., Viehland D. Voltage gain effect in a ring-type magnetolectric laminate // *Applied Physics Letterst*. 2004. 84. 4188-4190. DOI: 10.1063/1.1756676
6. Dong S., Li J. F., Viehland D. A strong magnetolectric voltage gain effect in magnetostrictive-piezoelectric composite // *Applied Physics Letterst*. 2004. 85. 3534-3536. DOI: 10.1063/1.1786631
7. Dong S. X., Bai J. G., Zhai G. Y., Li J. F., Lu G. Q., Viehland D., Zhang S. J., Shrou T. R. Circumferential-mode, quasi-ring-type, magnetolectric laminate composite-a highly sensitive electric current and/or vortex magnetic field sensor // *Applied Physics Letterst*. 2005. 86. 182506. DOI: 10.1063/1.1923184
8. Huong Giang, D. T., Tam, H. A., Ngoc Khanh, V. T., Vinh N.T., Anh Tuan P., Van Tuan N., Thi Ngoc N., Duc N. H. Magnetolectric Vortex Magnetic Field Sensors Based on the Metglas/PZT Laminates // *Sensors*. 2020. 20(10). 2810. DOI: 10.3390/s20102810
9. Evan M., John K., George N., Stephen V., James K. Determination of resonant frequency of a piezoelectric ring for generation of ultrasonic waves // *Innovative Systems Design and Engineering*. 2011. 2(4). 103-110.

### Информация об авторах

*Марков Иван Юрьевич* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0006-0918-5023, s247011@std.novsu.ru

*Ивашева Елена Евгеньевна* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-4492-4137, s246709@std.novsu.ru

*Соколов Олег Владимирович* – кандидат физико-математических наук, инженер-исследователь, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-3041-9537, Oleg.Sokolov@novsu.ru

*Леонтьев Виктор Сергеевич* – заведующий лабораторией, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-1313-1715, Viktor.Leontev@novsu.ru

*Бичурин Мирза Имамович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-0650-4712, Mirza.Bichurin@novsu.ru