

СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

1(139)'2025 BECTHIK

новгородского государственного университета

ВЕЛИКИЙ НОВГОРОД



НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ ЖУРНАЛ

Серия «Технические науки»

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР ЕФРЕМЕНКОВ А. Б., д.т.н., доцент

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

БИЧУРИН М. И., д.ф.-м.н., проф., научный редактор (Великий Новгород, Россия)

ЗАХАРОВ А. Ю., д.ф.-м.н., проф., научный редактор (Великий Новгород, Россия)

ПЕТРОВ В. М., д.т.н., проф., ответственный секретарь (Великий Новгород, Россия)

АВЕРКИЕВ Н. С., д.ф.-м.н., проф. (Санкт-Петербург, Россия)

БУГАЁВ А. С., д.ф.-м.н., проф., академик РАН (Москва, Россия)

БЫСТРОВ Н. Е., д.т.н., доцент, (Великий Новгород, Россия)

ГАВРУШКО В. В., д.т.н., проф. (Великий Новгород, Россия)

ЕДЕМСКИЙ В. А., д.ф.-м.н., доцент (Великий Новгород, Россия)

ЗАВОРОТНЕВ Ю. Д., д.ф.-м.н., с.н.с. (Донецк, Россия)

ЗАХАРОВ М. А., д.ф.-м.н., доцент (Великий Новгород, Россия)

КАРТАШИНСКАЯ Е. С., д.хим.н. (Донецк, Россия)

МАЛАШЕНКО В. В., д.ф.-м.н., проф. (Донецк, Россия)

НЕМОВ С. А., д.ф.-м.н., проф. (Санкт-Петербург, Россия)

ПЕТРОВ Р. В., д.ф.-м.н., доцент (Великий Новгород, Россия)

RASSOLOV V. A., PhD., prof. (Columbia, South Carolina, USA)

САМСОНОВ В. М., д.ф.-м.н., проф. (Тверь, Россия)

УЧАЙКИН В. В., д.ф.-м.н., проф. (Ульяновск, Россия)

ЭМИНОВ С. И., д.ф.-м.н., проф. (Великий Новгород, Россия)

WANG YAOJIN, PhD, prof. (Nankin, China)

Учредитель и издатель – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»

Адрес издателя и редакции: 173003, Россия, Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, 41, ауд. 1308 Факс: +7(8162)974526; Тел.: +7(8162)338830 E-mail: vestnik@novsu.ru

https://vestnovsu.elpub.ru/

ВЕСТНИК НОВГОРОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА 1 (139) ' 2025

Оригинал-макет подготовлен редакцией журнала «Вестник НовГУ» Верстка Т. С. Григорьева Художественное оформление В. В. Попович Дизайн обложки И. А. Чижикова

Свидетельство ПИ № 77-17766 от 10.03.2004 Министерства Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Выходит не менее четырех раз в год

Подписано в печать 09.04.2025 Дата выхода 11.04.2025 Формат 60×84 1/8. Печать офсетная. Тираж 500 экз. Усл. печ. л. 18,95. Уч.-изд. л. 7,93.

Отпечатано: ИП Копыльцов П. И., 394052, Россия, Воронеж, ул. Маршала Неделина, 27, кв. 56



(16+) © Вестник НовГУ, 2025



ISSN 2076-8052

1 (139) ' 2025

OF NOVGOROD STATE UNIVERSITY



SCIENTIFIC THEORETICAL AND ENGINEERING JOURNAL

Issue "ENGINEERING SCIENCES"



1 (139) ' 2025

Chief Editor

EFREMENKOV A. B., Dr of Engineering, Assoc. Prof. EDITORIAL BOARD:

BICHURIN M. I., Dr of Physics and Mathematics, Prof., Science Editor (Veliky Novgorod, Russia)

ZAKHAROV A. Yu., Dr of Physics and Mathematics, Prof., Science Editor (Veliky Novgorod, Russia)

PETROV V. M., Dr of Engineering, Prof., Executive Editor (Veliky Novgorod, Russia)

AVERKIEV N. S., Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Saint Petersburg, Russia)

BUGAYOV A. S., Dr of Physics and Mathematics, Prof., Member of Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia)

BYSTROV N. E., Dr of Engineering, Assoc. Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

GAVRUSHKO V. V., Dr of Engineering, Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

EDEMSKIY V. A., Dr of Physics and Mathematics, Assoc. Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

ZAVOROTNEV Yu. D., Dr of Physics and Mathematics, senior researcher (Donetsk, Russia)

ZAKHAROV M. A., Dr of Physics and Mathematics, Assoc. Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

KARTASHYNSKAYA E. S., Dr of Chemistry (Donetsk, Russia)

MALASHENKO V. V., Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Donetsk, Russia)

NEMOV S. A., Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Saint Petersburg, Russia)

PETROV R. V., Dr of Physics and Mathematics, Assoc. Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

RASSOLOV V. A., PhD., Prof. (Columbia, South Carolina, USA)

SAMSONOV V. M., Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Tver', Russia)

UCHAIKIN V. V., Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Ulyanovsk, Russia)

EMINOV S. I., Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

WANG YAOJIN, PhD, Prof. (Nankin, China)

Founder and Publisher – Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Yaroslav-the-Wise Novgorod State University"

Postal address of Publisher and Editorial Staff:

Yaroslav-the-Wise Novgorod State University, Russia, 173003, Veliky Novgorod, ul. Bolshaya Sankt-Peterburgskaya, 41, room 1308 Fax: +7(8162)974526; Tel.: +7(8162)338830 E-mail: vestnik@novsu.ru

https://vestnovsu.elpub.ru/

VESTNIK OF NOVGOROD STATE UNIVERSITY 1 (139) ' 2025

Camera-ready copy is prepared by the journal *Vestnik NovSU* Editorial Staff Layout T. S. Grigoreva Art work V. V. Popovich Cover design I. A. Chizhikova

Printed publication license no. 77-17766 of 10 March, 2004, issued by Ministry of the Russian Federation for Affairs of the Press, Television and Radio Broadcasting and Mass Communication Media

The journal is published quarterly.

Signed to print on 09.04.2025 Publication date 11.04.2025 Sheet size 60×84 1/8. Offset printing. Number of printed copies: 500. Conventionally printed sheet 18.95.

Printed by IE Kopyltsov P. I. Russia, 394052, Voronezh, ul. Marshala Nedelina, 27-56



(16+) © Vestnik NovSU, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

7 Обращение к читателям РАДИОФИЗИКА Емлин Р. В., Морозов П. А., Яшнов Л. Ю. Электрореактивный импульсный плазменный двигатель с разрядной камерой из сегнетокерамики 11 Камара М., Медников С. В. Моделирование работы составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics 22 Павлов Д. В. Оценка зашумлённости гироскопического канала инерциальной системы ориентации и навигации 34 Проскурин Д. К., Пастернак Ю. Г., Фёдоров С. М., Ищенко Е. А., Медведев А. Е. диаграммообразующего устройства Реализация на основе апланатической линзы для реализации сканирующей антенной системы радиолокатора 44 Сюсюка Е. Н., Писарева П. М. Анализ влияния вспышек на Солнце на работу спутниковых систем 55 СИСТЕМЫ, СЕТИ И УСТРОЙСТВА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А. Компьютерное моделирование одномодового режима работы гиперспектральной системы на базе интерферометра Фабри-Перо и трехканального матричного фотоприемника 69 Кулаков И. Ю., Андреев И. А., Петров Р. В. Использование архитектур операционных систем для персональных компьютеров в 2024 году: анализ статистики 82 ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ Захаров Α. Ю. Классическая релятивистская динамика системы взаимодействующих атомов: гамильтонова форма 91 Зернин Е. А., Петрова Е. Д., Сапожков С. Б. Анализ микроструктуры и

Зубков В. В., Майфат Д. А., Зубкова А. В. Динамика частиц, взаимодействующих посредством скалярного поля 108

соединений,

полученных

100

неразъемных

с применением нанопорошка вольфрама

микротвердости

Мисили	<i>ін В.А.,</i>	Кузьмин	Е. В.,	Петров	Р. В.	Исследование	характеристик
	магнито	электриче	ских эл	пементов	магни	тоэлектрическо	го синхронного
	генерато	opa					

Михайлов Д. Л., Ермишкин В. А., Минина Н. А. Сравнение кинетических	
характеристик твердофазного превращения ГЦК структур	
хромоникелевых сплавов Х30Н60М9 и Х23Н65М13 в температурном	
интервале 490–620⁰С по данным дилатометрического анализа	
и формулы количества запасенной энергии	135

123

- *Эминов С. И., Сочилин А. В.* Теория интегральных уравнений вибраторных антенн в работах П. Л. Капицы, В. А. Фока и Л. А. Вайнштейна 151
- Требования к публикации статей в научном журнале «Вестник НовГУ» 163

CONTENTS

Address to readers	7
RADIOPHYSICS	
<i>Emlin R. V., Morozov P. A., Yashnov L. Yu.</i> Pulsed plasma thruster with a ferroelectric ceramics discharge unit	11
Camara M., Mednikov S. V. Simulation of the operation of a composite vibrator in the COMSOL Multiphysics media	22
Pavlov D. V. Noise assessment of the gyroscopic channel of the inertial orientation and navigation system	34
Proskurin D. K., Pasternak Yu. G., Fyodorov S. M., Ishchenko E. A., Medvedev A. E. Implementation of a beamforming device based on an aplanatic lens for the implementation of a radar scanning antenna system	44
Syusyuka E. N., Pisareva P. M. Analysis of the effect of solar flares on the operation of satellite systems	55
TELECOMMUNICATION SYSTEMS, NETWORKS, AND DEVICES	
TELECOMMUNICATION SYSTEMS, NETWORKS, AND DEVICES <i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A.</i> Computer simulation of single-mode of operation of a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer and a three-channel matrix sensor	69
 Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A. Computer simulation of single-mode of operation of a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer and a three-channel matrix sensor Kulakov I. Yu., Andreev I. A., Petrov R. V. Using the operating system architectures for personal computers in 2024: statistic analyses 	69 82
 Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A. Computer simulation of single-mode of operation of a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer and a three-channel matrix sensor Kulakov I. Yu., Andreev I. A., Petrov R. V. Using the operating system architectures for personal computers in 2024: statistic analyses CONDENSED MATTER PHYSICS 	69 82
 TELECOMMUNICATION SYSTEMS, NETWORKS, AND DEVICES <i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A.</i> Computer simulation of single-mode of operation of a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer and a three-channel matrix sensor <i>Kulakov I. Yu., Andreev I. A., Petrov R. V.</i> Using the operating system architectures for personal computers in 2024: statistic analyses CONDENSED MATTER PHYSICS <i>Zakharov A. Yu.</i> Classical relativistic dynamics of a system of interacting atoms: Hamiltonian form 	69 82 91
 TELECOMMUNICATION SYSTEMS, NETWORKS, AND DEVICES <i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A.</i> Computer simulation of single-mode of operation of a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer and a three-channel matrix sensor <i>Kulakov I. Yu., Andreev I. A., Petrov R. V.</i> Using the operating system architectures for personal computers in 2024: statistic analyses CONDENSED MATTER PHYSICS <i>Zakharov A. Yu.</i> Classical relativistic dynamics of a system of interacting atoms: Hamiltonian form <i>Zernin E. A., Petrova E. D., Sapozhkov S. B.</i> Analysis of the microstructure and microhardness of integral joints obtained using tungsten nanopowder 	69 82 91 100

Misilin V. A., Kuzmin E. V., Petrov R. V. Study of magnetoelectric elements characteristics for magnetoelectric synchronous generator	123
Mikhailov D. L., Ermishkin V. A., Minina N. A. Comparison of the kinetic characteristics of the solid-phase transformation of FCC structures of chromium-nickel alloys KH30N60M9 and KH23N65M13 in the temperature range 490–620°C according to dilatometric analysis and the formula for the amount of stored energy	135
Eminov S. I., Sochilin A. V. The theory of integral equations dipole antennas in the works of P. I. Kapitsa, V. A. Fock and L. A. Weinstein	151
Requirements for publishing articles in the scientific journal "Vestnik NovSU"	163

ОБРАЩЕНИЕ К ЧИТАТЕЛЯМ

Дорогие коллеги и читатели журнала «Вестник НовГУ»!

Как известно, журнал «Вестник НовГУ» входит в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК РФ (категория К2), в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук по многим специальностям технических и физико-математических наук. Совсем недавно, 19 декабря 2024 года, произошло знаковое событие в диссертационном совете Новгородского государственного университета имени Ярослава Мудрого (председатель – профессор М. И. Бичурин) состоялись первые защиты диссертаций. Исследования были кандидатских подготовлены по специальностям 1.3.4. «Радиофизика» (технические науки) и 1.3.8. «Физика конденсированного состояния» (физико-математические науки), основные результаты которых опубликованы в научном журнале «Вестник НовГУ». Приятно отметить, что одна из работ уже 4 марта 2025 года утверждена ВАК РФ, 27 марта 2025 года утверждена и вторая диссертационная работа. а Редколлегия журнала диссертационный совет 24.2.346.03 поздравляют И Никитина Александра Олеговича и Калитова Михаила Андреевича с утверждением ВАК РФ ученых степеней кандидатов физико-математических и технических наук соответственно, присужденных нашим диссертационным советом.

Редколлегия журнала «Вестник НовГУ» стремится к поддержанию высокого научного уровня публикуемых материалов И оперативному рассмотрению поступающих статей. Мы обеспечиваем качественное рецензирование и редакционную подготовку текстов, чтобы помочь авторам донести результаты своих исследований до широкой научной аудитории читателей, которые безусловно заинтересованы знаний обсуждении И распространении актуальных фундаментального в и прикладного характера.

Особое внимание уделяется соответствию публикаций требованиям ВАК РФ, что гарантирует признание научных достижений соискателей ученых степеней. Журнал «Вестник НовГУ» открыт для сотрудничества с исследователями из различных областей технических и физико-математических наук. Мы приглашаем соискателей ученых степеней, докторантов и научных сотрудников активно участвовать в системе аттестации научно-педагогических кадров в области физико-ПОДГОТОВКИ И математических и технических наук НовГУ и представлять результаты своих «Вестник НовГУ», исследований не только на страницах журнала

7

но и в диссертационном совете 24.2.346.03. Публикация в нашем журнале – это важный шаг на пути к успешной защите диссертации и признанию ваших научных достижений.

С требованиями к оформлению статей и правилами подачи рукописей можно ознакомиться на официальном сайте НовГУ в разделе, посвященном научнотеоретическому и прикладному журналу «Вестник НовГУ». Мы желаем нашим авторам и читателям больших успехов в научном поиске и ждем ваши работы по адресу электронной почты журнала vestnik@novsu.ru!

Доктор физико-математических наук, член редколлегии журнала «Вестник НовГУ», ученый секретарь диссертационного совета 24.2.346.03

М. А. Захаров

ADDRESS TO READERS

Dear colleagues and readers of Vestnik NovSU!

As you know, the journal "Vestnik NovSU" is included in the list of peer-reviewed scientific publications of the HAC RF (the Higher Attestation Commission of the Russian Federation), category K2. The HAC publications are meant for those who want to display their main scientific results of dissertations for the degree of candidate and doctor of science in many majors of technical, physical and mathematical sciences. Quite recently, on 19th of December 2024, a milestone event took place – the first defences of PhD were held in the Dissertation Council of Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (chaired by Professor Mirza Bichurin). The researches were prepared in the majors 1.3.4. "Radiophysics" (Engineering) and 1.3.8. "Condensed-matter Physics" (Physics and Mathematics). The main results were published in the scientific journal "Vestnik NovSU". It is a great pleasure to note that one of the papers was approved by the HAC RF on 4th of March 2025, and the second dissertation was also approved on 27th of March 2025. The Editorial Board of "Vestnik NovSU" and the Dissertation Council 24.2.346.03 congratulate Alexander Nikitin and Mikhail Kalitov on the approval of the PhD in Physics and Mathematics and PhD in Engineering by HAC RF, respectively, awarded by our Dissertation Council.

The editorial board of the journal "Vestnik NovSU" strives to maintain a high scientific level of published materials and prompt review of incoming articles. We provide high-quality reviewing and editorial preparation of papers in order to help authors to bring the results of their research to a wide scientific audience of readers, who are certainly interested in the discussion and dissemination of relevant knowledge of fundamental and applicable nature.

Emphasis is placed on the compliance of publications with the requirements of HAC RF, which guarantees the recognition of scientific achievements of degree candidates. The journal "Vestnik NovSU" is open for cooperation with researchers from various fields of technical, physical and mathematical sciences. We invite degree candidates, doctoral students and research workers to actively participate in the system of training and certification of academic staff in the field of physical, mathematical and technical sciences of NovSU and present the results of their research not only on the pages of the journal "Vestnik NovSU", but also in the Dissertation Committee 24.2.346.03. Publication in our journal is an important step on the way to successful defence of your PhD and recognition of your scientific achievements.

The requirements for the execution of articles and rules of manuscript submission can be found on the official website of NovSU in the section devoted to the scientific-theoretical and applicable journal "Vestnik NovSU". We wish our authors and readers great success in their scientific research and are waiting for your papers by the e-mail vestnik@novsu.ru!

Dr. Sci. in Physics and Mathematics, editorial board member of "Vestnik NovSU" journal, scientific secretary of the Dissertation Committee 24.2.346.03

Maxim Zakharov

РАДИОФИЗИКА

УДК 533.9.03:533.9.07 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).11-21 Поступила в редакцию / Received 23.01.2025 ГРНТИ 29.27.07+29.27.49 Специальность ВАК 1.3.4. Принята к публикации / Accepted 28.03.2025

Научная статья

ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНЫЙ ИМПУЛЬСНЫЙ ПЛАЗМЕННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С РАЗРЯДНОЙ КАМЕРОЙ ИЗ СЕГНЕТОКЕРАМИКИ

Емлин Р. В.¹, Морозов П. А.¹, Яшнов Л. Ю.²

¹ Институт Электрофизики УрО РАН (Екатеринбург, Россия) ² НИИ Машиностроения (Нижняя Салда, Россия)

Аннотация. Подтверждена возможность использования эффекта высоковольтного (до 20 кВ) разряда по поверхности сегнетоэлектрической керамики на основе титаната бария (BaTiO₃) для создания импульсных плазменных абляционных двигателей коррекции для космических аппаратов. Такие ИПАД могут быть использованы для малых ИСЗ микро- и нано- классов (кубсатов), которые создаются как университетами, так и частными компаниями. На изготовленном макете частотного коаксиального импульсного плазменного двигательного блока с потреблением от бортовой сети до 50 Вт при использовании разрядов субмикросекундной длительности (<0,1 мкс) получена секундная тяга, регулируемая от 2 до 28 мкН·с. Спектры скоростей ионизованных компонент плазменных пучков поверхностного разряда простираются до 100 км/с.

Ключевые слова: электроразрядный плазменный двигатель, сегнетокерамика, поверхностное перекрытие диэлектриков, кубсаты.

Для цитирования: Емлин Р. В., Морозов П. А., Яшнов Л. Ю. Электрореактивный импульсный плазменный двигатель с разрядной камерой из сегнетокерамики // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 11–21. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).11-21

Research Article

PULSED PLASMA THRUSTER WITH A FERROELECTRIC CERAMICS DISCHARGE UNIT

Emlin R. V.¹, Morozov P. A.¹, Yashnov L. Yu.²

¹ Institute of Electrophysics UB RAS, Yekaterinburg, Russia ² Research and Development Institute of Mechanical Engineering

Abstract. In this paper, we consider the applicability of the high-voltage surface flashover on ferroelectric ceramics in pulsed plasma thrusters. We made a thruster prototype based of high-voltage submicrosecond discharge. The power of the thruster is ~50 W, operation frequency is a few hundreds Hz, discharge voltage is ~20 kV, and weight about 400 g. The material of the discharge unit is barium titanate contained ceramics. The obtained values of thrust lie in the range 2-28 μ N·s. The obtained velocities of the ion component of the plasma flow are up to ~100 km/s.

Keywords: pulsed plasma thruster, ferroelectrics ceramics, surface discharge, frequency mode, cubesats.

For citation: Emlin R. V., Morozov P. A., Yashnov L. Yu. Pulsed plasma thruster with a ferroelectric ceramics discharge unit // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 11–21. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).11-21

Введение

В ноябре 1964 года с космодрома Байконур к планете Марс был запущен космический аппарат Зонд-2. Управление пространственной ориентацией радиоантенн для связи с Землёй осуществлялось электрическими абляционными реактивными двигателями малой тяги (ЭРД). Двигатели подобного типа способны работать в условиях космического полёта: высокие перегрузки при запуске корабля и других манёврах, глубокий вакуум окружающего пространства, воздействие температур от –150 °C до высоких положительных, при этом они длительно и с высокой надёжностью сохраняют работоспособность и управляемость.

Методы создания реактивной тяги на основе электрических и магнитных эффектов характеризуются многими необходимыми в системах управлениями качествами: постоянная готовность и высокая оперативность запуска и выключения, компактность и относительно малый вес, прецизионная регулировка силы тяги с точностью до 10-6 Н, особенно у импульсных плазменных двигателей (ИПД), что и обуславливает их преимущества над химическими источниками тяги [1]. Эти системные свойства и конкретные характеристики развиваемой тяги позволяют использовать их для осуществления разнообразных манёвров искусственными спутниками Земли, в особенности большими космическими станциями: стабилизация параметров орбиты, поддержание необходимой ориентации установленных на ИСЗ аппаратов, в том числе фотоаппаратуры, антенн, телескопов, лазерных устройств, достижение необходимого взаимного положения при стыковке с прибывающими транспортными космическими кораблями, а также управление ориентацией двигателей [2, 3]. торможения при спуске Землю Такое разнообразие функций, на а также необходимость резервирования требует наличия большого числа этих двигателей в составе двигательной установки системы ориентации. Эти условия функционирования требуют от разработчиков и конструкторов в первую очередь сосредоточить усилия на уменьшении массы этих рассчитанных на годы работы ЭРД.

К удовлетворяющим этим требованиям относятся в первую очередь плазменные импульсные электроразрядные двигатели абляционные (АПИД). Это наиболее часто используемый вариант благодаря простоте и надёжности конструкции разрядной камеры и электродов для создающего реактивную тягу электрического разряда по поверхности рабочего тела. В зависимости от параметров разрядного процесса (напряжение, амплитуда и длительность тока разряда, запасаемая в накопителе энергия, химическая природа диэлектрического материала, по поверхности которого развивается разряд) скорость генерируемого плазменного пучка составляет 3-50 км/с, а импульс отдачи при однократном разряде может достигать 50–100 мкН·с [4]. Наибольший вклад в массу ЭРД такого типа приходится на накопитель энергии _ конденсатор либо магнитный индуктор с преобразователями напряжения. В этой связи одним из перспективных и реально

12

осуществимых путей улучшения массогабаритных параметров ЭРД систем ориентации космических аппаратов (КА) является уменьшение энергозапаса в выходном каскаде генератора тока до субджоульного уровня (порядка и менее одного джоуля) и достигаемое в результате уменьшение массы и габаритов батареи конденсаторов, повышение частоты разрядов и возможность использования магнитного накопителя энергии [5].

Основная часть

В 2017 году НИИ Машиностроения (Роскосмос) и Институтом электрофизики УрО РАН были выполнены экспериментальные исследования работы макетов двигательного блока частотного АПИД мощностью до 50 Вт [6, 7], в которых подача жидкого рабочего тела осуществлялась с помощью подвижной диэлектрической подложки. Особенность данного подхода состоит в использовании частоты следования в диапазоне сотен разрядов в секунду, при этом величина вводимой энергии в однократном разряде не превышает 0,1-0,5 Дж. При использовании в качестве жидкого рабочего тела углеводородных соединений максимальные скорости ионов в плазменном потоке достигали значений более 100 км/с. Однако длительное применение подобных рабочих тел на основе вакуумного масла нежелательно из-за образования проводящих пленок на внешних элементах бортовой аппаратуры КА. Использование в качестве подложки сегнетоэлектрической керамики продемонстрировало возможность использования эффективной генерации плазменного пучка при высоковольтном (до 20 кВ) разряде по поверхности сегнетоэлектрика из титаната бария (BaTiO₃) в вакууме [8] при создании импульсных ЭРД плазменных для космических аппаратов микро-И наноклассов. Поэтому с 2021 года в НИИ Машиностроения совместно с ИЭФ УрО РАН были начаты работы по созданию компактного ИПД с коаксиальными электродами, в котором плазменный пучок формируется с использованием для разрядной камеры и в качестве рабочего тела композиции на основе BaTiO₃.

Принципиальная электрическая схема двигательного блока коаксиального АПИД, обеспечивающего потребляемую энергию 80 мДж/разряд, представлена на рисунке 1. В таком ИПД с поверхностью керамики в форме диска радиальные разряды с частотой до 400° Гц происходят последовательно по всем азимутам, каждый последующий в новом секторе.

Энергия выходного импульса магнитной катушки составляла 60–100 мДж. Конструкция разрядной камеры схематически приведена на рисунке 2 (без системы подачи рабочего тела).



Рисунок 1. Импульсы напряжения амплитудой до 20 кВ длительностью 0,1–0,2 мкс подавались от индуктивных преобразователей (TV1 на схеме) различной конструкции [9]



- 6 изолирующая втулка
- 7 встречный поверхностный радиальный начальный разряд
- 8 ускоряемый плазменный сгусток

Для измерения параметров тяги макет двигателя располагался на автономном тягоизмерительном подвесе в вакуумной камере объёмом 0,2 м³ вместе с батареей питания и блоком управления. Период колебаний измерительного баллистического

крутильного маятника оставлял более 100 с. Запуск разрядов осуществлялся по оптическому каналу от лазерного источника. На рисунке 3 показана фотография свечения плазменного факела в вакуумной камере при частоте разрядов 100° Гц. Величина реактивного импульса *p* = *mV* измерялась в вакууме как при разряде по нанесённому на сегнетокерамику тонкому слою жидкого диэлектрика, так и при электрическом перекрытии по собственной поверхности сегнетокерамики. При использовании слоя жидкого рабочего тела, например вакуумного масла, нанесённого на поверхность керамики, величина импульса отдачи заметно выше, чем при разрядах по сухой керамике.



Рисунок 3. Фотография разрядного факела в вакуумной камере

Проведённые с использованием разработанного макета ЭРД измерения расхода массы рабочего тела показывают, что разрядный процесс по сегнетокерамике с большой величиной диэлектрической проницаемости характеризуется тем, что благодаря хорошему КПД ввода энергии в плазменный пучок удельный расход составляет величину порядка 0,5 мкг/Дж. При этом в пучке регистрируется значительный вклад ионизованной фракции, составляющей до 10% от общего количества ускоренного вещества.

На тягоизмерительном стенде ИЭФ УрО РАН с высокочувствительным баллистическим подвесом [10] было также проведено исследование зависимости тяги разработанного макета от режимов работы для нескольких рабочих тел.

Макет АПИД с блоком питания размещался в вакуумной камере в герметичной капсуле на платформе крутильных весов, а управление режимом работы осуществлялось через стеклянное окно световым сигналом. Масса разрядного блока с высоковольтным трансформатором составляет около 400 г.

Эксперимент проводился двумя различными способами. Измерялся импульс тяги расположенного на подвесе макета частотного ЭРД, развиваемый при подаче пакета из 400 высоковольтных импульсов микросекундного диапазона в течение одной секунды при амплитуде напряжения 20 кВ, либо импульс воздействия плазменного пучка от неподвижного макета на мишень, подвешенную на этих крутильных весах. Импульс тяги вычислялся по углу поворота этого баллистического крутильного маятника. Величина импульса тяги, измеренная в этих условиях для «эталонного» рабочего тела – политетрафторэтилена (ФП-4) равна 19 мкН·с, а для сегнетокерамики 28 мкН с. Измерения с использованием сухой поверхности величины показывают, что импульс отдачи достигает керамики порядка 0,07 мкН с/разряд.

Сравнение данных, получаемых в двух режимах измерения – по импульсу отдачи самого макета двигателя и в режиме измерения угла поворота мишени, на которую был направлен плазменный пучок, показывает, что хорошее согласие наблюдается, если принять для мишени (профилированная пластина из алюминия АМг6) степень аккомодации пучка близкой к единице.

Одной из наиболее важных характеристик плазменного пучка, генерируемого на поверхности рабочего тела, является скорость истечения компонент плазмы и её диаграмма направленности [11]. Для этих измерений использовались плазменные датчики–цилиндры Фарадея с небольшим отрицательным потенциалом центрального электрода для отклонения электронной компоненты. На рисунке 4 приведены полученные осциллограммы суммарного тока в реактивной плазменной струе, создаваемого ионизованными компонентами плазменного пучка в телесном угле всей диаграммы направленности на расстоянии 50 см от поверхности разряда.



Рисунок 4. Осциллограммы тока ионов на расстоянии 50 см от поверхности разряда, полученные при частоте следования разрядов 1–100 Гц

особенностей пробоя Для исследования механизма поверхностного по сегнетокерамике при старте процесса с положительного электрода были проведены измерения скорости распространения свечения на фронте развивающегося процесса пробоя и формы свечения начальной стадии разряда. Для этого был использован генератор импульсов длительностью 30 наносекунд с фронтом нарастания напряжения порядка t<2 нс [12]. Фотография свечения канала пробоя приведена на рисунке 5. При подаче напряжения на электроды в начале разрядного процесса происходит распространение фронта поверхностного перекрытия, характеризующееся потреблением относительно небольшого тока, приводящее к формированию между электродами тонкого проводящего плазменного приповерхностного слоя с формой в виде разветвлённых дендритов.

Это подтверждается локальным свечением разрядного сектора, часто в виде дендритной структуры, особенно хорошо выраженной при условии старта пробоя с анода (на рисунке 5 анод слева). При длине разрядного промежутка 1 см суммарное время формирования этого проводящего слоя составляет порядка 10–12 наносекунд, что соответствует скорости продвижения процесса ионизации по поверхности материала порядка 10⁸ см/с. Далее с ростом тока разряда до нескольких килоампер сила Ампера и газодинамические силы отрывают плазму от поверхности, и параллельное к разрядной поверхности собственное магнитное поле контура разрядного тока через плазму ускоряет этот плазменный реактивный сгусток.



Рисунок 5. Дендритная структура разряда по поверхности сегнетокерамики

В процессе этих испытаний были также проведены измерения кинетических параметров и масс-ионного состава ионизованной компоненты испускаемого плазменного пучка для нескольких предлагаемых сегнетоэлектрических рабочих тел при воздействии этими модельными импульсами наносекундной длительности (ток разряда 2–6 кА). Масс-ионные спектры ионизованных компонент плазмы показывают, что в этом режиме разряда преобладающей заряженной компонентой пучка являются одно- и двухзарядные ионы кислорода и имеется заметный вклад однозарядных кластеров, состоящих из нескольких атомов, включая титан и барий.

Заключение

Сравнение характеристик разработанного макета частотного импульсного плазменного двигателя с разрядной камерой из сегнетокерамики мощностью порядка 50 ватт с известными АПИД, близкими по секундной энергетике разрядов, приведено в таблице 1.

Таблица 1. Сравнительные характеристики	макета	частотного	импульсного	плазменного	двигателя с
разрядной камерой					

Тип ЭРД	АПИД ЕО-1 [4] (Европа)	АПИД-8 НИИ ПМЭ [13] (Москва)	ДБ-50Вт НИИМаш
Энергия разряда, Дж	56	8	0,05
Частота импульсов, Гц	1	15	30400
Средняя мощность, Вт	60	1040	225
Рабочее тело	ΠΤΦЭ	ΠΤΦЭ	вак. масло ВМ5
Удельный импульс V/g, [c]	1040	520	1060
Единичный имп. тяги, мкН·с	860	140	0,07
Средняя тяга, мН	0,86	0,110,22	0,0020,028
Цена тяги, Вт/мН	70	90	85 (400Гц)

Результаты этих исследований подтверждают возможность использования эффекта высоковольтного (до 20 кВ) разряда по поверхности сегнетоэлектрика на основе титаната бария (BaTiO₃) для создания импульсных плазменных ЭРД космических аппаратов мини- и микроклассов. Такие ИПД могут быть использованы для малых космических аппаратов – кубсатов, которые создаются как некоторыми университетами, так и частными компаниями. Изготовленный макет частотного коаксиального импульсного плазменного двигательного блока с сегнетокерамической разрядной камерой имеет характеристики, представленные в таблице 2. Таблица 2. Характеристики частотного коаксиального импульсного плазменного двигательного блока с сегнетокерамической разрядной камерой

Потребляемая электрическая мощность, Вт	от 7 до 50
Секундная тяга, мН	от 0,002 до 0,028
Частота разрядов, Гц	от 30 до 400
Удельный импульс, секунды	не меньше 1000
Габаритные размеры, мм	не больше 60х60х60
Вес ДУ, кг	не больше 0,4

Проведенные ресурсные испытания ИПД (50 Вт) в «сухом режиме», на частоте разрядов 400 Гц подтвердили безотказную работу в течение двух часов при времени генерации разрядных цугов 1 секунда и паузе в 1 с. Общее число единичных разрядов при этом составило более 2,5 миллионов включений. При изготовлении лабораторных образцов АПИД применялись общедоступные материалы и комплектующие элементы.

Список литературы

1. Ионные, плазменные и дуговые ракетные двигатели: сборник статей / пер. с англ. Москва: Госатомиздат, 1961. 407 с.

2. Гильзин К. А. Электрические межпланетные корабли. Москва: Наука, 1964. 319 с.

3. Кульков В. М., Обухов В. А., Егоров Ю. Г., Белик А. А., Крайнов А. М. Сравнительная оценка эффективности применения перспективных типов электроракетных двигателей в составе малых космических аппаратов // Вестник Самарского государственного авиакосмического университета (национальный исследовательский университет). 2012. 3–1 (34). 187–195.

4. Benson S. W., Arrington L. A., Hoskins W. A. Development of a PPT for the EO-1 Spacecraft // American Institute of Aeronautics and Astronautics 35th Joint Propulsion Conference and Exhibit, Los Angeles, CA, USA (20–24 June 1999). 35th Joint Propulsion Conference and Exhibit. Development of a PPT for the EO-1 spacecraft. Los Angeles, CA, 1999. URL: https://tesble.com/10.2514/6.1999-2276 (Дата обращения: 02.01.2025). DOI: 10.2514/6.1999-2276

5. Shein J., Qi N., Binder R., Krishan M. Inductive energy storage driven vacuum arc thruster // Review of Scientific Instruments. 2002. 73 (2). 925–927. DOI: 10.1063/1.1428784

6. Ермилов В. А., Казанкин Л. Ф., Потабачный Л. А., Емлин Р. В., Морозов П. А. Исследование влияния внешнего магнитного поля на величину тяги высоковольтного наносекундного импульсного двигателя // Космическая техника и технологии. 2018. 3 (22). 82–89.

7. Яшнов Л. Ю., Потабачный Л. А. Патент № 2757304 Российская Федерация, МПК F-3H 1/00 (2006/01). Импульсный плазменный коаксиальный ракетный двигатель на жидком рабочем теле: 2019137141: заявл. 19.11.2019; опубл. 13.10.2021; заявитель АО «Научно-исследовательский институт машиностроения» (АО «НИИМаш»). 8 с. 8. Месяц Г. А. Электронная эмиссия из сегнетоэлектрических плазменных катодов // Успехи физических наук. 2008. 178 (1). 85–108. DOI: 10.3367/UFNr.0178.200801e.0085

9. Балагуров В. А. Аппараты зажигания. Москва: Машиностроение,1968. 352 с.

10. Buldashev S. A., Emlin R. V., Morozov P. A., Punanov I. F., Shcherbakov Ye. N., Yashnov L. Yu. Thrust characteristics of compact high-voltage pulsed plasma thruster utilizing liquid propellant //Journal of Physics: Conference series. 2021. 2064 (1). 012114. DOI: 10.1088/1742-6596/2064/1/012114

11. Морозов А. И. Введение в плазмодинамику. Москва: Физматлит, 2006. 572 с.

12. Morozov P., Punanov I., Lisencov V., Emlin R. Nanosecond surface flashover of ferroelectric capacitor ceramics at 70 kV // 7th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE-2020 online): abstracts. Tomsk, 14–25 September 2020. Tomsk: Publishing House of IAO SB RAS, 2020. 336–341.

13. Дьяконов Г. А., Любинская Н. В., Семенихин С. А., Хрусталёв М. М. Абляционный импульсный плазменный двигатель для малоразмерных космических аппаратов // Труды МАИ. 2014. 73. 19.

References

1. Ion, plasma and arc rocket engines: collection of articles / transl. from Eng. Moscow: Gosatomizdat, 1961. 407 p. (In Russian).

2. Gilzin K. A. Electrical interplanet spacecraft. Moscow: Nauka Publ., 1964. 319 p. (In Russian).

3. Kul'kov V. M., Obuhov V. A., Egorov Yu. A., Belik A. A. Comparison of the effectiveness of the use of promising types of electric rocket engines in small spacecraft // Bulletin of Samara State Aerospace University (National Research University). 2012. 3-1 (34). 187–195. (In Russian).

4. Benson S. W., Arrington L. A., Hoskins W. A. Development of a PPT for the EO-1 Spacecraft // American Institute of Aeronautics and Astronautics 35th Joint Propulsion Conference and Exhibit, Los Angeles, CA, USA (20–24 June 1999). 35th Joint Propulsion Conference and Exhibit. Development of a PPT for the EO-1 spacecraft. Los Angeles, CA, 1999. URL: https://tesble.com/10.2514/6.1999-2276 (Accessed: 02.01.2025). DOI: 10.2514/6.1999-2276

5. Shein J., Qi N., Binder R., Krishan M. Inductive energy storage driven vacuum arc thruster // Review of Scientific Instruments. 2002. 73 (2). 925–927. DOI: 10.1063/1.1428784

6. Yermilov V. A., Kazankin L. F., Potabachniy L. A., Emlin R. V., Morozov P. A. Investigation of the effect of an external magnetic field on the thrust of a high-voltage nanosecond pulse thruster // Space technic and technology. 2018. 3 (22). 82–89. (In Russian).

7. Yashnov L. Yu., Potabachny L. A. Patent No. 2757304 Russian Federation, IPC F-3H 1/00 (2006/01). Pulsed plasma coaxial rocket engine on a liquid working body: 2019137141: application 19.11.2019; published 13.10.2021; applicant JSC Scientific Research Institute of Mechanical Engineering (JSC NIIMash). 8 p. (In Russian).

8. Mesyats G. A. Electron emission from ferroelectric plasma cathodes // Achievements of Physical Sciences. 2008. 178 (1). 85–108. DOI: 10.3367/UFNr.0178.200801e.0085 (In Russian).

9. Balagurov V. A. Ignition devices. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1968. 352 p. (In Russian).

10. Buldashev S. A., Emlin R. V., Morozov P. A., Punanov I. F., Shcherbakov Ye. N., Yashnov L. Yu. Thrust characteristics of compact high-voltage pulsed plasma thruster utilizing liquid propellant //Journal of Physics: Conference series. 2021. 2064 (1). 012114. DOI: 10.1088/1742-6596/2064/1/012114

11. Morozov A. I. Introduction to plasmodynamics. Moscow: Fizmatlit, 2006. 572 p. (In Russian).

12. Morozov P., Punanov I., Lisencov V., Emlin R. Nanosecond surface flashover of ferroelectric capacitor ceramics at 70 kV // 7th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects (EFRE-2020 online): abstracts, Tomsk, 14–25 September 2020. Tomsk: Publishing House of IAO SB RAS, 2020. 336–341.

13. Daykonov G. A., Lyubinskaya N. V., Semenihin S. A., Hrustalev M. M. Ablation plasma thruster for small spacecraft // Trudy MAI. 2014. 73. 19. (In Russian).

Информация об авторах

Емлин Рафаил Вениаминович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, руководитель группы, Институт электрофизики УрО РАН (Екатеринбург, Россия), ORCID: 0000-0002-0475-1181, emlin@iep.uran.ru

Морозов Павел Александрович – младший научный сотрудник, Институт электрофизики УрО РАН (Екатеринбург, Россия), ORCID: 0000-0002-3602-0412, pav99369565@yandex.ru

Яшнов Леонид Юрьевич – ведущий инженер, НИИ Машиностроения (Нижняя Салда, Россия), ORCID: 0009-0007-2253-5291, leonidsl@hotmail.com

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.38

DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).22-33 Поступила в редакцию / Received 11.02.2025 ГРНТИ 29.37.21+28.17.33 Специальность ВАК 1.3.4. Принята к публикации / Accepted 03.04.2025

Научная статья

MOДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ COCTABHOГO ВИБРАТОРА В CPEДE COMSOL MULTIPHYSICS

Камара М.¹, Медников С. В.²

¹ Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия) ² Волгоградский государственный технический университет (Волгоград, Россия)

Аннотация. Для четырех конструкционных материалов – медь UNS C10300, алюминий 1050 UNS А91050, сталь 1006 UNS G10060 и стекло Corning 7900 (Vycor) моделированием составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics исследовалась зависимость погрешности определения скорости упругих волн от соотношения размеров образца и возбудителя составного вибратора. Моделируемые материалы были взяты из имеющихся в библиотеке COMSOL Multiphysics. Полученные результаты сравнивались с результатами для аналогичных отечественных материалов: алюминий Д16, сталь 45, медь M3 и боросиликатное лабораторное стекло TC. Установлены минимальные соотношения размеров, при которых погрешности определения скорости упругих волн не превосходят требуемых в **VCЛОВИЯХ** эксперимента значений. Проведена экспериментальная проверка результатов моделирования методом составного вибратора на образцах из меди МЗ.

Ключевые слова: составной вибратор, скорость упругой волны, динамический модуль упругости, пьезокерамика ЦТС, среда моделирования COMSOL Multiphysics.

Для цитирования: Камара М., Медников С. В. Моделирование работы составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 22–33. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).22-33

Research Article

SIMULATION OF THE OPERATION OF A COMPOSITE VIBRATOR IN THE COMSOL MULTIPHYSICS MEDIA

Camara M.¹, Mednikov S. V.²

¹ Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia) ² Volgograd State Technical University (Volgograd, Russia)

Abstract. For four structural materials – copper UNS C10300, aluminum 1050 UNS A91050, steel 1006 UNS G10060 and glass Corning 7900 (Vycor) – the dependence of the elastic wave velocity determination error on the sample and exciter size ratio of the composite vibrator was studied by modeling a compound vibrator in the COMSOL Multiphysics environment. The modeled materials were taken from those available in the COMSOL MULTIPHYSICS library. The obtained results were compared with the results for similar domestic materials: aluminum D16, steel 45, copper M3 and borosilicate laboratory glass TS. The minimum size ratios were established, at which the elastic wave velocity determination errors do not exceed the values required under the experimental conditions. An experimental verification of the modeling results by the compound vibrator method was carried out on samples made of copper M3.

Keywords: composite vibrator, elastic wave velocity, dynamic modulus of elasticity, PZT piezoceramics, COMSOL Multiphysics modeling media.

For citation: Camara M., Mednikov S. V. Simulation of the operation of a composite vibrator in the COMSOL Multiphysics media // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 22–33. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).22-33

Введение

Экспериментальное исследование физических параметров конструкционных материалов имеет длительную историю, однако многие вопросы до сих пор остаются нерешенными в полном объеме, например, быстрое и точное определение численных значений упругих модулей. В настоящее время модуль продольной упругости (модуль Юнга) *Е* изотропных материалов обычно определяется из результатов измерений скорости звука по известному соотношению [1]

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}},\tag{1}$$

где *р* – плотность материала.

Одним из методов определения скорости звука в изотропных телах является метод составного вибратора [2–4]. В этом методе исследуемый образец присоединяется клеевым соединением к пьезокерамическому резонатору (далее – возбудитель), изменяя его резонансную частоту продольных колебаний. Так как скорость звука в материале возбудителя $c_{возб}$ известна, это позволяет рассчитать скорость звука *с*обр в материале приклеенного к нему образца [5]:

$$c_{obp} = 2l_{obp}[m_{BO36}/m_{obp}(f_c - f_H) + f_c],$$
 (2)

где *f_c* – резонансная частота свободного возбудителя; *f_H* – резонансная частота возбудителя с приклеенным образцом; *m*_{возб} – масса возбудителя; *m*_{обр} – масса образца. Использование этой формулы требует предварительного взвешивания образца и возбудителя.

Основной трудностью использования метода составного вибратора является наличие затухания, возникающего в системе из двух склеенных элементов вследствие того, что узел стоячей волны в общем случае не попадает на сечение склейки. В этом случае в склейке возникают деформации, которые являются малыми вследствие малой эластичности материала склейки, что приводит к уменьшению добротности системы и сдвигу ее резонансной частоты. Этого не возникает, когда в сечении склейки находится узел стоячей волны, что возможно только при определенном соотношении продольных размеров образца $l_{
m obs}$ и возбудителя $l_{
m Bosd}$:

$$\frac{l_{\rm o f p}}{l_{\rm BO36}} = \frac{c_{\rm o f p}}{c_{\rm BO36}}.$$
(3)

Однако скорость звука в исследуемом образце $c_{oбp}$ заранее неизвестна. В практике акустических исследований получило распространение соотношение размеров $l_{oбp}/l_{возб} \gg 1$ [5]. Представляет интерес исследование погрешностей определения скорости продольной звуковой волны методом составного вибратора при различных соотношениях продольных размеров образца и возбудителя. С этой целью нами было проведено компьютерное моделирование работы составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics.

Моделирование работы составного вибратора с образцами исследуемых материалов

В качестве материала пьезоэлектрического возбудителя из представленных в библиотеке материалов COMSOL Multiphysics нами была выбрана пьезокерамика PZT–2. Обоснованность такого выбора оправдывается тем, что пьезокерамические материалы составов цирконата-титаната свинца в России и за рубежом незначительно отличаются друг от друга по основным физическим параметрам, важным для наших целей – скорости звука и плотности [6]. Поперечное сечение возбудителя представляло собой равнобедренную трапецию с основаниями длиной 6,3 ± 0,1 мм и 5,2 ± 0,1 мм и высотой 4,95 ± 0,1 мм. На боковые грани нанесены никелевые электроды. Выбор такой геометрии модели возбудителя был обусловлен тем, что в дальнейшем эти пьезоэлементы были использованы нами в экспериментах с реальными составными вибраторами.

Для модельного определения скорости продольных ЗВУКОВЫХ волн и сопоставления с их табличными значениями были выбраны следующие материалы из имеющихся в библиотеке COMSOL Multiphysics: алюминий 1050 UNS A91050, медь UNS C10300, сталь 1006 UNS G10060 и стекло Corning 7900 (Vycor). Для аналогичных отечественных материалов скорости продольных звуковых волн широко представлены в справочной литературе. Модельным клеевым соединением элементов составного вибратора из библиотеки COMSOL Multiphysics был выбран слой полиметилметакрилата РММА толщиной 0,1 мм.

Моделирование происходило в два этапа. В первой серии опытов программно изменялись продольные размеры образцов. Форма и размеры возбудителя

24

оставались постоянными, длина возбудителя была выбрана равной 35,75 мм. Размеры моделируемых образцов приведены в таблице 1.

Материал образца	Алюминий	Сталь	Медь	Стекло		
Диаметр, мм	6,5	7,5	6,0	8,0		
№ образцов	Длина <i>l_{обр},</i> мм					
1	7,94	10,53	5,67	7,45		
2	15,91	19,04	10,91	14,03		
3	17,80	23,82	13,52	14,37		
4	27,35	27,56	21,55	20,80		
5	29,90	34,67	27,03	24,63		

Таблица 1. Размеры моделируемых образцов в первой серии опытов

Во второй серии опытов размеры образцов были фиксированы, а программно изменялись продольные размеры возбудителей (таблица 2). Таким образом достигался больший диапазон отношений l_{obp}/l_{Bosf} .

Материал образца	Алюминий	Сталь	Медь	Стекло		
Диаметр, мм	6,5	7,5	6,0	8,0		
Длина, мм	29,90	27,56	27,03	24,63		
№ образцов	Длина возбудителей $l_{\scriptscriptstyle возб}$, мм					
1	8,24	8,24	8,24	8,24		
2	13,19	13,19	13,19	13,19		
3	22,62	22,62	22,62	22,62		
4	27,31	27,31	27,31	27,31		

Таблица 2. Размеры моделируемых возбудителей во второй серии опытов

Пример модельного составного вибратора (таблица 1, алюминий, образец № 1), колеблющегося на основной гармонике продольной моды, приведен на рисунке 1. Темно-синим цветом COMSOL Multiphysics показывает узловую область стоячей волны, красным – области максимальной амплитуды колебаний.

В результате моделирования для всех моделируемых образцов были получены частоты резонанса на первой гармонике продольных колебаний, по которым были рассчитаны скорости звука.



Рисунок 1. Пример модели составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics

Нами была разработана методика расчета скорости продольных волн в образце, входящем в состав составного вибратора, сущность которой заключается в следующем. Общее время прохождения волной составного вибратора складывается из времени прохождения возбудителя и времени прохождения исследуемого образца, т. е. $l_{\rm B036} / c_{\rm B036} + l_{\rm ofp} / c_{\rm ofp}$. Регистрируя резонансную частоту основной гармоники продольных колебаний составного вибратора $f_{\rm pes}$, мы определяем некоторую усредненную скорость звука *с* в составном вибраторе, т. е.

$$c = \lambda \cdot f_{\text{pes}} = 2 \cdot (l_{\text{BOSG}} + l_{\text{OGP}}) \cdot f_{\text{pes}}.$$
(4)

Таким образом, для введенного нами понятия усредненной скорости с

$$l_{\text{BO3G}}$$
 / c_{BO3G} + l_{OGP} / c_{OGP} = $(l_{\text{BO3G}} + l_{\text{OGP}})/c$

Отсюда

$$c_{\text{ofp}} = \frac{c \cdot c_{\text{BO36}} l_{\text{ofp}}}{(l_{\text{BO36}} + l_{\text{ofp}}) c_{\text{BO36}} - l_{\text{BO36}} c}.$$

Эта формула преобразуется к виду

$$\boldsymbol{c}_{\text{ofp}} = \frac{c \cdot c_{\text{BO36}}}{c_{\text{BO36}} + \frac{(c_{\text{BO36}} - c)}{\left(\frac{l_{\text{ofp}}}{l_{\text{BO36}}}\right)},\tag{5}$$

где усредненная скорость звука в составном вибраторе рассчитывается по формуле (4).

Результаты и их обсуждение

Результаты моделирования представлены в виде графиков зависимостей скорости продольных звуковых волн, рассчитанных по формуле (5), от соотношения продольных размеров образцов и возбудителей $l_{oбp}/l_{воз6}$ (рисунок 2). Из анализа графиков можно заключить, что при увеличении соотношения $l_{oбp}/l_{воз6}$ рассчитанные значения скоростей звука асимптотически приближаются к табличным значениям. Это позволяет, используя соотношение (5), разумно ограничивать отношение $l_{oбp}/l_{воз6}$, исходя из требуемой точности получения результатов измерений. При соотношении размеров образца и возбудителя, больших чем 4,0, получаемые средние значения скоростей звука в исследуемых образцах находятся вблизи соответствующих табличных значений, приведенных в таблице 3.



Рисунок 2. Зависимости значений скорости звуковых волн от соотношения размеров элементов составного вибратора в образцах материалов: а) алюминий UNS A91050; б) медь UNS C10300; в) сталь UNS G10060; г) стекло Corning 7900 (Vycor)

Для сопоставления нами были взяты близкие по физическим свойствам отечественные материалы: алюминий Д16, сталь 45, медь М3 и боросиликатное лабораторное стекло TC [7].

Материалы								
Алюминий Д16	Сталь 45	Медь МЗ	Стекло Боросиликатное ТС					
Табли	Табличные значения скорости продольного звука, м/с							
5080	5100	3710	4340					
Модельные материалы								
Алюминий	Сталь	Медь	Стекло					
1050 UNS A91050 1006 UNS G10060 UNS C10300 Corning 7900 (Vycor).								
Скорости прод	Скорости продольного звука при максимальных соотношениях l_{ofp}/l_{BOSG}							
(NIC	(моделирование в среде соизос ишприузся)							
5636,2	5412,5	3748,4	4745,1					
Относительная погрешность модельного результата, %								
10,9	6,1	1,1	9,3					

Таблица 3. Сопоставление результатов моделирования со справочными данными

Наиболее близкими к табличным оказались результаты моделирования образцов из меди, наибольшее расхождение результатов моделирования и табличных значений скорости звука – у образцов алюминия. Это может объясняться недостаточно точным соответствием модуля Юнга у модельного материала 1050 UNS А91050 и отечественного Д16.

Для экспериментальной проверки полученного соотношения (5) в образцах из меди МЗ методом составного вибратора была исследована зависимость скорости продольного звука от соотношения размеров возбудителя и образца.

Проверка проводилось на испытаниях серии из пяти образцов, присоединенных циакриновым клеем «Henkel» к возбудителям из пьезокерамики ЦТС–24, представляющих собой стандартные пьезоэлементы, размеры которых приводились выше. Акустические характеристики примененных нами пьезоэлементов приведены в таблице 4. Внешний вид пьезоэлемента и одного из изготовленных составных вибраторов приведены на рисунке 3.

Для расширения диапазона соотношений $l_{ofp}/l_{возб}$ измерения резонансных частот составных вибраторов производились, как и при моделировании, в два этапа. В первой серии экспериментов применялись образцы, длина которых соответствовала приведенным в таблице 1. Во второй серии экспериментов исследовался образец длиной 27,03 мм, скорость звука в возбудителе 3641,2 м/с.

28

Возбудители укорачивались алмазной дисковой пилой до размеров, соответствующих таблице 2.

	Таблица 4. Акустические >	характеристики	возбудителей	первой	серии опытов
--	---------------------------	----------------	--------------	--------	--------------

	Номера пьезоэлементов возбудителей					
1 2 3 4						
Длина l _{возб} , мм	35,75	35,75	35,90	35,85	35,80	
Скорость звука <i>с</i> _{возб} 3706,1 3666,4 3610,2 3692,2 але в 26,2						
Усредненная скорость звука по всем пьезоэлементам < <i>с</i> _{возб} >, м/с 3661,2 ±112,9						



Рисунок 3. Пьезоэлемент: а) – применяемый в качестве возбудителя; б) – собранный составной вибратор

Составной вибратор помещался между двумя пружинящими контактами из фосфористой бронзы, установленными в измерительной ячейке. Переменное напряжение подавалось на электроды возбудителя. Схема измерительной установки приведена на рисунке 4.

Переменное напряжение от перестраиваемого генератора 1 подается на возбудитель 2, к которому приклеен исследуемый образец 3. Форма колебаний и амплитуда регистрируется по падению напряжения на резисторе 4 визуально с помощью осциллографа 5. В момент достижения резонанса ток через резистор максимальный, что соответствует максимальной амплитуде колебаний, наблюдаемых на экране осциллографа, частота резонанса регистрируется частотомером 6. Далее по формуле (5) рассчитываются скорости продольных волн в образцах.



Рисунок 4. Схема измерительной установки

Результаты расчетов приведены в таблицах 5 и 6, зависимость скорости звука в образцах меди МЗ от соотношения $l_{oбp}/l_{возб}$ – на рисунке 5.

Медь МЗ	Номера опытов					
	1	2	3	4	5	
Длина возбудителя $l_{\scriptscriptstyle возб}$, мм	35,75	35,75	35,90	35,85	35,80	
Длина образца $l_{ m ofp}$, мм	5,67	10,91	13,52	21,55	27,00	
Общая длина составного вибратора $l_{{\scriptscriptstyleBO36}}+l_{{\scriptscriptstyleobp}}$, мм	41,42	46,66	49,42	57,40	62,80	
Резонансная частота <i>f</i> _{рез} , кГц	43,26	37,61	34,28	30,61	27,28	
Скорость звука в возбудителе <i>с</i> _{возб,} м/с	3706,1	3666,4	3610,2	3692,2	3631,1	
Скорость звука с на первой гармонике, м/с	3583,7	3509,8	3388,2	3514,0	3426,1	
Скорость звука в образце <i>с</i> _{обр} , м/с	2762,3	2879,4	2916,7	3168,9	3158,7	
Отношение $l_{ofp}/l_{возб}$	0,16	0,30	0,38	0,60	0,75	
Расхождение с табличным значением, %	25,5	22,4	21,4	14,6	14,9	

Таблица 5. Результаты первой серии экспериментов

Результаты, полученные методом составного вибратора для образцов меди (рисунок 5), находятся в хорошем согласии с результатами моделирования (рисунок 2, график б). Относительная погрешность определения скорости продольного звука при максимальном соотношении продольных размеров образца и возбудителя (в данном случае $l_{oбp}/l_{возб} = 3,28$) составляет 3,5%, что можно считать удовлетворительным для многих практических расчетов. Дальнейшее увеличение этого соотношения позволит еще больше уменьшить это расхождение, т. е. в тех случаях, когда это целесообразно.

Mon M2	Номера опытов					
медь мэ	1	2	3	4		
Длина возбудителя $l_{\scriptscriptstyle возб}$, мм	27,31	22,62	13,19	8,24		
Длина образца $l_{ m oбp}$, мм	27,03	27,03	27,03	27,03		
Общая длина составного вибратора $l_{ m возб} + l_{ m oбp},$ мм	54,34	49,65	40,22	35,27		
Резонансная частота <i>f</i> _{рез} , кГц	32,34	35,55	44,6	50,95		
Скорость звука в возбудителе <i>с_{возб,} м/с</i>	3641,18	3641,18	3641,18	3641,18		
Скорость звука с на первой гармонике, м/с	3514,71	3530,12	3587,62	3594,22		
Скорость звука в образце <i>с</i> _{обр} , м/с	3395,6	3442,2	3562,1	3580,1		
Отношение l _{обр} /l _{возб}	0,99	1,20	2,05	3,28		
Расхождение с табличным значением, %	10,7	7,2	4,0	3,5		

Таблица 6. Результаты второй серии экспериментов



Рисунок 5. Зависимость значений скорости звука в образцах меди М3 от соотношения размеров элементов составного вибратора. Квадратные точки соответствуют второй серии экспериментов

Заключение

1. Моделирование составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics позволяет определять оптимальные соотношения продольных размеров образца и пьезоэлектрического возбудителя колебаний в зависимости от требуемой погрешности определения скорости звука, путем варьирования этого соотношения.

2. Полученная в работе формула расчета скорости звука образцов исследуемых материалов методом составного вибратора может найти применение как при моделировании работы составного вибратора, так и для обработки результатов практических измерений данным методом.

3. Применение составного вибратора для определения скоростей звука в металлических и диэлектрических материалах позволяет достичь погрешности не хуже единиц процентов при измерениях в образцах длиной, четырехкратно и более превосходящих длину возбудителя.

Список литературы

1. Пейн Г. Физика колебаний и волн. Москва: Мир, 1979. 390 с.

2. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела / пер. с англ. Москва: Мир, 1971. 308 с.

3. Крауткремер Й., Крауткремер Г. Ультразвуковой контроль материалов. Справочник / пер. с нем. Е. К. Бухмана, Л. С. Зенковой; под ред. В. Н. Волченко. Москва: Металлургия, 1991. 752 с.

4. Муслов С. А., Перцов С. С., Зайцева Н. В., Корнеев А. А. Особенности измерения упругих постоянных кристаллов методом составного вибратора // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2018. 5-2. 283–286.

5. Криштал М. А., Пестов Б. Е., Давыдов В. В., Троицкий И. В. Электронная аппаратура ультразвуковых установок для исследования свойств твердого тела. Москва: Энергия, 1974. 224 с.

6. Глозман И. А. Пьезокерамические материалы в электронной технике. Москва, Ленинград: Энергия, 1965. 192 с.

7. Кикоин И. К. Таблицы физических величин. Справочник. Москва: Атомиздат, 1976. 1008 с.

References

1. Pejn G. Physics of vibrations and waves. Moscow: Mir Publ., 1979. 390 p. (In Russian).

2. Truell R., El'baum Ch., Chik B. Ultrasonic methods in solid state physics / transl. from Eng. Moscow: Mir Publ., 1971. 308 p. (In Russian).

3. Krautkremer J., Krautkremer G. Ultrasonic inspection of materials. Handbook / transl. from Germ. by E. K. Bukhman, L. S. Zenkovka; ed. by V. N. Volchenko. Moscow: Metallurgiya Publ., 1991. 752 p. (In Russian).

4. Muslov S. A., Pertsov S. S., Zaitseva N. V., Korneev A. A. Features of measuring elastic constants of crystals by the composit vibrator method // International Journal of Applied and Fundamental Research. 2018. 5-2. 283–286. (In Russian).

5. Krishtal M. A., Pestov B. E., Davydov V. V., Troitskiy I. V. Electronic equipment of ultrasonic installations for studying the properties of a solid body. Moscow: Energiya Publ., 1974. 224 p. (In Russian).

6. Glozman I. A. Piezoceramic materials in electronic engineering. Moscow, Leningrad: Energiya Publ., 1965. 192 p. (In Russian).

7. Kikoin I. K. Tables of physical quantities. Handbook. Moscow: Atomizdat, 1976. 1008 p. (In Russian).

Информация об авторах

Камара Мохамед – аспирант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0006-9447-2456, mohamedcamara001@gmail.com

Медников Станислав Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент, Волгоградский государственный технический университет (Волгоград, Россия), ORCID: 0000-0001-6621-7550, s_mednikov@vstu.ru

РАДИОФИЗИКА

УДК 53.084.6:531.383 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).34-43 Поступила в редакцию / Received 30.01.2025 ГРНТИ 29.03.35+30.17.19 Специальность ВАК 1.3.4. Принята к публикации / Accepted 28.03.2025

Научная статья

ОЦЕНКА ЗАШУМЛЁННОСТИ ГИРОСКОПИЧЕСКОГО КАНАЛА ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ И НАВИГАЦИИ

Павлов Д. В.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)

Аннотация. В данной статье приведено исследование составляющих погрешностей выходного сигнала в гироскопическом канале малогабаритной инерциальной системы ориентации и навигации. Исследование шумовых составляющих проводились на четырёх экземплярах датчиках угловой скорости. Гироскопический канал данной системы ориентации и навигации реализуется на базе применения MEMS-датчика угловой скорости TГ–100 фирмы «Лаборатория микроприборов». Выполнена оценка спектрального состава случайных составляющих погрешностей датчика угловой скорости с применением метода вариации Аллана при комнатной температуре. Получены коэффициенты интенсивностей различных типов шумов в выходном сигнале датчика угловой скорости и проведено сравнение с его паспортными характеристиками. Проведена оценка накопления ошибки в определении широты, долготы и пути гироскопического канала инерциальной системы ориентации и навигации.

Ключевые слова: *MEMS-гироскоп, датчик угловой скорости, погрешности, шум, вариация Аллана, случайный процесс, интенсивность шумов, гироскопический канал.*

Для цитирования: Павлов Д. В. Оценка зашумлённости гироскопического канала инерциальной системы ориентации и навигации // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 34–43. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).34-43

Research Article

NOISE ASSESSMENT OF THE GYROSCOPIC CHANNEL OF THE INERTIAL ORIENTATION AND NAVIGATION SYSTEM

Pavlov D. V.

Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

Abstract. This article presents a study of the error components of the output signal in the gyroscopic channel of a small-sized inertial orientation and navigation system. The study of noise components was carried out on four copies of angular velocity sensors. The gyroscopic channel of this orientation and navigation system is implemented using the TG-100 MEMS angular velocity sensor from the Laboratory of Micro-Devices. The spectral composition of the random error components of the angular velocity sensor is estimated using the Allan variation method at room temperature. The intensity coefficients of various types of noise in the output signal of the angular velocity sensor are obtained and compared with its standard characteristics. The accumulation of errors in determining the latitude, longitude and path of the gyroscopic channel of the inertial orientation and navigation system is estimated.

Keywords: *MEMS* gyroscope, angular velocity sensor, error limits, noise, Allan variation, random process, noise intensity, gyroscopic channel.

For citation: Pavlov D. V. Noise assessment of the gyroscopic channel of the inertial orientation and navigation system // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 34–43. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).34-43

Введение

Инерциальные системы ориентации и навигации (ИСОН) предназначены для определения ориентации и местоположения объектов в инерциальном пространстве. В состав ИСОН входят такие инерциальные датчики, как акселерометр и гироскоп. Совокупность проекций выходных сигналов акселерометра на его чувствительные оси представляет собой акселерометрический канал измерений. Совокупность проекций выходных сигналов гироскопа на его чувствительные оси представляет собой гироскопический канал измерений. Кроме этих датчиков ИСОН дополняются магнетометрами, барометрическими датчиками и температурными датчиками.

Выходные сигналы датчиков содержат систематическую и случайную составляющие погрешности. Систематическую составляющую довольно просто идентифицировать методом калибровки на измерительных стендах. К такой систематической погрешности может относиться, например, детерминированный температурный дрейф нуля, постоянная ошибка при включении датчика и др. Случайные составляющие погрешностей сложнее идентифицировать. К таким погрешностям относятся, например, дрейф нуля, случайное блуждание угла, фликкер-шум и др.

В целом, идентификация модели погрешностей датчиков и определение ее параметров представляет собой очень важной задачей, которая решается при их калибровке в ходе проводимых испытаний. Для изучения случайных составляющих погрешностей и построения их моделей используются хорошо известные методы определения спектральных плотностей мощностей и корреляционных функций [1, 2]. Но в последнее время для задачи идентификации случайных составляющих выходных сигналов инерциальных датчиков широкое распространение получил метод вариация Аллана [3–7].

В данной работе рассмотрен вариант построения гироскопического канала неортогональной ИСОН [8] на базе четырёх ДУС ТГ–100 производства фирмы «Лаборатория микроприборов». Разработана модель ошибок гироскопического канала ИСОН. Проведено исследование выходного сигнала ДУС ТГ–100 и проведено сравнение с его паспортными данными. Получена оценка погрешности вычисления угловой скорости неортогональной ИСОН, характеризующая зашумлённость гироскопического канала.

Применение вариации Аллана для моделирования стационарных и нестационарных случайных процессов

Случайные процессы в каналах инерциальных измерителей могут быть стационарными и нестационарными [9, 10].

На рисунке 1 показана качественная картина стационарного и нестационарного случайного процесса (СП).

35


Рисунок 1. Случайные процессы: а) стационарный СП; б) нестационарный СП

Метод вариации Аллана можно использовать применять для исследования как стационарных и нестационарных СП.

Например, в работе [2] рассмотрено применения вариации Аллана для смеси двух процессов: винеровского процесса и белого шума. Получены выражения зависимости оптимального времени осреднения τ_{opt} и дисперсии Аллана $\sigma_{(min)}^2$ от интенсивностей белого шума и винеровского процесса:

$$\tau_{\rm opt} = \frac{\sqrt{3}\rho}{q},\tag{1}$$

$$\sigma_{(\min)}^2 = \frac{2\rho q}{\sqrt{3}}.$$
 (2)

В выражениях *р* и *q* – коэффициенты интенсивностей шумов центрированного винеровского процесса и белого шума. Полученные в работе [2] выражения успешно можно использовать для разработки оптимальной фильтрации в каналах инерциальных датчиков.

Сам метод вариации Аллана основан на вычислении дисперсии разности соседних отклонений [5] центрированного СП. Центрированный случайный процесс – процесс с нулевым математическим ожиданием.

Для некоторой случайной последовательности θ_k (k = 1, ..., N) вариация (дисперсия) Аллана $\sigma_A^2(\tau)$ на интервале осреднения τ определяется как среднее дисперсий соседних пар данных θ_k и вычисляется по формуле [3]:

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2(M-2n)\tau} \sum_{k=1}^{M-2n} (\theta_{k+2n} - 2\theta_{k+n} + \theta_k)^2,$$
(3)

где $\tau = nT_0$ – время усреднения; T_0 – период дискретизации;

$$n = 1,2,3 \dots n_{max}; n_{max} \le \frac{M-1}{2};$$

 $heta_k = \int_0^{kT_0} \omega(t) dt$ – значение $k - so$ значения угла;
 $\omega(t)$ – измеряемая ДУСом угловая скорость.
При частоте обновления данных ИСОН f = 200 Гц, $T_0 = 0,005$ с.

Дисперсия $\sigma_A^2(\tau)$ связана со спектральной плотностью мощности шума P(f) соотношением [3]:

$$\sigma_A^2 = 4 \int_0^\infty P(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df.$$
(4)

На основе научных работ [3, 4] и ряда раннее проведённых экспериментальных исследований выходных сигналов инерциальных измерителей в рамках предприятия ЗАО «ЭЛСИ» был идентифицирован основной состав шумов MEMS-гироскопов (или ДУС). Для идентификации интенсивностей шумов использовался аппроксимирующий полином pA2(*t*):

$$\sigma_A^2(\tau) \approx p_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^2 \frac{3}{\tau^2}.$$
 (5)

Коэффициенты R, K, B, N, Q полинома (5) характеризуют интенсивность отдельных шумовых составляющих выходного сигнала ДУС. Определение их числовых значений выполняется по методу наименьших квадратов (МНК) [7].

Для анализа шумовых составляющих выходного сигнала любого измерителя (в данном случае ДУС) проводится построение графика в логарифмическом масштабе зависимости $\sigma_A(\tau)$. Здесь $\sigma_A(\tau) = \sqrt{\sigma_A^2(\tau)}$.

В методе вариации Аллана предполагается выделение семи составляющих шумов измерений [4–6], которые можно оценивать по характерным наклонам $\sigma_A(\tau)$ -графика (рисунок 2).



Рисунок 2. Общий вид кривой Аллана с характерными наклонами

Оценка составляющих интенсивностей шумов гироскопического канала

Для реализации гироскопического канала ИСОН рассмотрена модель ДУС ТГ–100 производства фирмы «Лаборатория микроприборов». Эта модель выбрана по критерию высоких точностных характеристик подобных моделей в России, при которых сохраняются компактные размеры датчика. На рисунке 3 показан общий вид и размеры ДУС ТГ–100.



51 mm \times 37 mm \times 23 mm

Рисунок 3. Общий вид и габаритные размеры модели ДУС ТГ-100

В таблице 1 указаны характеристики ТГ-100.

Таблица 1. Основные характеристики ДУС ТГ-100

Параметр	Номинальные значения	Условия	
Диапазон измерения угловой скорости	<u>±</u> 100 град/с		
Полоса пропускания	50 Гц	По уровню -3Дб	
Случайная составляющая шума выходного сигнала	0,05 град/√ч		
Масштабный коэффициент	20 мВ/град/с	При +25°С	
Нестабильность смещения нуля	2 град/ч	По диаграмме Аллана при +25°С	
Нелинейность статической характеристики	0,15%	Относительно диапазона измерения	
Погрешность масштабного коэффициента	10%	В рабочем диапазоне температур	
Погрешность смещения нуля	± 1,5 град/с	В рабочем диапазоне температур	
Напряжения питания	5 B ± 4%		
Ток потребления	< 100 мА		

На рисунке 4 показан пример графика вариации Аллана для выходного сигнала одного из ДУС с наклонными линиями, характеризующие состав шумов.

Проводилось исследование шумов у четырёх экземпляров ДУС одной модели (ТГ–100). Полученные коэффициенты интенсивностей шумов при комнатной температуре для 4 экземпляров ДУСов сведены в таблицу 2.



Рисунок 4. График кривой Аллана $\sigma_A = \sigma_A(\tau)$ с наклонными, представленные для одного из экземпляров акселерометра ДУС1 модели ТГ–100: $\sigma_A = \sigma_A(\tau)$ – результирующее среднеквадратическое отклонение (СКО) Аллана; τ – время усреднения, с; σ_Q – шум квантования; σ_N – случайное угловое блуждание; σ_B – нестабильность смещения нуля; σ_K – случайное блуждание угловой скорости; σ_R – систематический уход угловой скорости

Экземпляры	Коэффициенты интенсивностей шумов				
	Q · 10 ⁻⁴ ,	N · 10⁻⁴,	B · 10 ⁻⁴ ,	K · 10⁻⁴,	<i>R</i> · 10 ⁻⁴ ,
Дус п=100	град	град/√ <i>с</i>	град/ <i>с</i>	град/с√ <i>с</i>	град/с / <i>с</i>
ДУС 1	-	8,9	5,9	0,15	-
ДУС 2	-	8,8	5,3	0,11	-
ДУС 3	0,001	8,8	5,8	0,09	-
ДУС 4	-	8,6	5,3	0,12	-

Таблица 2. Сведённые результаты значений коэффициентов интенсивностей шумов четырёх экземпляров ДУС при комнатной температуре.

Оценка уровня зашумлённости гироскопического канала ИСОН

Согласно полученным данным в таблице 2, шумом квантования |Q| в трёх экземплярах ДУС можно пренебречь. По графику (рисунок 3) это означает, в результирующей кривой Аллана $\sigma = \sigma(\tau)$ отсутствует наклон графика, равный –1 в логарифмическом масштабе.

Шумами систематического ухода угловой скорости также можно пренебречь для трёх экземпляров ДУС.

Согласно паспортным данным заявленная нестабильность смещения нуля у ДУС1 и ДУС3 должна быть 2 град/ч. Для ДУС1: $|B_1| = 5.9 \cdot 10^{-4} \cdot 3600 \approx 2.12$ град/ч. Для ДУС 3: $|B_3| = 5.8 \cdot 10^{-4} \cdot 3600 \approx 2.09$ град/ч. То есть оценка интенсивности данного шума показала значение немного выше, чем заявлено по паспортным данным.

Случайная составляющая выходного сигнала (шум углового блуждания) по паспортным данным составляет 0,05 град/√ч. Но оценка методом вариации Аллана показывает, что каналы гироскопа немного зашумлены и имеют чуть большее значение интенсивности данной составляющей шума: $|N| = 8,9 \cdot 10^{-4} \cdot 60 \approx 0,053$ град/√ч.

СКО ИСОН гироскопического канала определяется уравнениями [11]:

$$\sigma_{\Delta\varphi}^{\Gamma}(t) = \sigma_{\Sigma}^{\Gamma}(\cos(\omega_{\rm m}t) - 1),$$

$$\sigma_{\Delta S}^{\Gamma}(t) = \frac{\sigma_{\Sigma}^{\Gamma}R_{3}}{\omega_{\rm m}}(\sin(\omega_{\rm m}t) - \omega_{\rm m}t),$$

$$\sigma_{\Delta\lambda}^{\Gamma}(t) = -\frac{\sigma_{\Sigma}^{\Gamma}}{\omega_{\rm m}}(\sin(\omega_{\rm m}t) - \omega_{\rm m}t),$$

(6)

где $\sigma_{\Delta\varphi}^{\Gamma}(t)$ – СКО гироскопического канала в определении широты;

 $\sigma_{\Lambda S}^{\Gamma}(t)$ – СКО гироскопического канала в определении пути;

 $\sigma_{\Delta\lambda}^{\Gamma}(t)$ – СКО гироскопического канала в определении долготы;

 $\omega_{u} = \sqrt{\frac{g}{R_3}}$ – частота Шулеровских колебаний;

 $R_{3} \approx 6,380 \cdot 10^{6}$ *м* – среднее значение радиуса Земли;

 $g = 9,81 \frac{M}{c^2}$ – ускорение свободного падения; $\sigma_{\Sigma}^{\Gamma} = \sigma_{A}^{2}(t);$

 $t = \tau$ – время накопления данных (время работы ИСОН на борту БПЛА).

На рисунках 5–7 показаны графики зависимости СКО определения широты, пути и долготы от времени работы ИСОН.

Заключение

В работе проведена оценка спектрального состава и интенсивности различных составляющих шума четырёх экземпляров ДУС ТГ–100 методом вариации Аллана. Выявлено, что в измерительных каналах ДУСов можно пренебречь шумом квантования и шумом систематического ухода угловой скорости.







Рисунок 6. График зависимости СКО определения пути от времени



Рисунок 7. График зависимости СКО определения долготы от времени

Проведено сравнение с паспортными данными шумов ДУСов. Выявлено, что нестабильность смещения нуля у ДУС1 и ДУС3 на 6% и на 4,5% выше заявленных паспортных данных датчиков. Также шум углового блуждания оказался завышен максимум на 6% относительно заявленных данных по паспорту датчиков. Данные отклонения не являются критичными для систем ориентации и навигации среднего класса точности. Однако, для ИСОН высокого класса точности учёт этих отклонений от паспортных данных следует учесть в реализации Фильтра Калмана или других способов фильтрации.

Сделана оценка накопления ошибки определения широты, пути и долготы (рисунки 5-7) при времени полёта БПЛА 1ч. Таким образом, за 1 ч работы ИСОН накапливаются следующие значения ошибок: СКО широты $\sigma_{\Delta\varphi}^{\Gamma}(3600) \approx 0.37^{\circ}$; СКО пути $\sigma_{\Delta S}^{\Gamma}(3600) \approx 22.6$ км; СКО долготы $\sigma_{\Delta\lambda}^{\Gamma}(3600) \approx 3.9^{\circ}$. Полученные ошибки – результат вклада исследуемых шумов ДУСов в гироскопический канал (таблица 2). Таким образом, несмотря на применение точных датчиков ДУС ТГ–100, возникают серьёзные ошибки накопления. Таким образом, идентификация модели погрешностей датчиков и определение ее параметров представляет собой очень важной задачей, которая решается калибровкой в ходе проводимых испытаний. Кроме того, исследование состава шумов инерциальных датчиков позволяет идентифицировать интенсивность и тип шума. Определение типа и интенсивность шума помогает выявить его причину, что упрощает применение мер, направленных на повышения точности ИСОН.

Список литературы

1. Прикладной анализ случайных процессов / под ред. С. А. Прохорова. Самара: СНЦ РАН, 2007. 582 с.

2. Степанов О. А. Основы теории оценивания, с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 2. Введение в теорию фильтрации. Санкт-Петербург: ЦНИИ «Электроприбор», 2012. 417 с.

3. Кучерков С. Г., Лычев Д. И., Скалон А. И., Чертков Л. А. Использование вариации Аллана при исследовании характеристик микромеханического гироскопа // Гироскопия и навигация. 2003. 2 (41). 98–104.

4. Лесников М. В., Ксендзов А. В. Способы вычисления дисперсии Аллана на примере датчика ADIS16407 // Молодой учёный. 2021. 23 (365). 97–100.

5. Zhang X., Li Y., Mumford P., Rizos C. Allan variance analysis on error characters of MEMS inertial sensors for an FPGA-based GPS/INS system // Proceeding of the International Symposium on GPS/GNSS, Odaiba, Tokyo, Japan, 11–14 November 2008. Tokyo: Tokyo University of Marine Science and Technology, 2008. 127–133.

6. Сирая Т. Н. Статическая интерпретация вариации Аллана как характеристики измерительных и навигационных устройств // Гироскопия и навигация. 2020. 28 (1). 3–18. DOI: 10.17285/0869-7035.0027

7. Pavlov D. V., Petrov M. N. Investigation and identification of the spectral composition of noise in the accelerometer channel of the navigation module // Journal of Physics: Conference Series. 2020. 1658. 012035. DOI: 10.1088/1742-6596/1658/1/012035

8. Павлов Д. В., Телина И. С., Самуйлова К. Д. Алгоритмическая модель системы ориентации и навигации со структурной избыточностью // Вестник НовГУ. 2024. 3 (137). 363–378. DOI: 10.34680/2076-8052.2024.3(137).363-378

9. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Москва: Радио и связь, 1989. 656 с.

10. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. Москва: Радио и связь, 1982. 624 с.

11. Матвеев В. В., Распопов В. Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. Санкт-Петербург: ЦНИИ «Электроприбор», 2009. 278 с.

References

1. Applied analysis of random processes / ed. by S. A. Prokhorov. Samara: SSC RSA, 2007. 582 p. (In Russian).

2. Stepanov O. A. Fundamentals of the theory of estimation, with applications to the tasks of processing navigation information. Part 2. Introduction to the theory of filtration. Saint Petersburg: Central Research Institute "Electropribor", 2012. 417 p. (In Russian).

3. Kucherkov S. G., Lychev D. I., Skalon A. I., Chertkov L. A. The use of Allan variation in investigating characteristics of a micromechanical gyroscope // Gyroscopy and navigation. 2003. 2 (41). 98–104. (In Russian).

4. Lesnikov M. V., Ksendzov A. V. Methods for calculating the Allan dispersion using the example of the ADIS16407 sensor // Young Scientist. 2021. 23 (365). 97–100. (In Russian).

5. Zhang X., Li Y., Mumford P., Rizos C. Allan variance analysis on error characters of MEMS inertial sensors for an FPGA-based GPS/INS system // Proceeding of the International Symposium on GPS/GNSS, Odaiba, Tokyo, Japan, 11–14 November 2008. Tokyo: Tokyo University of Marine Science and Technology, 2008. 127–133.

6. Siraya T. N. Static interpretation of the Allan variation as characteristics of measuring and navigation devices // Gyroscopy and navigation. 2020. 28 (1). 3–18. DOI: 10.17285/0869-7035.0027 (In Russian).

7. Pavlov D. V., Petrov M. N. Investigation and identification of the spectral composition of noise in the accelerometer channel of the navigation module // Journal of Physics: Conference Series. 2020. 1658. 012035. DOI: 10.1088/1742-6596/1658/1/012035

8. Pavlov D. V., Telina I. S., Samuilova K. D. Evaluation of the improvement of the accuracy of the orientation and navigation system with structural redundancy // Vestnik NovSU. 2024. 3 (137). 363–378. DOI: 10.34680/2076-8052.2024.3(137).363-378 (In Russian).

9. Levin B. R. Theoretical foundations of statistical radio engineering. Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1989. 656 p. (In Russian).

10. Tikhonov V. I. Statistical radio engineering. Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1982. 624 p. (In Russian).

11. Matveev V. V., Raspopov V. Ya. Fundamentals of building free-form inertial navigation systems. Saint Petersburg: Central Research Institute "Electropribor", 2009. 278 p. (In Russian).

Информация об авторе

Павлов Денис Викторович – ассистент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0003-0461-6945, energidriver@mail.ru

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.396.967:621.396.677.85 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).44-54 Поступила в редакцию / Received 13.02.2025 ГРНТИ 47.49.29+47.45.29 Специальность ВАК 2.2.14. Принята к публикации / Accepted 08.04.2025

Научная статья

РЕАЛИЗАЦИЯ ДИАГРАММООБРАЗУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ АПЛАНАТИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ СКАНИРУЮЩЕЙ АНТЕННОЙ СИСТЕМЫ РАДИОЛОКАТОРА

Проскурин Д. К., Пастернак Ю. Г., Фёдоров С. М., Ищенко Е. А., Медведев А. Е.

Воронежский государственный технический университет (Воронеж, Россия)

Аннотация. В статье рассматривается диаграммообразующее устройство на основе апланатической линзы, которая формируется на основе полистиролового заполнения, которое заключается в волноводную систему. Разработанная система обладает возможностью реализации амплитуднофазового распределения в широком диапазоне рабочих частот путем запитывания входной группы из двадцати пяти портов, которые обеспечивают реализацию диаграммообразование на выходных тринадцати портах. Для повышения эффективности работы разработанного устройства в конструкцию диаграммообразующего устройства были интегрированы двенадцать балластных портов, которые обеспечивают гашение побочных излучений, а также траекторий распространения электромагнитных волн. Приведенные в работе результаты показывают, что предлагаемая система диаграммообразования позволяет обеспечить управление характеристиками амплитудно-фазового распределения в широком диапазон частот, при этом обеспечить минимальные потери и высокую эффективность передачи электромагнитных волн. Для подтверждения работоспособности разработанного диаграммообразующего устройства выполнялось моделирование как системы отдельно, так и в виде системы диаграммообразования для антенной системы радиолокатора. Полученные результаты показали, что применение системы диаграммообразования позволяет обеспечить сканирование лучом антенны в широком диапазоне рабочих частот, что особенно востребовано в системах радиолокации, а также при реализации одновременного частотного и амплитудно-фазового сканирования антенной системой.

Ключевые слова: диаграммообразующее устройство, апланатическая линза, амплитуднофазовое распределение, система запитывания антенны, широкополосное диаграммообразование.

Для цитирования: Проскурин Д. К., Пастернак Ю. Г., Фёдоров С. М., Ищенко Е. А., Медведев А. Е. Реализация диаграммообразующего устройства на основе апланатической линзы для реализации сканирующей антенной системы радиолокатора // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 44–54. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1 (139).44-54

Research Article

IMPLEMENTATION OF A BEAMFORMING DEVICE BASED ON AN APLANATIC LENS FOR THE IMPLEMENTATION OF A RADAR SCANNING ANTENNA SYSTEM

Proskurin D. K., Pasternak Yu. G., Fyodorov S. M., Ishchenko E. A., Medvedev A. E. Voronezh State Technical University (Voronezh, Russia)

Abstract. The article considers a beamforming device based on an aplanatic lens, which is formed on the basis of a polystyrene filling, enclosed in a waveguide system. The developed system has the ability to implement amplitude-phase distribution in a wide range of operating frequencies by feeding the input group of twenty-five ports, which ensure the implementation of beamforming on the output of thirteen ports. To improve

the efficiency of the developed device, twelve ballast ports were integrated into the design of the beamforming device, which provide suppression of spurious emissions, as well as trajectories of electromagnetic wave propagation. The results presented in the work show that the proposed beamforming system allows for control of the characteristics of the amplitude-phase distribution in a wide frequency range, while ensuring minimal losses and high efficiency of electromagnetic wave transmission. To confirm the operability of the developed beamforming device, modeling was performed both as a separate system and as a beamforming system allows for scanning of the antenna beam in a wide range of operating frequencies, which is especially in demand in radar systems, as well as in the implementation of simultaneous frequency and amplitude-phase scanning by the antenna system.

Keywords: beamforming device, aplanatic lens, amplitude-phase distribution, antenna feeding system, broadband beamforming.

For citation: Proskurin D. K., Pasternak Yu. G., Fyodorov S. M., Ishchenko E. A., Medvedev A. E. Implementation of a beamforming device based on an aplanatic lens for the implementation of a radar scanning antenna system // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 44–54. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).44-54

Введение

Реализация антенных решеток для повышения направленных свойств антенн, а также реализация возможности отклонения луча путем изменения амплитуднофазового распределения является важной и актуальной задачей. Для обеспечения требуемого амплитудно-фазового распределения на входах антенных элементов используются фазовращатели, линзовые системы, линии задержек и другие системы диаграммообразования. Наибольшей гибкостью с точки зрения настройки, а также управления характеристиками антенн обладают активные фазовращатели, которые способны обеспечивать точную настройку фазы и амплитуды сигналов. Однако высокая стоимость фазовращателей, а также необходимость запитывания каждого узла независимо приводит К значительному усложнению системы диаграммообразования. Для решения такой проблемы могут быть использованы специализированные линзовые системы, которые позволяют реализовать изменение амплитудно-фазового распределения на выходе системы, чем становится возможным обеспечение управлением лучом антенной системы, подключенной к линзе.

Реализация систем диаграммообразования на основе ЛИНЗ является В популярной проблемой. работе [1] авторы предлагают систему диаграммообразования на основе линзы Люнеберга. Система диаграммообразования на основе такой линзы реализуется за счет того, что протекающие волны через линзу Люнеберга выравнивают фронт волны, чем формируется плоская волна, а также обеспечивается требуемое амплитудно-фазовое распределение в антенной системе. Для этого необходимо смещать точку запитывания по сфере линзы для возбуждения Люнеберга антенной решетки. Недостатком же линз является TO, что их производство – высокоточный и сложный процесс. В работе [1] авторы используют плоскую линзу, которая реализуется путем засверливания диэлектрика с разными диаметрами. Даже малая ошибка в изготовлении линзы Люнеберга может привести к серьезному нарушению фазы электромагнитных волн, протекающих в системе.

45

Другим методом реализации системы диаграммообразования являются линзы Ротмана [2–6]. Линза Ротмана является печатной системой диаграммообразования, что приводит к росту потерь в области частот более 10 ГГц. Особенностью линз Ротмана является то, что диаграммообразование в ее структуре возникает в процессе подачи сигналов на входную группу портов, каждый из которых имеет разные пути [2], чем формируется требуемое амплитудно-фазовое распространения И быть модифицированы распределение. Линзы Ротмана могут в процессе изготовления и реализации систем диаграммообразования, например, в работах [3, 4] линза Ротмана складывается вдвое, что позволяет уменьшить конструкцию. Для расчета характеристик линзы Ротмана применяются выражения, которые были выведены Ротманом-Тернером [5], при этом важную роль играют балластные порты, которые позволяют погасить побочные излучения И распространения электромагнитных волн. Однако даже с учетом возможности управления путями распространения электромагнитных волн в системе диаграммообразования на основе линзы Ротмана для ряда задач все равно требуется установка фазовращателей [6].

Помимо применения линзы Ротмана и фазовращателей для системы диаграммообразования применяется может быть использована система на основе апланатической линзы [7, 8]. Применение такой системы диаграммообразования позволяет уменьшить фазовые ошибки, так как распространение волн в ее теле подчиняется законам оптики для апланатических систем. В данной работе предлагается конструкция апланатической линзы для реализации системы диаграммообразования антенной решетки при реализации сканирования лучом антенны радиолокатора.

Конструкция системы диаграммообразования на основе апланатической линзы

Анализ конструкции следует начать с того, что апланатическая линза – поверхность распространения электромагнитных или оптических сигналов, которая при преломлении или отражении пучков не вызывает аберрационных искажений. В процессе исследования используется апланатическая линза с одним изгибом, что позволит упростить конструкцию, а также расчет системы диаграммообразования [9].

В процессе исследования апланатическая линза формировалась на основе диэлектрических поверхностей на основе полистирола, которые формируют тело линзы, при этом для изоляции системы от внешних помех тело линзы помещается в волноводную структуру. На рисунке 1 приводится вид конструкции апланатической линзы для реализации системы диаграммообразования.

Полученная система диаграммообразования состоит из 25 входных портов (Source), которые позволят сформировать перестраиваемое амплитудно-фазовое распределение на группе из 13 выходных портов (Load). Для гашения побочных

46

траекторий распространения волн, а также повышения эффективности работы системы диаграммообразования конструкцию была система в внедрена 12 (Dummy). ИЗ балластных портов В процессе использования линзы для диаграммообразования на каждый порт входной группы подается сигнал, которые сформирует разные амплитудно-фазовые на выходе распределения. На 12 балластных портов необходимо обеспечить нагрузку 50 Ом, что позволит погасить побочные излучения, попадающие на них. Проведем электродинамическое моделирование системы диаграммообразования на основе апланатической линзы.



Рисунок 1. Конструкция апланатической линзы: а) тело линзы; б) волноводная система с помещенной системой диаграммообразования; в) тело линзы с ожидаемыми путями распространения лучей из центрального порта

Характеристики диаграммообразующей системы на основе апланатической линзы

В процессе моделирования система диаграммообразования запитывалась от центрального порта против часовой стрелки семью портами поочередно. На рисунке 2 приводится вид сигналов при запитывании центрального порта (7), а также изменение сигнала на выходном центральном порту (44) при запитывании оставшихся портов (7–13).



Рисунок 2. Характеристики сигналов при протекании через систему диаграммообразования на основе апланатической линзы: а), б) протекание сигналов при запитывании центрального порта (7); в) характеристики сигналов на выходном центральном порту при запитывании поочередно 7 портов на входе

Полученные результаты показывают, что применение предлагаемой линзы позволяет обеспечить управление характеристиками сигналов как по амплитуде, так и по смещению во времени, а следовательно, и по фазе. Важно отметить, что два краевых порта на выходе системы диаграммообразования имеют малый уровень сигнала, что вызвано малым распространением до точек нагрузки, а также действием балластных портов, как это показано на рисунке 3.



Рисунок 3. Картины распространения Е-поля на частоте 10 ГГц: а) запитывание центрального порта; б) запитывание соседнего порта от центрального

Полученные результаты показывают, что применение предлагаемой системы диаграммообразования позволяет сформировать ожидаемое распространение электромагнитных волн в теле линзы (рисунок 1в). Использование полученной конструкции позволяет обеспечить диаграммообразование для антенной системы, которая будет иметь до 13 портов. Помимо анализа характеристик сигналов рассмотрим характеристики матрицы рассеяния (рисунок 4), что позволит оценить фазы, а также коэффициенты передачи сигналов из одного порта в нагрузочные.

Полученные результаты показывают, что особенностью работы предлагаемой диаграммообразующей системы при использовании центрального порта является повторение характеристик относительно центральной оси симметрии. Характеристики диаграмм направленности для полученной линзы на частоте 10 ГГц приводится на рисунке 5.

Полученные результаты показывают. что применение системы диаграммообразования позволяет обеспечить управление амплитудно-фазовым распределением, при этом в идеальном случае при запитывании седьмого порта отклонение от нулевого положения составляет 61 градус. Проведем проверку работы диаграммообразующего устройства при использовании с антенной системой радиолокатора, имеющей 10 входных портов.







Рисунок 4. Характеристики матрицы рассеяния для разработанного диаграммообразующего устройства

в)

10

Frequency / GHz

-45

-90

-135

-180 ↓ 8

8.5

9

9.5

S46,7:99.331909

547,7:72.843042

S48,7:76.810119

\$49,7 : 74.398275

S50,7:-47.26967

10.5

11

-S46,7

·S47,7

- S48,7

- S49,7

- S50,7

12

11.5



Рисунок 5. Характеристики диаграммообразования для разработанной системы на основе апланатической линзы

Исследование эффективности применения диаграммообразующего устройства для антенной системы радиолокатора

В процессе реализации системы диаграммообразования на основе апланатической линзы сигналы с нагрузки передаются в антенную систему на основе коаксиальных линий, однако важно отметить, что эти линии должны иметь одинаковую длину, чтобы не вызывать фазовых ошибок. На рисунке 6 приводится вид моделирования задачи, когда характеристики апланатической линзы передаются в антенну радиолокатора.



Рисунок 6. Процесс моделирования комплексной задачи ДОР -> антенна РЛС

Полученная задача описывается так, система диаграммообразования (ДОР) поочередно запитывает семь портов (7–13), после чего полученные значения амплитуднофазового распределения передаются в антенную систему радиолокатора. Оставшиеся порты системы при этом нагружаются на 50 Ом, что позволяет снизить побочное излучение и распространение электромагнитных волн в системе. На рисунке 7 приводится вид диаграммы направленности антенной системы при запитывании с использованием системы диаграммообразования на основе апланатической линзы, при этом важно отметить, что особенностью конструкции антенны также является то, что она обладает частотным сканированием.



Рисунок 7. Реализация сканирования лучом антенны путем использования апланатической линзы

Полученные результаты показывают, что применение системы ДОР для антенной системы радиолокатора на основе апланатической линзы удалось достичь сканирования от 0 до 33 градусов путем запитывания антенны через апланатическую линзу при переключении входных потов. При этом важно отметить, что апланатическая линза позволяет обеспечить диаграммообразование в диапазоне частот от 8,3 до 12 ГГц.

Заключение

Полученные результаты показывают, что применение апланатической линзы позволяет значительно упростить реализацию системы пространственного сканирования на основе управления амплитудно-фазовым распределением путем преломления электромагнитных волн. Предложенная конструкция апланатической линзы проста в реализации, имеет малые размеры, а также обеспечивает работу в широком диапазоне

частот. Полученная система диаграммообразования позволяет обеспечить высокую эффективность управления основным лучом антенны в широком диапазоне рабочих частот, что является ее основными преимуществами над существующими системами управления амплитудно-фазовым распределением в антенной системе.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания «молодежная лаборатория», № FZGM-2024-0003.

Список литературы

1. Numan A. B., Frigon J.-F., Laurin J.-J. Printed W-band multibeam antenna with Luneburg lens-based beamforming network // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2018. 66 (10). 5614–5619. DOI: 10.1109/TAP.2018.2860119

2. Turalchuk P., Munina I., Shitvov A. Analog beamforming based on Fourier Rotman lens for multibeam applications // 48th European Microwave Conference (EuMC). Spain, Madrid, 2018. New York: IEEE, 2018. 1573–1576. DOI: 10.23919/EuMC.2018.8541739

3. Vo Dai T. K., Nguyen T., Kilic O. A compact microstrip Rotman lens design // 2017 United States National Committee of URSI National Radio Science Meeting (USNC-URSI NRSM). USA, Boulder, 2017. New York: IEEE, 2017. 1–2. DOI: 10.1109/USNC-URSI-NRSM.2017.7878311

4. Tudosie G., Vahldieck R. An LTCC-Based folded Rotman lens for phased array applications. 2006 Asia-Pacific Microwave Conference. Japan, Yokohama, 2006. Tokyo: IEEE, 2006. 2106–2109. DOI: 10.1109/APMC.2006.4429828

5. Крюков Д. Ю., Курьян Ю. С., Пастернак Ю. Г. Исследование диаграммообразующих устройств многолучевых антенных решёток на основе плоской линзы Ротмана // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2014. 10 (3–1). 63–65.

6. Tolin E., Vipiana F., Litschke O., Bruni S. phase shifters design for scan range extension of Rotman lens beamforming based antenna arrays // 2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting. USA, Boston, 2018. New York: IEEE, 2018. 2129–2130. DOI: 10.1109/APUSNCURSINRSM.2018.8609130

7. Belostotsky A. L., Leonov A. S. Design of aplanatic waveguide Fresnel lenses and aberration-free planar optical systems // Journal of Lightwave Technology. 1993. 11 (8). 1314–1319. DOI: 10.1109/50.254089

8. Cloutier G., Bekefi G. Scanning characteristics of microwave aplanatic lenses // IRE Transactions on Antennas and Propagation. 1957. 5 (4). 391–396. DOI: 10.1109/TAP.1957.1144527

9. Зелкин Е. Г., Петрова Р. А. Линзовые антенны. Москва: Советское радио, 1974. 282 с.

References

1. Numan A. B., Frigon J.-F., Laurin J.-J. Printed W-band multibeam antenna with Luneburg lens-based beamforming network // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2018. 66 (10). 5614–5619. DOI: 10.1109/TAP.2018.2860119

2. Turalchuk P., Munina I., Shitvov A. Analog beamforming based on Fourier Rotman lens for multibeam applications // 48th European Microwave Conference (EuMC). Spain, Madrid, 2018. New York: IEEE, 2018. 1573–1576. DOI: 10.23919/EuMC.2018.8541739

3. Vo Dai T. K., Nguyen T., Kilic O. A compact microstrip Rotman lens design // 2017 United States National Committee of URSI National Radio Science Meeting (USNC-URSI NRSM). USA, Boulder, 2017. New York: IEEE, 2017. 1–2. DOI: 10.1109/USNC-URSI-NRSM.2017.7878311

4. Tudosie G., Vahldieck R. An LTCC-Based folded Rotman lens for phased array applications. 2006 Asia-Pacific Microwave Conference. Japan, Yokohama, 2006. Tokyo: IEEE, 2006. 2106–2109. DOI: 10.1109/APMC.2006.4429828

5. Kryukov D. Yu., Kurian Yu. S., Pasternak Yu. G. Study beamforming devices multipath antenna arrays based on plane rothman lens // Bulletin of Voronezh State Technical University. 2014. 10 (3–1). 63–65. (In Russian).

6. Tolin E., Vipiana F., Litschke O., Bruni S. Phase shifters design for scan range extension of Rotman lens beamforming based antenna arrays // 2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting. USA, Boston, 2018. New York: IEEE, 2018. 2129–2130. DOI: 10.1109/APUSNCURSINRSM.2018.8609130

7. Belostotsky A. L., Leonov A. S. Design of aplanatic waveguide Fresnel lenses and aberration-free planar optical systems // Journal of Lightwave Technology. 1993. 11 (8). 1314–1319. DOI: 10.1109/50.254089

8. Cloutier G., Bekefi G. Scanning characteristics of microwave aplanatic lenses // IRE Transactions on Antennas and Propagation. 1957. 5 (4). 391–396. DOI: 10.1109/TAP.1957.1144527

9. Zelkin E. G., Petrova R. A. Lens antennas. Moscow: Soviet Radio Publ., 1974. 282 p. (In Russian).

Информация об авторах

Проскурин Дмитрий Константинович – кандидат физико-математических наук, ректор, Воронежский государственной технический университет (Воронеж, Россия), ORCID: 0009-0004-0569-6737, rector@cchgeu.ru

Пастернак Юрий Геннадьевич – доктор технических наук, профессор, Воронежский государственной технический университет (Воронеж, Россия), ORCID: 0000-0002-2031-5531, pasternakyg@mail.ru

Фёдоров Сергей Михайлович – кандидат технических наук, доцент, Воронежский государственной технический университет (Воронеж, Россия), ORCID: 0000-0001-9027-6163, fedorov_sm@mail.ru

Ищенко Евгений Алексеевич – аспирант, ассистент, Воронежский государственной технический университет (Воронеж, Россия), ORCID: 0000-0002-5270-0792, kursk1998@yandex.ru

Медведев Александр Евгеньевич – студент, Воронежский государственный технический университет (Воронеж, Россия), ORCID: 0009-0008-4358-935X, medvedev.vzlomhik1999@mail.ru

РАДИОФИЗИКА

УДК 629.056Ю8:537.876 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).55-68 Поступила в редакцию / Received 11.03.2025 ГРНТИ 47.43.15+29.35.19 Специальность ВАК 1.3.4. Принята к публикации / Accepted 28.03.2025

Научная статья

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВСПЫШЕК НА СОЛНЦЕ НА РАБОТУ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ

Сюсюка Е. Н., Писарева П. М.

Государственный морской университет имени адмирала Ф. Ф. Ушакова (Новороссийск, Россия)

Аннотация. Солнечная активность оказывает влияние на работу спутниковых систем, в том числе GPS. При этом самым значимым слоем для работы спутниковых систем является ионосфера, характеризующаяся электронной концентрацией, температурой и ионным составом. Цель работы – рассмотреть зависимость между активностью Солнца, ионосферными возмущениями и качеством связи; характеристики ионосферы, критическую частоту слоя F2 во время солнечной активности. Для получения результатов исследования были использованы методы анализа методик детектирования солнечных вспышек, ионограмм отражений высокочастотных импульсных сигналов, генерируемых ионозондами, а также обработки данных методами программирования. Данные для анализа Солнечной активности получены на сайте Лаборатории солнечной астрономии и гелиофизического приборостроения ИКИ РАН и ИСЗФ СО РАН. Для определения критической частоты слоев ионосферы использовались ионограммы, представленные на сайте института прикладной геофизики имени Е. К. Фёдорова. Посредством программирования на Python, с использованием библиотек matplotlib, pandas и numpy, были построены графики изменения критической частоты в течение суток. Представлены оригинальные программы для обработки данных. Получены графики изменения критической частоты слоя F2. Проанализированы состояния ионизации атмосферы, в зависимости от Солнечной активности. Представлен анализ изменения критической частоты слоя F2 за период, совпадающий с наибольшей солнечной активностью. Ионограммами подтверждено образование спорадического слоя в тот же период. Результаты анализа показали, что качество работы GPS в условиях магнитных бурь снижается, учащение сбоев навигационного сигнала наблюдается на главной фазе магнитной бури при максимальной возмущенности геомагнитного поля.

Ключевые слова: ионосфера, электромагнитные волны, распространение радиоволн, ионограмы, солнечные вспышки, атмосферное возмущение.

Для цитирования: Сюсюка Е. Н., Писарева П. М. Анализ влияния вспышек на солнце на работу спутниковых систем // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 55–68. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).55-68

Research Article

ANALYSIS OF THE EFFECT OF SOLAR FLARES ON THE OPERATION OF SATELLITE SYSTEMS

Syusyuka E. N., Pisareva P. M.

Admiral Ushakov Maritime State University (Novorossiysk, Russia)

Abstract. Solar activity affects the operation of satellite systems, including GPS. At the same time, the most significant aspect for the operation of satellite systems is the ionosphere, characterized by electron concentration, ionic composition, and temperature. The purpose of the research is to consider the dependence between the solar activity, ionospheric disturbances and the quality of satellite communication; characteristics of the ionosphere, the critical frequency of the F2 layer during solar activity. To obtain the results of the study, we have used the following methods: analysis of methods for detecting solar flares, ionograms of reflections

of high-frequency pulse signals generated by ionosondes, data processing by programming methods. Data for the analysis of solar activity were obtained on the website of the Laboratory of Solar Astronomy and Heliophysical Instrumentation of the SRI RAS and the ISTP the RAS Siberian branch. Ionograms presented on the website of the E. K. Fedorov Institute of Applied Geophysics were used to determine the critical frequency of the ionosphere layers. Through Python programming, using matplotlib, pandas and numpy libraries, graphs of critical frequency changes during the day were constructed. Original programs for data processing are presented in the paper. We have obtained graphs of changes in the critical frequency of the F2 layer, analyzed the states of atmospheric ionization, depending on solar activity. The analysis of the change in the critical frequency of the F2 layer over the period coinciding with the greatest solar activity is likewise presented in the paper. Ionograms have confirmed the formation of a sporadic layer in the same period. The results of the analysis show that the quality of GPS operation in conditions of magnetic storms decreases, an increase in navigation signal failures can be observed in the main phase of a magnetic storm with maximum disturbance of the geomagnetic field.

Keywords: ionosphere, electromagnetic waves, radio waves propagation, ionograms, solar flares, atmospheric disturbance.

For citation: Syusyuka E. N., Pisareva P. M. Analysis of the effect of solar flares on the operation of satellite systems // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 55–68. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139). 55-68

Введение

На работу спутниковых систем, в том числе GPS, оказывает влияние солнечная активность, так как радиоволны преломляются при переходе из одной среды в другую с различными оптическими плотностями. Верхняя область земной атмосферы, расположенная между стратосферой и радиационным поясом и характеризующаяся тем, что атмосферные газы в ней частично или полностью ионизированы, называется ионосферой. Основными параметрами ионосферы являются электронная концентрация, температура и ионный состав [1].

Параметры зависят от высоты, степени ионизации, времени суток и года. Ионосфера – неоднородная среда, которую принято подразделять на три высотные области: D, E и F [2]. Слой F2 – это верхний слой ионосферы, который является самым плотным и наиболее ионизированным из всех слоев ионосферы. Он находится на высоте примерно от 200 до 1000 км над поверхностью Земли и является частью термосферы, самого верхнего слоя атмосферы. Термосфера – это верхний слой атмосферы Земли, который находится выше мезосферы и становится частью ионосферы на более высоких высотах. Термосфера начинается примерно на высоте 80–85 км и расширяется до нескольких сотен километров над поверхностью Земли. Название «термосфера» происходит от греческого слова «thermos», что означает «теплый». На самом деле, температура в термосфере может достигать нескольких тысяч градусов Цельсия из-за интенсивного взаимодействия атомов и молекул солнечного излучения.

Сигнал GPS проходит через ионосферу, подвергается воздействию ионосферной плазмы, что приводит к эффектам, аналогичным преломлению лучей света в оптике. Это приводит к изменению скорости распространения сигнала и искажениям в фазе и амплитуде сигнала GPS, что может повлиять на точность определения местоположения приемника.

56

Критическая частота слоя F2 в ионосфере – это минимальная радиочастота, при которой электромагнитные волны отражаются от данного слоя. Она зависит от различных факторов, включая уровень солнечной активности, времени суток, географического положения и сезонных изменений. Связь между критической частотой и плотностью частиц в ионосфере достаточно проста: чем выше плотность заряженных частиц в ионосфере, тем ниже критическая частота. С повышением уровня ионизации увеличивается плотность электронов и положительно заряженных ионов, что влияет на электрические и оптические свойства ионосферы и, как следствие, на ее высоту.

Солнечные вспышки оказывают влияние на околоземное космическое пространство и оболочку Земли [3]. Они относятся к сильным проявлениям солнечной активности, вызывающим увеличение жесткого ультрафиолета. Воздействие на магнитосферу провоцируют магнитные возмущения, при этом возрастает уровень ионизации атмосферы. Возмущения в ионосфере оказывают негативное влияние на распространение радиоволн различных частотных диапазонов [4]. Параметр, используемый для количественной оценки солнечной активности, основанный на наблюдаемом числе активных солнечных пятен – число Вольфа:

$$W = k(f + 10g),$$

где *f* – число всех отдельных пятен, в данный момент наблюдаемых на солнечном диске;

g – число наблюдаемых групп пятен;

k – нормированный коэффициент.

Данная характеристика используется для отслеживания цикличных изменений солнечной активности, определения солнечных циклов и прогнозирования солнечных вспышек и их воздействия на Землю. Число Вольфа не отражает количество энергии, поступившей в атмосферу при определенном солнечном возмущении. По степени рентгеновского излучения вспышки классифицируют на A, B, C, M и X. Первые два класса представляют собой менее интенсивные солнечные вспышки, имеют минимальное воздействие на земную атмосферу. Класс С относится к наиболее распространенным вспышкам, характеризуется меньшей интенсивностью и воздействием. Солнечные вспышки класса М относятся к умеренно интенсивным вспышкам. Они имеют меньшую интенсивность по сравнению с классом X, но все же могут вызывать радиационные штормы в верхних слоях атмосферы Земли.

Солнечные вспышки и корональные выбросы массы от Солнца могут генерировать направленные потоки заряженных частиц и магнитные поля, которые взаимодействуют с магнитосферой Земли, вызывая геомагнитные бури.

Во время солнечных хромосферных вспышек происходит повышение радиации всех видов, возрастает уровень электронной концентрации: в области D ионосферы – до нескольких порядков, в Е – до 50–200%, в F-области – на 10–30% [5].

Отклик верхней атмосферы Земли на геомагнитные возмущения представляет собой сложный комплекс разнообразных явлений, включающий изменения нейтрального состава термосферы и системы циркуляции ионосферных ветров, генерацию крупномасштабных перемещающихся ионосферных возмущений, высокоэнергичных частиц в полярной области, высыпания проникновение магнитосферных токов и т. д. [6-9].

Каждая геомагнитная буря является уникальным явлением, которому могут быть свойственны различные характеристики [10].

Цель исследования – рассмотреть зависимость между активностью Солнца, ионосферными возмущениями и качеством связи; характеристики ионосферы, критическую частоту слоя F2 во время солнечной активности.

Методика исследований

В данной работе мы проводим анализ методик детектирования солнечных вспышек, ионограмм отражений высокочастотных импульсных сигналов, генерируемых ионозондами, и обработку данных методами программирования.

5 ноября 2023 года в южных регионах России наблюдалось полярное сияние. Оно было вызвано магнитной бурей интенсивности G2, которая усилилась до G3 к вечеру. По свидетельствам очевидцев, вечернее небо резко окрасилось в насыщенный красный цвет, иногда с вкраплениями зеленого. Продолжалось явление около 10 минут, после чего свечение постепенно начинало тускнеть.

Сообщения о полярном сиянии поступали из Таганрога, Горячего Ключа, Апшеронского района, станиц Петровской и Черноерковской. В Краснодаре и других крупных населенных пунктах его видно не было из-за городского светового излучения.

Полярное сияние является результатом взаимодействия заряженных частиц, выброшенных Солнцем, с магнитосферой Земли. Эти потоки частиц вызывают свечение в верхних слоях атмосферы. Появление северного сияния на юге, включая российские территории, может быть связано с очень активным возмущением магнитосферы Земли в определенных атмосферных условиях.

Проанализированы данные о солнечной активности и возмущениях магнитного поля лаборатории солнечной астрономии ИКИ и ИСЗФ (рисунки 1, 2).

По данным спутника GOES-16 за 4–7 ноября 2023 года представлены диаграммы рентгеновского излучения Солнца и состояния магнитосферы Земли. Классификация и детектирование солнечных вспышек осуществляется с помощью системы геостационарных спутников GOES (Geostationary Operational Environmental Satellite) по потоку излучения в рентгеновском диапазоне [11–13]. Уровни солнечных вспышек классифицируются по пиковому потоку, измеряемому в [Вт/м2], где самый мощный уровень вспышки обозначается буквой X и его значение превышает 10⁻⁴ Вт/м² [14].

58



Рисунок 1. Солнечная активность в период 4-5 ноября



Рисунок 2. Солнечная активность в период 6-7 ноября

В работе также рассмотрены ионограммы (рисунок 3), имеющиеся в открытом доступе на сайте института прикладной геофизики имени Е. К. Фёдорова.

Ионограммы регистрируют следы отражений высокочастотных импульсных сигналов, генерируемых ионозондами. Ионограммы на сайте института прикладной геофизики имени Е. К. Фёдорова обновляются каждые 15 минут. Для построения графика изменения критической частоты в течение суток необходимо обработать массив данных, состоящий из 96 элементов. Для этого воспользуемся языком программирования Python и библиотеками matplotlib, pandas и numpy. Программа, необходимая для обработки данных, представлена ниже (рисунок 4).



```
# Настройка осей и названий
plt.xlabel('Время, ч')
plt.ylabel('Критическая частота, МГц')
plt.title('Изменение критической частоты слоя F2 4.11.2023')
plt.xticks(rotation=45)
```

```
# Формат времени на оси X в формате час: минута
plt.gca().xaxis.set_major_formatter(plt.matplotlib.dates.DateFormatter('%H:%M'))
```

```
# Отображение графика
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

```
Рисунок 4. Программа для обработки данных
```

Результаты и их обсуждение

В результате анализа данных солнечной активности, ионограмм и при помощи программы мы получили графики изменения критической частоты слоя F2 (рисунки 5–8).



Рисунок 5. Изменение критической частоты слоя F2 для даты 4.11.2023



Рисунок 6. Изменение критической частоты слоя F2 для даты 5.11.2023



Рисунок 7. Изменение критической частоты слоя F2 для даты 6.11.2023



Рисунок 8. Изменение критической частоты слоя F2 для даты 7.11.2023

Анализ графиков показывает, что в первый день наблюдений были зафиксированы слабые солнечные вспышки класса С, во второй и третий день – средние солнечные вспышки класса М. В четвертый день произошло уменьшение солнечной активности, были зафиксированы слабые солнечные вспышки. Для предсказания космической погоды: о величине предсказываемой магнитной бури можно судить по классу солнечной вспышки только после того, как был зарегистрирован ассоциированный с ней выброс корональной массы, двигающийся в сторону Земли. Корональные выбросы массы сопровождаются испусканием потоков ускоренных заряженных частиц (электронов и протонов). Если ось распространения потока частиц совпадает с направлением на Землю, то самые энергичные частицы (с энергией 10⁸–10⁹ эВ) приходят к Земле спустя ~10 мин [15]. В отдельных случаях отклик на достаточно сильную по интенсивности рентгеновского излучения вспышку может практически не проявиться. При современных методах сопоставления солнечных явлений с геомагнитными бурями лишь небольшая часть вспышек имеет реальные причинно-следственные связи с соответствующими бурями [16].

Анализ состояния магнитосферы (рисунок 8) показывает, что солнечная активность в период с 16 часов дня 5 ноября по 12 часов 6 ноября вызвала магнитную бурю класса G3. В течение 6 ноября магнитосфера оставалась в возбужденном состоянии. С 7 ноября магнитосфера спокойна. В соответствие с результатами работы [17, 18] известно, что на главной фазе магнитной бури при максимальной возмущенности геомагнитного поля происходит учащение сбоев навигационного сигнала.

Построенные диаграммы отображают ход изменения критической частоты слоя F2 и отражают тот факт, что с ростом солнечной активности уменьшается критическая частота. В таблице 1 зафиксированы максимальные значения критической частоты, время её наблюдения и высота.

62

Показатели Даты	Частота, МГц	Время	Высота, км
04.11.2023	11,52	12:00	288
05.11.2023	11,77	11:15	331
06.11.2023	9,61	12:00	293
07.11.2023	11,88	9:45	303

Таблица 1. Анализ изменения критической частоты слоя F2

После солнечных вспышек класса М, которые были замечены в период с 16 часов дня 5 ноября по 12 часов 6 ноября, 6 ноября наблюдалось уменьшение критической частоты на 2,16 МГц. На следующий день, когда солнечная активность снизилась, произошло повышение критической частоты и высоты. Это выражается в изменении кривой хода критической частоты слоя F2.

Характерно появление спорадического слоя Es между 90 и 150 км над поверхностью Земли. Он является очень тонким, но имеет большую электронную плотность. Причинами появления этого слоя являются метеорные потоки, динамические ионосферные возмущения, геомагнитная активность [19]. Графики показывают изменение критической частоты спорадического слоя и его существование в данный момент времени (рисунки 9–12). В первый день наблюдений спорадический слой был замечен 29 раз, во второй – 19 раз, в четвертый – 24 раза. Самое большое количество изменений критической частоты спорадического слоя было зафиксировано в третий день наблюдений – 6 ноября, данная область ионосферы претерпевала изменения 46 раз в течение суток с периодом повторения приблизительно пятнадцать минут.



Рисунок 9. Изменение критической частоты слоя Es для даты 4.11.2023

Анализ влияния неоднородностей ионосферы на распространение радиоволн показывает, что, в зависимости от диэлектрической проницаемости воздуха в определенных частях ионосферы, происходит изменение траектории радиоволн,

63

рассеяние, «расщепление» преломление, отражение, поглощение, радиолуча на обыкновенный и необыкновенный, эффект Фарадея, фазовой изменение скорости [20]. Определена максимально применимая – критическая – частота слоя ионосферы, при которой еще происходит отражение радиоволны от определенного слоя ионосферы. С повышением уровня солнечной активности среднее значение критической частоты в течение суток уменьшается. Вследствие увеличения плотности электронной концентрации ионосферы радиоволны подвергаются искажению и происходит ухудшение качества сигнала.



Рисунок 10. Изменение критической частоты слоя Es для даты 5.11.2023



Рисунок 11. Изменение критической частоты слоя Es для даты 6.11.2023



Рисунок 12. Изменение критической частоты слоя Es для даты 7.11.2023

Заключение

Результаты анализа показали, что ионосфера претерпевает изменения во время солнечных вспышек. Происходит изменение кривой критической часты слоя F2 и Es. Средняя критическая частота для слоя F2 уменьшается, для Es увеличивается. Повышается уровень возникновения спорадического слоя, обладающего большой электронной плотностью.

Качество работы GPS в условиях магнитных бурь снижается, учащение сбоев навигационного сигнала наблюдается на главной фазе магнитной бури при максимальной возмущенности геомагнитного поля.

Список литературы

1. Янчуковский В. Л., Белинская А. Ю. Верхняя ионосфера в период вспышек солнечных космических лучей и форбуш-понижений галактических космических лучей // Солнечно-земная физика. 2022. 8 (3). 35–40. DOI: 10.12737/szf-83202205

2. Ерухимов Л. М. Ионосфера Земли как космическая плазменная лаборатория // Соросовский образовательный журнал. 1998. 4. 71–77.

3. Куницын В. Е., Назаренко М. О., Нестеров И. А., Падохин А. М. Влияние солнечных вспышек на ионизацию верхней атмосферы. Анализ ряда значительных событий 23-го и 24-го солнечных циклов // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2015. 4. 95–101.

4. Белаховский В. Б., Будников П. А., Калишин А. С., Пильгаев С. В., Ролдугин А. В. Влияние геомагнитных возмущений на сцинтилляции сигналов ГЛОНАСС и GPS спутников по данным наблюдений на Кольском полуострове // Солнечно-земная физика. 2023. 9 (3). 58–72. DOI: 10.12737/szf-93202307

5. Митра А. Воздействие солнечных вспышек на ионосферу Земли. Москва: Мир, 1977. 370 с.

6. Buonsanto M. J. Ionospheric storms // Space Science Reviews. 1999. 88 (3). 563–601. DOI: 10.1023/A:1005107532631

7. Mendillo M. Storms in the ionosphere: patterns and processes for total electron content // Reviews of Geophysics. 2006. 44 (4). RG4001. DOI: 10.1029/2005RG000193

8. Afraimovich E. L., Voeykov S. V., Perevalova N. P., Ratovsky K. G. Largescale traveling ionospheric disturbances of auroral origin according to the data of the GPS network and ionosondes // Advances in Space Research. 2008. 42 (7). 1213–1217. DOI: 10.1016/j.asr.2007.11.023

9. Astafyeva E., Zakharenkova I., Patrick A. Prompt penetration electric fields and the extreme topside ionospheric response to the June 22–23, 2015 geomagnetic storm as seen by the Swarm constellation // Earth, Planets and Space. 2016. 68. 152. DOI: 10.1186/s40623-016-0526-x

10. Ясюкевич Ю. В., Воейков С. В., Живетьев И. В., Косогоров Е. А. Отклик ионосферы на солнечные вспышки с и m классов в январе-феврале 2010 г // Космические исследования. 2013. 51 (2). 125. DOI: 10.7868/S002342061301010X

11. Svetska Z. Flare observations // Solar Flare Magnetohydrodynamics. (A81-46076 22-92). New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1981. 47–137.

12. GOES I-M DataBook. Tech. Rep. DRL-101-08. Space Systems Loral. 1996. 196 p.

13. Сыроватский С. В., Ясюкевич Ю. В., Веснин А. М., Едемский И. К., Воейков С. В., Живетьев И. В. Влияние солнечных вспышек на ионосферу Земли в 24-ом цикле солнечной активности // Ученые записки физического факультета Московского университета. 2018. 4. 1840403 (6).

14. Максимов Д. С., Когогин Д. А., Насыров И. А., Загретдинов Р. В. Влияние солнечных вспышек 5–12 сентября 2017 г. на региональную возмущенность ионосферы Земли по данным ГНСС-станций, расположенных в Приволжском федеральном округе Российской Федерации // Солнечно-земная физика. 2023. 9 (2). 52–59. DOI: 10.12737/szf-92202306

15. Демьянов В. В., Ясюкевич Ю. В. Космическая погода: факторы риска для глобальных навигационных спутниковых систем // Солнечно-земная физика. 2021. 7 (2). 30–52. DOI: 10.12737/szf-72202104

16. Ермолаев Ю. И., Ермолаев М. Ю. Зависит ли сила геомагнитной бури от класса солнечной вспышки? // Космические исследования. 2009. 47 (6). 495–500.

17. Coster A. J., Foster J. C., Erickson P. J., Rich F. J. Regional GPS mapping of storm enhanced density during the July 15–16 2000 geomagnetic storm // Proceedings of International Beaco Satellite Symposium, June 4–6, 2001. USA: Chestnut Hill, MA. 2001. 2531–2539.

18. Афраймович Э. Л., Лесюта О. С., Ушаков И. И. Геомагнитные возмущения и функционирование навигационной системы GPS // Геомагнетизм и аэрономия. 2002. 42 (2). 220–227.

19. Пикалов М. В., Шумилов А. Е., Колесник С. А. Статистический анализ характеристик спорадического Es слоя ионосферы по данным сети ионосферных станций // Физика окружающей среды: материалы XIV Международной Школы молодых ученых «Физика окружающей среды» им. А. Г. Колесника, Томск, 02–04 ноября 2020 года. Томск: СТТ, 2020. 76–79.

20. Сюсюка Е. Н., Писарева П. М. Обеспечение связи в КВ-диапазоне путем отражения радиоволн от ионосферы // Вестник государственного морского университета имени адмирала Ф. Ф. Ушакова. 2023. 3 (44). 33–37.

References

1. Yanchukovskii V. L., Belinskaya A. Yu. Topside ionosphere during solar cosmic ray bursts and forbush decreases of galactic cosmic rays // Solar-terrestrial physics. 2022. 8 (3). 35–40. DOI: 10.12737/szf-83202205 (In Russian).

2. Erukhimov L. M. Ionosphere as a space plasma laboratory // Soros Educational Journal. 1998. 4. 71–77. (In Russian).

3. Kunitsyn V. E., Nazarenko M. O., Nesterov I. A., Padokhin A. M. Solar flare forcing on ionization of upper atmosphere. Comparative study of several major X-Class events of 23rd and 24th solar cycles // Moscow University Physics Bulletin. 2015. 4. 95–101. (In Russian).

4. Belakhovskii V. B., Budnikov P. A., Kalishin A. S., Pil'gaev S. V., Roldugin A. V. Disturbances of GLONASS/GPS signals during a magnetic storm according to observations at the Kola Peninsula // Solar-Terrestrial Physics. 2023. 9 (3). 58–72. DOI: 10.12737/szf-93202307 (In Russian).

5. Mitra A. Solar flare effects on the Earth's lower ionosphere. Moscow: Mir Publ., 1977. 370 p. (In Russian).

6. Buonsanto M. J. Ionospheric storms // Space Science Reviews. 1999. 88 (3). 563–601. DOI: 10.1023/ A:1005107532631

7. Mendillo M. Storms in the ionosphere: patterns and processes for total electron content // Reviews of Geophysics. 2006. 44. RG4001. DOI: 10.1029/2005RG000193

8. Afraimovich E. L., Voeykov S. V., Perevalova N. P., Ratovskii K. G. Largescale traveling ionospheric disturbances of auroral origin according to the data of the GPS network and ionosondes // Advances in Space Research. 2008. 42 (7). 1213–1217. DOI: 10.1016/j.asr.2007.11.023

9. Astafyeva E., Zakharenkova I., Patrick A. Prompt penetration electric fields and the extreme topside ionospheric response to the June 22–23, 2015 geomagnetic storm as seen by the Swarm constellation // Earth, Planets and Space. 2016. 68. 152. DOI: 10.1186/s40623-016-0526-x

10. Yasyukevich Yu. V., Voeikov S. V., Zhivet'ev I. V., Kosogorov E. A. Ionospheric response to solar flares of C and M classes in january-february 2010 // Space Research. 2013. 51 (2). 125. DOI: 10.7868/S002342061301010X (In Russian).

11. Svetska Z. Flare observations // Solar Flare Magnetohydrodynamics. (A81-46076 22-92). New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1981. 47–137.

12. GOES I-M DataBook. Tech. Rep. DRL-101-08. Space Systems Loral. 1996. 196 p.

13. Syrovatskii S. V., Yasyukevich Yu. V., Vesnin A. M., Edemskii I. K., Voeykov S. V., Zhivet'ev I. V. The effect of solar flares on the ionosphere of the Earth during 24th cycle of solar activity // Scientific Notes of the Faculty of Physics of Moscow University. 2018. 4. 1840403 (6). (In Russian).

14. Maksimov D. S., Kogogin D. A., Nasyrov I. A., Zagretdinov R. V. Effects of September 5–12, 2017 solar flares on regional disturbance of Earth's ionosphere as recorded by GNSS stations located in the Volga Federal District of the Russian Federation // Solar-Terrestrial Physics. 2023. 9 (2). 52–59. DOI: 10.12737/szf-92202306 (In Russian).

15. Dem'yanov V. V., Yasyukevich Yu. V. Space weather: risk factors for Global Navigation Satellite Systems // Solar-Terrestrial Physics. 2021. 7 (2). 30–52. DOI: 10.12737/szf-72202104 (In Russian).

16. Ermolaev Yu. I., Ermolaev M. Yu. Geomagnetic storm dependence on the solar flare class // Space Research. 2009. 47 (6). 495–500. (In Russian).

17. Coster A. J., Foster J. C., Erickson P. J., Rich F. J. Regional GPS mapping of storm enhanced density during the July 15–16 2000 geomagnetic storm // Proceedings of International Beaco Satellite Symposium, June 4–6, 2001. USA: Chestnut Hill, MA. 2001. 176–180.

18. Afraimovich E. L., Lesyuta O. S., Ushakov I. I. Geomagnetic disturbances and operation of the GPS navigation system // Geomagnetism and Aeronomy. 2002. 42 (2). 220–227. (In Russian).

19. Pikalov M. V., Shumilov A. E., Kolesnik S. A. Statistical analysis of the characteristics of the sporadic Es layer of the ionosphere according to the network of ionospheric stations // Physics of the environment: Proceedings of the XIV A. G. Kolesnik International School of Young Scientists "Physics of the Environment", Tomsk, November 02–04, 2020. Tomsk: Limited Liability Company "STT", 2020. 76–79. (In Russian).

20. Syusyuka E. N., Pisareva P. M. Provision of communication in the HF Band by reflection of radio waves from the ionosphere // Bulletin of Admiral Ushakov Maritime State University. 2023. 3 (44). 33–37. (In Russian).

Информация об авторах

Сюсюка Елена Николаевна – кандидат техничесских наук, доцент, доцент, Государственный морской университет имени адмирала Ф. Ф. Ушакова (Новороссийск, Россия), ORCID: 0000-0002-4237-0697, sollain66@rambler.ru

Писарева Полина Михайловна – курсант, Государственный морской университет имени адмирала Ф. Ф. Ушакова (Новороссийск, Россия), ORCID: 0009-0003-3880-2770, polinapisareva28@mail.ru

СИСТЕМЫ, СЕТИ И УСТРОЙСТВА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

УДК 621.397:004.94 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).69-81 Поступила в редакцию / Received 08.01.2025 ГРНТИ 47.51.39+28.17.33 Специальность ВАК 1.3.4.; 2.2.13. Принята к публикации / Accepted 04.02.2025

Научная статья

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМОДОВОГО РЕЖИМА РАБОТЫ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА БАЗЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ-ПЕРО И ТРЕХКАНАЛЬНОГО МАТРИЧНОГО ФОТОПРИЕМНИКА

Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы построения гиперспектральных систем на базе интерферометра Фабри-Перо с использованием матричных фотоприемников, позволяющих при сканировании регистрировать изображения, получаемые от заданной моды. Рассматриваются вопросы расширения диапазона сканирования в одномодовом режиме путем комбинирования светофильтров с широкими зонами регистрации и узкоспектральных зон регистрации, формируемых интерферометром Фабри-Перо. Детально рассматриваются параметры сканирования для нескольких вариантов реализации одномодового режима работы с использованием различных порядков интерференции, обсуждаются результаты их компьютерного моделирования и даются рекомендации по их применению. В статье также подробно рассматриваются вопросы размещения спектральных изображений в оперативном запоминающем устройстве в процессе сканирования при использовании трехканального матричного фотоприемника видимого диапазона спектра. Приводятся соответствующие таблицы, показывающие последовательность размещения спектральных изображений в синем, зеленом и красном каналах от нижней до верхней границы диапазона сканирования.

Ключевые слова: гиперспектральные системы, интерферометр Фабри-Перо, матричный фотоприемник.

Для цитирования: Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А. Компьютерное моделирование одномодового режима работы гиперспектральной системы на базе интерферометра Фабри-Перо и трехканального матричного фотоприемника // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 69–81. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).69-81

Research Article

COMPUTER SIMULATION OF SINGLE-MODE OF OPERATION OF A HYPERSPECTRAL SYSTEM BASED ON THE FABRY-PEROT INTERFEROMETER AND A THREE-CHANNEL MATRIX SENSOR

Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A.

Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

Abstract. The article discusses the construction of hyperspectral systems based on the Fabry-Perot interferometer using matrix sensor that allow scanning to register images obtained from a given mode. The issues of expanding the scanning range in single-mode mode by combining light filters with wide detection zones and narrow-spectral detection zones formed by the Fabry-Perot interferometer are considered. The scanning parameters for several variants of single-mode operation using different interference orders are considered in detail, the results of their computer simulation are discussed, and recommendations for their application are given. The article also discusses in detail the issues of placing spectral images in RAM during

the scanning process using a three-channel matrix sensor of the visible range of the spectrum. The corresponding tables showing the sequence of spectral images are given.

Keywords: hyperspectral systems, Fabry-Perot interferometer, matrix sensor.

For citation: Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A. Computer simulation of singlemode of operation of a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer and a three-channel matrix sensor // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 69–81. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).69-81

Введение

Диапазон сканирования $\Delta \lambda = [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$ гиперспектральной системы (ГСС) на базе интерферометра Фабри-Перо (ФПИ) [1–7] в одномодовом режиме на заданном порядке *m* интерференции будет ограничиваться появлением на длине волны λ_{min} моды, соответствующей значению *m*+1. При этом мода *m* будет находиться на длине волны λ_{max} .

Для порядков интерференции (мод) 1≤*m*≤*n*, где целые *n* положительные числа, определяющих максимумы пропускания ФПИ на длине волны λ_{min} , соответствующие воздушные зазоры $d_{min} m$ вычисляются по формуле: $d_{min} = \frac{m}{2} \lambda_{min}$.

Максимальный размер воздушного зазора для длины волны λ_{max} , соответствует $d_{max} = \frac{m+1}{2}\lambda_{min} = \frac{m+1}{m}d_{min}$. Таким образом, диапазон изменения воздушного зазора $\Delta d = [d_{min}, d_{max}]$ определяет диапазон сканирования $\Delta \lambda = [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$.

При этом диапазон сканирования определяется расстоянием между модами *m*+1 и *m*, причем значения λ_{max} вычисляются по формуле $\lambda_{max m} = \frac{2d_{m+1}}{m} = \frac{m+1}{m} \lambda_{min}$.

Таким образом, диапазон сканирования в одномодовом режиме соответствует расстоянию $\Delta \lambda = \lambda_{max m} - \lambda_{min} = \lambda_{min} \left(\frac{m+1}{m} - 1\right) = \frac{\lambda_{min}}{m}.$

Для спектрального сканирования $T(\lambda)$ в одномодовом режиме при *m*>1 весь диапазон должен быть ограничен λ_{max} предварительно или в процессе сканирования: $T_{out}(\lambda) = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} T(\lambda) d(\lambda).$

В таблице 1 приведены соответствующие выражения для верхней границы сканирования *λ_{max}* и диапазона сканирования Δ*λ* в одномодовом режиме при 1≤*m*≤6.

т	1	2	3	4	5	6
$\lambda_{max m}$	$\lambda_{max1} = 2\lambda_{min}$	$\lambda_{max2} = \frac{3}{2} \lambda_{min} = 1.5 \lambda$	$\lambda_{max3} = \frac{4}{3} \lambda_{min} = 1.3(3) \lambda_{min}$	$\lambda_{max4} = \frac{5}{4} \lambda_{min} = 1.25 \lambda$	$\lambda_{max5} = \frac{6}{5} \lambda_{min} = 1.2 \lambda$	$\lambda_{max6} = \frac{7}{6} \lambda_{min} = 1.16(6) \lambda$
		1 ,0,7,min	1 ,0(0), <i>m</i> _{min}	-1,25,min	<u>-,_,_</u> min	<u>1,10(0), min</u>
$\Delta\lambda$	λ_{min}	$0,5\lambda_{min}$	$0,3(3)\lambda_{min}$	$0,25\lambda_{min}$	$0,2\lambda_{min}$	$0,16(6)\lambda_{min}$

Таблица 1. Диапазоны сканирования $\Delta \lambda = [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$ модами 1≤*m*≤6

Максимальное число n_{max} шагов сканирования в диапазонах $\Delta \lambda = [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$ определится по формуле $n_{max} = \frac{d_{max} - d_{min}}{\delta d}$.

В рассматриваемых случаях число $n_{max} = \frac{0.5\lambda_{min}}{\delta d} = \text{const.}$ При этом промежуточное положение моды определится воздушным зазором $d = d_{min} + n\delta d$, где n – число шагов сканирования.

В таблице 2 приведены соответствующие выражения для *d_{min} m* и *d_{max} m* при 1≤*m*≤6.

т	1	2	3	4	5	6
d _{min} m	d_{min1}	d_{min2}	d_{min3}	d_{min4}	d_{min5}	d_{min6}
	λ_{min}	$=\lambda_{min}$	_ 3	$= 2\lambda_{min}$	_ 5 ,	$= 3\lambda_{min}$
	$=\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}\lambda_{min}$ -		$=\frac{1}{2}\lambda_{min}$	
	$= 0,5\lambda_{min}$		$= 1,5\lambda_{min}$		$= 2,5\lambda_{min}$	
d _{max} m	d_{max1}	d_{max2}	d_{max3}	d_{max4}	d_{max5}	d_{max6}
	$=\lambda_{min}$	_ ³ ,	$= 2\lambda_{min}$	_ 5 ,	$= 3\lambda_{min}$	_ 7 ,
		$-\frac{1}{2}\lambda_{min}$		$=\frac{1}{2}\lambda_{min}$		$-\frac{1}{2}\lambda_{min}$
		$= 1,5\lambda_{min}$		$= 2,5\lambda_{min}$		$= 3,5\lambda_{min}$

Таблица 2. Величины зазоров *d_{min} m* и *d_{max} m* для мод 1≤*m*≤6

Ниже на рисунках 1–5 приведены иллюстрации спектральных характеристик *T*(*λ*) для момента достижения *λ*_{max} при сканировании в одномодовом режиме видимого диапазона спектра с порядками интерференции 1≤*m*≤6. Рисунки слева – без ограничения на *λ*_{max}, рисунки справа – с ограничением на *λ*_{max}.



Рисунок 1. Иллюстрация сканирования в одномодовом режиме с порядком интерференции *m*=1 от λ_{min} =0,4 мкм при d_{min} =0,2 мкм до λ_{max} =0,8 мкм при d_{max} =0,4 мкм с ограничением диапазона, связанном с появлением на λ_{min} моды *m*=2


Рисунок 2. Иллюстрация сканирования в одномодовом режиме с порядком интерференции m=2 от $\lambda_{min}=0,4$ мкм при $d_{min}=0,4$ мкм до $\lambda_{max}=0,6$ мкм при $d_{max}=0,6$ мкм с ограничением диапазона, связанном с появлением на λ_{min} моды m=3



Рисунок 3. Иллюстрация сканирования в одномодовом режиме с порядком интерференции *m*=3 от λ_{min} =0,4 мкм при d_{min} =0,6 мкм до λ_{max} =0,533(3) мкм при d_{max} =0,8 мкм с ограничением диапазона, связанном с появлением на λ_{min} моды *m*=4



Рисунок 4. Иллюстрация сканирования в одномодовом режиме с порядком интерференции *m*=4 от λ_{min}=0,4 мкм при *d*_{min}=0,8 мкм до λ_{max}=0,5 мкм при *d*_{max}=1,0 мкм с ограничением диапазона, связанном с появлением на λ_{min} моды *m*=5



Рисунок 5. Иллюстрация сканирования в одномодовом режиме с порядком интерференции m=5 от $\lambda_{min}=0,4$ мкм при $d_{min}=1,0$ мкм до $\lambda_{max}=0,48$ мкм при $d_{max}=1,2$ мкм с ограничением диапазона, связанном с появлением на λ_{min} моды m=6

Как видно из рисунков, сканирование всего видимого диапазона 0,4–0,7 мкм в одномодовом режиме обеспечивается только на первом порядке интерференции (мода *m*=1). Таким образом, возникает задача расширения диапазона сканирования в одномодовом режиме на порядках интерференции *m*>1.

Одним из известных методов возможного расширения диапазона сканирования является комбинирование светофильтров с широкими зонами регистрации и узкоспектральных зон регистрации, формируемых интерферометром Фабри-Перо [1, 4, 5]. Однако в научно-технической литературе данные вопросы освещены недостаточно.

Целью настоящей статьи является рассмотрение результатов компьютерного моделирования вариантов одномодового сканирования видимого диапазона спектра с регистрацией спектральных изображений трехканальным матричным фотоприемником, имеющим широкие зоны регистрации, соответствующие трем участкам видимого диапазона спектра: 0,4–0,5 мкм – условно синяя (В), 0,5–0,6 мкм – зеленая (G) и 0,6–0,7 мкм – красная (R) области спектра.

Одномодовое сканирование видимого диапазона спектра в ГСС на базе ФПИ с использованием цветного матричного фотоприемника

Для данного варианта сканирования необходимо, чтобы расстояние Δ*λ* между сканирующей модой и следующей за ней модой было не менее ширины каналов RGB, т.е. соответствовало условию Δ*λ*≥0,1 мкм. В этом случае в каждом из каналов в каждый момент времени будет присутствовать сигнал только от одной моды.

Для мод m=2, m=3 и m=4 это условие выполняется. Действительно, минимальное расстояние $\Delta \lambda = 0,1$ мкм обеспечивается для моды m=4, поскольку

в случае появления моды *m*=5 на λ_{min} =0,4 мкм мода *m*=4 будет находиться на $\lambda = \frac{5\lambda_{min}}{4} = 0,5$ мкм.

Таким образом, для мод более низких порядков (*m*<4) $\Delta\lambda$ >0,1 мкм, а для мод более высоких порядков (*m*>4) $\Delta\lambda$ <0,1 мкм.

Ниже более подробно рассматриваются варианты одномодового сканирования с использованием одной из мод *m*=2, *m*=3 или *m*=4.

Вариант сканирования с использованием моды т=2

Процесс сканирования иллюстрируется рисунками 6–9, полученными путем компьютерного моделирования коэффициента пропускания ФПИ по формуле Эйри.

Параметры сканирования при этом следующие: минимальная длина волны $\lambda_{min}=0,4$ мкм (начальное положение моды m=2), $\lambda_{max}=0,7$ мкм (конечное положение моды m=2), воздушные зазоры $d_{cmin} = \lambda_{min} = 0,4$ мкм, $d_{cmax} = \frac{2\lambda_{max}}{2} = 0,7$ мкм.

Изображения в канале В, соответствующие сканированию модой 2 синей области спектра 0,4–0,5 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от $d_{cmin} = 0,4$ мкм до d=0,5 мкм.

Изображения в канале G, соответствующие сканированию модой 2 зеленой области спектра 0,5–0,6 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от *d*=0,5 мкм до *d*=0,6 мкм.

Изображения в канале R, соответствующие сканированию модой 3 синей области спектра 0,6–0,7 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от *d*=0,6 мкм до *d*_{c max} = 0,7 мкм.

При этом на каждый канал приходится 1/3 часть от общего числа шагов сканирования $n_{max\,2} = rac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{\delta d}$ модой *m*=2.



Рисунок 6. Начало сканирования модой *m*=2 синей (0,4–0,5 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала В



Рисунок 7. Окончание сканирования модой *m*=2 синей (0,4–0,5 мкм) и начало сканирования зеленой (0,5–0,6 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала G



Рисунок 8. Окончание сканирования модой *m*=2 зеленой (0,5–0,6 мкм) и начало сканирования красной (0,6–0,7 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала R



Рисунок 9. Окончание сканирования модой *m*=2 красной (0,6–0,7 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала R

Схема распределения последовательности спектрозональных изображений в диапазоне [*λ_{min}*, *λ_{max}*] показана в таблице 3.

Диапазон [λ _{min} , λ _{max}]	В: 0,4–0,5 мкм			G: 0,5–0,6 мкм				R: 0,6–0,7 мкм				
Канал R	-	-		-	-	-		-	R	R		R
Канал G	-	-		-	G	G		G	-	-		-
Канал В	В	В		В	-	-		-	-	-		-
Номер шага	1	2		n_{max2}	n_{max2}	n_{max2}		$2n_{max2}$	$2n_{max2}$	$2n_{max2}$		n _{max2}
сканирования				3	3	3		3	3	3		
					+1	+2			+1	+ 2		

Таблица 3. Распределение по каналам RGB последовательности спектрозональных изображений в диапазоне [λ_{min} , λ_{max}] модой *m*=2

Вариант сканирования с использованием моды т=3

Процесс сканирования иллюстрируется рисунками 10–13. Параметры сканирования при этом следующие: минимальная длина волны $\lambda_{min}=0,4$ мкм (начальное положение моды *m*=3), $\lambda_{max}=0,7$ мкм (конечное положение моды *m*=3), воздушные зазоры $d_{c\ min} = \frac{3\lambda_{min}}{2} = 0,6$ мкм, $d_{c\ max} = \frac{3\lambda_{max}}{2} = 1,05$ мкм.

Изображения в канале В, соответствующие сканированию модой 3 синей области спектра 0,4–0,5 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от $d_{cmin} = 0,6$ мкм до d=0,75 мкм.

Изображения в канале G, соответствующие сканированию модой 3 зеленой области спектра 0,5–0,6 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от *d*=0,75 мкм до *d*=0,9 мкм.

Изображения в канале R, соответствующие сканированию модой 3 синей области спектра 0,6–0,7 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от *d*=0,9 мкм до *d*_{c max} = 1,05 мкм.

При этом общее число шагов сканирования $n_{max 3}$ модой *m*=3 определится из формулы $n_{max} = \frac{d_{max} - d_{min}}{\delta d}$, которая для данного конкретного случая соответствует $n_{max 3} = \frac{3(\lambda_{max} - \lambda_{min})}{2\delta d}$, что на 50% больше, чем для случая с модой *m*=2.

При этом, как и в предыдущем случае с модой *m*=2, для моды *m*=3 на каждый канал приходится 1/3 часть от общего числа шагов сканирования *n_{max 3}* модой *m*=3.



Рисунок 10. Начало сканирования модой *m*=3 синей (0,4–0,5 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала В



Рисунок 12. Окончание сканирования модой *m*=3 зеленой (0,5–0,6 мкм) и начало сканирования красной (0,6–0,7 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала R



Рисунок 11. Окончание сканирования модой *m*=3 синей (0,4–0,5 мкм) и начало сканирования зеленой (0,5–0,6 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала G



Рисунок 13. Окончание сканирования модой *m*=3 красной (0,6–0,7 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала R

Схема распределения последовательности спектрозональных изображений в диапазоне [*λ_{min}*, *λ_{max}*] при сканировании модой *m*=3 аналогична схеме для случая с модой *m*=2 (таблица 4).

Диапазон [λ _{min} , λ _{max}]	В: 0,4–0,5 мкм			G: 0,5–0,6 мкм				R: 0,6–0,7 мкм				
Канал R	-	-		-	-	-		-	R	R		R
Канал G	-	-		-	G	G		G	-	-		-
Канал В	В	В		В	-	-		-	-	-		-
Номер шага сканирования	1	2		$\frac{n_{max3}}{3}$	$\frac{n_{max3}}{3} + 1$	$\frac{n_{max3}}{3} + 2$]	$\frac{2n_{max3}}{3}$	$\frac{2n_{max3}}{3} + 1$	$\frac{2n_{max3}}{3} + 2$		n _{max3}

Таблица 4. Распределение по каналам RGB последовательности спектрозональных изображений в диапазоне [λ_{min} , λ_{max}] модой *m*=3

По сравнению со сканированием модой 2, вариант сканирования модой 3 отличается более высоким спектральным разрешением (в 1,5 раза), вследствие большего числа шагов сканирования при одном и том же шаге, а также более узкой полосой пропускания.

Вариант сканирования с использованием моды т=4

Процесс сканирования иллюстрируется рисунками 14–17. Параметры сканирования при этом следующие: минимальная длина волны $\lambda_{min}=0,4$ мкм (начальное положение моды *m*=4), $\lambda_{max}=0,7$ мкм (конечное положение моды *m*=4), воздушные зазоры $d_{c\,min} = \frac{4\lambda_{min}}{2} = 0,8$ мкм, $d_{c\,max} = \frac{4\lambda_{max}}{2} = 1,4$ мкм.

Изображения в канале В, соответствующие сканированию модой 2 синей области спектра 0,4–0,5 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от $d_{cmin} = 0,8$ мкм до d=1,0 мкм.

Изображения в канале G, соответствующие сканированию модой 2 зеленой области спектра 0,5–0,6 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от *d*=1,0 мкм до *d*=1,2 мкм.

Изображения в канале R, соответствующие сканированию модой 3 синей области спектра 0,6–0,7 мкм, определяются шагами сканирования в диапазоне от *d*=1,2 мкм до *d*_{c max} = 1,4 мкм.

При этом общее число шагов сканирования $n_{max 4}$ модой *m*=4 определится из формулы $n_{max} = \frac{d_{max} - d_{min}}{\delta d}$, которая для данного конкретного случая соответствует $n_{max 4} = \frac{2(\lambda_{max} - \lambda_{min})}{\delta d}$, что в 2 раза больше, чем для случая с модой *m*=2.

При этом, как и в предыдущих случаях с модами *m*=2 и *m*=3 на каждый канал приходится 1/3 часть от общего числа шагов сканирования $n_{max 4}$ модой *m*=4.



Рисунок 14. Начало сканирования модой 4 синей (0,4–0,5 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала В



Рисунок 16. Окончание сканирования модой 4 зеленой (0,5-0,6 мкм) в комбинации со встроенным светофильтром канала G и начало сканирования красной (0,6-0,7 мкм) области спектра комбинации в со встроенным светофильтром канала R



Рисунок 15. Окончание сканирования модой 4 синей (0,4–0,5 мкм) и начало сканирования зеленой (0,5–0,6 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала G



Рисунок 17. Окончание сканирования модой 4 красной (0,6–0,7 мкм) области спектра в комбинации со встроенным светофильтром канала R

Схема распределения последовательности спектрозональных изображений в диапазоне [λ_{min}, λ_{max}] при сканировании модой *m*=4 аналогична схеме для случаев с модами *m*=2 и *m*=3 (таблица 5).

Таблица 5. Распределение по каналам RGB последовательности спектрозональных изображений в диапазоне [λ_{min} , λ_{max}] модой *m*=4

Диапазон [λ _{min} , λ _{max}]	В: 0,4–0,5 мкм			G: 0,5–0,6 мкм				R: 0,6–0,7 мкм				
Канал R	-	-		-	-	-		-	R	R		R
Канал G	-	-		-	G	G		G	-	-		-
Канал В	В	В		В	-	-		-	-	-		-
Номер шага сканирования	1	2		$\frac{n_{max4}}{3}$	$\frac{n_{max4}}{3} + 1$	$\frac{n_{max4}}{3} + 2$		$\frac{2n_{max4}}{3}$	$\frac{2n_{max4}}{3} + 1$	$\frac{2n_{max4}}{3} + 2$		n _{max4}

Вариант сканирования модой 4 по сравнению со сканированием модой 2 отличается в 2 раза более высоким спектральным разрешением, а по сравнению со сканированием модой 3 – в 1,3 раза вследствие большего числа шагов сканирования при одном и том же шаге. Кроме этого, вариант сканирования модой 4 отличается более узкой полосой пропускания моды 4 по отношению к моде 2 и 3 (рисунок 18).



Рисунок 18. Сравнительная диаграмма для относительного числа спектральных каналов при сканировании модами *m*=2, 3 и 4

Заключение

Результаты компьютерного моделирования показывают, что при использовании трехканального матричного фотоприемника при равномерном разделении видимого диапазона спектра на три части (каналы RGB) обеспечивается возможность одномодового сканирования данного диапазона модами с порядками интерференции 1<*m*<5.

Условие того, что расстояние Δλ между соседними модами было бы не менее ширины каналов RGB, накладывает ограничение на использование порядков интерференции.

Использование при сканировании мод с более высоким порядком обеспечивает увеличение числа спектральных каналов при фиксированном шаге сканирования, а также уменьшение ширины полосы пропускания и, соответственно, спектрального разрешения.

Список литературы

1. Чесноков В. В., Чесноков Д. В., Кочкарев Д. В., Никулин Д. М., Шергин С. Л. Гиперспектральные видеоанализаторы на основе электроуправляемых интерферометров Фабри-Перо // Сборник материалов Международной научной конференции «СибОптика-2015» (Интерэкспо ГЕО-Сибирь), 13–25 апреля 2015 г., Новосибирск, в 3 т. Т. 1. Новосибирск: СГУГиТ, 2015. 3–11.

2. Zucco M., Pisani M., Caricato V., Egidi A. A hyperspectral imager based on a Fabry-Perot interferometer with dielectric mirrors // Optics Express. 2014. 22 (2). 1824–1834. DOI: 10.1364/OE.22.001824

3. Nissim R. R., Learmonth T., Hsu M., Finkelstein H. Patent US N 10,323,985 B2 from CPC GO1J 3/45; GO1J 3/0297; GO1J 9/0246; GO2B 26/001; GO2B 26/29358; GO2B 5/284; GO6K 2009/00644; GO6K 2009/4657; GO6T 2207/1–36; GO1B 9/02072; G01B 9/02074; USP 336/453. Signal processing for tunable Fabry–Perot interferometer based hyperspectral imaging: No. 62/419,816: appl. 09.11.2016: publ. 18.06.2019 / applicant TruTag Technologies, Inc., Kapolei, HI (USA). 14 p.

4. Хорохоров А. М., Ивашкина Е. С., Гурылева А. В. Патент № 2801836 С1 Российская Федерация, МПК G01J 3/02, G01N 21/25. Быстродействующий гиперспектрометр с управляемым спектральным фильтром: № 2022131265: заявл. 30.11.2022: опубл. 16.08.2023 / заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана».

5. Гурылева А. В., Хорохоров А. М., Ширанков А. Ф., Введенский В. В. Патент № 2716454 С1 Российская Федерация, МПК G01J 3/02, G01J 3/28, G01J 3/51. Гиперспектрометр с повышенной спектральной разрешающей способностью: № 2019110363: заявл. 08.04.2019: опубл. 11.03.2020.

6. Гареев В. М., Гареев М. В., Лебединский Н. И., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А. Гиперспектральная система видимого диапазона на базе интерферометра Фабри–Перо // Вестник НовГУ. 2022. 3 (128). 78–83. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3 (128).78-83

7. Серебряков Д. А., Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П. Особенности формирования изображений в гиперспектральной системе на базе интерферометра Фабри–Перо // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2023. 1. 128–132.

References

1. Chesnokov V. V., Chesnokov D. V., Kochkarev D. V., Nikulin D. M., Shergin S. L. The hyperspectral video analyzer on base of electric driven Fabry-Perot interferometer // Proceedings of the International Scientific Conference "SibOptics-2015" (Interexpo GEO-Siberia), April 13–25, 2015, Novosibirsk, in 3 volumes. Vol. 1. Novosibirsk: SGUGiT, 2015. 3–11. (In Russian).

2. Zucco M., Pisani M., Caricato V., Egidi A. A hyperspectral imager based on a Fabry-Perot interferometer with dielectric mirrors // Optics Express. 2014. 22 (2). 1824–1834. DOI: 10.1364/OE.22.001824

3. Nissim R. R., Learmonth T., Hsu M., Finkelstein H. Patent US N 10,323,985 B2 from CPC GO1J 3/45; GO1J 3/0297; GO1J 9/0246; GO2B 26/001; GO2B 26/29358; GO2B 5/284; GO6K 2009/00644; GO6K 2009/4657; GO6T 2207/1–36; GO1B 9/02072; G01B 9/02074; USP 336/453. Signal processing for tunable Fabry–Perot interferometer based hyperspectral imaging: No. 62/419,816: appl. 09.11.2016: publ. 18.06.2019 / applicant TruTag Technologies, Inc., Kapolei, HI (USA). 14 p.

4. Khorokhorov A. M., Ivashkina E. S., Guryleva A. V. Patent No. 2801836 C1 Russian Federation, IPC G01J 3/02, G01N 21/25. Fast hyperspectrometer with controlled spectral filter: No. 2022131265: appl. 11.30.2022: publ. 08.16.2023 / applicant Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Bauman Moscow State Technical University". (In Russian). 5. Guryleva A. V., Khorokhorov A. M., Shirankov A. F., Vvedenskij V. V. Patent No. 2716454 C1 Russian Federation, IPC G01J 3/02, G01J 3/28, G01J 3/51. Hyperspectrometer with higher spectral resolution: No. 2019110363: appl. 04.08.2019: publ. 03.11.2020. (In Russian).

6. Gareev V. M., Gareev M. V., Lebedinsky N. I., Kornyshev N. P., Serebryakov D. A. Hyperspectral visible range system based on the Fabry-Pérot interferometer // Vestnik NovSU. 2022. 3 (128). 78–83. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).78-83 (In Russian).

7. Serebrjakov D. A., Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P. Features of image formation in a hyperspectral system based on the Fabry–Perot interferometer // Radio electronics issues. Series: Television Technology. 2023. 1. 128–132. (In Russian).

Информация об авторах

Гареев Владимир Михайлович – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией Техническое зрение, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0003-1585-6792, Vladimir.Gareev@novsu.ru

Гареев Михаил Владимирович — ведущий инженер лаборатории Техническое зрение, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0007-1392-2169, Mikhail.Gareev@novsu.ru

Корнышев Николай Петрович – доктор технических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0005-3177-2040, Nikolai.Kornishev@novsu.ru

Серебряков Дмитрий Александрович – ассистент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5994-5090, s231099@std.novsu.ru

СИСТЕМЫ, СЕТИ И УСТРОЙСТВА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

УДК 004.27

DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).82-90 Поступила в редакцию / Received 07.02.2025 ГРНТИ 50.33.29+50.33.03 Специальность ВАК 2.2.15. Принята к публикации / Accepted 28.02.2025

Научная статья

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АРХИТЕКТУР ОПЕРАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ПЕРСОНАЛЬНЫХ КОМПЬЮТЕРОВ В 2024 ГОДУ: АНАЛИЗ СТАТИСТИКИ

Кулаков И. Ю., Андреев И. А., Петров Р. В.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)

Аннотация. Целью данной статьи является анализ данных по использованию операционных систем и выявления трендов в использовании архитектур операционных систем за 2024 год. Для анализа используются данные использования операционных систем за период октябрь 2023 – ноябрь 2024 г. Результатом является выявление основных трендов по использованию архитектур в указанный период. Результаты могут быть полезны для прогнозирования дальнейшего развития архитектур и трендов использования операционных систем в науке. Выявленные тренды могут быть полезны для прогнозирования дальнейшего развития архитектур и тенденций использования операционных систем в науке. Выявленные тренды могут быть полезны для прогнозирования дальнейшего развития архитектур и тенденций использования операционных систем в науке. Выявленные тренды могут быть полезны для прогнозирования дальнейшего развития архитектур и тенденций использования операционных систем в науке. Выявленные тренды могут быть полезны для прогнозирования дальнейшего развития архитектур и тенденций использования операционных систем в научных исследованиях, особенно в контексте развития искусственного интеллекта, где востребованы как высокопроизводительные гибридные архитектуры, так и гибкие системы с монолитным ядром и модульными принципами.

Ключевые слова: операционные системы, архитектуры операционных систем, статистика, разработка, гибридная архитектура, монолитное ядро, микроядра.

Для цитирования: Кулаков И. Ю., Андреев И. А., Петров Р. В. Использование архитектур операционных систем для персональных компьютеров в 2024 году: анализ статистики // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 82–90. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).82-90

Research Article

USING THE OPERATING SYSTEM ARCHITECTURES FOR PERSONAL COMPUTERS IN 2024: STATISTIC ANALYSES

Kulakov I. Yu., Andreev I. A., Petrov R. V.

Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

Abstract. The purpose of this paper is to analyze operating system usage data and identify major trends in the usage of operating system architectures for the year 2024. The data used for the analysis is operating system usage data for the period October 2023 – November 2024. The result is to identify the major trends in the usage of architectures in the mentioned period. The results can be useful for predicting the future development of architectures and trends of operating system usage in science. The identified trends can be useful for predicting the future development of architectures and trends of architectures and trends in the use of operating systems in scientific research, especially in the context of the development of artificial intelligence, where both high-performance hybrid architectures and flexible systems with a monolithic kernel and modular principles are in demand.

Keywords: operating systems, operating system architectures, statistics, development, hybrid architecture, monolithic kernel, microkernels.

For citation: Kulakov I. Yu., Andreev I. A., Petrov R. V. Using the operating system architectures for personal computers in 2024: statistic analyses // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 82–90. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).82-90

Введение

В современном мире существует множество операционных систем и их архитектур для персональных компьютеров. Для отслеживания дальнейшего развития архитектур операционных систем необходимо следить за статистикой использования пользователями операционных систем и нынешних взглядов на их актуальность.

Термины и определения

Гибридная архитектура операционной системы – это архитектура операционной системы, которая сочетает элементы монолитного ядра и микроядра. В такой системе ядро включает в себя как компоненты, отвечающие за низкоуровневое управление аппаратными ресурсами (типично для монолитных ядер), так и механизмы взаимодействия между компонентами системы, характерные для микроядерных архитектур. Это позволяет достичь баланса между высокой производительностью и гибкостью системы, а также улучшить безопасность и стабильность.

Принципы модульности в архитектурах операционных системах – это концепция разработки операционной системы, при которой система делится на независимые компоненты или модули, каждый из которых выполняет свою определённую задачу. Модульность позволяет легко добавлять, заменять или удалять компоненты, обеспечивая гибкость, масштабируемость и удобство в обслуживании и развитии операционной системы. Модульные системы могут быть более устойчивыми к сбоям, поскольку неисправность одного компонента не влияет на другие части системы.

Контейнеризация – это метод упаковки, развертывания и запуска приложений в изолированных пространствах, называемых контейнерами. Каждый контейнер содержит все необходимое для работы приложения: код, системные инструменты, библиотеки и настройки. Контейнеры обеспечивают переносимость приложений между различными средами, такими как разработка, тестирование и продакшн, а также упрощают масштабирование и управление приложениями. Контейнеризация позволяет разработчикам создавать и развертывать приложения быстрее и эффективнее, обеспечивая согласованную работу приложений независимо от инфраструктуры.

Микроядра – это тип архитектуры операционной системы, где ядро выполняет минимально необходимые функции, такие как управление памятью, процессами и межпроцессное взаимодействие. Все остальные функциональные компоненты, например, файловая система, драйверы и сети, выполняются в пользовательском пространстве, как отдельные процессы. Такая архитектура обладает высокой устойчивостью, поскольку сбой в одном из компонентов не влияет на работу системы в целом, однако может страдать производительность из-за дополнительных затрат на взаимодействие между компонентами.

83

Монолитное ядро – это архитектура операционной системы, в которой ядро управляет всеми основными функциями системы, включая управление процессами, памятью, вводом-выводом, файловыми системами и устройствами. Все компоненты системы взаимодействуют внутри одного ядра, что позволяет достичь высокой производительности и тесной интеграции. Однако такая структура может быть менее гибкой и устойчивой к сбоям, поскольку ошибка в одном из компонентов может привести к сбою всей системы.

История архитектур операционных систем

История архитектур операционных систем – это история непрерывного поиска баланса между простотой, производительностью, надежностью и безопасностью. Путь от самых ранних, примитивных систем до сложных многоядерных операционных систем, которые мы используем сегодня, пролегает через несколько ключевых этапов, каждый из которых определялся технологическими возможностями и потребностями времени.

Самые первые операционные системы были невероятно простыми. Они представляли собой, по сути, программы-загрузчики, которые последовательно выполняли задачи, введенные пользователем. Здесь о какой-либо архитектуре говорить сложно, так как понятие «операционная система» было еще очень расплывчатым. Главной задачей было эффективное использование ограниченных ресурсов ранних компьютеров. В этих системах часто не было разделения памяти или процессов, что делало их крайне уязвимыми к ошибкам в программах.

С развитием вычислительной техники появились потребности в более сложных системах. В 1960-х годах начали формироваться концепции, которые позже определили основные архитектурные подходы. Возникла монолитная архитектура. В монолитном ядре все компоненты операционной системы (управление памятью, планировщик задач, файловая система и т.д.) находятся в одном адресном пространстве. Это упрощало разработку и взаимодействие между компонентами, но несло в себе серьезный недостаток: сбой в одной части системы мог привести к краху всей операционной системы. Ранние версии Unix, MS-DOS и CP/М – яркие представители систем с монолитной архитектурой. Их простота и эффективность для своего времени были неоспоримы, но ограниченные возможности в масштабируемости и надежности стали очевидными с ростом сложности задач.

монолитной архитектуры Негативные стороны стимулировали поиск альтернатив. В ответ на эти проблемы появилась концепция микроядра. В микроядерной архитектуре ядро содержит лишь минимальный набор функций, необходимых для управления процессами и памятью. Все остальные сервисы (файловые системы, сетевые протоколы, драйверы устройств) реализованы как отдельные процессы, работающие в пользовательском пространстве

и взаимодействующие с ядром через строго определенные интерфейсы. Это значительно повысило надежность – ошибка в одном из сервисов не могла привести к падению всей системы. Однако, такой подход привел к снижению производительности из-за повышенных накладных расходов на межпроцессное взаимодействие. Классическими примерами операционных систем с микроядерной архитектурой являются Mach и QNX. QNX, в частности, стала популярной в системах реального времени [1], где надежность является критическим фактором.

На практике чистая микроядерная архитектура оказалась не слишком эффективной. Поэтому появился компромиссный подход – гибридная архитектура. В гибридных ядрах некоторые функции реализованы непосредственно в ядре, а другие – в пользовательском пространстве. Это позволило сохранить преимущества обоих подходов: высокую надежность и относительно хорошую производительность. Большинство современных операционных систем, включая Linux [2], macOS, Windows NT и ее потомков, используют именно гибридную архитектуру. Linux, например, имеет массивное ядро, но при этом использует модули, которые могут подгружаться и выгружаться динамически, частично приближаясь к принципам микроядра.

Параллельно с развитием архитектур ядер происходила эволюция способов управления памятью. От простых схем сегментации к более сложным методам виртуализации памяти, позволяющим запускать множество процессов одновременно, без взаимного влияния. Развитие виртуализации привело к появлению виртуальных машин, которые позволяют запускать целые операционные системы внутри других операционных систем. Это позволило улучшить изоляцию и безопасность, а также повысило эффективность использования ресурсов.

Технологии виртуализации и контейнеризации оказали значительное влияние на архитектуру современных операционных систем. Виртуализация позволяет запускать несколько операционных систем на одном физическом сервере, что повышает эффективность использования ресурсов и упрощает управление инфраструктурой. Контейнеризация, в свою очередь, предоставляет более легкий способ изоляции приложений, позволяя им работать в изолированных окружениях без необходимости запуска полноценной виртуальной машины. Эти технологии требуют поддержки со стороны операционной системы, включая механизмы управления виртуальными машинами и контейнерами, а также поддержку виртуальных устройств и сетевых интерфейсов. Примерами операционных систем, активно использующих виртуализацию и контейнеризацию, являются Linux и Windows Server.

Эволюция аппаратного обеспечения, особенно процессоров и памяти, оказала огромное влияние на развитие архитектур операционных систем. С появлением многоядерных процессоров возникла необходимость в операционных системах, способных эффективно распределять задачи между ядрами и обеспечивать параллельную обработку данных. Это привело к развитию техник многопоточности

85

и асинхронного программирования, а также к усовершенствованию планировщиков задач в операционных системах. Увеличение объемов оперативной памяти позволило операционным системам более эффективно использовать виртуальную память и кэширование, что значительно повысило производительность системы в целом [3]. Развитие графических процессоров (GPU) также привело к необходимости интеграции новых API и драйверов в операционные системы для обеспечения поддержки графических приложений и игр.

В последнее время появляются новые архитектурные подходы, например, экзоядра. В экзоядрах ядро практически отсутствует, все функции реализованы в пользовательском пространстве, взаимодействуя через высокопроизводительные механизмы межпроцессного взаимодействия. Этот подход пока находится на стадии развития и не получил широкого распространения, но имеет потенциал для повышения безопасности и масштабируемости [4].

История архитектур операционных систем – это не просто последовательность отдельных этапов, а сложный и взаимосвязанный процесс. Каждый новый подход является ответом на вызовы времени, и поиск оптимального решения продолжается по сей день. Развитие аппаратного обеспечения и появление новых технологий непрерывно влияют на архитектуру операционных систем, заставляя разработчиков искать новые и более эффективные способы организации работы вычислительных систем.

Основная часть

Для понимания нынешних трендов рассматривается статистика, предоставленная StatCounter [5] о тенденции использования операционных систем в мире. Рассматриваются данные Desktop Operating System Market Share Worldwide (Oct 2023 – Oct 2024) [6].

Данные, представленные в таблице 1, показывают лидирующее место у разработки корпорации Microsoft, а именно Windows, доля использования на конец периода составляет 73,39%. За отчетный период произошел рост 4,52%.

С большим отрывом на втором месте по популярности располагается OS X, предоставляемая корпорацией Apple. На данный момент доля использования составила 15,52%, что ниже первоначальной доли на 4,82%.

Меньшая популярность досталась операционным системам Linux и Chrome OS, которые занимают 4,3% и 2,13% соответственно. Заметим, что доля Linux возросла 1,38%, а Chrome OS понизилась на 1,97%.

Оставшиеся доли получили другие операционные системы, которые не представлены в обозреваемых данных. Их доля составила 4,67%, что увеличило значение на 0,91%.

Date	Windows	OS X	Unknown	Linux	Chrome OS	Other
2023-10	68,87	20,34	3,75	2,92	4,1	0,01
2023-11	69,02	21,01	3,03	3,22	3,71	0,01
2023-12	72,72	16,38	4,64	3,83	2,42	0,01
2024-01	73	16,11	5,33	3,77	1,78	0,01
2024-02	72,17	15,42	6,1	4,03	2,27	0,01
2024-03	72,47	14,68	6,52	4,05	2,27	0,01
2024-04	73,5	14,7	5,34	3,88	2,56	0,01
2024-05	73,91	14,9	4,87	3,77	2,54	0,01
2024-06	72,81	14,97	6,23	4,05	1,93	0,01
2024-07	72,1	14,92	7,13	4,44	1,41	0,01
2024-08	71,46	15,48	6,77	4,55	1,73	0,01
2024-09	73,35	15,45	4,47	4,48	2,25	0,01
2024-10	73,39	15,52	4,66	4,3	2,13	0,01
Difference	4,52	-4,82	0,91	1,38	-1,97	0

Таблица 1. Данные StatCounter по использованию различных операционных систем за период октябрь 2023 г. – октябрь 2024 г.

Можно сделать вывод из данных, что на данный момент основное использование у операционных систем Windows и OS X, которые имеют гибридную архитектуру с элементами монолитного ядра [7]. Система Chrome OS имеет монолитное ядро [8], в то время как операционная система Linux имеет монолитное ядро и реализует модульные принципы. Можно констатировать, что основные тенденции в использовании операционных систем сейчас акцентируют применение гибридных архитектур, монолитного ядра, в том числе с использованием модульных принципов.

Рассмотрим данные другого информационного ресурса Яндекс Радар [9], представленные в таблице 2. Данный ресурс предоставляет информацию об использовании операционных систем в России с декабря 2023 года по ноябрь 2024 года. Мы видим уменьшение общей доли использования Windows на 1,33%, при этом стоит отметить, что произошел скачек использования остальных операционных систем семейства Windows. Также по данным из источника можно предположить, что под «Windows Octальные» подразумевается недавно выпущенная операционная система Windows11.

В то же время операционные системы семейства MacOS, наоборот, увеличивают по данным источника общую долю использования на 0,33%. Остальные операционные системы увеличили свою долю на 1%.

Операционная система	01.12.2023	16.11.2024	Изменение
Windows Vista	0,02%	0,01%	-0,01%
Mac OS X Yosemite	0,01%	0,01%	0,00%
Mac OS X El Capitan	0,02%	0,03%	0,00%
Mac OS X Sierra	0,04%	0,04%	0,00%
macOS Mojave	0,09%	0,07%	-0,03%
Windows XP	0,22%	0,12%	-0,11%
Mac OS X High Sierra	0,16%	0,14%	-0,02%
Windows 8	0,39%	0,33%	-0,06%
Windows 8.1	2,36%	1,96%	-0,40%
macOS Catalina	2,66%	2,81%	0,15%
Windows 7 или 2008 Server	13,18%	11,15%	-2,03%
Windows 10	71,27%	68,19%	-3,08%
macOS Big Sur	0,00%	0,01%	0,01%
Mac OS Остальные	0,94%	1,17%	0,23%
Windows Остальные	6,41%	10,75%	4,34%
Остальные	2,21%	3,21%	1,00%

Под остальными операционными системами подразумеваются операционные системы для разработчиков, такие как Linux и его дистрибутивы. Данная статистика показывает рост потребности в сфере операционных систем для разработчиков на территории России. Это может быть обусловлено значительным ростом разработок в области искусственного интеллекта, примером которых может являться ChatGPT или из российских разработок – ЯндексGPT или SberAI [10].

Высокий уровень производительности могут обеспечивать гибридные архитектуры операционных систем, такие как Windows и MacOS, что является одним из важных факторов при работе пользователей с ресурсоёмким программным обеспечением и игровыми технологиями. Тем не менее, для разработки программного обеспечения и исследовательской деятельности востребованными являются операционные системы с монолитным ядром, такие как Linux, это достигается за счёт модульности и обширных возможностей работы с открытым исходным кодом, который дает возможность модифицировать операционные системы.

Текущие тенденции подтверждаются и в Российской Федерации, так как уменьшение общей доли Windows может быть следствием развития разработок на территории страны. Именно поэтому происходит скачек использования в сегменте «Остальные» операционные системы, примерами которых могут служить Unix-подобные операционные системы, а также модифицированные операционные системы.

88

Заключение

Из всего вышесказанного можно заключить, что на данный момент актуальными являются гибридные архитектуры операционных систем с использованием в них монолитных ядер, микроядер и встроенными принципами модульности.

Понимание трендов на основе статистического анализа является важным для дальнейших исследований в области архитектур операционных систем и возможности внедрения технологий, таких как искусственный интеллект, в данную область разработки.

Список литературы

1. Zhang J., Yao R., Zhang Y. Heap memory vulnerability detection and protection in embedded real-time operating systems // Proceedings of the 2024 8th International Conference on Electronic Information Technology and Computer Engineering (EITCE '24). USA, NY, Association for Computing Machinery. P. 750–754. DOI: 10.1145/3711129.3711258

2. Уорд Б. Внутреннее устройство Linux. Пер. с англ. 3-е изд. Санкт-Петербург, Москва, Нижний Новгород: Питер, 2023. 480 с.

3. Байгузин Т. Р., Копылова Ю. А. Современные операционные системы: исследования и прогноз развития // Научный лидер. 2024. 1 (151). 26–27.

4. Таненбаум Э. С., Вудхалл А. С. Операционные системы: разработка и реализация. 3-е изд. Санкт-Петербург: Питер, 2024. 960 с.

5. Statcounter Global Stats – Browser, OS, Search Engine including Mobile Usage Share. URL: https://gs.statcounter.com/ (дата обращения: 01.12.2024).

6. Desktop Operating System Market Share Worldwide | Statcounter Global Stats. URL: https://gs.statcounter.com/os-market-share/desktop/worldwide (дата обращения: 01.12.2024).

7. Abdalkarim B. A., Akgün D. Analysis of Hybrid Kernel-based Operating Systems // 1st International Conference on Innovative Academic Studies. Konya, 2022. P. 208–211.

8. Shinto Kurian K, K. Nirmala. Mobile OS - High Level Glance // International Journal of Computer Sciences and Engineering. 2018. 6 (11). 182–193.

9. Типы устройств в России. URL: https://radar.yandex.ru/device_categories (дата обращения: 01.12.2024).

10. Столяров А. Д., Абрамов В. И., Абрамов А. В. Генеративный искусственный интеллект для инноваций бизнес-моделей: возможности и ограничения // Beneficium. 2024. 3 (52). 43–51. DOI: 10.34680/BENEFICIUM.2024.3(52).43-51

References

1. Zhang J., Yao R., Zhang Y. Heap memory vulnerability detection and protection in embedded real-time operating systems // Proceedings of the 2024 8th International Conference on Electronic Information Technology and Computer Engineering (EITCE '24). USA, NY, Association for Computing Machinery. P. 750–754. DOI: 10.1145/3711129.3711258 2. Ward B. The internal structure of Linux. Transl. from English 3rd ed. Saint Petersburg, Moscow, Nizhny Novgorod: Peter, 2023. 480 p. (In Russian).

3. Baiguzin T. R., Kopylova Yu. A. Modern operating systems: research and development forecast // Scientific leader. 2024. 1 (151). 26–27. (In Russian).

4. Tanenbaum E. S., Woodhull A. S. Operating systems: development and implementation. 3rd ed. St. Petersburg: St. Petersburg, 2024. 960 p. (In Russian).

5. Statcounter Global Stats – Browser, OS, Search Engine including Mobile Usage Share. URL: https://gs.statcounter.com/ (Accessed: 12.01.2024)

6. Desktop Operating System Market Share Worldwide | Statcounter Global Stats. URL: https://gs.statcounter.com/os-market-share/desktop/worldwide (Accessed: 12.01.2024)

7. Abdalkarim B. A., Akgün D. Analysis of Hybrid Kernel-based Operating Systems // 1st International Conference on Innovative Academic Studies. Konya, 2022. P. 208–211.

8. Shinto Kurian K, K. Nirmala. Mobile OS - High Level Glance // International Journal of Computer Sciences and Engineering. 2018. 6 (11). 182–193.

9. Types of devices in Russia. URL: https://radar.yandex.ru/device_categories (Accessed: 12.01.2024). (In Russian).

10. Stolyarov A.D., Abramov V. I., Abramov A.V. Generative artificial intelligence for business model innovation: opportunities and limitations // Beneficium. 2024. 3 (52). 43–51. DOI: 10.34680/BENEFICIUM.2024.3(52).43-51 (In Russian).

Информация об авторах

Кулаков Игорь Юрьевич – ассистент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-1064-9717, s241910@std.novsu.ru

Андреев Игорь Алексеевич – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0001-3373-2502, rogiandreev@gmail.com

Петров Роман Валерьевич – доктор физико-математических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, Roman.Petrov@novsu.ru

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 537.8, 539.2, 517.9 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).91-99 Поступила в редакцию / Received 16.02.2025 ГРНТИ 29.05.23 Специальность ВАК 1.3.8. Принята к публикации / Accepted 09.04.2025

Научная статья

КЛАССИЧЕСКАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА СИСТЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ АТОМОВ: ГАМИЛЬТОНОВА ФОРМА

Захаров А. Ю.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)

Аннотация. Работа содержит обобщение нерелятивистской классической гамильтоновой динамики системы взаимодействующих частиц на случай релятивистский теории. Взаимодействие между атомами учитывается в рамках концепции ковариантного вспомогательного поля, которое только в нерелятивистском пределе эквивалентно мгновенным межатомным потенциалам. Установлено, что вспомогательное поле является суперпозицией элементарных полей, каждое из которых удовлетворяет уравнениям типа Клейна-Гордона-Фока. Представлены вещественная и комплексная формы релятивистского гамильтониана системы взаимодействующих частиц с учётом полевых степеней свободы. Гамильтониан содержит три вклада, соответствующие свободным частицам, свободным полям типа Клейна-Гордона-Фока и взаимодействиям между частицами и полями. Исходя из вариационной постановки задач релятивистской молекулярной динамики, получена точная замкнутая релятивистская система уравнений, описывающая эволюцию системы атомов и вспомогательного поля в рамках гамильтоновой картины. Выполнен анализ качественных свойств решений уравнений динамики системы.

Ключевые слова: межатомные потенциалы; концепция вспомогательного поля; классическая релятивистская динамика; гамильтониан; канонические уравнения; уравнение Клейна-Гордона-Фока.

Для цитирования: Захаров А. Ю. Классическая релятивистская динамика системы взаимодействующих атомов: Гамильтонова форма // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 91–99. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).91-99

Research Article

CLASSICAL RELATIVISTIC DYNAMICS OF A SYSTEM OF INTERACTING ATOMS: HAMILTONIAN FORM

Zakharov A. Yu.

Yaroslav-the-Wice Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

Abstract. The paper contains a generalization of the nonrelativistic classical Hamiltonian dynamics of a system of interacting particles to the case of a relativistic theory. The interaction between atoms is taken into account within the concept of a covariant auxiliary field, which is equivalent to instantaneous interatomic potentials only in the nonrelativistic limit. It is established that the auxiliary field is a superposition of elementary fields, each of which satisfies the Klein-Gordon-Fock type equations. The real and complex forms of the relativistic Hamiltonian of a system of interacting particles are presented, taking into account the field degrees of freedom. The Hamiltonian contains three contributions corresponding to free particles, free fields of the Klein-Gordon-Fock type, and interactions between particles and fields. Based on the variational formulation of problems of relativistic molecular dynamics, an exact closed relativistic system of equations is obtained, describing the evolution of a system of atoms and an auxiliary field within the framework of the Hamiltonian picture. An analysis of the qualitative properties of solutions of the equations of the system's dynamics is performed.

Keywords: interatomic potentials; classical relativistic dynamics; retarded interactions; the phenomenon of irreversibility; Klein-Gordon-Fock equation.

For citation: Zakharov A. Yu. classical relativistic dynamics of a system of interacting atoms: Hamiltonian form // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 91–99. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).91-99

Введение

Релятивистский эффект запаздывания межатомных взаимодействий является реальным физическим механизмом, приводящих к термодинамическому поведению системы частиц [1]. Однако, описание релятивистской динамики взаимодействующих атомов в терминах, обычно используемых в теории конденсированного состояния вещества [2–6]. мгновенных межатомных потенциалов несовместимо С фундаментальными принципами теории относительности: представление ο мгновенных межатомных потенциалах допустимо лишь в статическом случае покоящихся атомов, когда запаздывание взаимодействий не проявляется. Поэтому в релятивистской динамике системы взаимодействующих атомов вместо меновенных межатомных потенциалов следует использовать полевую картину взаимодействий между атомами [7]. При этом в нерелятивистском пределе полевая картина должна быть эквивалентной статическим межатомным потенциалам.

Для реализации этой программы требуется решить следующие проблемы.

1. Разработать метод нахождения *релятивистского ковариантного вспомогательного поля*, которое в статическом режиме эквивалентно заданному межатомному потенциалу v(r). Эта проблема сформулирована и решена для класса статических модельных потенциалов, Фурье-трансформанта $\tilde{v}(k^2)$ которых является рациональной алгебраической функцией от волнового числа k [7].

2. Установление уравнений Лагранжа релятивистской динамики системы атомов и вспомогательного поля, обеспечивающего межатомные взаимодействия. Эта проблема решена для указанного класса модельных межатомных потенциалов с помощью вариационного принципа [7]: получено кинетическое уравнение для системы взаимодействующих атомов в терминах микроскопической (т. е. не усреднённой) функции распределения и выведены уравнения динамики вспомогательного поля.

3. Нахождение уравнений релятивистской динамики системы атомов и вспомогательного поля к гамильтоновой форме. Исследование качественных свойств решений уравнений Гамильтона, установление интегральных инвариантов.

Цель данной работы состоит в обобщении нерелятивистской канонической классической механики Гамильтона с прямыми взаимодействиями между частицами на классическую релятивистскую теорию системы, состоящей из атомов и вспомогательного поля, обеспечивающего взаимодействие между атомами.

92

Гамильтониан системы, состоящей из атомов и вспомогательного поля

Лагранжиан системы «атомы + вспомогательное поле» имеет вид [7]

$$L(\mathbf{R}_{a}(t), \dot{\mathbf{R}}_{a}(t); \{\varphi_{s}(\mathbf{r}, t)\}, \{\dot{\varphi}_{s}(\mathbf{r}, t)\}, \{\nabla\varphi_{s}(\mathbf{r}, t)\}) =$$

$$= \sum_{a} \frac{m\dot{\mathbf{R}}_{a}^{2}(t)}{2} - \sum_{s=1}^{n} \gamma_{s} \int d\mathbf{r} \left(\sum_{a} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_{a}(t))\right) \varphi_{s}(\mathbf{r}, t) +$$

$$+ \sum_{s=1}^{n} \frac{\varkappa_{s}}{2} \int d\mathbf{r} \left[\left(\frac{\partial\varphi_{s}(\mathbf{r}, t)}{c \ \partial t}\right)^{2} - (\nabla\varphi_{s}(\mathbf{r}, t))^{2} - \mu_{s}^{2}\varphi_{s}^{2}(\mathbf{r}, t) \right], \qquad (1)$$

где $\mathbf{R}_a(t)$ – радиус-вектор *a*-й точечной частиц как функция времени *t*, *m* – масса частицы, $\varphi_s(\mathbf{r}, t)$ – *s*-е элементарное вспомогательное скалярное поле, характеризующееся юкавской массой μ_s . Параметры μ_s определяются особыми точками Фурье-трансформанты $\tilde{v}(k^2)$ статического межатомного потенциала на комплексной плоскости волнового числа *k* [1].

Первый член в правой части этой формулы – лагранжиан свободных частиц в пренебрежении лоренцевым множителем, третий член – лагранжианы свободных элементарных вспомогательных полей, второй член – определяет взаимодействия между точечными частицами и элементарными полями, γ_s и \dot{u}_s – размерные параметры.

Отсюда следуют уравнения Лагранжа, описывающие эволюцию системы атомов и вспомогательных полей:

$$\begin{cases} m\ddot{\mathbf{R}}_{a}(t) + \sum_{s} \gamma_{s} \nabla \varphi_{s} \big(\mathbf{R}_{a}(t) \big) = 0; \\ (\Box - \mu_{s}^{2}) \varphi_{s}(\mathbf{r}, t) = \frac{\gamma_{s}}{\kappa_{s}} \sum_{a} \delta \big(\mathbf{r} - \mathbf{R}_{a}(t) \big). \end{cases}$$
(2)

Перейдем от полей $\varphi_s(\mathbf{r}, t)$ к их Фурье-компонентам $\tilde{v}_s(\mathbf{k}, t)$ по правилу [8, 9]

$$\varphi_s(\mathbf{r},t) = \sum_{\mathbf{k}} \tilde{\varphi}_s(\mathbf{k},t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \tilde{\varphi}_s(\mathbf{k},t) = \frac{1}{V} \int \varphi_s(\mathbf{r},t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}.$$
 (3)

В отличие от $\varphi_s(\mathbf{r}, t)$, переменные $\tilde{\varphi}_s(\mathbf{k}, t)$, вообще говоря, комплекснозначны и связаны между собой соотношениями

$$\tilde{\varphi}_{s}(-\boldsymbol{k},t) = \tilde{\varphi}_{s}^{*}(\boldsymbol{k},t).$$
(4)

Найдём функцию Лагранжа в новом представлении

$$L(\mathbf{R}_{a}(t), \dot{\mathbf{R}}_{a}(t); \tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k}, t), \dot{\tilde{\varphi}}_{s}(\mathbf{k}, t)) =$$

$$= \sum_{a} \frac{m\dot{\mathbf{R}}_{a}^{2}(t)}{2} - \sum_{s=1}^{n} \gamma_{s} \sum_{\mathbf{k}} \tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k}, t) \sum_{a} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_{a}(t)}$$

$$+ \sum_{s=1}^{n} \frac{V_{\varkappa_{s}}}{2} \sum_{\mathbf{k}} \left[\frac{1}{c^{2}} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k}, t)}{\partial t} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{s}(-\mathbf{k}, t)}{\partial t} - (k^{2} + \mu_{s}^{2}) \tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k}, t) \tilde{\varphi}_{s}(-\mathbf{k}, t) \right].$$
(5)

Последнее слагаемое в этой формуле напоминает выражение для функции Лагранжа системы свободных осцилляторов с теми лишь отличиями, что

– координаты $\tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k},t)$ являются комплекснозначными функциями;

– функция Лагранжа содержит «перекрёстные члены» типа $\tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k},t)\tilde{\varphi}_{s}(-\mathbf{k},t)$ и $\frac{\partial \tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k},t)}{\partial t} \frac{\partial \tilde{\varphi}_{s}(-\mathbf{k},t)}{\partial t}$.

Возможны два эквивалентных, но отличающихся по форме варианта представления гамильтониана системы «атомы + вспомогательное поле».

1. Представление в виде функции комплексных полевых переменных.

2. Представление в виде функции вещественных полевых переменных, каковыми являются вещественные и мнимые части соответствующих комплексных переменных.

Комплексное представление гамильтониана

Импульсы атомов $\boldsymbol{P}_a(t)$ и вспомогательных полей $p_s(\boldsymbol{k},t)$ определим соотношениями

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}_{a}(t) = \frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{R}}_{a}(t)} = m \dot{\boldsymbol{R}}_{a}(t); \\ \boldsymbol{p}_{s}(\boldsymbol{k}, t) = \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}_{s}(\boldsymbol{k}, t)}{\partial t}\right)} = \frac{V \kappa_{s}}{2c^{2}} \, \dot{\varphi}_{s}(-\boldsymbol{k}, t). \end{cases}$$
(6)

Выполним преобразование Лежандра и найдём гамильтониан системы, состоящей из атомов и создаваемых ими полей

$$H(\mathbf{R}_{a}(t), \mathbf{P}_{a}(t); \tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k}, t), p_{s}(\mathbf{k}, t)) =$$

$$= \sum_{a} \frac{P_{a}^{2}(t)}{2m} + \sum_{s=1}^{n} \gamma_{s} \sum_{\mathbf{k}} \tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k}, t) \sum_{a} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_{a}(t)} +$$

$$+ \sum_{s=1}^{n} \sum_{\mathbf{k}} \left[\frac{2c^{2}}{V\kappa_{s}} p_{s}(\mathbf{k}, t) p_{s}(-\mathbf{k}, t) + \frac{V\kappa_{s}}{2} (k^{2} + \mu_{s}^{2}) \tilde{\varphi}_{s}(\mathbf{k}, t) \tilde{\varphi}_{s}(-\mathbf{k}, t) \right].$$
(7)

Первое слагаемое в правой части этой формулы есть кинетическая энергия атомов, второе – энергия взаимодействия между атомами и вспомогательным полем $\varphi(\mathbf{r}, t)$:

$$\sum_{s=1}^{n} \gamma_s \sum_k \tilde{\varphi}_s(k,t) \sum_a e^{ikR_a(t)} = \sum_a \varphi(R_a(t),t),$$
(8)

а третье слагаемое есть гамильтониан системы свободных массивных (из-за параметров μ_s) осцилляторов с комплексными полевыми координатами $\tilde{\varphi}_s(\pm \mathbf{k}, t)$ и импульсами $p_s(\pm \mathbf{k}, t)$.

Вещественное представление гамильтониана

Из определения (3) следует, что канонические координаты $\tilde{\varphi}_s(\mathbf{k}, t)$ и импульсы $p_s(\mathbf{k}, t)$ вспомогательных полей $\varphi_s(\mathbf{r}, t)$ являются комплекснозначными, в то время как гамильтониан полей (7) веществен. В связи с этим целесообразно выражение (7) привести к вещественной форме.

Поскольку

$$\tilde{\varphi}_{s}^{*}(\boldsymbol{k},t) = \tilde{\varphi}_{s}(-\boldsymbol{k},t)$$
(9)

И

$$p_{s}^{*}(\boldsymbol{k},t) = p_{s}(-\boldsymbol{k},t),$$
 (10)

то

$$\tilde{\varphi}_s(\pm \mathbf{k}, t) = q_s^+(\mathbf{k}, t) \pm i q_s^-(\mathbf{k}, t)$$
(11)

И

$$p_s(\pm k, t) = p_s^+(k, t) \pm i p_s^-(k, t),$$
 (12)

где все новые переменные $q_s^+(\mathbf{k}, t), q_s^-(\mathbf{k}, t), p_s^+(\mathbf{k}, t) p_s^-(\mathbf{k}, t)$ вещественны.

Подставляя выражения (11) и (12) в (7), найдём выражение для гамильтониана системы в вещественной форме:

$$H(\mathbf{R}_{a}(t), \mathbf{P}_{a}(t); q_{s}^{\pm}(\mathbf{k}, t), p_{s}^{\pm}(\mathbf{k}, t)) = \sum_{a} \frac{P_{a}^{2}(t)}{2m} + \sum_{s=1}^{n} \gamma_{s} \sum_{\mathbf{k}, a} \left[q_{s}^{+}(\mathbf{k}, t) \cos(\mathbf{k}\mathbf{R}_{a}(t)) - q_{s}^{-}(\mathbf{k}, t) \sin(\mathbf{k}\mathbf{R}_{a}(t)) \right] + \sum_{s=1}^{n} \sum_{k} \left[\frac{2c^{2}}{V_{\varkappa_{s}}} \{ [p_{s}^{+}(\mathbf{k}, t)]^{2} + [p_{s}^{-}(\mathbf{k}, t)]^{2} \} + \frac{V_{\varkappa_{s}}}{2} (k^{2} + \mu_{s}^{2}) \{ [q_{s}^{+}(\mathbf{k}, t)]^{2} + [q_{s}^{-}(\mathbf{k}, t)]^{2} \} \right].$$
(13)

~

Канонические уравнения эволюции системы атомов и вспомогательного поля

Полная система уравнений, описывающих динамику атомов И вспомогательного поля, следует из гамильтониана системы. Каждому из двух вариантов представления гамильтониана соответствует своя форма вариант (7) более компактен уравнений динамики системы: комплексный с математической точки зрения, а вещественный вариант (13) имеет более наглядную физическую интерпретацию.

Комплексная форма уравнений динамики

Уравнения динамики атомов имеют вид:

$$\begin{cases} R_a(t) = \frac{\partial H}{\partial P_a(t)} = \frac{P_a(t)}{m}; \\ \dot{\boldsymbol{P}}_a(t) = -\frac{\partial H}{\partial R_a(t)} = -i \left(\sum_{s=1}^n \gamma_s \sum_{\boldsymbol{k}} \tilde{\varphi}_s(\boldsymbol{k}, t) e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}_a(t)} \boldsymbol{k} \right). \end{cases}$$
(14)

Исключая $P_a(t)$ из этих уравнений, найдём

$$\ddot{\boldsymbol{R}}_{a}(t) = -\frac{i}{m} \sum_{s=1}^{n} \gamma_{s} \sum_{\boldsymbol{k}} \tilde{\varphi}_{s}(\boldsymbol{k}, t) e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}_{a}(t)} \boldsymbol{k}.$$
(15)

Уравнения динамики элементарных вспомогательных полей имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\varphi}}_{s}(\boldsymbol{k},t) = \frac{\partial H}{\partial p_{s}(\boldsymbol{k},t)} = \frac{2c^{2}}{V_{\varkappa_{s}}} p_{s}(-\boldsymbol{k},t); \\ \dot{p}_{s}(\boldsymbol{k},t) = -\frac{\partial H}{\partial \tilde{\varphi}_{s}(\boldsymbol{k},t)} = -\gamma_{s} \sum_{a} e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}_{a}(t)} - \frac{V_{\varkappa_{s}}}{2} (k^{2} + \mu_{s}^{2}) \tilde{\varphi}_{s}(-\boldsymbol{k},t). \end{cases}$$
(16)

Исключая $p_s(\mathbf{k}, t)$ из этих уравнений, получим

$$\ddot{\tilde{\varphi}}_{s}(\boldsymbol{k},t) + c^{2}(k^{2} + \mu_{s}^{2})\tilde{\varphi}_{s}(\boldsymbol{k},t) = -\frac{2c^{2}}{V_{\mathcal{H}_{s}}}\gamma_{s}\sum_{a}e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}_{a}(t)}.$$
(17)

Объединяя уравнения (15) и (17), найдём полную систему уравнений, описывающих динамики системы атомов и создаваемых ими вспомогательных полей

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{R}}_{a}(t) = -\frac{i}{m} \sum_{s=1}^{n} \gamma_{s} \sum_{\boldsymbol{k}} \tilde{\varphi}_{s}(\boldsymbol{k}, t) e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}_{a}(t)} \boldsymbol{k}; \\ \ddot{\varphi}_{s}(\boldsymbol{k}, t) + c^{2}(k^{2} + \mu_{s}^{2}) \tilde{\varphi}_{s}(\boldsymbol{k}, t) = -\frac{2c^{2}}{V_{\varkappa_{s}}} \gamma_{s} \sum_{a} e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}_{a}(t)}. \end{cases}$$
(18)

Эта система уравнений описывает динамику системы, состоящей из атомов и вспомогательных полей.

Вещественная форма уравнений динамики

Используя уравнения Гамильтона для вещественной формы гамильтониана (13), найдём следующую систему уравнений

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{R}}_{a}(t) = \frac{1}{m} \sum_{s,k} \gamma_{s} \left[q_{s}^{+}(\mathbf{k},t) sin(\mathbf{k}\mathbf{R}_{a}(t)) + q_{s}^{-}(\mathbf{k},t) cos(\mathbf{k}\mathbf{R}_{a}(t)) \right] \mathbf{k}; \\ \ddot{q}_{s}^{+}(\mathbf{k},t) + c^{2}(k^{2} + \mu_{s}^{2})q_{s}^{+}(\mathbf{k},t) = -\frac{2c^{2}}{V\kappa_{s}} \gamma_{s} \sum_{a} cos(\mathbf{k}\mathbf{R}_{a}(t)); \\ \ddot{q}_{s}^{-}(\mathbf{k},t) + c^{2}(k^{2} + \mu_{s}^{2})q_{s}^{-}(\mathbf{k},t) = -\frac{2c^{2}}{V\kappa_{s}} \gamma_{s} \sum_{a} sin(\mathbf{k}\mathbf{R}_{a}(t)). \end{cases}$$
(19)

Первое из уравнений этой системы описывает динамику *a*-го атома, погружённого во вспомогательные поля φ_s , задаваемые их Фурье-компонентами $q_s^+(\mathbf{k},t)$, $q_s^-(\mathbf{k},t)$. Второе и третье из уравнений этой системы описывают динамику осцилляторов – Фурье-компонент $q_s^+(\mathbf{k},t)$, $q_s^-(\mathbf{k},t)$ вспомогательных полей, которые являются «посредниками» в передаче взаимодействий между атомами.

Динамика системы взаимодействующих атомов в рамках полевой картины взаимодействий полностью определяется:

- уравнениями (18) или (19), которые эквивалентны между собой;
- начальными условиями для всех атомов;
- начальными и граничными условиями для всех вспомогательных полей.

Для однозначной разрешимости системы уравнений (7) или (13) требуется выполнение всех трёх условий. В этом смысле сама по себе релятивистская динамика системы «атомы + поля» является полностью детерминистской и обратимой. Однако, задания начальных условий *только для атомов*, как это делается в рамках нерелятивистской классической теории, и игнорирование бесконечного множества полевых степеней свободы приводит к неединственности (или непредсказуемости) решения системы уравнений. Этот факт в какой-то степени может объяснить (но не оправдать!) использование концепции вероятности в рамках классической кинетической теории и статистической механики.

97

Результаты, перспективы и открытые проблемы

Результаты

 Получено точное выражение для релятивистского гамильтониана системы взаимодействующих атомов в рамках концепции вспомогательного ковариантного скалярного поля.

 Выведена полная система канонических уравнений Гамильтона, описывающих релятивистскую динамику системы взаимодействующих атомов и эволюцию полей.

Перспективы

– Построение свободной от вероятностных гипотез релятивистской кинетической теории.

– Построение релятивистской термодинамики.

Открытые проблемы

Развитие прямых методов математической физики – аналогов метода Ритца – применительно к уравнениям релятивистской динамики атомов и вспомогательных полей.

– Построение микроскопической теории систем с синергетической динамикой.

– Установления связи между характеристиками атомов и вспомогательных полей с термодинамическими функциями и переменными.

Благодарности

Я признателен Я. И. Грановскому, М. А. Захарову и В. В. Зубкову за многочисленные дискуссии.

Список литературы / References

1. Zakharov A. Yu. On the microscopic origin of thermodynamics and kinetics. Status and prospects // Physics Letters A. 2025. 534 (11). 130227-130227. DOI: 10.1016/j.physleta.2025.130227

2. Rowlinson J. S. C. A scientific history of intermolecular forces. Cambridge: Cambridge University Press, 2002. 343 p.

3. Kaplan I. G. Intermolecular Interactions: Physical Picture, Computational Methods and Model Potentials. Chichester: Wiley, 2006. 375 p.

4. Stone A. The theory of intermolecular forces. Oxford: Oxford University Press, 2013. 352 p.

5. Kun Zhou, Bo Liu. Molecular dynamics simulation: fundamentals and applications. Amsterdam: Elsevier, 2022. 374 p.

6. Kamberaj H. Molecular dynamics simulations in statistical physics: theory and applications. Cham: Springer, 2020. 470 p.

7. Zakharov A. Yu., Zubkov V. V. Field-theoretical representation of interactions between particles: classical relativistic probability-free kinetic theory // Universe. 2022. 8 (5). 281. DOI: 10.3390/universe8050281

8. Goldstein H., Poole C., Safko J. Classical mechanics. New York: Addison Wesley, 2011. 665 p.

9. Ter Haar D. Elements of Hamiltonian mechanics. 2d ed. Amsterdam: North Holland, 1964. 201 p.

Информация об авторах

Захаров Анатолий Юльевич – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7850-0086, Anatoly.Zakharov@novsu.ru

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 620.3:621.791 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).100-107 Поступила в редакцию / Received 28.01.2025

ГРНТИ 81.09.03+81.35.27 Специальность ВАК 1.3.8. Принята к публикации / Accepted 20.03.2025

Научная статья

АНАЛИЗ МИКРОСТРУКТУРЫ И МИКРОТВЕРДОСТИ НЕРАЗЪЕМНЫХ СОЕДИНЕНИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПРИМЕНЕНИЕМ НАНОПОРОШКА ВОЛЬФРАМА

Зернин Е. А., Петрова Е. Д., Сапожков С. Б.

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (Санкт-Петербург, Россия)

Аннотация. Рассмотрены основные направления и области применения нанопорошков металлов в технологиях соединения. Показано, что при наплавке слоев в присутствии нанопорошка вольфрама происходит изменение морфологии наплавленного металла. В присутствии наночастиц вольфрама происходит гетерогенная кристаллизация. Заданная концентрация нанопорошка вольфрама в составе шихты наплавочной проволоки позволяет прогнозировать размер зерна и твердость наплавки.

Ключевые слова: нанопорошок, наплавка, микроструктура, микротвердость.

Для цитирования: Зернин Е. А., Петрова Е. Д., Сапожков С. Б. Анализ микроструктуры и микротвердости неразъемных соединений, полученных с применением нанопорошка вольфрама // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 100–107. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1 (139).100-107

Research Article

ANALYSIS OF THE MICROSTRUCTURE AND MICROHARDNESS OF INTEGRAL JOINTS OBTAINED USING TUNGSTEN NANOPOWDER

Zernin E. A., Petrova E. D., Sapozhkov S. B.

Saint Petersburg State Marine Technical University (Saint Petersburg, Russia)

Abstract. The main directions and areas of application of metal nanopowders in bonding technologies are considered. It is shown that when layers are deposited in the presence of tungsten nanopowder, the morphology of the deposited metal changes. Heterogeneous crystallization occurs in the presence of tungsten nanoparticles. The set concentration of tungsten nanopowder in the charge of the surfacing wire makes it possible to predict the grain size and hardness of the surfacing.

Keywords: nanopowder, surfacing, microstructure, microhardness.

For citation: Zernin E. A., Petrova E. D., Sapozhkov S. B. Analysis of the microstructure and microhardness of integral joints obtained using tungsten nanopowder // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 100–107. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).100-107

Введение

В XXI веке наука о материаловедении в значительной степени ориентирована на создание наноматериалов и нанопорошков. Одним из основных преимуществ таких материалов является то, что их структура позволяет улучшить эксплуатационные показатели изделий из сталей и цветных металлов.

Для повышения долговечности и надежности металлоконструкций, а также для разработки новых металлов необходимо провести обширные научные исследования и активно внедрить современные технологии в промышленное производство. Одним из приоритетных направлений является применение нанопорошков различных металлов и их соединений. Такие материалы способствуют существенному повышению эффективности производства [1–3].

В последние годы значительное внимание уделяется применению нанопорошков тугоплавких металлов при сварке, наплавке и напылении. Одна из основных задач, решаемых при использовании нанопорошков – модифицирование наплавляемого металла. Это позволяет управлять структурой и свойствами наплавляемого слоя. Что, в свою очередь, позволяет получить поверхность изделия с заданными эксплуатационными показателями.

Анализ проведенных работ [4–6] показывает, что существенное внимание уделяется влиянию нано- и ультрадисперсных материалов на структуру, распределение включений и свойства неразъемных соединений. В исследованиях [7–10] приводится результаты влияния нанопорошков на процесс модифицирования наплавленного металла.

В целом [11] при дуговых способах сварки или наплавки плавлением введение нанопорошков в расплав сварочной ванны реализуется посредством:

- специализированных паст, которые наносятся на кромки свариваемых изделий;
- защитного (транспортирующего) газа;
- порошковой проволокой, содержащей такие материалы.

Материалы и методы

В данной работе рассмотрены метод наплавки порошковой проволокой, содержащей нанопорошок вольфрама, с целью выявления закономерностей формирования структуры и свойств наплавленного металла. Для экспериментальных исследований был использован нанопорошок вольфрама (технология получения методом электрического взрыва проводника приведена в работе [12]).

При наплавке использовался как основная проволока («горячая» присадка), так и дополнительная порошковая проволока («холодная» присадка). В состав порошковой

проволоки («холодной» присадки) входит мелкодисперсный вольфрам. Для того, чтобы снизить воздействие электрической дуги на нанопорошок вольфрама, «холодная» проволока подавалась в часть сварочной ванны, которая имела более низкую температур («холодная» хвостовая часть).

Прототипом для «холодной» послужила порошковая проволока ПП-АН170М.

Наплавка осуществлялась в автоматическом режиме в среде защитных газов на подложку из низкоуглеродистой стали (основу). Толщина подложки – 20 мм. Режимы наплавки: ток сварки 320–340 А; напряжение дуги 32–34 В. Образцы перед наплавкой подвергались предварительному подогреву и последующей термообработке. Температура предварительного подогрева составляла 300–320°C. После наплавки образцы помещались в муфельную печь с температурой 320°C с последующем остыванием вместе с печью.

Фазовый состав и микорструктура определялись при помощи оптической металлографии. Для регистрации изображения использовалась оптическая цифровая фотокамера. Образы подвергались избирательному травлению, которое проводилось в два этапа. На первом этапе шлиф протравливался спиртовым раствором азотной кислоты для выявления и регистрации структуры основного металла. На втором этапе осуществлялось дополнительное травление смесью азотной и соляной кислот. В соответствии с ГОСТ 5639 «Стали и сплавы. Методы определения размера зерна» определялся размер зерна.

Оценка механических свойств наплавки и металла подложки проводилась за счет измерения микротвердости. При этом использовался микротвердомер ПМТ-3М (метод Виккерса). Твердость и микроструктура определялись от поверхности наплавки в направлении подложки с шагом 0,5 мм.

Исследования наплавленных слоев проводились согласно схеме, представленной на рисунке 1.



Рисунок 1. Поперечный срез наплавленного металла на подложке для оценки структуры и свойств наплавки: 1 – слой, полученный при наплавке; А – область дендритов, имеющих форму «зерна»; В – область дендритов, имеющих разную ориентацию; 2 – линия условного перехода от наплавленного металла к металлу подложки; 3 – металл подложки; 4(*1*) – линия определения значений механических характеристик основного и наплавленного металла

Результаты

Анализ экспериментальных исследований структуры слоёв, наплавленных порошковой проволокой с мелкодисперсным вольфрамом, показал, что независимо от концентрации модификатора, наплавленный металл имеет схожее строение. В нем присутствуют характерные: области дендритов, имеющих форму «зерна» и области дендритов, имеющих разную ориентацию (рисунок 2).



Рисунок 2. Микроструктура металла наплавки и основного металла: а) область дендритов, имеющих форму «зерна»; б) область дендритов, имеющих разную ориентацию; в) металл подложки (основной металл из низкоуглеродистой стали)

Тем не менее, увеличение концентрации мелкодисперсного вольфрама в составе порошковой «холодной» проволоке, размер зерен имеет тенденцию к уменьшению. График экспериментальных данных влияния мелкодисперсного порошка вольфрама на геометрические параметры зерна в наплавленном металле представлены на рисунке 3.



Рисунок 3. Экспериментальные данные влияния мелкодисперсного порошка вольфрама на геометрические параметры зерна в наплавленном металле

По результатам анализа экспериментальных данных можно констатировать, что мелкодисперсные частицы вольфрама способствуют протеканию гетерогенной кристаллизации и обеспечивают модифицирование металла, наплавленного порошковой проволокой. Управление структурой и, следовательно, размером зерна, достигается при количественном и качественном изменении шихты порошковой проволоки.

Количественная оценка изменения показателей прочности наплавленных слоев в присутствии мелкодисперсного вольфрама была проведена посредством измерения микротвердости наплавленного металла вдоль линии 4(*I*) (рисунок 1). Шаг измерения микротвердости составлял 0,5 мм. Глубина измерения от лицевой части наплавки составила 3 мм. Графики изменения микротвердости по толщине наплавленного металла изображены на рисунке 4.



Рисунок 4. Графики изменения микротвердости по толщине наплавленного металла

Анализ экспериментальных данных показал, что микротвердость одинаково распределяется (по характеру) во всех испытуемых образцах. Максимум показателей твердости – у поверхности наплавки и на границе сплавления с основным металлом (подложкой). Значения твердости выше у поверхности наплавки. Это объяснятся различным теплоотводом кристаллизующегося металла сварочной ванны в окружающий воздух и в более холодный металл подложки.

Анализ экспериментальных данных также показал, что чем выше концентрация нанопорошка вольфрама (рисунок 5), тем выше среднее значение микротвердости металла, наплавленного порошковой проволокой.



Рисунок 5. Экспериментальные данные зависимости микротвердости наплавки от процентного содержания мелкодисперсного вольфрама в составе шихты порошковой проволоки

Изменение прочностных свойств наплавки (их повышение) подтверждается увеличенными показателями твердости наплавленного металла в присутствии в составе шихты порошковой проволоки мелкодисперсных частиц вольфрама.

Заключение

Анализ проведенных исследований показывает, что при наплавке слоев в присутствии нанопорошка вольфрама происходит изменение морфологии наплавленного металла. Применение нанопорошка вольфрама однозначно приводит к получению более равновесной и мелкодисперсной структуры наплавки при одновременном повышении микротвердости.

Характер распределения микротвердости также имеет схожий характер – наибольшие значения наблюдаются возле зоны сплавления, а наименьшие значения – у свободной поверхности. Абсолютная величина микротвердости, прежде всего, определяется исходным материалом для наплавки.

В присутствии наночастиц вольфрама происходит измельчение структуры наплавленного металла, т. к. происходит гетерогенная кристаллизация. Другими словами – нанопорошок вольфрама служит готовыми центрами кристаллизации при затвердевании жидкого расплава сварочной ванны наплавляемого металла. Заданная концентрация нанопорошка вольфрама в составе шихты наплавочной проволоки позволяет прогнозировать размер зерна и твердость наплавки.

Список литературы

1. Галевский Г. В., Руднева В. В., Юркова Е. К. Наноматериалы и нанотехнологии: оценки, тенденции, прогнозы // Известия высших учебных заведений. Цветная металлургия. 2007. 2. 73–76.

2. Pal K., Mohan M. M., Thomas S. Dynamic application of novel electro-optic switchable device modulation by graphene oxide dispersed liquid crystal cell assembling CdS nanowires // Organic Electronics: Physics, Materials, Applications. 2016. 39. 25–37.

3. Reisgen U., Balashov B., Stein L., Geffers C. Nanophase hardfacing new possibilities for functional surfaces // Materials Science Forum. 2010. 638–642. 870–875.

4. Wang Jian-Yih, Chang Tien-Chan, Chang Li-Zen, Lee Shyong. Effect of Al and Mn content on the mechanical properties of various ECAE Processed Mg-Li-Zn Alloys // Materials Transactions. 2006. 47 (4). 971–976.

5. Seo J. S., Kim H. J., Lee Ch. Effect of Ti addition on weld microstructure and inclusion characteristics of bainitic GMA welds // ISIJ International. 2013. 53 (5). 880–886. DOI: 10.2355/isijinternational.53.880

6. Vanovsek W., Bernhard C., Fiedler M., Posch G. Influence of aluminum content on the characterization of microstructure and inclusions in high-strength steel welds // Welding in the World. 2013. 57 (1). 73–83.

7. Wang Jian-Yih, Chang Tien-Chan, Chang Li-Zen, Lee Shyong. Effect of Al and Mn Content on the Mechanical Properties of Various ECAE Processed Mg-Li-Zn Alloys // Materials Transactions. 2006. 47 (4). 971–976.

8. Klimpel A., Kik T. Erosion and abrasion wear resistance of GMA wire surfaced nanostructural deposits // Archives of Materials Science and Engineering. 2008. 30 (2). 121–124.

9. Zhu Y., Yukimura K., Ding C. X., Zhang P. Y. Tribological properties of nanostructured and conventional WC-Co coatings deposited by plasma spraying // Thin Solid Films. 2001. 388 (1-2). 277–282.

10. Wu P., Du H. M., Chen X. L., Li Z. Q., Bai H. K., Jiang E. Y. Influence of WC particle behavior on the wear resistance properties of Ni-WC composite coatings // Wear. 2004. 257 (1-2). 142–147.

11. Сапожков С. Б., Зернин Е. А., Петрова Е. Д., Петров Р. В., Захаров М. А. Применение нано- и ультрадисперсных материалов для управления структурой и свойствами металлов в соединительных технологиях: мировая практика (обзор) // Вестник НовГУ. 2023. 5 (134). 833–846. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).833-846

12. Zhuravkov S. P., Pustovalov A. V., Kuznetsov M. A., Rosliy I. S., Zernin E. A. Assignment of appropriate conditions for synthesizing tungsten nanopowder by electric explosion of conductors // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2016. 142. 012020. DOI: 10.1088/1757-899X/142/1/012020

References

1. Galevskii G. V., Rudneva V. V., Yurkova E. K. Nanomaterials and nanotechnologies: Assessment, tendencies, and forecasts // Russian Journal of Non-Ferrous Metals. 2007. 48 (2). 157–160. DOI: 10.3103/S1067821207020162 (In Russian).

2. Pal K., Mohan M. M., Thomas S. Dynamic application of novel electro-optic switchable device modulation by graphene oxide dispersed liquid crystal cell assembling CdS nanowires // Organic Electronics: physics, materials, applications. 2016. 39. 25–37.

3. Reisgen U., Balashov B., Stein L., Geffers C. Nanophase hardfacing new possibilities for functional surfaces // Materials Science Forum. 2010. 638–642. 870–875.

4. Wang Jian-Yih, Chang Tien-Chan, Chang Li-Zen, Lee Shyong. Effect of Al and Mn content on the mechanical properties of various ECAE Processed Mg-Li-Zn Alloys // Materials Transactions. 2006. 47 (4). 971–976.

5. Seo J. S., Kim H. J., Lee Ch. Effect of Ti addition on weld microstructure and inclusion characteristics of bainitic GMA welds // ISIJ International. 2013. 53 (5). 880–886. DOI: 10.2355/isijinternational.53.880

6. Vanovsek W., Bernhard C., Fiedler M., Posch G. Influence of aluminum content on the characterization of microstructure and inclusions in high-strength steel welds // Welding in the World. 2013. 57 (1). 73–83.

7. Wang Jian-Yih, Chang Tien-Chan, Chang Li-Zen, Lee Shyong. Effect of Al and Mn Content on the Mechanical Properties of Various ECAE Processed Mg-Li-Zn Alloys // Materials Transactions. 2006. 47 (4). 971–976.

8. Klimpel A., Kik T. Erosion and abrasion wear resistance of GMA wire surfaced nanostructural deposits // Archives of Materials Science and Engineering. 2008. 30 (2). 121–124.

9. Zhu Y., Yukimura K., Ding C. X., Zhang P. Y. Tribological properties of nanostructured and conventional WC-Co coatings deposited by plasma spraying // Thin Solid Films. 2001. 388 (1-2). 277–282.

10. Wu P., Du H. M., Chen X. L., Li Z. Q., Bai H. K., Jiang E. Y. Influence of WC particle behavior on the wear resistance properties of Ni-WC composite coatings // Wear. 2004. 257 (1-2). 142–147.

11. Sapozhkov S. B., Zernin E. A., Petrova E. D., Petrov R. V., Zakharov M. A. The use of nano- and ultrafine materials for controlling the structure and properties of metals in connecting technologies: world practice (review) // Vestnik NovSU. 2023. 5 (134). 833–846. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).833-846 (In Russian).

12. Zhuravkov S. P., Pustovalov A. V., Kuznetsov M. A., Rosliy I. S., Zernin E. A. Assignment of appropriate conditions for synthesizing tungsten nanopowder by electric explosion of conductors // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2016. 142. 012020. DOI: 10.1088/1757-899X/142/1/012020

Информация об авторах

Зернин Евгений Александрович – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0002-9176-0720, yuti_sp@bk.ru

Петрова Екатерина Дмитриевна – ассистент, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0009-0002-2302-8359, petrowa.ket@yandex.ru

Сапожков Сергей Борисович – доктор технических наук, доцент, профессор, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (Санкт-Петербург, Россия), ORCID: 0000-0001-6804-4454, ssb@novsu.ru
ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 537.8:539.2:517.9 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).108-122 Поступила в редакцию / Received 12.02.2025 ГРНТИ 29.05.33+29.29.49+27.39.19 Специальность ВАК 1.3.8. Принята к публикации / Accepted 14.03.2025

Научная статья

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОСРЕДСТВОМ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Зубков В. В.¹, Майфат Д. А.¹, Зубкова А. В.²

¹ Тверской государственный университет (Тверь, Россия) ² Тверской государственный технический университет (Тверь, Россия)

Аннотация. На основе лагранжевого описания системы частиц и поля получен закон изменения энергии системы точечных частиц, взаимодействующих друг с другом посредством составного скалярного поля Клейна-Фока-Гордона. Движение частиц рассматривалось как нерелятивистское, в то время как динамика поля всегда существенно релятивистская по своей природе. Показано, что в рамках модели независимых скалярных полей полная энергия частиц за время эволюции системы убывает. Также получен закон изменения свойственной классической механике полной механической энергии системы частиц. В качестве примера рассмотрены типичные для модели простых жидкостей и газов устойчивые по критерию Добрушина-Рюэля-Фишера двойные потенциалы Юкавы. Показано, что для таких физически реалистичных потенциалов скорость изменения механической энергии частиц отрицательна. Обсуждены связанные с проведенным исследованием вопросы фундаментального характера, такие как явление необратимости и обоснование распределений Гиббса.

Ключевые слова: классическая релятивистская динамика, запаздывающие взаимодействия, уравнение Клейна-Фока-Гордона, явление необратимости.

Для цитирования: Зубков В. В., Майфат Д. А., Зубкова А. В. Динамика частиц, взаимодействующих посредством скалярного поля // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 108–122. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(137).108-122

Research Article

DYNAMICS OF PARTICLES INTERACTING BY MEANS OF A SCALAR FIELD

Zubkov V. V.¹, Mayfat D. A.¹, Zubkova A. V.²

¹ Tver State University (Tver, Russia) ² Tver State Technical University (Tver, Russia)

Abstract. On the basis of the Lagrangian description of the system of particles and the field, the law of energy change of a system of point particles interacting with each other by means of a composite Klein-Fock-Gordon scalar field is obtained. The motion of particles was considered as nonrelativistic, while the field dynamics is always essentially relativistic in nature. It is shown that within the model of independent scalar fields the total energy of particles for the evolutionary time of the system decreases. Also the law of change of the total mechanical energy of the system of particles peculiar to classical mechanics is obtained. As an example, the double Yukawa potentials, typical for the model of simple liquids and gases, which are stable according to the Dobrushin-Ruel-Fisher criterion, are considered. It is shown that for such physically realistic potentials the rate of change of mechanical energy of particles is negative. Fundamental issues related to the research carried out, such as the phenomenon of irreversibility and the justification of Gibbs distributions, are discussed.

Keywords: classical relativistic dynamics, retarded interactions, Klein-Gordon-Fock equation, the phenomenon of irreversibility.

For citation: Zubkov V. V., Mayfat D. A., Zubkova A. V. Dynamics of particles interacting by means of a scalar field // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 108–122. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).108-122

Введение

В основе подавляющего большинства теоретических методов исследования систем многих частиц лежит статистическая механика, с которой связаны два принципиальных момента [1–5]: вероятностная картина эволюции системы и гамильтоновость рассматриваемой системы. Причем, что важно, под системой понимается система частиц, движение которой подчиняется законам классической механики.

Вероятностная картина основана на эргодической гипотезе, которая в общем случае не доказана, а, следовательно, использование этой гипотезы потенциально может привести к неверным результатам. В общем случае введение вероятностных гипотез в динамику классической механической системы приводит к внутренне противоречивой теории, что замечательно было проиллюстрировано в работе Каца [6]. Кац показал, что точное решение задачи о динамике дискретной кольцевой модели в рамках классической механики качественно отличается от решения, полученного с привлечением реалистических вероятностных гипотез. Это явно говорит о том, что введение вероятностных предположений может существенно исказить истинную эволюцию частиц. В связи с этим популярные на сегодняшний день попытки объяснения необратимости в рамках концепции детерминистического хаоса, призванные обосновать введение вероятностных мер, не представляют собой вполне удовлетворительное решение проблемы необратимости.

Н. Н. Боголюбов в свое время отмечал, что кинетические уравнения, записанные для упругих шаров, не могут в себе содержать явление стохастизации системы [2, с. 616–638], и что эргодическая теория требует слишком узких условий и поэтому для реальных задач физики практически не применима. Вот что он писал: «По поводу результатов эргодической теории надо, однако, сказать, что свойстваа транзитивности, и в особенности перемешивания для динамических систем, рассматриваемых в статистической механике, установить чрезвычайно трудно» [3, с. 434–435]. Боголюбов считал более реалистической причиной перехода системы к равновесию влияние термостата [3, с. 437]. Но что считать термостатом? Систему, внешнюю по отношению к исследуемой? Но каким образом тогда замкнутая система приходит к равновесию? В. Ритц в своей дискуссии с А. Эйнштейном [7] отмечал, что одной из причин необратимости является ограничения в виде запаздывающих потенциалов. Запаздывающие потенциалы являются следствием полевой теории

взаимодействия частиц. Эволюция системы «частицы + поле» определяется релятивистски-инвариантным гамильтонианом, неизбежно включающим слагаемое, обусловленное взаимодействием между частицами и полем. В классической же механике, напротив, постулируется принцип дальнодействия, а взаимодействие описывается посредством введения потенциальной энергии. Но, как показал Карри [8], в таком случае требование релятивистской инвариантности исключает возможность учета взаимодействия между частицами. Значит, статистическая механика, с её представлением о классическом нерелятивистском гамильтониане, не соответствует хорошо проверенному принципу: эволюция системы частиц происходит релятивистски-инвариантному уравнению движения, включающему согласно Более того, исключение из рассмотрения поля движение поля. означает пренебрежение бесконечным множеством полевых степеней свободы и их влиянием на динамику частиц. Здесь уместно вспомнить слова Дж. Уилера, записанные им на стене кафедры теоретической физики МГУ: «Не может быть теории частиц, которая имеет дело лишь с частицами».

В работах [9–13] показано, что учет поля (и, как следствие, эффектов запаздывания взаимодействия) позволяет описать микроскопическую необратимую эволюцию системы частиц. При таком описании нет необходимости вводить вероятностные гипотезы и предположения. Все, что действительно необходимо, – это описание совместного движения частиц и поля в псевдоевклидовом пространствевремени с учетом принципа причинности [9, 11, 12].

В работе [9] было получено кинетическое уравнение для системы частиц, взаимодействующих посредством скалярного поля типа Клейна-Фока-Гордона. В настоящей работе получено выражение для скорости изменения полной механической энергии частиц, а также изменение энергии системы частиц за время эволюции.

Уравнения движения для частиц и поля

Рассмотрим эволюцию системы «частицы + скалярное поле». Скалярное поле, посредством которого взаимодействуют частицы, зададим в виде составного поля Клейна-Фока-Гордона [14]

$$\varphi(x) = \sum_{s} \varphi_{s}(x). \tag{1}$$

Здесь *x* = (*ct*, *r*) – координаты в пространстве Минковского. Запишем действие для системы «частицы + скалярное поле» [9]:

$$S = -\sum_{a} m_{a} c \int ds_{a} - \sum_{a} \sum_{s} \frac{\gamma_{s}}{c} \int \varphi_{s}(x_{a}) ds_{a} + \frac{1}{2c} \sum_{s} \varkappa_{s} \int d^{4}x \Big(\partial_{\alpha} \varphi_{s}(x) \partial^{\alpha} \varphi_{s}(x) - \mu_{s}^{2} \varphi_{s}^{2}(x) \Big).$$

$$(2)$$

Здесь \varkappa_s – размерная постоянная, γ_s – константа связи, μ_s – величина, характеризующая массу переносчиков взаимодействия.

Варьируя действие (2) по переменным поля, получим уравнение движения для поля

$$\Box \varphi_s + \mu_s^2 \varphi_s = -\frac{\gamma_s}{\varkappa_s} \sum_a \int d\tau_a \sqrt{\dot{x}^a \dot{x}_a} \delta^4 \left(x - x_a(\tau_a) \right) = -\frac{\gamma_s c}{\varkappa_s} \int \mathcal{F}(x, p) d^4 p \equiv g_s(x), \tag{3}$$

решение которого, удовлетворяющее принципу причинности, может быть записано как

$$\varphi_{s}(x) = \int g_{s}(x') d^{4}x' \frac{c}{(2\pi)^{4}} \int e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} d^{3}\mathbf{k} \int d\omega \frac{e^{-i\omega(t-t')}}{c^{2}\mu_{s}^{2}-\omega^{2}+c^{2}\mathbf{k}^{2}-i\varepsilon c\omega}.$$
 (4)

Здесь $d\tau_a$ – собственное время *a*-ой частицы, $k = \left(\frac{\omega}{c}, k\right)$ – волновой 4-вектор, $\mathcal{F}(x, p)$ – микроскопическая функция распределения Стратоновича:

$$\mathcal{F}(x,p) = \sum_{a} \int \delta^{4} \left(x - x_{a}(\tau_{a}) \right) \delta^{4} \left(p - p_{a}(\tau_{a}) \right) d\tau_{a}.$$
(5)

Введенное в знаменателе выражения (4) слагаемое *i*εcω отвечают выбору запаздывающей функции Грина, что соответствует учету принципа причинности.

Варьируя действие по переменным частиц, получим уравнения для движения частиц

$$\frac{d}{d\tau_a} \left[\left(1 + \frac{\sum_s \gamma_s \varphi_s(x_a)}{m_a c^2} \right) p_a^{\nu} \right] = \sum_s \gamma_s \frac{\partial \varphi_s(x_a)}{\partial x_{a\nu}}.$$
(6)

Пусть $\sum_{s} \gamma_{s} \varphi_{s}(x_{a}) \ll m_{a}c^{2}$. Тогда уравнение (6) можно упростить:

$$\frac{dp_a^{\nu}}{d\tau_a} = \sum_s \gamma_s \, g^{\nu\mu} \, \frac{\partial \varphi_s(x_a)}{\partial x_a^{\mu}} = f^{\nu}(x_a). \tag{7}$$

Здесь

$$f^{\mu} = \left(f^{0}, \vec{f}\right) = \frac{p^{0}}{mc} \left(\frac{\nu F}{c}, F\right) = \left(\frac{\partial}{c\partial t} \sum_{s} \gamma_{s} \varphi_{s}(x), -\frac{\partial}{\partial r} \sum_{s} \gamma_{s} \varphi_{s}(x)\right), \tag{8}$$

– 4-сила, $p^{\alpha} = (p^0, p)$ – 4-вектор импульса, *F* – трехмерная сила, $g^{\nu\mu}$ – тензор, обратный к метрическому тензору. В дальнейшем будем полагать, что все частицы имеют одинаковую массу $m_a = m$.

Эволюция энергии-импульса системы частиц

Найдем теперь закон изменения тензора энергии-импульса системы частиц. Умножая уравнение движения (7) на $\delta^4(x - x_a(\tau_a))$, интегрируя по времени τ_a и суммируя по *a*, получим

$$\sum_{a} \int d\tau_{a} \frac{dp_{a}^{\nu}}{d\tau_{a}} \delta^{4} \big(x - x_{a}(\tau_{a}) \big) = \sum_{a} \int d\tau_{a} f^{\nu}(x_{a}) \delta^{4} \big(x - x_{a}(\tau_{a}) \big).$$

Преобразуем левую часть равенства:

$$\sum_{a} \int d\tau_{a} \frac{dp_{a}^{\nu}}{d\tau_{a}} \delta^{4} \left(x - x_{a}(\tau_{a}) \right) = \sum_{a} m_{a} \int d\tau_{a} \frac{du_{a}^{\nu}}{d\tau_{a}} \delta^{4} \left(x - x_{a}(\tau_{a}) \right) =$$
$$= \partial_{\mu} \sum_{a} m_{a} \int d\tau_{a} u_{a}^{\nu} u_{a}^{\mu} \delta^{4} \left(x - x_{a}(\tau_{a}) \right) = \partial_{\mu} T_{part}^{\nu \mu}.$$

Здесь

$$T_{part}^{\nu\mu} = \sum_{a} m_a \int d\tau_a \, u_a^{\nu} \, u_a^{\mu} \delta^4 \big(x - x_a(\tau_a) \big) \tag{9}$$

– тензор энергии импульса системы частиц, u_a^{ν} – 4-скорость частицы. В итоге закон изменения тензора энергии-импульса имеет вид:

$$\partial_{\nu}T_{part}^{\nu\mu} = \sum_{a} \int d\tau_{a} f_{a}^{\mu}(x_{a}) \delta^{4}(x - x_{a}(\tau_{a})) = g^{\nu\mu} \sum_{s} \gamma_{s} \partial_{\nu} \varphi_{s}(x) \int \mathcal{F}(x, p) d^{4}p.$$
(10)

Проинтегрируем (10) по объему, занимаемому системой частиц

$$\int d^3 \boldsymbol{r} \,\partial_{\nu} T_{part}^{\nu\mu} = \int d^3 \boldsymbol{r} \int f^{\mu}(x) \mathcal{F}(x,p) d^4 p. \tag{11}$$

Учтем, что

$$\int dp^{0} \mathcal{F}(x,p) = \frac{1}{c\sqrt{1 + \frac{p^{2}}{m^{2}c^{2}}}} f(r, p, t).$$
(12)

Здесь

$$f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t) = \sum_{a} \delta^{3} (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_{a}(t)) \delta^{3} (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_{a}(t))$$
(13)

 – функция распределения Климонтовича. Тогда уравнение (11) можно представить в виде:

$$\int d^3 \boldsymbol{r} \, \partial_{\nu} T_{part}^{\nu\mu} = \int d^3 \boldsymbol{r} \int d^3 \, \boldsymbol{p} \, \frac{f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}, t)}{c \sqrt{1 + \frac{\boldsymbol{p}^2}{m^2 c^2}}} f^{\mu}(\boldsymbol{x}). \tag{14}$$

Интеграл по объему от дивергенции тензора энергии-импульса частиц с учетом теоремы Гаусса и предположения, что на бесконечности частицы отсутствуют, может быть представлен в следующем виде

$$\int d^{3}\boldsymbol{r} \,\partial_{\nu} T_{part}^{\nu\mu} = \frac{1}{c} \int d^{3}\boldsymbol{r} \,\frac{\partial T_{part}^{\rho\mu}}{\partial t} - \int di\nu T_{part} d^{3}\boldsymbol{r} =$$

$$= \frac{1}{c} \int d^{3}\boldsymbol{r} \,\frac{\partial T_{part}^{\rho\mu}}{\partial t} - \oint_{S} T_{part}^{\nu\mu} dS_{\nu} = \frac{1}{c} \int d^{3}\boldsymbol{r} \,\frac{\partial T_{part}^{\rho\mu}}{\partial t} =$$

$$= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int d^{3}\boldsymbol{r} \sum_{a} \delta^{3} (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_{a}) m u_{a}^{\mu} = \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \sum_{a=1}^{N} m u_{a}^{\mu}.$$
(15)

В итоге имеем

$$\frac{d}{dt}\sum_{a=1}^{N} m u_a^{\mu} = \int d^3 \mathbf{r} \int d^3 \mathbf{p} \frac{f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\sqrt{1 + \frac{\mathbf{p}^2}{m^2 c^2}}} f^{\mu}(x).$$
(16)

Если индекс μ в (16) пробегает пространственные компоненты, то уравнение (16) совпадает с законом изменения импульса системы $\sum_{a=1}^{N} \frac{m_a v_a}{\sqrt{1-\left(\frac{v_a}{c}\right)^2}}$. Если индекс μ соответствует нулевой компоненте 4-вектора, то мы приходим к формуле для закона изменения полной энергии системы частиц $\sum_{a=1}^{N} \frac{m_a c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v_a}{c}\right)^2}}$. В последнем случае

уравнение (16) принимает вид:

$$\frac{d}{dt} \sum_{a=1}^{N} \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_a}{c}\right)^2}} = c \int d^3 \mathbf{r} \int d^3 \mathbf{p} \frac{f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2 c^2}}} f^0(x).$$
(17)

Так как $f^0 = \frac{pF}{mc}$, то уравнение (17) можно представить в виде

$$\frac{d}{dt}\sum_{a=1}^{N}\frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{\nu_a}{c}\right)^2}} = \int d^3\boldsymbol{r} \int d^3\boldsymbol{p} \frac{f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t)}{\sqrt{1+\frac{\boldsymbol{p}^2}{m^2c^2}}} \frac{\boldsymbol{p}\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{m}} = -\sum_{s}\gamma_s \int d^3\boldsymbol{r} \int d^3\boldsymbol{p} \frac{f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t)}{1+\frac{\boldsymbol{p}^2}{m^2c^2}} \frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{m}} \frac{\partial\varphi_s(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{r}}.$$
 (18)

С другой стороны, с учетом $f^0 = \frac{\partial}{c\partial t} \sum_s \gamma_s \varphi_s(x)$ уравнению (17) можно придать другой вид:

$$\frac{d}{dt}\sum_{a=1}^{N}\frac{mc^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v_a}{c}\right)^2}} = \sum_s \gamma_s \int d^3 \boldsymbol{r} \int d^3 \boldsymbol{p} \frac{f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t)}{\sqrt{1+\frac{\boldsymbol{p}^2}{m^2c^2}}} \frac{\partial \varphi_s(x)}{\partial t}.$$
(19)

Выражения (18) и (19) для скорости изменения полной энергии частиц полностью эквивалентны, и использование той или другой формы записи диктуется удобством ее использования при решении поставленной задачи.

Эволюция энергии системы частиц

С учетом выражения для поля (4) скорость изменения энергии системы частиц (19) можно представить в виде:

$$\frac{d}{dt}\sum_{a=1}^{N}\frac{mc^{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{v_{a}}{c}\right)^{2}}} = \frac{ic^{2}}{(2\pi)^{4}}\sum_{s}\frac{\gamma_{s}^{2}}{\varkappa_{s}}\int d^{3}\boldsymbol{r}\int d^{3}\boldsymbol{p}\frac{f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t)}{\sqrt{1+\frac{\boldsymbol{p}^{2}}{m^{2}c^{2}}}} \times \int dt'\int\int\frac{f(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{p}',t')}{\sqrt{1+\frac{\boldsymbol{p}'^{2}}{m^{2}c^{2}}}}d^{3}\boldsymbol{r}'d^{3}\boldsymbol{p}'\int e^{i\boldsymbol{k}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}d^{3}\boldsymbol{k}\int\frac{\omega e^{-i\omega(t-t')}d\omega}{c^{2}\mu_{s}^{2}-\omega^{2}+c^{2}\boldsymbol{k}^{2}-i\varepsilon c\omega}.$$
(20)

С учетом принципа причинности вычисление интеграла по *ω* приводит к следующему выражению:

$$\int d\omega \frac{\omega e^{-i\omega(t-t')}}{c^2\mu^2 - \omega^2 + c^2k^2 - i\varepsilon c\omega} = 2\pi i \cos\left(c\sqrt{k^2 + \mu^2}(t-t')\right).$$

С учетом этого из (20) следует выражение для приращения энергии частиц за все время эволюции нерелятивистских частиц:

$$\Delta\left(\sum_{a=1}^{N}\frac{m\boldsymbol{v}_{a}^{2}}{2}\right) = -\frac{2\pi c^{2}}{(2\pi)^{4}}\sum_{s}\frac{\gamma_{s}^{2}}{\varkappa_{s}}\int_{-\infty}^{\infty}dt\int_{-\infty}^{t}dt'\,\tilde{\rho}(\boldsymbol{k},t')\times$$

$$\times\int\tilde{\rho}(-\boldsymbol{k},t)\cos\left(c\sqrt{\boldsymbol{k}^{2}+\mu_{s}^{2}}(t-t')\right)d^{3}\boldsymbol{k}.$$
(21)

Здесь $\tilde{\rho}(\mathbf{k},t)$ – фурье-образ локальной плотности $\rho(\mathbf{r},t) = \int f(\mathbf{r},\mathbf{p},t) d^3 \mathbf{p}$. Далее, заметим, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{t} dt' \,\tilde{\rho}(\mathbf{k}, t') \tilde{\rho}(-\mathbf{k}, t) \cos\left(c\sqrt{\mathbf{k}^{2} + \mu_{s}^{2}}(t - t')\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \left[\int_{-\infty}^{t} dt' \,\tilde{\rho}(\mathbf{k}, t') \tilde{\rho}(-\mathbf{k}, t) \cos\left(c\sqrt{\mathbf{k}^{2} + \mu_{s}^{2}}(t - t')\right) + \int_{t}^{\infty} dt' \,\tilde{\rho}(\mathbf{k}, t) \tilde{\rho}(-\mathbf{k}, t') \cos\left(c\sqrt{\mathbf{k}^{2} + \mu_{s}^{2}}(t - t')\right)\right]. \tag{22}$$

В статическом случае уравнение Клейна-Фока-Гордона (3) принимает вид уравнения Гельмгольца, общее решение которого представляет сумму потенциалов Юкавы. Фурье-образ потенциалов Юкавы является четной функцией аргумента \boldsymbol{k} . Это позволяет положить, что $\tilde{\rho}(\boldsymbol{k},t)$ в уравнении (21) является четной функцией аргумента \boldsymbol{k} . В этом случае (22) примет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{t} dt' \,\tilde{\rho}(\mathbf{k},t') \tilde{\rho}(-\mathbf{k},t) \cos\left(c\sqrt{\mathbf{k}^{2}+\mu_{s}^{2}}(t-t')\right) =$$
$$= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt \,\tilde{\rho}(\mathbf{k},t') \tilde{\rho}(-\mathbf{k},t) \cos\left(c\sqrt{\mathbf{k}^{2}+\mu_{s}^{2}}(t-t')\right).$$

Учитывая полученное соотношение, уравнение (21) можно представить в симметризованном виде

$$\Delta\left(\sum_{a=1}^{N} \frac{mv_{a}^{2}}{2}\right) = -\frac{\pi c^{2}}{(2\pi)^{4}} \sum_{s} \frac{\gamma_{s}^{2}}{\varkappa_{s}} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt' \,\tilde{\rho}(\boldsymbol{k},t') \times \int \tilde{\rho}(-\boldsymbol{k},t) \cos\left(c\sqrt{\boldsymbol{k}^{2}+\mu_{s}^{2}}(t-t')\right) d^{3}\boldsymbol{k}.$$
(23)

Интеграл по переменной t' представим в виде интеграла Фурье:

$$I(\mathbf{k},t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \,\tilde{\rho}(\mathbf{k},t') \cos\left(c\sqrt{\mathbf{k}^2 + \mu_s^2}(t-t')\right) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{I}(\mathbf{k},\omega) \exp(-i\omega t) \,d\omega$$

Вычисляя Фурье-образ $\tilde{I}(\mathbf{k}, \omega)$

$$\tilde{I}(\boldsymbol{k},\omega) = \pi \tilde{\rho}(\boldsymbol{k},\omega) \left[\delta \left(\omega + c \sqrt{\mu_s^2 + \boldsymbol{k}^2} \right) + \delta \left(\omega - c \sqrt{\mu_s^2 + \boldsymbol{k}^2} \right) \right],$$

получим окончательное выражение для скорости изменения кинетической энергии частиц:

$$\Delta\left(\sum_{a=1}^{N}\frac{m\nu_{a}^{2}}{2}\right) = -\frac{c^{2}}{32\pi^{3}}\sum_{s}\frac{\gamma_{s}^{2}}{\varkappa_{s}}\int d^{3}\boldsymbol{k}\left[\left|\tilde{\rho}(\boldsymbol{k},-c\sqrt{\mu_{s}^{2}+\boldsymbol{k}^{2}})\right|^{2}+\left|\tilde{\rho}(\boldsymbol{k},c\sqrt{\mu_{s}^{2}+\boldsymbol{k}^{2}})\right|^{2}\right].$$
 (24)

Здесь $\tilde{\rho}(\mathbf{k},\omega) = \int dt' \int d^3\mathbf{r}' \,\rho(\mathbf{r}',t')e^{i\omega t'}e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}'}.$

В случае независимых скалярных полей φ_s все константы \varkappa_s должны быть положительными. В этом случае кинетическая энергия системы частиц убывает. В общем же случае единого составного поля (1) не все константы \varkappa_s обязаны быть положительными. Требуется лишь неотрицательность энергии составного поля:

$$E = \frac{1}{2c} \sum_{s} \varkappa_{s} \left(\left(\frac{\partial \varphi_{s}}{c \partial t} \right)^{2} + (\nabla \varphi_{s})^{2} + \mu_{s}^{2} \varphi_{s}^{2} \right).$$

В статическом пределе составное поле может отвечать, например, двойному потенциалу Юкавы, который качественно соответствует типичному межатомному потенциалу в модели простых жидкостей и газов [15]. В этом случае одна из двух констант обязательно отрицательна. При этом анализ изменения энергии частиц (24) затруднён в силу того, что заранее зависимость $\tilde{\rho}(\mathbf{k}, c\sqrt{\mu_s^2 + \mathbf{k}^2})$ от μ_s неизвестна.

Эволюция полной механической энергии системы частиц

Известно, что решение (4) можно представить в виде [16]

$$\varphi_{s}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{g_{s}\left(\mathbf{r}',t - \frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{c}\right)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d^{3}\mathbf{r}' - \frac{\mu_{s}}{4\pi} \int_{0}^{\infty} d\xi \int g_{s}\left(\mathbf{r}',t - \frac{\sqrt{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^{2} + \xi^{2}}}{c}\right) \frac{J_{1}(\mu_{s}\xi)}{\sqrt{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^{2} + \xi^{2}}} d^{3}\mathbf{r}'.$$
(25)

Это решение соответствует полевой природе взаимодействия частиц, что математически выражается в наличии в этом выражении семейства времен запаздывания взаимодействия $\tau = \frac{1}{c}\sqrt{\xi^2 + |r - r'|^2}$. В отличие от безмассового электромагнитного поля времен запаздывания для массивного скалярного поля бесконечно много (величина ξ пробегает значения в диапазоне от нуля до бесконечности), что отвечает лежащим в пределах от нуля до скорости света *c* скоростям массивных частиц-переносчиков взаимодействия [16]. Это значит, что величина поля в некоторой точке пространства Минковского зависит, вообще говоря, от всей предыстории эволюции системы. Введем время запаздывания $\tau_r = \frac{|r-r'|}{c}$, отвечающее передачи взаимодействия со скоростью света, и перепишем второй интеграл в правой части (25)

$$\int_{0}^{+\infty} d\xi \frac{J_{1}(\mu_{s}\xi)}{\sqrt{\xi^{2}+|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^{2}}} g_{s}\left(\boldsymbol{r}',t-\frac{1}{c}\sqrt{\xi^{2}+|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^{2}}\right) = \int_{\tau_{r}}^{+\infty} d\tau \frac{J_{1}\left(\mu_{s}c\sqrt{\tau^{2}-\tau_{r}^{2}}\right)}{\sqrt{\tau^{2}-\tau_{r}^{2}}} g_{s}(\boldsymbol{r}',t-\tau).$$

В силу характера изменения подынтегральной функции (достаточно быстрое убывание с осциллированием) можно рассмотреть случай, когда поле в некоторой точке наблюдения в момент времени t обусловлено излучением в интервале времени ($t - \mathcal{N}\tau_r$, $t - \tau_r$). Тогда

$$\begin{split} \int_{\tau_r}^{+\infty} d\tau \frac{J_1\left(\mu_s c \sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}} g_s(\mathbf{r}', t - \tau) \approx \\ \approx \int_{\tau_r}^{\mathcal{N}\tau_r} d\tau \frac{J_1\left(\mu c \sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}} \Big(g_s(\mathbf{r}', t) - \tau \frac{\partial g_s(\mathbf{r}', t)}{\partial t}\Big) = \\ = g_s(\mathbf{r}', t) \int_{\tau_r}^{\mathcal{N}\tau_r} d\tau \frac{J_1\left(\mu_s c \sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}} - \frac{\partial g_s(\mathbf{r}', t)}{\partial t} \int_{\tau_r}^{\mathcal{N}\tau_r} d\tau \frac{J_1\left(\mu_s c \sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}} \tau. \end{split}$$

Здесь \mathcal{N} – число времен $\tau_r = \frac{|r-r'|}{c}$. Первый интеграл в силу быстрого убывания подынтегральной функции может быть с большой степенью точности представлен в виде

$$\int_{\tau_r}^{\mathcal{N}\tau_r} d\tau \frac{J_1\left(\mu_s c \sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}} \approx \lim_{\mathcal{N}\to\infty} \int_{\tau_r}^{\mathcal{N}\tau_r} d\tau \frac{J_1\left(\mu_s c \sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}} = \frac{1}{\mu_s |r - r'|} - \frac{e^{-\mu_s |r - r'|}}{\mu_s |r - r'|}.$$
 (26)

Второй интеграл может быть вычислен точно:

$$\int_{\tau_r}^{\mathcal{N}\tau_r} d\tau \frac{J_1\left(\mu_s c \sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \tau_r^2}} \tau = \frac{1}{\mu_s c} \left[1 - J_0\left(\mu_s | \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|\sqrt{\mathcal{N} - 1}\right)\right].$$
(27)

Раскладывая первое слагаемое в выражении (25) по времени запаздывания τ_r и ограничиваясь двумя членами разложения, а также учитывая (26) и (27), запишем (25) в виде:

$$\varphi_{s}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{4\pi} \frac{\gamma_{s}}{\varkappa_{s}} \int g_{s}(\boldsymbol{r}',t) \frac{e^{-\mu_{s}|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} d^{3}\boldsymbol{r}' - \frac{1}{4\pi c} \frac{\gamma_{s}}{\varkappa_{s}} \int \frac{\partial g_{s}(\boldsymbol{r}',t)}{\partial t} J_{0}(\mu_{s}|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\sqrt{\mathcal{N}-1}) d^{3}\boldsymbol{r}'.$$
(28)

Подставляя (28) в (18) запишем скорость изменения кинетической энергии

$$\frac{d}{dt}\sum_{a=1}^{N} \frac{mv_a^2}{2} = \frac{1}{4\pi}\sum_s \frac{\gamma_s^2}{\varkappa_s} \int d^3 \boldsymbol{r} d^3 \boldsymbol{p} f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}, t) \frac{\boldsymbol{p}}{m} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} \int \rho(\boldsymbol{r}', t) \frac{e^{-\mu_s |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} d^3 \boldsymbol{r}' - \frac{1}{4\pi c}\sum_s \frac{\gamma_s^2}{\varkappa_s} \int d^3 \boldsymbol{r} d^3 \boldsymbol{p} f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}, t) \frac{\boldsymbol{p}}{m} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} \int \frac{\partial \rho(\boldsymbol{r}', t)}{\partial t} J_0(\mu_s |\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'| \sqrt{\mathcal{N}-1}) d^3 \boldsymbol{r}'.$$

Первое слагаемое в правой части полученного уравнения можно привести к виду

$$\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi}\sum_{s}\frac{\gamma_{s}^{2}}{\varkappa_{s}}\iint d^{3}\boldsymbol{r}d^{3}\boldsymbol{p}\iint d^{3}\boldsymbol{r}'d^{3}\boldsymbol{p}'\frac{f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t)}{m}(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}')\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}}\frac{e^{-\mu_{s}|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}f(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{p}',t) = \\ = \frac{d}{dt}\frac{1}{2}\sum_{s}\frac{\gamma_{s}^{2}}{4\pi\varkappa_{s}}\sum_{a}\sum_{b}\frac{e^{-\mu_{s}|\boldsymbol{r}_{a}-\boldsymbol{r}_{b}|}}{|\boldsymbol{r}_{a}-\boldsymbol{r}_{b}|} \equiv -\frac{dU}{dt}.$$

Здесь мы ввели свойственное классической механике понятие потенциальной энергии

$$U = -\frac{1}{2} \sum_{s} \frac{\gamma_{s}^{2}}{4\pi\kappa_{s}} \sum_{a} \sum_{b} \frac{e^{-\mu_{s}|r_{a}-r_{b}|}}{|r_{a}-r_{b}|}.$$
 (29)

Таким образом, из закона изменения кинетической энергии следует закон изменения полной механической энергии системы частиц

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_{a=1}^{N} \frac{m \boldsymbol{v}_{a}^{2}}{2} - \frac{1}{2} \sum_{s} \frac{\gamma_{s}^{2}}{4\pi \boldsymbol{\varkappa}_{s}} \sum_{a} \sum_{b} \frac{e^{-\mu_{s} |\boldsymbol{r}_{a} - \boldsymbol{r}_{b}|}}{|\boldsymbol{r}_{a} - \boldsymbol{r}_{b}|} \right) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi c} \sum_{s} \frac{\gamma_{s}^{2}}{\boldsymbol{\varkappa}_{s}} \int d^{3}\boldsymbol{r} d^{3}\boldsymbol{p} f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}, t) \frac{\boldsymbol{p}}{m} \frac{\partial}{\partial r} \int \frac{\partial \rho(\boldsymbol{r}', t)}{\partial t} J_{0} (\mu_{s} |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'| \sqrt{\mathcal{N} - 1}) d^{3}\boldsymbol{r}'.$$
(30)

Для дальнейшего анализа преобразуем интеграл в правой части полученного равенства. Для этого сначала заметим, что

$$\int d^3 \boldsymbol{p} \frac{\boldsymbol{p}}{m} f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}, t) = \sum_a \frac{\boldsymbol{p}_a}{m} \delta\left(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_a(t)\right) = \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}, t),$$
(31)

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(\mathbf{r}',t) = -\operatorname{div}\mathbf{j}(\mathbf{r}',t).$$
(32)

Здесь j(r,t) – вектор плотности потока частиц.

Тогда интеграл в правой части равенства (30) примет вид

$$\iint d^{3}\boldsymbol{r} d^{3}\boldsymbol{p} \frac{f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p},t)}{m} \boldsymbol{p} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}} \int \frac{\partial \rho(\boldsymbol{r}',t)}{\partial t} J_{0} (\mu_{s}|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\sqrt{\mathcal{N}-1}) d^{3}\boldsymbol{r}' = = \int d^{3}\boldsymbol{r} j_{\alpha}(\boldsymbol{r},t) \int \frac{\partial^{2} J_{0}(\mu_{s}|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\sqrt{\mathcal{N}-1})}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}'} j_{\beta}(\boldsymbol{r}',t) d^{3}\boldsymbol{r}'.$$
(33)

Записав функцию Бесселя J₀ в форме интеграла Фурье

$$J_0(\mu_s | \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}' | \sqrt{\mathcal{N} - 1}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \boldsymbol{k} \tilde{J}_0(\boldsymbol{k}; \mu_s) e^{-i\boldsymbol{k}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')},$$
(34)

представим искомый интеграл (33) в виде

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{k} \tilde{J}_0(\mathbf{k};\mu_s) k_{\alpha} k_{\beta} \int j_{\alpha}(\mathbf{r},t) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} \int \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}') j_{\beta}(\mathbf{r}',t) d^3 \mathbf{r}' = = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{k} \tilde{J}_0(\mathbf{k};\mu_s) k_{\alpha} k_{\beta} \tilde{j}_{\alpha}^*(\mathbf{k},t) \tilde{j}_{\beta}(\mathbf{k},t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{k} |\mathbf{k}\tilde{j}(\mathbf{k},t)|^2 \tilde{J}_0(\mathbf{k};\mu_s).$$

Следовательно, скорость изменения полной механической энергии равна

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_{a=1}^{N} \frac{m v_a^2}{2} - \frac{1}{2} \sum_s \frac{\gamma_s^2}{4\pi \varkappa_s} \sum_a \sum_b \frac{e^{-\mu_s |r_a - r_b|}}{|r_a - r_b|} \right) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi c} \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_s \frac{\gamma_s^2}{\varkappa_s} \int d^3 \mathbf{k} |\mathbf{k} \tilde{\mathbf{j}}(\mathbf{k}, t)|^2 \tilde{J}_0(\mathbf{k}; \mu_s).$$
(35)

Образ $\tilde{J}_0(\mathbf{k}; \mu_s)$ может быть вычислен аналитически:

$$\tilde{J}_{0}(\boldsymbol{k};\mu_{s}) = \int d^{3}\boldsymbol{R} J_{0}(\mu_{s}R\sqrt{\mathcal{N}-1})e^{i\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}} = \frac{4\pi}{k}\int_{0}^{\infty}J_{0}(\mu_{s}R\sqrt{\mathcal{N}-1})\sin(kR)RdR = 4\pi(\mu_{s}^{2}(\mathcal{N}-1)-k^{2})_{+}^{-\frac{3}{2}}.$$

Здесь $(\mu^2(\mathcal{N}-1)-k^2)_+^{-\frac{3}{2}} = \frac{H(\mu\sqrt{\mathcal{N}-1}-k)}{(\mu^2(\mathcal{N}-1)-k^2)^{\frac{3}{2}}}$ – обобщённая степенная функция [17].

В результате закон изменения полной механической энергии частиц, взаимодействующих посредством скалярного поля Клейна-Фока-Гордона принимает вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_{a=1}^{N} \frac{m v_a^2}{2} - \frac{1}{2} \sum_s \frac{\gamma_s^2}{4\pi \varkappa_s} \sum_a \sum_b \frac{e^{-\mu_s |r_a - r_b|}}{|r_a - r_b|} \right) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{c} \sum_s \frac{\gamma_s^2}{\varkappa_s} \int d^3 \mathbf{k} |\mathbf{k} \tilde{\mathbf{j}}(\mathbf{k}, t)|^2 \left(\mu_s^2 (\mathcal{N} - 1) - \mathbf{k}^2 \right)_+^{-\frac{3}{2}}.$$
(36)

Как видно из полученного выражения, скорость изменения механической энергии определяется параметрами $\mathcal{A}_s = \frac{\gamma_s^2}{\kappa_s}$ и μ_s . В частном случае, когда *s* пробегает два значения, и при этом $\mathcal{A}_1 = B > 0$, а $\mathcal{A}_2 = -A < 0$, статическое поле (29) называют двойным потенциалом Юкавы [15]:

$$U(r) = -\frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{A}_1}{4\pi} \frac{e^{-\mu_1 r}}{r} + \frac{\mathcal{A}_2}{4\pi} \frac{e^{-\mu_2 r}}{r} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{A}{4\pi} \frac{e^{-\mu_2 r}}{r} - \frac{B}{4\pi} \frac{e^{-\mu_1 r}}{r} \right).$$

Такой потенциал соответствует типичному межатомному потенциалу в модели простых жидкостей и газов. В этом случае скорость изменения полной механической энергии определяется знаком суммы

$$-\sum_{s}\mathcal{A}_{s}\frac{H(\mu_{s}\sqrt{N-1}-k)}{(\mu_{s}^{2}(N-1)-k^{2})^{\frac{3}{2}}}=A\frac{H(\mu_{2}\sqrt{N-1}-k)}{(\mu_{2}^{2}(N-1)-k^{2})^{\frac{3}{2}}}-B\frac{H(\mu_{1}\sqrt{N-1}-k)}{(\mu_{1}^{2}(N-1)-k^{2})^{\frac{3}{2}}},$$

который для устойчивых потенциалов, т. е. когда выполняется условие Добрушина-Рюэля-Фишера [15, 18]

$$\frac{B}{A} < \left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2 < 1,$$

является отрицательным во всем диапазоне *k*. Следовательно, полная механическая энергия частиц со временем убывает, причем монотонно.

Заключение

Основные положения и выводы настоящей работы состоят в следующем.

 Получено выражение для изменения энергии частиц, взаимодействующих посредством скалярного поля Клейна-Фока-Гордона, за все время эволюции.

Получено выражение для скорости изменения полной механической энергии частиц, которая используется при вычислении вероятностей той или иной микроскопической реализации макроскопического сотояния в рамках микроканонического ансамбля. Показано, что эта энергия со временем убывает. Это значит, что положение, лежащее в основе представления о микроканоническом ансамбле, о том, что изображающая точка движется на поверхности постоянной энергии системы частиц, требует дополнительного обоснования. Несомненно однако то, что окончательный ответ должен зависеть от граничных условий, накладываемых на поле.

– Анализ выражения (36) показывает, что одной из возможных причин необратимого повдения системы частиц может быть нетривиальный энергетический обмен между системой часиц и полем, посредством которого частицы взаимодействуют друг с другом. Этот вывод согласуется с результатами предыдущих исследований [9–13].

Список литературы

1. Боголюбов Н. Н. Собрание научных трудов: в 12 томах. Т. 5: Неравновесная статистическая механика, 1939–1980 / под ред. Н. М. Плакиды, А. Д. Суханова. Москва: Наука, 2006. 804 с.

2. Боголюбов Н. Н. Собрание научных трудов: в 12 томах. Т. 6: Равновесная статистическая механика, 1945–1986 / под ред. Н. М. Плакиды, А. Д. Суханова. Москва: Наука, 2006. 519 с.

3. Kreuzer H. J. Non-equilibrium thermodynamics and its statistical foundations. Oxford: Oxford University Press, 1981. 458 p.

4. Уленбек Дж., Форд Дж. Лекции по статистической механике / пер. с англ., под ред. И. А. Квасникова. Москва: Мир, 1965. 308 с.

5. Мартынов Г. А. Классическая статистическая механика. Теория жидкостей. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2014. 328 с.

6. Kac M. Some remarks on the use of probability in classical statistical mechanics // Bulletins de l'Académie Royale de Belgique. 1956. 42. 356–361.

7. Ritz W., Einstein A. Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems // Physikalische Zeitschrift. 1909. 10 (9). 323–324.

8. Currie D. G. Interaction contra classical relativistic hamiltonian particle mechanics // Journal of Mathematical Physics. 1963. 4. 1470–1488.

9. Zakharov A. Yu., Zubkov V. V. Field-theoretical representation of interactions between particles: classical relativistic probability-free kinetic theory // Universe. 2022. 8 (5). 281. DOI: 10.3390/universe8050281

10. Zakharov A. Yu. Determinism vs. statistics in classical many-body theory: Dynamical origin of irreversibility // Physics Letters A. 2017. 473. 72–76. DOI: 10.1016/j.physa.2017.01.005

11. Zakharov A. Y., Zubkov V. V. Toward a relativistic microscopic substantiation of thermodynamics: classical relativistic many-particle dynamics // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012054. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012054

12. Zakharov A. Y., Zubkov V. V. Toward a relativistic microscopic substantiation of thermodynamics: the equilibration mechanism // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012055. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012055

13. Zakharov A. Y., Zakharov M. A. Microscopic dynamic mechanism of irreversible thermodynamic equi-libration of crystals // Quantum Reports. 2021. 3. 724–730. DOI: 10.3390/quantum3040045

14. Косяков Б. П. Введение в классическую теорию частиц и полей. Ижевск: Издательство «Институт компьютерных исследований», 2017. 656 с.

15. Локтионов И. К. Применение уравнения состояния однокомпонентных систем с модифицированными потенциалами Юкавы к изучению некоторых теплофизических свойств простых веществ // Физика и техника высоких давлений. 2011. 21 (3). 14–26.

16. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. Классическая теория поля. Москва, Ленинград: ГИТТЛ, 1951. 480 с.

17. Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Обобщенные функции и действия над ними. Москва: Добросвет, 2000. 412 с.

18. Baus M., Tejero C. F. Equilibrium statistical physics. Phases of matter and phase transitions. Berlin: Springer, 2008. 374 p.

References

1. Bogolyubov N. N. Collection of scientific works: in 12 vols. Vol. 5: Nonequilibrium statistical mechanics // ed. N. M. Plakida, A. D. Sukhanov. Moscow: Nauka Publ., 2005. 804 p. (In Russian).

2. Bogolyubov N. N. Collection of scientific works: in 12 vols. Vol. 6: Equilibrium statistical mechanics // ed. N. M. Plakida, A. D. Sukhanov Moscow: Nauka Publ., 2006. 519 p. (In Russian).

3. Kreuzer H. J. Non-Equilibrium Thermodynamics and its statistical foundations. Oxford: Oxford University Press, 1981. 458 p.

4. Uhlenbeck G. E., Ford G. W. Lectures in statistical mechanics // trans. from eng., ed. I. A. Krasnikov. Moscow: Mir Publ., 1965. 307 p. (In Russian).

5. Martynov G. A. Classical statistical mechanics. Theory of fluids. Dolgoprudnyi: Publishing house "Intellect", 2014. 328 p. (In Russian).

6. Kac M. Some remarks on the use of probability in classical statistical mechanics // Bulletins de l'Académie Royale de Belgique. 1956. 42. 356–361.

7. Ritz W., Einstein A. Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems // Physikalische Zeitschrift. 1909. 10 (9). 323–324. (In German).

8. Currie D. G. Interaction contra classical relativistic hamiltonian particle mechanics // Journal of Mathematical Physics. 1963. 4. 1470–1488.

9. Zakharov A. Yu., Zubkov V. V. Field-theoretical representation of interactions between particles: classical relativistic probability-free kinetic theory // Universe. 2022. 8 (5). 281. DOI: 10.3390/universe8050281

10. Zakharov A. Yu. Determinism vs. statistics in classical many-body theory: Dynamical origin of irreversibility // Physics Letters A. 2017. 473. 72–76. DOI: 10.1016/j.physa.2017.01.005

11. Zakharov A. Y., Zubkov V. V. Toward a relativistic microscopic substantiation of thermodynamics: classical relativistic many-particle dynamics // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012054. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012054

12. Zakharov A. Y., Zubkov V. V. Toward a relativistic microscopic substantiation of thermodynamics: the equilibration mechanism // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012055. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012055

13. Zakharov A. Y., Zakharov M. A. Microscopic dynamic mechanism of irreversible thermodynamic equi-libration of crystals // Quantum Reports. 2021. 3. 724–730. DOI: 10.3390/quantum3040045

14. Kosyakov B. P. Introduction to the classical theory of particles and fields. Izhevsk: Publishing House "Institute of Computer Research", 2017. 656 p. (In Russian).

15. Loktionov I. K. The application of the equation of state of one-component systems with the modified yukawa potentials to studying some thermal properties of simple substances // High-pressure physics and engineering. 2011. 21. 14–26. (In Russian).

16. Ivanenko D. D., Sokolov A. A. Classical field theory. Moscow, Leningrad: GITTL, 1951. 480 p. (In Russian).

17. Gel'fand I. M., Shilov G. E. Generalized functions. Properties and operations. Moscow: Dobrosvet Publ., 2000. 412 p. (In Russian).

18. Baus M., Tejero C. F. Equilibrium statistical physics. Phases of matter and phase transitions. Berlin: Springer, 2008. 374 p.

Информация об авторах

Зубков Виктор Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент, Тверской государственный университет (Тверь, Россия), ORCID: 0000-0003-0745-7807, Zubkov.VV@tversu.ru

Майфат Денис Александрович – студент, Тверской государственный университет (Тверь, Россия), ORCID: 0009-0005-2157-9394, mayfatina_of@mail.ru

Зубкова Анна Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент, Тверской государственный технический университет (Тверь, Россия), ORCID: 0009-0002-4368-4783, petrenko.anya@mail.ru

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 538.955:621.373 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).123-134 Поступила в редакцию / Received 09.02.2025

ГРНТИ 29.19.37+45.29.31 Специальность ВАК 1.3.8. Принята к публикации / Accepted 13.03.2025

Научная статья

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Мисилин В. А.¹, Кузьмин Е. В.², Петров Р. В.¹

¹ Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия) ² АО «ОКБ-Планета» (Великий Новгород, Россия)

Аннотация. Статья посвящена исследованию характеристик магнитоэлектрических элементов для магнитоэлектрического синхронного генератора. В рамках исследования были рассмотрены два типа магнитоэлектрических элементов с разными геометрическими размерами 70×12×0,54 мм и 30×10×0,54 мм. Рассматривается влияние размеров магнитоэлектрических элементов генератора на эффективность преобразования. Результаты измерений показывают возможность применения магнитоэлектрических элементов для создания генератора. В статье представлены характеристики элементов в резонансном режиме и нерезонансном режиме. Измерения показали, что на резонансной частоте выходная мощность может значительно увеличиваться. Так, выходная мощность на резонансной частоте около 51 кГц составила 0,9 мВт. Полученные результаты демонстрируют значительный потенциал для использования магнитоэлектрических элементов в резонанских таких элементов в резонансном режиме позволит генерировать десятки ватт мощности, что делает такие устройства перспективными для питания энергонезависимых устройств.

Ключевые слова: магнитоэлектрический генератор, магнитоэлектрические элементы, магнитоэлектрические устройства сбора энергии.

Для цитирования: Мисилин В. А., Кузьмин Е. В., Петров Р. В. Исследование характеристик магнитоэлектрических элементов магнитоэлектрического синхронного генератора // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 123–134. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1 (139).123-134

Research Article

STUDY OF MAGNETOELECTRIC ELEMENTS CHARACTERISTICS FOR MAGNETOELECTRIC SYNCHRONOUS GENERATOR

Misilin V. A.¹, Kuzmin E. V.², Petrov R. V.¹

¹ Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia) ² JSC "OKB-Planeta" (Veliky Novgorod, Russia)

Abstract. The paper is devoted to the study of the characteristics of magnetoelectric elements for a magnetoelectric synchronous generator. Two types of ME elements with different geometric dimensions of 70×12×0,54 mm and 30×10×0,54 mm were considered in the framework of the study. The influence of the dimensions of the generator magnetoelectric elements on the conversion efficiency is considered. The measurement results show the possibility of using magnetoelectric elements to create a generator. The article presents the characteristics of the elements in the resonant mode and non-resonant mode. Measurements have shown that at the resonant frequency, the output power can increase significantly. Thus, the output power at the resonant frequency of about 51 kHz was 0,9 mW. The results obtained demonstrate significant potential for using ME elements in energy generators, and the use of several such elements in the resonant mode will allow generating tens of watts of power, which makes such devices promising for powering non-volatile devices.

Keywords: magnetoelectric generator, magnetoelectric elements, magnetoelectric energy harvesting devices.

For citation: Misilin V. A., Kuzmin E. V., Petrov R. V. Study of magnetoelectric elements characteristics for magnetoelectric synchronous generator // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 123–134. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).123-134

Введение

Современное технологий требует развитие создания новых высокоэффективных и компактных источников энергии. Одним из перспективных направлений исследований является использование магнитоэлектрических (МЭ) элементов в качестве ключевых компонентов для генераторов электроэнергии. МЭ элемент – это структура, преобразующая энергию за счет МЭ эффекта. заключается в возникновении электрической поляризации при MЭ эффект воздействии на материал внешнего магнитного поля или возникновении намагниченности при воздействии на материал внешнего электрического поля [1]. Такая может быть изготовлена чередующихся слоев структура ИЗ пьезоэлектрического и магнитострикционного материалов, например, с помощью склеивания. В работе рассматриваются характеристики МЭ элементов, которые могут быть применены для использования в МЭ синхронном генераторе.

Актуальность исследования характеристик МЭ элементов обусловлена их возможным использованием в компактных, энергоэффективных и экологически чистых устройствах. Сегодня устройства на основе МЭ эффекта имеют большую перспективу для внедрения [2]. Особый интерес представляют устройства для сбора и генерации энергии. В составе МЭ генератора в качестве основного генерирующего элемента используется МЭ элемент. Такой генератор может быть использован, например, в ветроэнергетических установках, гидрогенераторах, турбогенераторах и электрооборудовании, предназначенных для преобразования механической энергии в электрическую.

В отличие от других устройств сбора энергии предлагаемое устройство имеет ряд преимуществ. Например, по сравнению с солнечными батареями устройство имеет более компактные размеры и не требует для работы энергию солнца и большой площади для размещения. Электромагнитные генераторы характеризуются большим весом и материалоемкостью, в отличие от них МЭ генераторы имеют меньший вес и не имеют в своём составе медных обмоток.

Конструкция МЭ генератора рассмотрена в работе [3], а в устройстве [4] использованы восемь МЭ элементов, изготовленных из пьезоэлектрика ЦТС и аморфного магнитомягкого сплава метглас. Устройство состоит из двух дисков. МЭ элементы закреплены на одном, неподвижном, а магниты закреплены на втором, вращающемся диске. При вращении диска с магнитами на диске с МЭ элементами создается переменное магнитное поле. При частоте переменного магнитного поля около 38 Гц устройство выдает постоянное напряжение около 1,12 В

и ток 3,8 мкА. Общая генерируемая мощность такого устройства составила 4,2 мкВт. Разработанное устройство может быть использовано в конструкциях ветроэлектрогенераторных установок, гидрогенераторов, турбогенераторов и другого электрогенерирующего оборудования.

Работа [5] посвящена разработке МЭ системы, способной вырабатывать электроэнергию из потока воды. Разработанная система представляет собой миниатюрный переносной генератор, использующий механическое воздействие капель воды для выработки электроэнергии. Система состоит из супергидрофобной поверхности с проводящей катушкой, жидкости и супергидрофобной основы из магнитных порошков. При попадании капель на систему магнитный поток в катушке изменяется, что приводит к генерации электроэнергии.

Работа [6] посвящена преобразованию тепловой энергии за счет использования МЭ материалов, обеспечивая быстрый градиент температуры при нагревании, то есть преобразуя солнечную энергию в электрическую. С использованием этих пленок можно создавать генераторы на основе пироэлектрического эффекта.

Исследование [7] показало, что при комнатной температуре образцы керамического композита демонстрируют хорошие магнитные и электрические свойства. Сильная МЭ связь была продемонстрирована [8, 9] в различных МЭ системах, включая однофазные объемные или тонкопленочные материалы и объемные или тонкопленочные композиты, такие как пьезоэлектрические / магнитострикционные гетероструктуры.

Статья [10] рассматривает достижения в области магнитострикционных вибрационных энергоустановок, особенно на основе материалов, таких как Terfenol-D и Galfenol, которые обеспечивают высокую плотность энергии по сравнению с другими типами устройств, например, пьезоэлектрическими. Материалы с магнитострикцией, такие как Galfenol и Metglas, могут быть интегрированы в MEMS, что делает их перспективными для будущих исследований. В обзоре представлены различные типы вибрационных устройств: аксиальные, требующие большой силы возбуждения, изгибные. которые работать на вибрирующих поверхностях И могут с меньшим выходом мощности. Ключевые проблемы включают узкую полосу рабочих частот и необходимость защиты от повреждений, например, в Terfenol-D. Также обсуждаются методы расширения рабочего диапазона частот и проблемы с производительностью, так как устройства генерируют полезную мощность только вблизи резонанса. Статья подчеркивает необходимость создания универсальных метрик для сравнения различных устройств и представляет достижения в моделировании магнитострикционных харвестеров, предлагая эффективные численные модели для разработки новых устройств автономного питания.

Статья [11] посвящена разработке нового типа МЭ сенсора, который способен точно измерять слабые магнитные поля и электрические токи в широком диапазоне.

В современных МЭ сенсорах есть проблема: чем точнее они измеряют, тем уже их диапазон измерений. Использование аморфного магнитного сплава метглас в таких сенсорах помогает улучшить точность, но при этом сужается диапазон измеряемых магнитных полей. Для решения этой проблемы был предложен многослойный МЭ сенсор (MLMS), который включает три слоя пьезоэлектрического материала и четыре слоя метглас. Эксперименты показали, что MLMS работает в диапазоне от 20 пТ до 2 мТ, и уровень магнитного шума в нем значительно ниже, чем в обычных сенсорах. В рамках исследования были протестированы три типа сенсоров: однослойный, двухслойный и трехслойный. MLMS также использовался для измерения электрического тока. Для малых токов точность была очень высокой (ошибка всего 0,05%), а для больших токов точность была немного ниже из-за расстояния между сенсором и проводником. Авторы отмечают, что MLMS может быть полезен для умных энергосетей, так как он имеет широкий диапазон измерений, низкий уровень шума и высокую точность. В будущем планируется улучшить сенсор, чтобы он мог измерять еще большие токи, до 10 кА.

Статья [12] посвящена солнечным батареям на основе перовскитов, которые привлекли значительное внимание благодаря простоте изготовления и высокой эффективности. Фотоэлементы на основе перовскитных материалов обладают уникальными оптоэлектронными свойствами, включая широкий диапазон поглощения света, низкую энергию переноса заряда и устойчивость к различным условиям эксплуатации. Авторы рассматривают различные материалы, используемые солнечных батареях на основе перовскитных материалов, включая B металлоорганические соединения, а также альтернативные гибридные материалы, направленные на улучшение стабильности устройств. В статье также обсуждаются достижения в области низкотемпературных методов синтеза и улучшенных контактных и электродных компонентов, которые позволили достичь КПД выше 25%. Кроме того, исследование охватывает различные типы солнечных элементов, неметаллические включая металлические. И полимерные варианты. Металлоорганические перовскиты, такие как MAPbl₃, наиболее остаются популярными, однако альтернативные структуры набирают популярность благодаря повышенной стабильности и оптимизированным оптическим свойствам. Важное внимание уделяется влиянию структуры фотоэлемента на его производительность, в том числе роли слоев переноса электронов и дырок, прозрачных оксидов и металлических контактов. Авторы анализируют влияние различных методов синтеза и обработки пленок на качество покрытий и эффективность фотоэлементов. В заключительной части статьи рассматриваются ключевые вызовы, связанные с коммерциализацией солнечных элементов на основе перовскитных материалов, включая проблемы долговременной стабильности и экологичности. Исследователи отмечают, что замена свинца в структуре перовскита остается одной из главных задач, а перспективными альтернативами являются соединения на основе олова

и других малотоксичных элементов. Также рассматриваются методы улучшения устойчивости к влаге и температурным колебаниям, а также инновационные стратегии масштабирования производства. В целом статья предоставляет всесторонний обзор текущего состояния технологий солнечных батарей и перспектив их развития.

Статья [13] посвящена разработке и оптимизации беспроводной передачи энергии с использованием магнитоэлектрических композитов. Основное внимание уделено улучшению передачи мощности с помощью многокомпонентных устройств, включающих пьезоэлектрические магнитострикционные материалы. Экспериментально И и теоретически исследуются геометрия элементов, ориентация устройств, частотные условия, магнитные поля и нагрузочные сопротивления. Модель демонстрирует важность вибрационных смещений коэффициента передачи И энергии между элементами, а также показывает зависимость мощности от различных факторов, таких как геометрия, ориентация и интерфейс между компонентами. В результате была предложена конфигурация устройства с оптимизированными характеристиками для достижения высокой эффективности передачи энергии. В статье также рассматривается влияние разных факторов на эффективность передачи энергии, включая геометрию элементов, ориентацию и характеристики Применение многослойной конструкции с пьезоэлектрическими материалов. и магнитострикционными слоями позволяет достичь значительных улучшений в передаче мощности, с увеличением выходной мощности на 370% по сравнению с устройствами, использующими однослойную конструкцию. Таким образом, исследование подтверждает перспективность использования магнитоэлектрических композитов в беспроводных системах передачи энергии, которые могут быть использованы в различных приложениях, включая системы обмена энергией и передачи энергии на большие расстояния.

Статья [14] исследует влияние формы наночастиц на их магнитоэлектрическое поведение, с акцентом на структуры с ядром-оболочкой. В работе рассматриваются наночастицы с разными геометрическими формами (например, сферические и более вытянутые), чтобы определить, как форма влияет на их МЭ поведение, выражающееся в МЭ коэффициенте (максимальный 2,5 В/(см·Э). Моделирование, проведенное с использованием как статического, так и переменного магнитных полей, показало, что более вытянутые наночастицы демонстрируют лучшие характеристики по сравнению со сферическими частицами того же объема. Это связано с большим размером поверхности, где взаимодействуют магнитостриктивная и пьезоэлектрическая фазы, а также с ориентацией наночастиц вдоль магнитного поля. Результаты работы также показывают, что для увеличения МЕ эффекта при низкочастотном переменном магнитном поле (50 Гц) можно использовать эффект памяти магнитного материала, когда частицы предварительно намагничены постоянным магнитным полем. возможности Это использования материалов открывает новые для таких в биомедицинских приложениях, таких как безвредная стимуляция тканей с помощью

внешнего магнитного поля низкой интенсивности. Статья подчеркивает важность геометрии наночастиц для оптимизации их электрических характеристик и дальнейшего использования в биотехнологиях и нано-термоаналитике.

Статья [15] исследует, как содержание Terfenol-D влияет на структуру и свойства композитов, состоящих из материала PZT и Terfenol-D. Использовался для создания композита, комбинирующего метод спекания две фазы: пьезоэлектрическую (PZT) и магнитострикционную (Terfenol-D). Были подготовлены композиты с разным содержанием этих двух компонентов: 90% PZT / 10% Terfenol-D, 70% PZT / 30% Terfenol-D и 50% PZT / 50% Terfenol-D. Исследования показали, что при создании таких композитов происходил распад материала, в результате которого образовывались новые фазы с редкоземельными элементами и железом. Микроструктурные исследования показали, что композит сохраняет хорошие свойства при комнатной температуре, несмотря на распад. Наибольшую стабильность показали композиты с 90% PZT, которые имели высокую диэлектрическую проницаемость и низкие потери энергии. Когда содержание Terfenol-D увеличивалось, ухудшались некоторые свойства: повышались потери энергии и проводимость, снижалась проницаемость. В то же время магнитные свойства композитов Terfenol-D увеличении намагниченность возрастала, сохранялись, И при а коэрцитивное поле уменьшалось.

Статья [16] посвящена теории обратного МЭ эффекта для различных режимов (поперечный, изгиб, продольно-сдвиговый И крутильный) резонанса и его квазистатического режима. В отличие от прямого МЭ эффекта, который уже достаточно хорошо изучен, обратный МЭ эффект изучен менее подробно, особенно в низкочастотной области. В работе представлены расчеты и примеры для различных структур на основе метгласа и пьезоэлектрических материалов, таких как PZT и GaAs. Также рассмотрены методы идентификации крутильного режима и предложены эксперименты для его изучения. Особое внимание уделено ограничениям теоретических расчетов, таким как идеализация механического взаимодействия между магнитострикционной и пьезоэлектрической фазами. В статье обсуждается сложность наблюдения крутильного режима обратного МЭ на фоне других режимов, таких как продольно-сдвиговый, и предлагаются способы улучшения эксперимента, например, использование биморфной структуры на основе ниобата лития (LiNbO₃) для устранения продольно-сдвигового режима. В заключении подчеркиваются основные ограничения теории обратного МЭ эффекта, такие как недостаточная механическая связь фаз и присутствие переменного магнитного поля внутри магнитострикционный фазы. Также, даются рекомендации ΠО проведению экспериментов для изучения крутильного режима в биморфных структурах и предложено использование численных методов, таких как Comsol Multiphysics, для более точных расчетов.

Целью данной работы является изучение физических параметров МЭ материалов, их взаимодействия с магнитными полями, а также их потенциала для повышения эффективности МЭ генераторов. В рамках исследования проведен анализ МЭ слоистых структур, в том числе композитных МЭ структур с высокими эксплуатационными характеристиками. В работе представлены экспериментальные данные по МЭ эффекту в слоистых структурах, предназначенных для разработки МЭ синхронного генератора.

Магнитоэлектрический элемент

Были исследованы два типоразмера МЭ структур, по два элемента каждого типоразмера. МЭ элемент – это структура, состоящая из склеенных вместе пластины пьезоэлектрика ЦТС-19М (производитель ООО «Аврора-ЭЛМА», РФ) и ленты аморфного магнитомягкого сплава метглас А324 (производитель ПАО «Мстатор», РФ). Условное изображение МЭ элемента показано на рисунке 1.



Рисунок 1. Условное изображение МЭ элемента: 1 – слои аморфного магнитомягкого сплава метглас, 2 – пьезоэлемент ЦТС-19М

Элемент 1 – геометрические размеры ЦТС-19М 70×12×0,5 мм, размеры каждого слоя ленты метглас 70×12×0,02 мм; элемент 2 – геометрические размеры ЦТС-19М 70×12×0,5 мм, размеры каждого слоя ленты метглас 70×12×0,02 мм; элемент 3 – геометрические размеры ЦТС-19М 30×10×0,5 мм, размеры каждого слоя ленты метглас 30×10×0,02 мм; элемент 4 – геометрические размеры ЦТС-19М 30×10×0,5 мм, размеры каждого слоя ленты метглас 30×10×0,02 мм;

Измерительный стенд

Измерительный стенд разработан для измерения характеристик МЭ элементов. Структурная схема стенда представлена на рисунке 2.

Стенд разработан в составе: генератора сигналов GW Instek SFG-71003, цифрового запоминающего осциллографа ADS-2072, 6 ½-разрядного прецизионного мультиметра HM 8112-3, соленоида, МЭ элемента, постоянного магнита. Данный стенд позволяет измерять следующие параметры МЭ элементов: МЭ коэффициент, а также выходное напряжение и ток в диапазоне частот от 100 Гц до 100 кГц. Переменное магнитное поле в центре соленоида на частоте 1 кГц составляет 1 Э, постоянное магнитное поле – около 60 Э.



Рисунок 2. Структурная схема стенда: 1 – генератор сигналов, 2 – осциллограф, 3 – мультиметр, 4 – соленоид, 5 – МЭ элемент, 6 – постоянный магнит

Результаты измерений

Характеристики МЭ элементов измерялись на измерительном стенде для двух типов МЭ элементов. Результаты измерений представлены на рисунках 3, 4 и 5. Постоянное магнитное поле соответствовало максимальному МЭ коэффициенту. Измерялась зависимость выходного напряжения и тока МЭ элемента в диапазоне частот. Переменное магнитное поле внутри соленоида составляло 1 Э. Поле подмагничивания, создаваемое постоянными магнитами в области МЭ элемента, составляло около 60 Э. Выходное напряжение на резонансной частоте около 22 кГц на элементе 1 достигало 11,3 В, а максимальный выходной ток – 0,08 мА. Выходное напряжение на резонансной частоте около 6,8 В, а максимальный выходной ток – 0,04 мА. Так, выходная мощность на резонансной частоте около 0,27 мВт.

МЭ коэффициент был измерен в зависимости от частоты, результат измерений представлен на рисунке 3.

На резонансной частоте около 22 кГц коэффициент составил 226 В / (см·Э) для элемента 1. Для элемента 3 на резонансной частоте около 51 кГц коэффициент составил 36 В/(см·Э). Выходная мощность МЭ элемента может быть на несколько порядков выше на резонансной частоте, чем вне резонанса.

Для конструкции устройства генерации энергии выходная мощность может быть увеличена за счет увеличения плотности заполнения пространства генератора МЭ элементами. Генерируемая мощность может достигать единиц Вт при использовании нескольких МЭ элементов в генераторе и работе в резонансном режиме на частоте ЭМР. В этом случае МЭ генератор уже может быть использован как эффективное устройство для выработки энергии для энергонезависимых устройств.



Рисунок 3. Зависимость МЭ коэффициента от частоты для МЭ элементов: 1, 2 – размер элементов 30×10×0,5 мм; 3, 4 – размер элементов 70×12×0,5 мм



Рисунок 4. Зависимость выходного напряжения от частоты для МЭ элементов: 1, 2 – размер элементов 30×10×0,5 мм; 3, 4 – размер элементов 70×12×0,5 мм

На рисунках 4 и 5 показаны зависимости выходного тока и напряжения от частоты для МЭ элементов на основе слоистых композиционных МЭ слоистых структур.



Рисунок 5. Зависимость выходного тока от частоты для МЭ элементов: 1, 2 – элементы размером 30×10×0,5 мм; 3, 4 – элементы размером 70×12×0,5 мм

Заключение

Работа посвяшена исследованию характеристик ΜЭ элементов генератора. ΜЭ Для работы для синхронного оптимальной генератора предполагается использование МЭ элемента в резонансном режиме работы. Исследованы характеристики МЭ элементов в диапазоне частот от 100 Гц до 100 кГц, в том числе МЭ коэффициент. Получены удовлетворительные результаты экспериментов. позволяющие предположить дальнейшую перспективность проводимых исследований. Так, выходная мощность на резонансной частоте около 51 кГц для элемента 70×12×0,5 мм составила 0,9 мВт, а на элементе 30×10×0,5 мм около 0,27 мВт. Результаты исследования будут использованы для создания прототипов новых МЭ генераторных систем.

Список литературы

1. Bichurin M. I., Petrov V. M., Petrov R. V., Tatarenko A. S. Magnetoelectric Composites. Singapore: Pan Stanford Publishing Pte. Ltd, 2019. 296 p.

2. Nan C. W., Bichurin M. I., Dong S., Viehland D., Srinivasan G. Multiferroic magnetoelectric composites: Historical perspective, status, and future directions // Journal of Applied Physics. 2008. 103. 031101. DOI: 10.1063/1.2836410

3. Petrov R. V., Kolesnikov N. A., Bichurin M. I. Magnetoelectric alternator // Energy Harvesting and Systems. 2016. 3 (2). 173–180. DOI: 10.1515/ehs-2015-0024

4. Петров Р. В., Колесников Н. А., Бичурин М. И. Устройство сбора энергии с применением магнитоэлектрических элементов // Фундаментальные исследования. 2015. 7-4. 712–717.

5. Ma Z., Ai J., Shi Y., Wang K., B Su. A superhydrophobic droplet - based magnetoelectric hybrid system to generate electricity and collect water simultaneously // Advanced Materials. 2020. 32 (50). 2006839.

6. Prahadan S., Deshmukh P., Jha S. N., Satapathy S., Majumder S. Solar energy harvesting in magnetoelectric coupled manganese ferrite nanoparticles incorporated nanocomposite polymer films // arXiv:2211.01007. 2022. DOI: 10.48550/arXiv.2211.01007

7. Bochenek D., Niemiec P., Chrobak A. Effect of chemical composition on magnetic and electrical properties of ferroelectromagnetic ceramic composites // Materials. 2021. 14 (10). 2488. DOI: 10.3390/ma14102488

8. Li P., Wen Y., Bian L. Enhanced magnetoelectric effects in composite of piezoelectric ceramics, rare-earth iron alloys, and ultrasonic horn // Applied Physics Letters. 2007. 90. 022503. DOI: 10.1063/1.2431469

9. Saha O., Truong B. D. Roundy S. A review of wireless power transfer using magnetoelectric structures // Smart Materials and Structures. 2022. 31. 113001.

10. Deng Zh., Dapino M. Review of magnetostrictive vibration energy harvesters // Smart Materials and Structures. 2017. 26 (10). 103001. DOI: 10.1088/1361-665X/aa8347

11. Chu Zh., Cui J., Wang Y., Du Z., Pourhosseini A. M. J., Li N., Dan W., Gao X., Liang X. Multilayered magnetoelectric composites for precise and wide-range current sensing // Applied Physics Letters. 2024. 124. 252907. DOI: 10.1063/5.0217772

12. Muhammad S., Arooj F., Aneeza K., Ayesha R., Sana M. Perovskite solar cells and their types // Kashf Journal of Multidisciplinary Research. 2025. 2 (1). 45–90. DOI: 10.71146/kjmr202

13. Kumar A., Newacheck S., Youssef G. Cumulative optimization of magnetoelectric composite-based wireless energy transfer // Engineering Research Express. 2024. 6 (4). 04LT01. DOI: 10.1088/2631-8695/ad81b0

14. Marrella A., Suarato G., Fiocchi S., Chiaramello E., Bonato M., Parazzini M., Ravazzani P. (2023). Magnetoelectric nanoparticles shape modulates their electrical output // Frontiers in Bioengineering and Biotechnology. 2023. 11. 1219777. DOI: 10.3389/fbioe.2023.1219777

15. Bochenek D., Chrobak A., Dercz G., Niemiec P., Brzezińska D., Czaja P. The influence of Terfenol-D content on the structure and properties of multiferroic composites obtained based on PZT-type material and Terfenol-D // Materials. 2025. 18. 235. DOI: 10.3390/ma18020235

16. Bichurin M., Sokolov O., Ivanov S., Leontiev V., Lobekin V., Semenov G., Wang Y. Modeling the converse magnetoelectric effect in the low-frequency range // Sensors. 2023. 24 (1). 151. DOI: 10.3390/s24010151

References

1. Bichurin M. I., Petrov V. M., Petrov R. V., Tatarenko A. S. Magnetoelectric Composites. Singapore: Pan Stanford Publishing Pte. Ltd, 2019. 296 p.

2. Nan C. W., Bichurin M. I., Dong S., Viehland D., Srinivasan G. Multiferroic magnetoelectric composites: Historical perspective, status, and future directions // Journal of Applied Physics. 2008. 103. 031101. DOI: 10.1063/1.2836410

3. Petrov R. V., Kolesnikov N. A., Bichurin M. I. Magnetoelectric alternator // Energy Harvesting and Systems. 2016. 3 (2). 173–180. DOI: 10.1515/ehs-2015-0024

4. Petrov R. V., Kolesnikov N. A., Bichurin M. I. Energy harvesting device based on magnetoelectric elements // Fundamental research. 2015. 7-4. 712–717. (In Russian).

5. Ma Z., Ai J., Shi Y., Wang K., B Su. A superhydrophobic droplet - based magnetoelectric hybrid system to generate electricity and collect water simultaneously // Advanced Materials. 2020. 32 (50). 2006839.

6. Prahadan S., Deshmukh P., Jha S. N., Satapathy S., Majumder S. Solar energy harvesting in magnetoelectric coupled manganese ferrite nanoparticles incorporated nanocomposite polymer films // arXiv:2211.01007. 2022. DOI: 10.48550/arXiv.2211.01007

7. Bochenek D., Niemiec P., Chrobak A. Effect of chemical composition on magnetic and electrical properties of ferroelectromagnetic ceramic composites // Materials. 2021. 14 (10). 2488. DOI: 10.3390/ma14102488

8. Li P., Wen Y., Bian L. Enhanced magnetoelectric effects in composite of piezoelectric ceramics, rare-earth iron alloys, and ultrasonic horn // Applied Physics Letters. 2007. 90. 022503. DOI: 10.1063/1.2431469

9. Saha O., Truong B. D. Roundy S. A review of wireless power transfer using magnetoelectric structures // Smart Materials and Structures. 2022. 31. 113001.

10. Deng Zh., Dapino M. Review of magnetostrictive vibration energy harvesters // Smart Materials and Structures. 2017. 26 (10). 103001. DOI: 10.1088/1361-665X/aa8347

11. Chu Zh., Cui J., Wang Y., Du Z., Pourhosseini A. M. J., Li N., Dan W., Gao X., Liang X. Multilayered magnetoelectric composites for precise and wide-range current sensing // Applied Physics Letters. 2024. 124. 252907. DOI: 10.1063/5.0217772

12. Muhammad S., Arooj F., Aneeza K., Ayesha R., Sana M. Perovskite solar cells and their types // Kashf Journal of Multidisciplinary Research. 2025. 2 (1). 45–90. DOI: 10.71146/kjmr202

13. Kumar A., Newacheck S., Youssef G. Cumulative optimization of magnetoelectric composite-based wireless energy transfer // Engineering Research Express. 2024. 6 (4). 04LT01. DOI: 10.1088/2631-8695/ad81b0

14. Marrella A., Suarato G., Fiocchi S., Chiaramello E., Bonato M., Parazzini M., Ravazzani P. (2023). Magnetoelectric nanoparticles shape modulates their electrical output // Frontiers in Bioengineering and Biotechnology. 2023. 11. 1219777. DOI: 10.3389/fbioe.2023.1219777

15. Bochenek D., Chrobak A., Dercz G., Niemiec P., Brzezińska D., Czaja P. The influence of Terfenol-D content on the structure and properties of multiferroic composites obtained based on PZT-type material and Terfenol-D // Materials. 2025. 18. 235. DOI: 10.3390/ma18020235

16. Bichurin M., Sokolov O., Ivanov S., Leontiev V., Lobekin V., Semenov G., Wang Y. Modeling the converse magnetoelectric effect in the low-frequency range // Sensors. 2023. 24 (1). 151. DOI: 10.3390/s24010151

Информация об авторах

Мисилин Василий Александрович – аспирант, инженер-исследователь, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-5044-5831, marsbasil@yandex.ru

Кузьмин Евгений Валентинович – инженер-технолог I категории, АО «ОКБ-Планета» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-7348-290X, 7777744444@mail.ru

Петров Роман Валерьевич – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, roman.petrov@novsu.ru

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 536.97:538.913:669-1 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).135-150 Поступила в редакцию / Received 23.01.2025 ГРНТИ 29.17.43+29.19.19+53.49.21 Специальность ВАК 1.3.8., 2.2.2. Принята к публикации / Accepted 08.04.2025

Научная статья

СРАВНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТВЕРДОФАЗНОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ ГЦК СТРУКТУР ХРОМОНИКЕЛЕВЫХ СПЛАВОВ X30H60M9 И X23H65M13 В ТЕМПЕРАТУРНОМ ИНТЕРВАЛЕ 490–620 °С ПО ДАННЫМ ДИЛАТОМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ФОРМУЛЫ КОЛИЧЕСТВА ЗАПАСЕННОЙ ЭНЕРГИИ

Михайлов Д. Л.^{1, 2}, Ермишкин В. А.², Минина Н. А.²

¹ ООО «Промдеталь» (Великий Новгород, Россия) ² Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова РАН (Москва, Россия)

Аннотация. В настоящей статье дилатометрическим методом исследован процесс твердофазного превращения образцов однофазных сплавов X30H60M9 и X23H65M13 для идентичных условий испытаний образцов, определены кинетические характеристики. Нагрев образцов осуществлялся со скоростью 5,0 °С/мин в аргоне. Исходные структурные состояния образцов сплавов получены закалкой в воду, температуры закалки сплавов, соответственно, составили 1107 °С и 1135 °С. По данным дилатометрического анализа исследуемых сплавов произведена оценка скорости изменения дифференциального коэффициента термического расширения – $\alpha(T) = f'(T) = 1/L_0(dL/dT)$, где L_0 – исходная длина образца, T – температура, в температурном интервале 490–620 °С. Критерием выбора явилось меньшее значение скорости $\alpha(T)$, что коррелирует с меньшей скоростью эволюции удельной энтальпии (запасенной энергии) образца, подтверждая меньшее воздействие приложенной температуры, определяя более энергетически выгодное состояние твердого раствора ГЦК структуры образца сплава в исследуемом температурном интервале. По результатам настоящей работы установлено, что структура сплава X30H60M9 более стабильна к воздействию температуры в интервале 490–620 °С, термическая реакция твердофазного превращения менее осуществима, сравнивая со структурой твердого раствора сплава X23H65M13.

Ключевые слова: сплав X30H60M9, сплав X23H65M13, кинетическая характеристика, превращение ГЦК структур, однофазная структура дилатометрический анализ, структурное состояние, производная функции относительной длины по температуре.

Для цитирования: Михайлов Д. Л., Ермишкин В. А., Минина Н. А. Сравнение кинетических характеристик твердофазного превращения ГЦК структур хромоникелевых сплавов X30H60M9 и X23H65M13 в температурном интервале 490–620 °C по данным дилатометрического анализа и формулы количества запасенной энергии // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 135–150. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).135-150

Research Article

COMPARISON OF THE KINETIC CHARACTERISTICS OF THE SOLID-PHASE TRANSFORMATION OF FCC STRUCTURES OF CHROMIUM-NICKEL ALLOYS KH30N60M9 AND KH23N65M13 IN THE TEMPERATURE RANGE 490–620 °C ACCORDING TO DILATOMETRIC ANALYSIS AND THE FORMULA FOR THE AMOUNT OF STORED ENERGY

Mikhailov D. L.^{1, 2}, Ermishkin V. A.², Minina N. A.²

¹ LLC "PROMDETAL" (Veliky Novgorod, Russia) ² A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science of the Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia)

Abstract. This article discusses the results of a study of thermal stability of samples of single-phase alloys Kh30N60M9 and Kh23N65M13 for heating conditions of samples at a rate of 5.0 °C/min in argon. The structural states of the alloy samples were obtained by water quenching, the alloy quenching temperatures were 1107 °C and 1135 °C, respectively. Based on the dilatometric analysis of the studied alloys, an estimate was made of the rate of change of the differential coefficient of thermal expansion $-\alpha(T) = f'(T) = 1/L_0(dL/dT)$, where L_0 is the initial length of the sample, T is the temperature, in the temperature range of 490–620 °C. The selection criterion was the smaller value of the change f'(T), which correlates with a lower rate of evolution of the specific enthalpy (stored energy) of the sample, confirming the smaller impact of the applied temperature, determining a more energetically favorable FCC structure of the solid solution of the alloy sample in the temperature range under study. Based on the range of 490–620 °C, the thermal reaction of solid-phase transformation is less feasible, compared with the structure of the solid solution of the Kh23N65M13 alloy.

Keywords: *Kh30N60M9 alloy, Kh23N65M13 alloy, kinetic characteristics, transformation of FCC structures, single-phase structure, dilatometric analysis, structural state, temperature derivative of relative linear dimension.*

For citation: Mikhailov D. L., Ermishkin V. A., Minina N. A. Comparison of the kinetic characteristics of the solid-phase transformation of FCC structures of chromium-nickel alloys Kh30N60M9 and Kh23N65M13 in the temperature range 490–620 °C according to dilatometric analysis and the formula for the amount of stored energy // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 135–150. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).135-150

Введение

Целью работы явилось исследование кинетических характеристик ГЦК структур сплавов X30H60M9 и X23H65M13, которые в настоящее время являются перспективными деформируемыми и свариваемыми металлическими материалами для монтажа химических реакторов, работающих в условиях кислых сред до 620 °C. Основная практическая ценность полученной информации связана с решением инженерных задач типа сравнительной оценки скорости процесса структурного смещения твердофазного превращения структуры ГЦК в ОЦК ($\gamma \rightarrow \alpha$), а значит, служебных свойств материалов, прежде всего стойкости к межкристаллитной коррозии (МКК), протекающего в определенном температурном интервале. Примерами таких задач является оптимизация температурных режимов эксплуатации исследуемых материалов сплавов, их подбор в качестве конструкционных материалов.

Известно, что при повышенных температурах и постоянном давлении свойств закономерности изменения жаропрочных сплавов анализируют, рассматривая в качестве инструмента оценки термоактивируемых процессов теорию КДМА (Колмогорова-Джонсона-Мела-Аврами). Это дает основание использовать в критерия устойчивости качестве структуры отношение констант скоростей термических реакций при термическом воздействии на исследуемый материал в температурном интервале. В настоящей работе для получения исходных данных по кинетике структурной эволюции материала был использован дилатометр NETZSCH DIL 402 C. Была оценена зависимость $f'(T) = d(L/L_0)/dT$, полученная экспериментально, в температурном интервале 490-620 °C. Было установлено, что ее скорость возрастает с повышением температуры. Отметим, что большинство реакций, в том числе твердофазного превращения, могут быть описаны формальной записью скорости реакции, математической моделью которых являются реакции 1 порядка, соответственно, размерности констант скоростей – [1/время].

Для анализа экспериментальных данных была предложена динамическая формула.

Расчетная формула оценки скорости по данным дилатометрического анализа была применена в температурном интервале 490–620 °C. Необходимо отметить, что предложенный инструмент оценки структурного состояния сплавов структурой твердого раствора с помощью изменения кинетической характеристики значения аналитической производной $f'(T) = d(L/L_0)/dT (L_0 - длина образца до воздействия температуры,$ *T*– температура) в интервале температур предлагается впервые.

В настоящее время в отечественной и зарубежной литературе, посвященной термическому анализу, точная оценка кинетических параметров твердофазного превращения в условиях динамического нагрева для реакций первого порядка производится с помощью метода Киссенджера [1], который требует максимальной скорости реакции, а значит, факта теплового эффекта (пика) на термограмме ДТА [2, 3]. В методе определение энергии структурного смещения *E* выстроено на использовании уравнения Киссенджера:

$$\ln\left(\frac{\beta}{T_{m,i}^2}\right) = \ln\left(\frac{-AR}{E}f'(\alpha_m)\right) - \frac{E}{RT_{m,i}}.$$
(1)

В уравнении (1) $f'(\alpha_m) = df(\alpha)/d\alpha$ нижний индекс *m* указывает на значения, связанные с максимальной скоростью, где α – относительная доля (степень) оцениваемого параметра, определим конверсией исходной (взятой за переменную, индекс *i*) величины, в начальный момент времени $\alpha = 0$, момент окончания процесса $\alpha = 1$. Таким образом $f(\alpha)$ – математическая модель безразмерной кинетической функции; R_a – универсальная газовая постоянная; A – предэкспоненциальный множитель; T – абсолютная температура.

В этом случае энергия структурного смещения *E* исследуемого образца для ряда значений *α* определяется величиной углового коэффициента прямой,

построенной в координатах (ln ($\beta/T^2_{\alpha i}$), (1/ $T_{\alpha i}$)), то есть строится зависимость левой части уравнения (1) от обратной температуры T_m .

В неизотермических условиях при постоянной скорости нагрева вводят множитель (β), характеризующий скорость нагрева с участием времени, *t*, определим как $\beta = dT/dt$ [градус / время].

Выражение для динамического нагрева будет следующим:

$$\frac{d\alpha}{dT} = \frac{d\alpha}{dt} \frac{dt}{dT} = \frac{1}{\beta} \frac{d\alpha}{dt}.$$
(2)

Существенным недостатком метода Киссенджера является то, что определение точного значения *E* требует, чтобы $f'(\alpha_m)$ не зависела от скорости нагрева. В противном случае первый член правой части уравнения (1) не будет константой, и построение в координатах будет систематически производить отклонение от прямой линии, производя систематическую ошибку в *E*. Строгая независимость $f'(\alpha_m)$ от β выполняется для кинетической модели первого порядка, математическая модель Мампеля [1], где $f(\alpha) = 1 - \alpha$, поскольку $f'(\alpha) = -1$.

Отметим, что в описываемом случае твердофазного превращения ГЦК структур сплавов авторским коллективом применена математическая модель первого ДТА порядка. По результатам проведения теплового эффекта на термограммах образцов пика кривой нет. Следовательно, метод Киссинджера Ε надежно определить кинетическим параметром не может смещения структурного состояния.

На основании этих данных авторским коллективом было решено оценить кинетические параметры твердофазного превращения оригинальным способом. Для анализа экспериментальных данных в работе предложена динамическая формула. Расчетная формула с применением коэффициента термического расширения (дифференциального КТР), рассчитанного в температурной точке и полученного по данным дилатометрического анализа, была применена в температурном интервале 490–620 °C. Отметим, что предложенный инструмент оценки структурного состояния сплавов структурой твердого раствора с помощью скорости дифференциального КТР предлагается впервые.

Следует отметить, что в условиях термического нагружения необходимо принимать во внимание диффузию компонентов в материале сплава. По этой причине перераспределение компонентов материала сплава может приводить к кластеру дефектов, к различному роду выделений [4]. Известно, что чем выше значение удельной энергии, поглощенной в одинаковых условиях, тем большее участие в структуре предлагает вакансионный механизм за счет структурного дефекта, в этом случае миграция вакансий активизируется существенно сильнее [5, 6]. Соответственно, меньше равновесного состояния по причине увеличения частоты перескока дефекта в решетке в результате теплового воздействия. Таким образом,

тем выше значение энергетического воздействия требуется приложить к образцу, чтобы вернуть его к первоначальному энергетическому состоянию.

Развитый подход позволил определить возможность оценки стабильности структурного состояния по расчетным значениям, согласно формулы, переданной энергии, идущей для производства процессов структурной эволюции, подтвердить кинетику превращения структурного состояния исследуемых материалов, определенную экспериментом, установить высокую корреляционную связь расчетных и экспериментальных количеств теплоты.

Исследуемые материалы и методы исследования

Исследовались образцы, изготовленные из отечественных жаропрочных коррозионностойких сплавов. Данные о химическом составе исследованных сплавов приведены в массовых процентах.

Состав сплава X30H60M9 [7], мас.%: Ni-основа; Cr-29,6; Mo-8,75; Al-0,21; Fe-0,011; Mn-0,0033; C-0,0089; La-0,0012; Si-0,018; S-0,0025; P-0,0074.

Состав сплава X23H65M13, мас.%: Ni-основа; Cr-23,21; Mo-12,78; Al-0,11; Fe-0,47; Mn-0,03; C-0,005; Nb-0,03; Si-0,06; S-0,003; P-0,004 в марке XH62M.

В процессе выполнения работы был проведен термический анализ исследуемых образцов в инертном газе – аргоне высокой чистоты. В процессе испытаний были записаны дилатометрические кривые и дифференциальные кривые теплосодержаний исследуемых образцов. При проведении дилатометрических испытаний в температурном интервале 23–1200 °С скорость нагрева образцов составила 5 °С/мин. Размеры образцов 5 х 5 х 50 мм. Для дифференциального анализа в температурном интервале 400–850 °С скорость нагрева образцов составила 1 °С/мин. Массы образцов $m_1 = 156,483$ мг (Х30Н60М9), $m_2 = 111,182$ мг (Х23Н65М13). Различие масс образцов нагрева аргументирует различие их скоростей нагрева, эти мероприятия помогают оптимизировать параметр разрешающей способности измерительной системы при проведении испытаний.

Нагрев образцов при проведении термического анализа осуществлялся в изобарических условиях.

Свободная энергия металлических материалов, которые нагреваются в изобарических условиях, описывается известной формулой Гиббса. Ее дифференциал записывается в виде:

$$dQ = dU + pdV - \Delta ST, \tag{3}$$

где *d*Q – дифференциал подводимой к системе энергии;

dU – дифференциал внутренней энергии сплава;

dV-дифференциал объема;

p – давление окружающей среды, в изобарическом процессе dp = 0.

В настоящей работе изменения объемов металлических образцов составили тысячные доли (10^{-3}) , что пренебрежимо мало, то есть $\Delta V \ll V$, соответственно, и может быть допущено, что dV = 0; следовательно, член выражения (1) - pdV = 0. Знаем, что в случае отсутствия фазового перехода $\Delta S = 0$, соответственно, и энтропийный член $\Delta ST = 0$ может быть исключен из уравнения (3). Таким образом, количество переданной образцам энергии расходуется на увеличение внутренней, запасенной энергии, то есть dQ = dU, либо это количество теплоты может быть принято количеством теплосодержания – энтальпии, когда dQ = dU = dH, согласно первому закону термодинамики при условии dV = 0, dp = 0. В этом случае тепловая реакция может быть осуществима и на условиях эндотермического эффекта, и высокой температуры системы, что не противоречит уравнению Гиббса.

Соответственно, связывая выражение (3) с энергией Гельмгольца можем записать следующее выражение:

$$dQ = dU = -RT\ln K, \tag{4}$$

где Q равно количеству подводимой к системе энергии;

R – газовая постоянная;

Т – абсолютная температура;

К – константа равновесия реакции, в нашем случае термической реакции.

Определим поведение константы функцией, зависящей от температуры K = K(T). Опишем ее поведение формальным способом, когда энергия поглощается (эндотермический процесс) образцом, в этом случае Q>0, соответственно, K>0, константа увеличивается с ростом температуры и функция K = K(T) является возрастающей.

Запишем связь количества переданной образцу теплоты *Q* и *K*(*T*) следующим образом:

$$K(T) = K_0 \mathrm{e}^{-\frac{Q}{RT}},$$

Изменение длины образца и переданной образцу теплоты Q, запишем, беря в расчет посылку формулы Колмогорова, которая аргументирует единство скорости роста: в каждый момент времени скорости роста одинаковы для всех имеющихся в этот момент кристаллитов, что разрешает выполнить следующую формальную запись:

$$L(T) = L_0 \mathrm{e}^{-\frac{Q}{RT}}.$$

Здесь *K*₀ и *L*₀ – предэкспоненты, характеризующие начальные условия оценки структурного состояния образца.

В описываемом случае функции K(T) и L(T) являются функциями 1 порядка.

Математическая форма записи функций K(T) и L(T) аргументирует подобие математических форм записей и для производных этих функций. Отметим,

что размерности производных для обеих функций в описываемом случае будут [1/время]. Экспериментально полученные результаты относительного изменения длины образца от приложенной температуры – *d*(*L*/*L*₀)/*dT*, с учетом скорости нагрева, то есть участия параметра времени, имеют размерность 1/минута.

На основании вышеизложенного, для условий нагрева с постоянной скоростью, определим K(T) характеристикой изменения относительной длины образца от приложенной температуры. Установим связь количества переданной образцу теплоты – Q_n в интервале [T_1 ; T_2], где $T_1 < T_2$ и константы равновесия термической реакции как скорости относительного изменения длины образца, $d(L/L_0)/dT$.

Для *Т*¹ запишем как

$$K(T)_{1} = \frac{d \left(\frac{L_{1}}{L_{0}}\right)}{dT} = 1/L_{0} \cdot \left[\frac{dL}{dT}\right]_{1} = K_{0} \cdot e^{-\frac{Q}{RT_{1}}},$$

для T₂ запишем как

$$K(T)_{2} = \frac{d\left(\frac{L_{2}}{L_{0}}\right)}{dT} = 1/L_{0} \cdot \left[\frac{dL}{dT}\right]_{2} = K_{0} \cdot e^{-\frac{Q}{RT2}},$$

Разделив выражение константы скорости (константы равновесия термической реакции) для T₂ на выражение для T₁, сокращая K₀, 1/L₀, логарифмируя частное и опуская выкладки, получим, что в математической форме количество переданной энергии в процессе нагрева, между двумя точками T₁ и T₂, не испытывающего фазовое превращение, может быть записано в виде:

$$Q\pi = R \cdot \frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1} \cdot \ln\left(\left[\frac{dL}{dT}\right]_2 / \left[\frac{dL}{dT}\right]_1\right)$$
(5)

где $\left[\frac{dL}{dT}\right]_{i}$ – производные температурной зависимости удлинения *L*(*T*) (эволюции функции длины) в *i* – температурных точках T₁ и T₂, T₁ <T₂.

В термодинамике газов газовая постоянная R предлагается как кинетическая характеристика моля идеального одноатомного газа. В нашем случае для объективной оценки количества переданной теплоты образцам сплавов, согласно формулы (5), введен молярный показатель тела R_t , (Дж/моль · K), его значение было рассчитано для нормальных условий, н. у., из посылки формулы для газовой постоянной, таким образом, $R_t = p_0 V_m / T_0$ ($T_0 = 273,15$ K (0 °C) и $p_0 = 101325$ Па = 760 мм рт. ст., V_m – молярный объем образца сплава). Молярный показатель тела, R_t , был применен для исследуемых материалов (таблица 1).

Обсуждение

Анализ экспериментальных данных дилатометрических кривых (рисунки 1, 2) и теплосодержаний образцов, оцененных по результатам ДТА, позволил получить необходимые данные для сравнения кинетических характеристик сплавов

(в температурном интервале 490–620 °C) в проекции поглощенной энергии согласно формулы (5) и полученных экспериментально. В таблицах 2 и 3 приведены расчетные данные проведенного дилатометрического анализа, в таблице 4 приведены экспериментальные величины поглощенной энергии образцами.



Рисунок 1. Сплав Х30Н60М9. График зависимости $y = f'(T) = d(L/L_0)/dT$, мин⁻¹ х 10⁻⁴. Температурная зависимость задана с участием параметра – скорости нагрева равной 5,0 °С/ мин.



Рисунок 2. Сплав Х23Н65М13. График зависимости $y = f'(T) = d(L/L_0)/dT$, мин⁻¹ х 10⁻⁴. Температурная зависимость задана с участием параметра – скорости нагрева равной 5,0 °С/ мин.

Сплав	Мольная доля, доля от 1	Атомная масса, г/моль	Молярная масса доли, г/моль	Плотность, <i>р</i> , г/см ³	Молярный объем, <i>V_m</i> , см ³ /моль	<i>R</i> _t (н. у.), Дж/(моль · К)
X30H60M9						
Ni	0,638	58,693	37,446			
Cr	0,293	51,996	15,235			
Мо	0,069	95,950	6,621			
	1		Σ59,302	8,23	7,21	2,67 x 10 ⁻⁰³
X23H65M13						
Ni	0,6545	58,693	38,415			
Cr	0,246	51,996	12,791			
Мо	0,0995	95,950	9,547			
	1		Σ60,753	8,9	6,83	2,53 x 10 ⁻⁰³

Таблица 1. Расчет показателя *R*t для сплавов X30H60M9 и X23H65M13

Примечание: R_t н. у. – рассчитано для нормальных условий, т. е. p_0 = 101 325 Па = 760 рт. ст., T_0 = 273,15 К (0 °С), V_m – см. таблицу 1, $R_t = p_0 V_m / T_0$

Таблица 2. Значения $f_1(T) = d(L/L_0)/dT$, образца сплава X30H60M9, скорость нагрева 5,0 °С/мин.

°C	f´ı(T), 1/мин	f´1(T)/f´(490 °C)	In [f´1(T)/f´(490 °C)]	<i>Q_{p1}(і</i>), Дж/моль
1	2	3	4	5
490	7,69 x 10⁻⁵	1,00	0	0,00
535	7,61 x 10⁻⁵	0,99	-0,01	-0,37
550	8,02 x 10⁻⁵	1,04	0,04	1,10
575	8,65 x 10⁻⁵	1,13	0,12	2,31
600	9,28 x 10⁻⁵	1,21	0,19	3,09
620	9,92 x 10⁻⁵	1,29	0,25	3,57

Примечание: Q_p – расчетное тепло. Размерность температуры – К, Кельвин, пересчет: 0 °C +273,13 = 273,15 К. Rt_1 = 2,67 х 10⁻³ Дж/(моль · К)

Таблица 3. Значения f'₂(T) образца сплава X23H65M13, скорость нагрева 5,0 °C/мин.

°C	<i>f´₂(T</i>), 1/мин	f'_2(T)/f'(490 °C)	In [f´2(T)/f´(490 °C)]	Q _{p2} (<i>і</i>),Дж/моль
1	2	3	4	5
490	6,82 x 10 ⁻⁵	1,00	0	0,00
530	6,83 x 10⁻⁵	1,0015	0,01	0,06
550	7,55 x 10⁻⁵	1,11	0,10	2,69
575	8,27 x 10 ⁻⁵	1,21	0,19	3,71
600	8,99 x 10⁻⁵	1,32	0,28	4,23
620	9,71 x 10⁻⁵	1,42	0,35	4,69

Примечание: Q_p – количество тепла рассчитано согласно формулы 3. Размерность температуры – К, Кельвин, пересчет: 0 °C +273,13 = 273,15 К. Rt_2 = 2,53 x 10⁻³ Дж/(моль · К)
T, ⁰C	<i>H</i> 1(<i>i</i>), сек [.] °С	<i>H</i> ₁(<i>i</i>)/ <i>V</i> _{m¹} , (сек·⁰С/см³)·моль	<i>H</i> ₂(і), сек [.] ºС	<i>H</i> ₂(<i>i</i>)/ <i>V</i> _m ₂, (сек·⁰С/см ³)·моль
1	2	3	4	5
490	0	0	0	0
530	н/у	н/у	27,82	2225,60
535	25,6	1350,5	н/у	н/у
550	45,7	2406,8	92,4	7388,8
575	116,4	6124,7	225,3	18024,8
600	348,9	18632,6	362,0	28963,2
620	495,5	26080,5	374,6	29970,4

Таблица 4. Экспе	риментальные данные энта	льпии – <i>Н</i> і, удельные – <i>Ні</i> / V _{ті}
------------------	--------------------------	--

Примечание: индекс 1 — сплав X30H60M9, индекс 2 — сплав X23H65M13, массы образцов: $m_1 = 156,483$ мг, $m_2 = 111,182$ мг, мольные объемы образцов, соответственно, $V_{m1} = 1,90 \times 10^{-2}$ см³/моль, $V_{m2} = 1,25 \times 10^{-2}$ см³/моль; н/у — не установлено

В ходе выполнения ДТА было допущено, что количество тепла, полученного образцом при нагреве от температуры *t*₁ до *t*₂, пропорционально площади S на термограмме, ограниченной отклонением кривой ДТА и кривой нагрева тигля, которая в работе была определена базовой линией.

Экспериментальным способом с помощью дерифатографа модели TGA/SDTA851e фирмы Mettler Toledo были установлены энтальпии образцов, размерность которых определена сек х °C. Количество тепла определено площадями под кривыми ДТА, скорость нагрева 1 °C/мин.

Далее расчетным графическим способом, с помощью редактора Excel, установлено различие в кинетике расчетной и экспериментальной энергии (к мольному объему) образцов в температурном интервале 490–620 °С (рисунки 3, 4). Различие подтверждается разным углом наклона аппроксимирующих прямых для кривых 1, 2.

Очевидно, что с повышением температуры нагрева для структур обоих сплавов кинетические характеристики удельных количеств поглощенной энергии для образцов сплавов различны. Более существенной является кинетическая характеристика для сплава X23H65M9, что подтверждает более низкий порог термоактивируемого параметра [8], *dL/L*₀, в сравнении со структурой сплава X30H60M9.

Известно, что колебания частиц, атомов в твердом теле при термическом воздействии являются ангармоническими, если бы это было не так, то нагревание не могло вызвать расширения твердого тела, так как с увеличением температуры происходило бы увеличение амплитуды частиц, атомов, а среднее межатомное расстояние – \bar{r} , оставалось бы неизменной.



Рисунок 3. Зависимости, рассчитанные по формуле 3, для переданной энергии, размерность Дж/моль. Скорость нагрева образцов – 5 °С/мин., DIL. Сплав X30H60M9 – кривая 1. Сплав X23H65M9 – кривая 2. Показатель кинетики кривой 1 и кривой 2, соответственно, 0,032 и 0,041. Отношение тангенсов углов наклона аппроксимирующих прямых 0,032/0,041 = 0,78



Рисунок 4. Зависимости, установленные экспериментально. Поглощенная (переданная) энергия отнесена на молярный объем образцов сплавов. Сплав X30H60M9 – кривая 1, сплав X23H65M9 – кривая 2. Скорость нагрева образцов – 1 °С/мин., DTA. Показатель кинетики кривой 1 и кривой 2, соответственно, 210,22 и 266,26. Отношение тангенсов углов наклона аппроксимирующих прямых 210,22/266,26 = 0,79

Подтверждением вышеизложенного также может являться оценка термической устойчивости следующими размышлениями.

Запишем коэффициент линейного расширения α по типу Леннарда-Джонса в следующем виде [9]:

$$\alpha(T) = 1/ro \cdot dr^{-}(T)/dT, \tag{6}$$

где \bar{r} – среднее расстояние между атомами, r_0 – равновесное расстояние между атомами, при условиях p = 0.

В случае, когда изменение температуры тела при нагревании происходит на 1 градус, т. е. когда dT=1, перепишем (4) в виде:

$$\alpha(T) = 1/ro \cdot d\bar{r}(T) \,. \tag{7}$$

Знаем, что в этом случае коэффициент термического расширения $\alpha(T)$ равен приращению $\Delta L(T)$ при нагревании тела, т. е. перепишем (7) в виде:

$$\Delta L(T) = dL/Lo = 1/ro \cdot d\bar{r(T)}.$$
(8)

Соответственно, можем записать:

$$dL/L_0 \sim d\overline{r}/r_0. \tag{9}$$

Следовательно, можем заключить, что при тепловом расширении большему значению линейного расширения dL/L_0 соответствует большее приращение межатомного расстояния $d\overline{r}/r_0$. Приняв L_0 и r_0 за исходные величины длин, можем сделать вывод о том, что дифференциал линейного расширения пропорционален дифференциалу среднего межатомного расстояния, таким образом необходимо подтвердить, что ангармонизм пропорционален дифференциалу межатомного расстояния.

Таким образом необходимо отметить, что скорость изменения относительного удлинения при тепловом расширении – *dL/L*⁰ в рассматриваемом температурном интервале отражает изменения атомной связи вещества и может рассматриваться как структурно-чувствительное свойство.

Отметим, что в исследуемых сплавах, в X30H60M9 и X23H65M13, атомное содержание никеля практически одинаково 63,8 ат.% и 65,45 ат.%, соответственно. По факту проведенного рентгеноструктурного анализа материала сплава в состоянии поставки и комнатных условиях, где регистрация рентгенодифракционных спектров образцов проведена на рентгеновском дифрактометре "Ultima IV" Rigaku (Япония), были определены размеры элементарных ячеек: $\alpha = 3,599$ Å – параметр решетки для сплава X23H65M13 и $\alpha = 3,595$ Å для сплава X30H60M9, оба сплава имеют ГЦК структуру, характерную для матричной фазы на основе никеля.

В работе также было исследовано изменение параметра элементарной решетки в результате длительной высокотемпературной выдержки в течение 1000 часов в идентичных условиях при температурах 550 °C и 620 °C. Было определено, что в большей степени выдержка влияет на структурное состояние сплава X23H65M13, чем сплава X30H60M9. Соответственно, 3,604Å – 3,610Å и 3,597Å – 3,601Å. Динамика изменения параметра элементарной решетки в исследуемом температурном интервале оказалась различной. Скорость процесса была определена расчетом коэффициента – *k* при независимой переменной температуры (*T*) для зависимости параметра элементарной решетки в исследуемом

146

температурном интервале. Были установлены следующие значения: *k*_{X23H65M13} = 8,00 x 10⁻⁵ > *k*_{X30H60M9} = 5,00 x 10⁻⁵. Соответственно, становится очевидным различие в скоростях превращений длин связи матричной фазы сплавов.

По факту испытаний были подтверждены ГЦК структуры матричных фаз обоих сплавов, также было установлено присутствие упрочняющих *α*-форм фаз [10]: *α*-хром для структуры сплава X30H60M9 и *α*-молибден для структуры сплава X23H65M13.

Отметим, что тепловое воздействия на образцы было идентичным, поэтому полученный результат позволяет заключить о более существенной эволюции межатомной связи для структуры сплава X23H65M13.

В случае сплава X30H60M9, параметр решетки менялся в меньшей степени. Можно предположить, что распределение атомов замещающих элементов (хрома, молибдена) в узлах кристаллической решетки сплава X30H60M9 менее хаотично, что свидетельствует о меньшем ангармонизме тепловых колебаний решетки структуры твердого раствора [11] в идентичных условиях термического воздействия.

В настоящей работе, в исследуемом температурном интервале, были определены коэффициенты корреляции между расчетными, по формуле (5), *Qp_i* (таблицы 2 и 3) значениями тепла и экспериментальными данными удельного тепла, *H_i/V_m* (таблица 4). Значения коэффициентов корреляции составили: *r*x_{30H60M9} {*Qp_i*; *H_i/V_m*} = 0,88 и *r*x_{23H65M15} {*Qp_i*; *H_i/V_m*} = 0,92. Очевидно, что коэффициенты корреляции указывают на высокую связь между расчетными и экспериментальными данными данными), являясь сильно коррелированными.

На основании полученных результатов становится очевидным, что формула (5) с достаточной точностью для разведочного анализа является инструментом оценки кинетики превращения структурных состояний сплавов в исследуемом температурном интервале. Таким образом, определено, что в результате идентичного теплового воздействия на образцы сплавов кинетика изменения относительного удлинения у них различна, что позволяет подтвердить различие в термодинамическом состоянии.

Концептуально предложенный в работе подход, формула (5), представляет собой по существу теорию флуктуаций статистической механики, примененную к динамике. По сути это дает вычислительные преимущества, которые в удобной форме устанавливают различие структурных несовершенств.

Использование предложенного в работе способа для решения кинетической задачи позволило доказать адекватность расчетных кинетических параметров эффективным параметрам реального процесса поглощения тепла, что представляется полезным для качественного экспрессного анализа структурного смещения твердофазного превращения исследуемых структур классических сплавов с интерметаллидным упрочнением.

Заключение

Результаты, полученные в процессе выполнения настоящей работы для идентичных условий испытаний образцов исследуемых сплавов, позволяют сделать следующие выводы.

1. Эффект увеличения скорости поглощения тепла образцом сплава X23H65M13 и скорости коэффициента термического расширения в температурной точке (дифференциального КТР), как кинетических параметров, свидетельствует о смещении структурного состояния (о твердофазном превращении в описываемом случае). Все указывает на то, что более равновесное состояние структуры должно быть отнесено в пользу сплава X30H60M9. Причиной этого является различие в энергетической выгодности расположения атомов микроструктуры исследуемых сплавов, достижения максимального значения (насыщения) количества межатомных связей.

2. По факту полученных экспериментальных и расчетных результатов согласно формулы для переданной образцу энергии необходимо заключить о том, что они коррелируют между собой высокой связью, что позволяет свидетельствовать о том, что структура сплава X30H65M9, обладая меньшим изменением параметра, размером элементарной решетки аргументирует менее существенную колебательную моду, меньший ангармонизм тепловых колебаний элементарной решетки в условиях идентичного нагрева, что подтверждает более устойчивое термодинамическое состояние структуры сплава X30H65M9.

3. что относительная Следует заключить, погрешность отношений тангенсов углов наклона аппроксимирующих прямых зависимостей для расчетного и экспериментального (запасенного) тепла составила 1,23%. Это дает основание рекомендовать расчетный использованием метод С формулы для экспресс-оценки кинетических характеристик однофазных ГЦК структур наряду с общепринятой методологией.

Благодарности

Автор Д. Л. Михайлов выражает сердечную благодарность своим первым учителям – ныне ушедшим вузовским преподавателям и талантливым наставникам – профессорам Новгородского государственного университета имени Ярослава Мудрого Юрию Юрьевичу Радцигу и Валерию Николаевичу Емельянову.

Список литературы

1. Vyazovkin S., Burnham A. K., Criado J. M., Pérez-Maqueda L. A., Popescu C., Sbirrazzuoli N. ICTAC Kinetics Committee recommendations for performing kinetic computations on thermal analysis data // Thermochimica Acta. 2011. 520 (1–2). 1–19. DOI: 10.1016/j.tca.2011.03.034

2. Fang X., Song M., Li K., Du Y. Precipitation sequence of an aged Al-Mg-Si alloy // Journal of Mining and Metallurgy, Section B: Metallurgy. 2010. 46 (2). 171–180. DOI: 10.2298/JMMB1002171F

3. Gaber A., Afify N., Mostafa M. S., Abbady Gh. Effect of heat treatment on the precipitation in Al–1at.% Mg–xat.% Si (x=0.6, 1.0 and 1.6) alloys // Journal of Alloys and Compounds. 2009. 477 (1). 295–300. DOI: 10.1016/j.jallcom.2008.11.009

4. Михайлов Д. Л., Ермишкин В. А., Минина Н. А Сравнение термической устойчивости хромоникелевых сплавов X30H60M9 и X23H65M13 в температурном интервале 500–625 °C по данным дифференциального термического анализа // Металлы. 2024. 2. 93–98. DOI: 10.31857/S0869573324029398

5. Куксин А. Ю., Смирнова Д. Е. Расчет коэффициентов диффузии дефектов и ионов в UO₂ // Физика твердого тела. 2014. 56 (6). 1166–1175.

6. Мерер Х. Диффузия в твердых телах: монография / пер. с англ., под ред. Е. Б. Якимова, В. В. Аристова. Долгопрудный: Интеллект, 2011. 535 с.

7. Михайлов Д. Л. Патент № 2613805 Российской Федерации, МПК С22С 19/05 (2006.01), С22С 30/00 (2006.1). Коррозионно-стойкий сплав на основе никеля: № 2016105314, заявл. 02.17.2016: опубл. 03.21.2017.

8. Красноперова Ю. Г., Воронова Л. М., Дегтярев М. В., Чащухина Т. И., Реснина Н. Н. Рекристаллизация никеля при нагреве ниже температуры термоактивируемого зарождения // Физика металлов и металловедение. 2015. 116 (1). 83. DOI: 10.7868/S0015323015010088

9. Garai J. Correlation between thermal expansion and heat capacity // Journal of Computer Coupling of Phase Diagrams and Thermochemistry. 2006. 30. 354–356.

10. Михайлов Д. Л., Ермишкин В. А., Минина Н. А., Кулагин С. П. Исследование кинетических характеристик твердофазного превращения сплавов X30H60M9 и X23H65M13 в температурном интервале 500–650 °C по данным термогравиметрического анализа // Металлы. 2023. 5. 85–92. DOI: 10.31857/S0869573323050105

11. Новиков В. В., Митрошенков Н. В., Кузнецов С. В., Попов П. А., Бучинская И. И., Каримов Д. Н., Кошелев А. В. Ангармонизм колебаний решетки и тепловые свойства твердых растворов Cd_{1-x}Sr_xF₂ // Физика твердого тела. 2020. 62 (4). 627–634. DOI: 10.21883/FTT.2020.04.49131.586

References

1. Vyazovkin S., Burnham A. K., Criado J. M., Pérez-Maqueda L. A., Popescu C., Sbirrazzuoli N. ICTAC Kinetics Committee recommendations for performing kinetic computations on thermal analysis data // Thermochimica Acta. 2011. 520 (1–2). 1–19. DOI: 10.1016/j.tca.2011.03.034

2. Fang X., Song M., Li K., Du Y. Precipitation sequence of an aged Al-Mg-Si alloy // Journal of Mining and Metallurgy, Section B: Metallurgy. 2010. 46 (2). 171–180. DOI: 10.2298/JMMB1002171F

3. Gaber A., Afify N., Mostafa M. S., Abbady Gh. Effect of heat treatment on the precipitation in Al–1at.% Mg–xat.% Si (x=0.6, 1.0 and 1.6) alloys // Journal of Alloys and Compounds. 2009. 477 (1). 295–300. DOI: 10.1016/j.jallcom.2008.11.0094

4. Mikhailov D. L., Ermishkin V. A., Minina N. A. Comparison of thermal stability of chromium-nickel alloys KH30H60M9 and KH23H65M13 in the temperature range 500–625 °C according to differential thermal analysis // Metally. 2024. 2. 93–98. DOI: 10.31857/S0869573324029398 (In Russian).

5. Kuksin A. Y., Smirnova D. E. Calculation of diffusion coefficients of defects and ions in UO_2 // Physics of the Solid State. 2014. 56 (6). 1214–1223.

6. Merer H. Diffusion in solids: a monograph / transl. from Eng., ed. by E. B. Yakimov, V. V. Aristov. Dolgoprudny: Intellect, 2011. 535 p. (In Russian).

7. Mikhailov D. L. Patent No. 2613805 of the Russian Federation, IPC C22C 19/05 (2006.01), C22C 30/00 (2006.1). Corrosion-resistant nickel-based alloy: No. 2016105314, appl. 17.02.2016: publ. 21.03.2017. (In Russian).

8. Krasnoperova Y. G., Voronova L. M., Degtyarev M. V., Chashchukhina T. I., Resnina N. N. Recrystallization of nickel upon heating below the temperature of thermoactivated nucleation // Physics of Metals and Metallography. 2015. 116 (1). 79–86. (In Russian).

9. Garai J. Correlation between thermal expansion and heat capacity // Journal of Computer Coupling of Phase Diagrams and Thermochemistry. 2006. 30. 354–356.

10. Mihailov D. L., Ermishkin V. A., Minina N. A., Kugagin S. P. Investigation of kinetic characteristics of solid-phase transformation of alloys KH30H60M9 and KH23H65M13 in the temperature range 500–650 °C according to thermogravimetric analysis // Metally. 2023. 5. 85–92. DOI: 10.31857/S0869573323050105 (In Russian).

11. Novikov V. V., Mitroshenkov N. V., Kuznetsov S. V., Popov P. A., Buchinskaya I. I., Karimov D. N., Koshelev A. V. Anharmonicity of lattice vibrations and the thermal properties of $Cd_{1-x}Sr_xF_2$ solid solutions // Physics of the Solid State. 2020. 62 (4). 714–721.

Информация об авторах

Михайлов Дмитрий Леонидович – соискатель, Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова РАН (Москва, Россия); директор, ООО «Промдеталь» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-1609-840X, ооорготkey@gmail.com

Ермишкин Вячеслав Александрович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова РАН (Москва, Россия), ORCID: 0000-0001-9093-8294, vermishkin@imet.ac.ru

Минина Наталья Анатольевна – старший научный сотрудник, Институт металлургии и материаловедения имени А. А. Байкова РАН (Москва, Россия), ORCID: 0000-0002-3782-3858, minina@imet.ac.ru, minina1951@rambler.ru

ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 621.396.67:517.968 DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).151-162 Поступила в редакцию / Received 09.11.2024 ГРНТИ 47.45.29+27.33.15 Специальность ВАК 1.3.8. Принята к публикации / Accepted 29.11.2024

Научная статья

ТЕОРИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВИБРАТОРНЫХ АНТЕНН В РАБОТАХ П. Л. КАПИЦЫ, В. А. ФОКА И Л. А. ВАЙНШТЕЙНА

Эминов С. И., Сочилин А. В.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)

Аннотация. Дается обзор работ П. Л. Капицы, В. А. Фока и Л. А. Вайнштейна по теории интегральных уравнений вибраторных антенн, опубликованных в период с 1959 по 1967 год. Отмечены наиболее важные результаты, которые актуальны и в настоящее время. Подчеркнуты связи между отдельными результатами, очерчен контур теории ядра интегрального уравнения. Эта теория включает разложение ядра в ряд по произведениям функций Ханкеля и Бесселя полуцелого индекса, а также представление ядра через гипергеометрическую функцию. Проведен анализ вычислительного эксперимента В. А. Фока и Л. А. Вайнштейна для передающего вибратора, получено феноменальное совпадение с результатами других методов решения интегральных уравнений с точным сингулярным ядром. Дано теоретическое обоснование этого явления.

Ключевые слова: вибраторная антенна, интегральное уравнение, ядро интегрального уравнения, численные методы, вычислительный эксперимент.

Для цитирования: Эминов С. И., Сочилин А. В. Теории интегральных уравнений вибраторных антенн в работах П. Л. Капицы, В. А. Фока и Л. А. Вайнштейна // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 151–162. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).151-162

Research Article

THE THEORY OF INTEGRAL EQUATIONS DIPOLE ANTENNAS IN THE WORKS OF P. L. KAPITSA, V. A. FOCK AND L. A. WEINSTEIN

Eminov S. I., Sochilin A. V.

Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

Abstract. The review of the works of P. L. Kapitsa, V. A. Fock and L. A. Weinstein on the theory of integral equations of dipole antennas published in the period from 1959 to 1967 is given. The most significant results are noted, which are still relevant at the present time. The connections between the individual results are emphasized, and the outline of the theory of the kernel of the integral equation is outlined. This theory includes the decomposition of the kernel into a series by products of the Hankel and Bessel functions of the half-integer index, as well as the representation of the kernel through a hypergeometric function. The analysis of the computational experiment of V. A. Fock and L. A. Weinstein for a transmitting dipole was carried out, and a phenomenal coincidence with the results of other methods for solving integral equations with an exact singular kernel was obtained. A theoretical justification of this phenomenon is given.

Keywords: dipole antenna, integral equation, the core of the integral equation, numerical methods, computational experiment.

For citation: Eminov S. I., Sochilin A. V. The theory of integral equations dipole antennas in the works of P. L. Kapitsa, V. A. Fock and L. A. Weinstein // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 151–162. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).151-162

Введение

Рассмотрим трубчатый линейный вибратор длины 2l и радиуса a. Пусть на идеально-проводящую поверхность вибратора падает электромагнитная волна \vec{E}^0, \vec{H}^0 .

В результате на поверхности вибратора *S* наводятся электрические токи с плотностью \vec{j} . В предположении, что первичное электрическое поле параллельно оси *z* и не зависит от координаты ϕ (в цилиндрической системе координат r, ϕ, z), на поверхности наводятся только аксиальные токи с плотностью $j_z(z)$. Нахождение функции токов сводится к решению интегро-дифференциального уравнения [1]

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + k^2\right) \iint_S j_z(z') \frac{e^{-ikR}}{4\pi R} dS' = -i\omega\varepsilon E_z^0(z),\tag{1}$$

где $R = \sqrt{(z - z')^2 + 2a^2(1 - \cos(\phi - \phi'))}, \quad dS' = adz'd\phi', \quad \varepsilon \quad -$ диэлектрическая проницаемость, k – волновое число, зависимость от времени в данной работе принята в виде $e^{i\omega t}$.

Если обратить дифференциальный оператор, то уравнение (1) сведется к интегральному уравнению

$$\iint_{S} j_{z}(z') \frac{e^{-ikR}}{4\pi R} dS' = -i\omega\varepsilon \int_{-l}^{l} \frac{\sin|k(z-z')|}{2k} E_{z}^{0}(z') dz' + C_{1} \sin k z + C_{2} \cos k z.$$
(2)

В теории антенн применяется как уравнение (1), так и уравнение (2). При этом функция $j_z(z)$ на концах вибратора обращается в нуль

$$j_z(-l) = j_z(l) = 0.$$
 (3)

При решении уравнения (1) граничные условия (3) выполняются за счет выбора базисных функций, а при решении уравнения (2) за счет выбора постоянных *C*₁ и *C*₂.

О методе исследования уравнений

Функция $j_z(z)$ не зависит от ϕ , поэтому уравнения (1) и (2) являются одномерными уравнениями с ядром вида

$$f(z-z') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} d\phi'.$$
 (4)

В основе исследования уравнений (1) и (2) лежит метод исследования ядра (4), форма представления и способ вычисления. Поэтому, приступая к обзору упомянутых работ, будем следить за преобразованиями ядра (4).

О работе «Симметричные электрические колебания идеально-проводящего полого цилиндра конечной длины»

Для исследования была принята работа [2]. В литературе по электродинамике, например, в [3], выводится разложение функции Грина для свободного пространства в ряд-интеграл

$$\frac{exp(-ikR)}{4\pi R} = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} exp\left(-in(\phi - \phi')\right) \int_{-\infty}^{+\infty} exp\left(-ih(z - z')\right) F_n(h) dh, \quad (5)$$

где

$$F_n(h) = I_n(\sqrt{h^2 - k^2}r)K_n(\sqrt{h^2 - k^2}a)$$
 при $r < a$,
 $F_n(h) = I_n(\sqrt{h^2 - k^2}a)K_n(\sqrt{h^2 - k^2}r)$ при $r > a$,
 I_n , K_n – модифицированные функции Бесселя.
Проинтегрировав (5), найдем ядро (4) одномерных уравнений

$$f(z-z') = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \cos(h(z-z')) \begin{cases} F_0(h) = \frac{2}{\pi} I_0(\sqrt{h^2 - k^2}r) K_0(\sqrt{h^2 - k^2}a) \\ F_0(h) = \frac{2}{\pi} I_0(\sqrt{h^2 - k^2}a) K_0(\sqrt{h^2 - k^2}r) \end{cases} dh.$$
(6)

Верхняя строчка берется при r < a, а нижняя строчка – при r > a. Представление ядра в виде интеграла Фурье-Бесселя (6) впервые было получено в работе [2]. У многозначной функции $\sqrt{x^2 - k^2}$ принимается та ветвь, для которой выполняется равенство

$$\sqrt{x^2 - k^2} = i\sqrt{k^2 - x^2}, \ (\sqrt{k^2 - x^2} > 0).$$

При больших значениях аргумента модифицированные функции Бесселя имеют следующую асимптотику

$$I_0(ah)K_0(ah) \approx \frac{1}{2ah}, (ah) \to +\infty, \tag{7}$$

Сравнивая (6), когда r = a, с представлением логарифма

$$ln\frac{1}{|t|} = C + \int_0^1 \frac{\cos(th) - 1}{h} dh + \int_1^{+\infty} \frac{\cos(th)}{h} dh,$$
(8)

и учитывая (7), убеждаемся, что ядро имеет логарифмическую особенность.

Важным для дальнейшего результатом является разложение ядра в ряд Фурье

$$f(z-z') = \frac{1}{2l} \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon_n F_n \cos \frac{\pi n}{2l} (z-z'),$$
(9)

где -2l < z - z' < 2l, $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = ... = 2$.

Для нахождения коэффициентов разложения интеграл по промежутку [0,2l] представляется в виде разности интегралов по промежутку $(0,+\infty)$ и $2l,+\infty$). Первый из этих интегралов находится аналитически в результате применения прямого и обратного преобразования Фурье. Второй интеграл находится приближенно с помощью разложения ядра в ряд по произведениям функций Ханкеля и Бесселя полуцелого индекса [2, формула (1.15)]. При этом рассматривается приближение тонкого вибратора

$$\frac{a}{l} << 1, \ ka << 1.$$
 (10)

Окончательно получено

$$F_{n} = I_{0} \left(\sqrt{n^{2} \left(\frac{\pi}{2l}\right)^{2} - k^{2} a} \right) K_{0} \left(\sqrt{n^{2} \left(\frac{\pi}{2l}\right)^{2} - k^{2} a} \right) + \Delta F_{n},$$
(11)
$$\Delta F_{n} = \frac{1}{2} [E(2kl + \pi n) + E(2kl - \pi n)],$$
$$E(x) = -\int_{x}^{+\infty} \frac{exp(-ih)}{h} dh \text{ при } x > 0, E(x) = -\int_{-x}^{+\infty} \frac{exp(ih)}{h} dh, \text{ при } x < 0.$$

Ядро в представлении (9) также имеет логарифмическую особенность, замена точного значения второго интеграла на приближенное значение *ΔF_n* не влияет на структуру уравнения. И это имеет принципиальное значение с точки зрения разрабатываемых методов.

Представление ядра в виде ряда Фурье имеет преимущество по сравнению с представлением в виде интеграла Фурье-Бесселя для дальнейших вычислений, а именно расчета матричных элементов.

В работе [2] интегральное уравнение сводится к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений. Существенным здесь является ортогональность тригонометрических функций.

Опишем способ сведения интегральных уравнений к системам, используя, для лаконичности, язык гильбертово пространства *H* со скалярным произведением (\cdot,\cdot) и ортонормированным базисом $\{\phi_m\}_{m=1}^{+\infty}$. Решение операторного уравнения

$$Ku = v \tag{12}$$

ищется в виде ряда

$$u = \sum_{m=1}^{+\infty} c_m \, \phi_m \tag{13}$$

с неизвестными коэффициентами c_m . Для их нахождения вначале (13) подставляем в (12)

$$\sum_{m=1}^{+\infty} c_m K \, \phi_m = v,$$

а затем приравниваются коэффициенты разложения левой и правой части по базису. Это равносильно тому, чтобы левые и правые части умножить на базисные функции. Таким путем приходим к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{m=1}^{+\infty} c_m(K\phi_m, \phi_n) = (v, \phi_n), 1 \le n < +\infty.$$
(14)

В работе [2] решена проблема вычисления матричных элементов в тригонометрическом базисе. Интегрирование по переменным длины *z* и *z'* проведено аналитически, в результате матричные элементы представлены в виде числового ряда. На основе асимптотики (7) показана применимость метода итераций для решения систем. Проведено сравнение с теорией тонких вибраторов, описаны асимптотики, при применении которых получаются результаты Халлена [4] и Леонтовича и Левина [5].

О работе «Статистические граничные задачи для полого цилиндра конечной длины»

Работа [6] является емкой и результативной. Мы начнем с решения интегрального уравнения с логарифмическим ядром

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} \ln \frac{1}{|\tau - t|} u(t) dt = v(\tau), \ -1 \le \tau \le 1.$$
(15)

В работе решение уравнения (15) найдено в виде

$$u(\tau) = \frac{1}{\sqrt{1-\tau^2}} \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha_n T_n(\tau),$$
 (16)

где $T_n(\tau) = cos(n \cdot arccos \tau)$ – полиномы Чебышева первого рода, а неизвестные α_n определяются по формулам

$$\alpha_0 = \frac{1}{\pi l n 2} \int_{-1}^1 \frac{v(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt, \quad \alpha_n = \frac{2n}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{v(t) T_n(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt$$
 при $n > 0.$ (17)

Таким образом, уравнение (15) решено в явном виде. Заметим, что этот результат получен в конце рассматриваемой работы, и мы опишем путь, который приводит к нему.

Особо важную роль играет в дальнейшем, при разложении ядра в степенной ряд. Рассмотрено ядро в статическом случае, но более общего вида, а именно

$$f_m(z-z') = \int_0^{2\pi} \frac{\cos m\phi}{2\pi\sqrt{(z-z')^2 + 2a^2 - 2a^2\cos\phi}} d\phi.$$
 (18)

Вначале ядро сведено к гипергеометрической форме, затем осуществляется преобразование гипергеометрической функции к виду, для которого известно разложение в ряд

$$f_m(z-z') = \frac{1}{\pi a} \sum_{k=0}^{+\infty} c_k \left(-\frac{(z-z')^2}{4a^2} \right)^k \left(\ln \frac{2a}{|z-z'|} + \frac{h_k}{2} \right), \tag{19}$$

сходящийся при |z - z'| < 2a. Коэффициенты ряда определяются по формулам

$$c_{k} = \frac{\Gamma\left(m + \frac{1}{2} + k\right)\Gamma\left(-m + \frac{1}{2} + k\right)}{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(-m + \frac{1}{2}\right)(k!)^{2}},$$
$$h_{k} = 2\psi(k+1) - \psi\left(k + m + \frac{1}{2}\right) - \psi\left(k - m + \frac{1}{2}\right),$$

где *Г* – гамма функция, *ψ* – логарифмическая производная гамма функции.

$$\psi(x+1) = \psi(x) + \frac{1}{x}, \ \psi(1) = -C, \ \psi\left(\frac{1}{2}\right) = -C - 2\ln 2, \ C = 0.5772.$$

Обсудим разложение (19). Ядро имеет логарифмическую особенность, одинаковую при всех *m* и этот результат, по известной нам литературе, был получен впервые. Второе слагаемое ряда непрерывно вместе с частной производной.

Интересно сравнить ряд (19) с ядром в двумерной задаче дифракции, например, на полосе [7]. Ядро в этом случае представляется через функцию Ханкеля, которая разлагается в ряд, подобный ряду (19). Таким образом, разложением ядра в ряд (19) трехмерная задача дифракции сведена к двумерной задаче.

Опишем метод сведения интегрального уравнения к бесконечной системе в работе [6]. Неизвестная функция разлагается в ряд (16) по полиномам Чебышева с весом. Это разложение подставляется в интегральное уравнение, затем левая и правая части полученного равенства разлагаются в ряды по полиномам Чебышева. Существенным в этом подходе является ортогональность полиномов с весом. Из равенства коэффициентов разложений левой и правой части и выводится система уравнений. Матричные элементы полученной системы в точности такие же, как и в методе Галеркина на основе полиномов Чебышева с весом.

Центральная проблема в теории уравнений дифракции – вычисление матричных элементов. В работе [6] предложены два эффективных метода для вычисления матричных элементов.

В первом методе ядро представляется в виде ряда (19) и для каждого k вычисляется двойной и весьма непростой интеграл аналитически, с помощью преобразований и табличных интегралов. В результате матричные элементы представляются в виде ряда. Для частного случая, когда в ряде (19) учитывается одно слагаемое, k = 0, т. е. для логарифмической функции матричные элементы записаны

явно. Матрица оказывается диагональной, отсюда получается формула аналитического обращения уравнения (15).

Во втором методе ядро представляется в виде интеграла Фурье-Бесселя (статический случай), содержащем модифицированную Функцию Бесселя и Макдональда. Интегрирование по координатам длины и *z* и *z'* проводится аналитически и под интегралом появляются еще две функции Бесселя. В результате матричные элементы – это интеграл от произведения четырех специальных функций. В работе разработан метод вычисления подобного интеграла.

Показано, что два метода приводят к единому результату.

О работе «Симметричные электрические колебания идеально-проводящего полого цилиндра конечной длины. II. Численные расчеты для пассивного вибратора»

В начале работы [8] отмечается медленная сходимость при использовании тригонометрического базиса. Поэтому избран другой путь – решение ищется в виде отрезка ряда (16), т.е. по полиномам Чебышева с весом. Для решения задачи дифракции плоской волны, падающей нормально на вибратор, используется уравнение (2), ядро которого разложено в ряд Фурье (9). Метод формирования системы, как отметили выше, совпадает с методом Галеркина, полученная система линейных алгебраических уравнений решается методом Гаусса. В результате решения с учетом граничных условий (3) находится ток, обращающийся в нуль на концах вибратора по корневому закону, т. е. удовлетворяет условиям Мейкснера на ребре.

Отметим, что в более поздних работах по дифракции при решении интегральных уравнений с логарифмической особенностью в ядре, в явном виде выделяется слагаемое вида левой части (15) и аналитически находятся матричные элементы выделенного оператора. В данной работе применяется другой подход: находится асимптотика матричных элементов, выраженных через функции Бесселя, и на основе асимптотики улучшается сходимость рядов.

Отмечается быстрая сходимость численного метода, для стабилизации оказывается достаточным четырех базисных функций. Это связано, во-первых, с использованием полиномов Чебышева с весом. Во-вторых, как показывают недавние исследования, эффект быстрой сходимости связан со структурой ряда (19), в котором присутствуют только четные степени.

О работе «Симметричные электрические колебания идеально-проводящего полого цилиндра конечной длины. III. Передающий вибратор. Общие замечания»

Рассматриваемая работа относится к числу законченных работ, как в плане теории, так и численного эксперимента. К числу трудно вычисляемых характеристик

вибраторных антенн относится входное сопротивление, которое выражается через значение неизвестной функции тока в точке. Входное сопротивление чувствительно к малейшим изменениям параметров антенны: длины, радиуса и первичного поля. По этой причине многие антенные школы ищут и разрабатывают свои методы для вычисления входного сопротивления.

Изложение начнем с таблицы входных сопротивлений, приведенной в этой работе. Вначале исследуем скорость сходимости метода, на основе которого построена таблица 1. В монографии [9] приведены графики входных сопротивлений, полученных методом моментов, в зависимости от числа *N* базисных функций. Графики представляют выпуклые или вогнутые линии, которые только начинают выпрямляться к концу рисунка. Если результаты таблицы 1 для случая $\frac{l}{a} = 60$, $\Delta = \frac{l}{10}$, нанести на рисунок, то получим прямые линии. Скорость сходимости метода Вайнштейна – Фока во много раз превышает скорость сходимости метода момента. В чем причина этого факта?

N	$kl = \frac{\pi}{2}, \frac{l}{a} = 60$			$kl = \frac{\pi}{2}, \frac{l}{a} = 500\pi$		
	$\Delta = l/10$	$\Delta = a$	$\Delta = 10a$	$\Delta = l/10$	$\Delta = a$	$\Delta = 10a$
8	88,8 – 51,4 <i>i</i>					
9	89,6 – 51,6 <i>i</i>					
10	89,2 – 51,5 <i>i</i>			79,3 – 47,6 <i>i</i>		
11	89,6 – 51,6 <i>i</i>			81,4 – 48,3 <i>i</i>	81,8 – 48,1 <i>i</i>	81,7 – 48,2 <i>i</i>
12	89,4 – 51,5 <i>i</i>	94,0 - 48,6 <i>i</i>	88,1 – 52,3 <i>i</i>	79,6 – 47,2 <i>i</i>	80,0 - 47,0 <i>i</i>	79,8 – 47,1 <i>i</i>
13	89,6 – 51,6 <i>i</i>	94,2 - 48,6 <i>i</i>	88,3 – 52,3 <i>i</i>			

Таблица 1. Входные сопротивления Z из работы [10]

В работе [10] развит новый метод расчета входных сопротивлений. Первичное поле представлено в виде дельта функции. Однако, если первичное поле представить в виде дельта функции, то значение тока в точке возбуждения обращается в бесконечность. По этой причине вначале решается уравнение (15) только с логарифмическим ядром.

Затем решение всей задачи представляется в виде суммы найденной функции и отрезка ряда по базису с неизвестными коэффициентами, для определения которых составляется система линейных алгебраических уравнений. Так как значение тока в нуле обращается в бесконечность, то при определении входных сопротивлений берется значение не в нуле, а в точке $z = \Delta$, где 2Δ – ширина зазора.

Какова точность результатов, приведенных в таблице 1?

Вопрос о точности был снят в работе [11], где проведено сравнение с результатами таблицы 1 и получено хорошее совпадение. В отличии от работы [11], здесь приводится фрагмент, в котором *N* меняется в тех же пределах, как и в таблице 1.

Обращаем внимание на противоположный знак для реактивного сопротивления, связанный с временной зависимостью.

Сравним таблицы 1 и 2 для очень тонкого вибратора $\frac{l}{a} = 500\pi$ при всех Δ по строке, соответствующей значению N = 12. Видим феноменальное совпадение двух результатов, полученных на основе решения уравнения (2) – таблица 1 и уравнения (1) – таблица 2. Причина такого совпадения в том, что в работе [11] также применен метод выделения логарифмической особенности и аналитического обращения главного оператора.

N	$kl = \frac{\pi}{2}, \frac{l}{a} = 60$			$kl = \frac{\pi}{2}, \frac{l}{a} = 500 \pi$		
	$\Delta = l/10$	$\Delta = a$	$\Delta = 10a$	$\Delta = l/10$	$\Delta = a$	$\Delta = 10a$
8	91,9+50,5 <i>i</i>	96,4+46,8 <i>i</i>	90,7+51,8 <i>i</i>	80,1+47,3 <i>i</i>	80,4+46,8 <i>i</i>	80,3+46,9 <i>i</i>
9	91,9+50,4 <i>i</i>	96,5+46,8 <i>i</i>	90,7+51,8 <i>i</i>	80,3+47,4 <i>i</i>	80,7+46,8 <i>i</i>	80,5+46,9 <i>i</i>
10	92,0+50,4 <i>i</i>	96,6+46,8 <i>i</i>	90,7+51,8 <i>i</i>	80,3+47,4 <i>i</i>	80,7+46,8 <i>i</i>	80,5+46,9 <i>i</i>
11	92,0+50,4 <i>i</i>	96,6+46,7 <i>i</i>	90,7+51,8 <i>i</i>	80,4+47,4 <i>i</i>	80,8+46,8 <i>i</i>	80,6+46,9 <i>i</i>
12	92,0+50,4 <i>i</i>	96,6+46,7 <i>i</i>	90,7+51,8 <i>i</i>	80,3+47,4 <i>i</i>	80,8+46,7 <i>i</i>	80,6+46,9 <i>i</i>
13	92,0+50,4 <i>i</i>	96,6+46,7 <i>i</i>	90,7+51,8 <i>i</i>	80,4+47,4 <i>i</i>	80,9+46,7 <i>i</i>	80,7+46,9 <i>i</i>

Таблица 2. Входные сопротивления Z из работы [11]

Далее, в таблице 1 видим осцилляции для очень тонкого вибратора $\frac{l}{a} = 500\pi$, которых нет для умеренно тонкого вибратора $\frac{l}{a} = 60$. В чем их причина? Она заложена в методе выделения логарифмической особенности. Эффективность этого метода, как следует из асимптотики (7) и ряд (19) зависит от радиуса *a*. С увеличением радиуса растет эффективность, с уменьшением – падает.

Если сравнить таблицы 1 и 2 для умеренно тонкого вибратора, $\frac{l}{a} = 60$, то видим небольшое различие результатов. Для этого есть две причины. Во-первых, в работе [10] используется приближение тонкого вибратора (10), а во-вторых, в работах [10] и [11] приняты разные математические модели для описания первичного поля. Однако влияние этих дух факторов ослабевает, по мере уменьшения радиуса.

Таким образом, в работе Л. А. Вайнштейна и В. А. Фока [10] был предложен новый численно-аналитический метод решения интегрального уравнения (2), который быстро сходится по мере увеличения числа базисных функций. Решение при этом удовлетворяет условию Мейкснера на ребре, ток убывает на концах антенны по корневому закону. По эффективности и математической точности метод Л. А. Вайнштейна и В. А. Фока, на наш взгляд, на тот момент, не имел аналогов в мировой научной литературе.

О методе моментов в теории антенн

В конце 50-х, в начале 60-х годов 20-го века активное развитие получили численные методы расчета антенн, объединенных под общим названием метод моментов [9]. Решение ищется в виде конечной суммы базисных функций с неизвестными коэффициентами и подставляется в интегральное уравнение. Затем

обе части полученного равенства либо приравниваются в выбранных точках (метод коллокации или метод сшивания) либо умножаются на некоторые функции, называемые весовыми, и интегрируются. В обоих случаях получается система линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов разложения по базису. Если весовые функции совпадают с базисными функциями, то имеем метод Галеркина.

Во всех алгоритмах метода моментов точное ядро заменяется приближенным, точка излучения $M'(r', \phi', z')$ располагается на оси r' = 0, а точка наблюдения $M(r, \phi, z)$ на поверхности вибратора r = a. В результате расстояние между точками принимает вид

$$R = \sqrt{(z - z')^2 + r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\phi - \phi')} = \sqrt{(z - z')^2 + a^2}.$$
 (20)

В монографии [9] показано, что для тонких вибраторов результаты, полученные на основе метода моментов, графически совпадают с экспериментальными данными. Появление метода моментов существенно ослабило остроту проблемы расчета вибраторных антенн. Поскольку методы, развитые ранее в работах Халлена [4], Леонтовича и Левина [5], позволяли рассчитывать лишь экспоненциально тонкие вибраторы. Наряду с условиями

$$\frac{a}{l} \ll 1, \, ka \ll 1 \tag{21}$$

должно также выполняться одно из двух условий

$$\frac{1}{2\ln\frac{l}{a}} << 1$$
 или $\frac{1}{2\ln\frac{1}{ka}} << 1.$ (22)

Дальнейшее развитие метода моментов шло по пути усложнения конфигурации антенны. Однако проблема решения интегральных уравнений с точными ядрами оставалась нерешенной в границах метода моментов.

Заключение

1. В работах [2, 6] проведено теоретическое исследование ядра, имеющую особенность при совпадении точки наблюдения и точки излучения. На этом пути получены следующие представления и разложения для ядра:

представление ядра интегралом Фурье-Бесселя [2, формула (1.8)];

– разложение ядра в ряд по произведениям функций Ханкеля и Бесселя полуцелого индекса [2, формула (1.15)];

разложение ядра в ряд Фурье на отрезке [-2l, 2l], [2, формула (2.02)];

представление ядра через гипергеометрическую функцию [6, формула (1.08)];

разложение ядра в степенной ряд [6, формула (4.07)].

Каждое из этих представлений нашло в рассматриваемых работах свое применение. Вместе они составляют основу теории ядра интегрального уравнения в трехмерной задаче дифракции. На основе последнего разложения в ряд доказано, что ядро имеет логарифмическую особенность.

2. В работах [2, 6] развиты методы сведения интегральных уравнений к бесконечным системам на основе тригонометрических функций и полиномов Чебышева первого рода с весом. Интегральное уравнение с чисто логарифмическим ядром решено в аналитической форме.

3. В работах [2, 6] развиты методы вычисления матричных элементов. Наряду с разложением в ряд (19), выдающимся результатом является разложение матричных элементов в ряд [6, формула (4.10)].

4. В работе [8] предложен метод решения уравнения дифракции на поверхности вибратора на основе полиномов Чебышева с весом. Получена чрезвычайно быстрая сходимость. На наш взгляд, работы [6, 8] вместе положили начало новому направлению в теории уравнений дифракции: поиск решения в виде ряда или отрезка ряда по функциям, каждая из которых удовлетворяет условию Мейкснера на ребре.

5. В работе [10] предложен новый метод решения задачи возбуждения вибраторных антенн, сочетающий в себе аналитический метод с численным. Получена быстрая сходимость и хорошее совпадение с другими результатами.

Благодарности

Работа выполнена в рамках реализации НИР «Математическое моделирование природных процессов», выполняемой по государственному заданию в сфере научной деятельности.

Список литературы

1. Васильев Е. Н. Возбуждение тел вращения. Москва: Радио и связь, 1987. 272 с.

2. Капица П. Л., Фок В. А., Вайнштейн Л. А. Симметричные электрические колебания идеально-проводящего полого цилиндра конечной длины // Журнал технической физики. 1959. 29 (10). 1188.

3. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Радио и связь, 1983. 295 с.

4. Hallen E. Theoretical investigations into the transmittion and receving qualitities of antennae // Nova acta regiae societatis scientiarum upsaliensis. Ser. 4. 1938. 11 (4). 1–44.

5. Леонтович М. А., Левин М. Л. К теории возбуждения колебаний в вибраторных антеннах // Журнал технической физики. 1944. 14 (9). 481–506.

6. Капица П. Л., Фок В. А., Вайнштейн Л. А. Статистические граничные задачи для полого цилиндра конечной длины // Журнал технической физики. 1959. 29 (10). 1177–1180.

7. Захаров Е. В., Пименов Ю. В. Численный анализ дифракции радиоволн. Москва: Радио и связь, 1982. 184 с.

8. Вайнштейн Л. А. Симметричные электрические колебания идеальнопроводящего полого цилиндра конечной длины. II. Численные расчеты для пассивного вибратора // Журнал технической физики. 1967. 37 (7). 1181–1187.

9. Вычислительные методы в электродинамике / пер. с англ.; под ред. Р. Митры. Москва: Мир, 1977. 485 с.

10. Вайнштейн Л. А., Фок В. А. Симметричные электрические колебания идеально-проводящего полого цилиндра конечной длины. III. Передающий вибратор. Общие замечания // Журнал технической физики. 1967. 37 (7). 1189–1195.

11. Эминов С. И., Сочилин А. В. Численно-аналитический метод решения интегральных уравнений вибраторных антенн // Радиотехника и электроника. 2008. 53 (5). 523–528.

References

1. Vasil'ev E. N. Rotational excitation // Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1987. 272 p. (In Russian).

2. Kapitsa P. L., Fock V. A., Vainstein L. A. Symmetric electric oscillations of an ideal conducting hollow finite cylinder // Technical Physics. 1959. 29 (10). 1188. (In Russian).

3. Markov G. T., Chaplin A. F. Rotational excitation // Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1983. 295 p. (In Russian).

4. Hallen E. Theoretical investigations into the transmittion and receving qualitities of antennae // Nova acta regiae societatis scientiarum upsaliensis. Ser. 4. 1938. 11 (4). 1–44.

5. Leontovich M. A., Levin M. L. About the theory of rotational excitation in dipole antennas // Technical Physics. 1944. 14 (9). 481–506. (In Russian).

6. Kapitsa P. L., Fock V. A., Vainstein L. A. The solution of the static equation for hollow cylinder // Technical Physics. 1959. 29 (10). 1177–1180. (In Russian).

7. Zakharov E. V., Pimenov Yu. V. Calculation of Diffraction Attenuation on Radio Waves // Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1982. 184 p. (In Russian).

8. Vainstein L. A. Symmetric electric oscillations of an ideal conducting hollow finite cylinder II. To the method for calculation of an electromagnetic vibrator // Technical Physics. 1967. 37 (7). 1181–1187. (In Russian).

9. Mathematical methods in Electronics / transl. from Eng.; ed. by R. Mitra. Moscow: Mir Publ., 1977. 485 p. (In Russian).

10. Vainstein L. A., Fock V. A. Symmetric electric oscillations of an ideal conducting hollow finite cylinder III // Technical Physics. 1967. 37 (7). 1189–1195. (In Russian).

11. Eminov S. I., Sochilin A. V. A numerical-analytic method for solving integral equations of dipole antennas // Journal of Communications Technology and Electronics. 2008. 53 (5). 523–528. (In Russian).

Информация об авторах

Эминов Стефан Ильич – доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9497-8234, Stefan.Eminov@novsu.ru

Сочилин Андрей Викторович – кандидат технических наук, доцент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 00090001-6857-7418, Andrey.Sochilin@novsu.ru

ТРЕБОВАНИЯ К ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ В НАУЧНОМ ЖУРНАЛЕ «ВЕСТНИК НОВГУ»

Рукопись статьи должна быть тщательно вычитана автором (-ами) перед предоставлением в редакцию журнала.

К рассмотрению принимается только полный комплект документов:

1) статья, оформленная строго в соответствии с требованиями;

2) лицензионный договор от каждого соавтора статьи;

3) экспертное заключение о возможности опубликования (экспортный контроль);

4) заключение о возможности открытого опубликования (государственная тайна).

Автор подписывает Лицензионный договор о предоставлении права использования произведения на русском языке (для зарубежных авторов – его английскую версию). Если у статьи несколько соавторов, лицензионный договор составляется на каждого из них в отдельности. При возникновении затруднений воспользуйтесь "Памяткой по заполнению лицензионного договора", высылаемой редакцией по запросу.

В экспертных заключениях *обязательно* должны быть: подпись эксперта (-ов), руководителя экспертной группы или руководителя организации; гербовая печать / печать организации, дата. Отсканированная копия экспертного заключения, лицензионный договор и электронный вариант статьи отправляются в редакцию журнала по адресу электронной почты *vestnik@novsu.ru.*

Комплект документов считается принятым к рассмотрению *после официального подтверждения,* поступившего ответным письмом с электронной почты журнала. Если у статьи несколько соавторов, необходимо указать, кто является корреспондирующим автором.

Все полученные статьи после рассмотрения по формальным признакам подвергаются обязательному рецензированию. Качество публикуемых статей контролируется редколлегией, в состав которой входят ведущие ученые российских и зарубежных вузов и академических институтов.

Плата с авторов за публикацию не взымается, гонорары не выплачиваются, поступившие в редакцию материалы не возвращаются.

Напоминаем нашим авторам, что научный журнал «Вестник НовГУ» включен в Перечень ВАК с 2010 г., с 2022 г. в ранжированном списке ему присвоена категория К2. Все вопросы, связанные с публикацией, сроками, оформлением сопроводительных документов следует направлять на электронную почту редакции *vestnik@novsu.ru.*

С уважением, редакция журнала



Журнал «Вестник Новгородского государственного университета» входит в перечень ведущих научных журналов и изданий России, рекомендуемых ВАК РФ для публикации трудов соискателей ученых степеней. Индексируется в базах данных РИНЦ, EBSCO и Ulrich's Periodicals Directory.