

# ВЕСТНИК

НОВГОРОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА



НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И ПРИКЛАДНОЙ ЖУРНАЛ

ISSN 2076-8052

Серия «ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ»

5(134)/2023

Главный редактор  
А.Б. ЕФРЕМЕНКОВ, д.т.н., доцент

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

М.И. БИЧУРИН, д.ф.-м.н., проф., гл. ред.  
научного направления (Великий Новгород, Россия)

А.Ю. ЗАХАРОВ, д.ф.-м.н., проф., зам. гл. редактора  
научного направления (Великий Новгород, Россия)

В.М. ПЕТРОВ, д.т.н., проф., ответственный  
секретарь (Великий Новгород, Россия)

Н.С. АВЕРКИЕВ, д.ф.-м.н., проф.  
(Санкт-Петербург, Россия)

А.С. БУГАЁВ, д.ф.-м.н., проф., академик РАН  
(Москва, Россия)

Н.Е. БЫСТРОВ, д.т.н., доцент,  
(Великий Новгород, Россия)

В.В. ГАВРУШКО, д.т.н., проф.  
(Великий Новгород, Россия)

В.А. ЕДЕМСКИЙ, д.ф.-м.н., доцент  
(Великий Новгород, Россия)

Ю.Д. ЗАВОРОТНЕВ, д.ф.-м.н., с.н.с. (Донецк, Россия)

М.А. ЗАХАРОВ, д.ф.-м.н., доцент  
(Великий Новгород, Россия)

Е.С. КАРТАШИНСКАЯ, д.хим.н. (Донецк, Россия)

В.В. МАЛАШЕНКО, д.ф.-м.н., проф.  
(Донецк, Россия)

С.А. НЕМОВ, д.ф.-м.н., проф.  
(Санкт-Петербург, Россия)

Р.В. ПЕТРОВ, д.ф.-м.н., доцент  
(Великий Новгород, Россия)

В.А. РАССОЛОВ – PhD., проф. (Колумбия, Южная  
Каролина, США)

В.М. САМСОНОВ, д.ф.-м.н., проф. (Тверь, Россия)

В.В. УЧАЙКИН, д.ф.-м.н., проф.  
(Ульяновск, Россия)

С.И. ЭМИНОВ, д.ф.-м.н., проф.  
(Великий Новгород, Россия)

WANG YAOJIN – PhD, prof. (Nankin, China)

Учредитель и издатель —  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
Новгородский государственный университет  
имени Ярослава Мудрого

Адрес редакции и издателя:  
173003, Россия, Великий Новгород,  
ул. Большая Санкт-Петербургская, 41, ауд. 1216  
Факс: +7(8162) 974526; Тел.: (8162) 33-88-30  
E-mail: [vestnik@novsu.ru](mailto:vestnik@novsu.ru)  
<https://vestnovsu.elpub.ru/>

**ВЕСТНИК НОВГОРОДСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**  
2023. №5(134).

Оригинал-макет подготовлен редакцией  
журнала «Вестник НовГУ»:  
Выпускающий редактор О.Е. Ванюшкина  
Верстка Д.А. Ванюшкин  
Художественное оформление В.В. Попович  
Дизайн обложки И.А. Чижилова

Свидетельство ПИ №77-17766 от 10.03.2004 г.  
Министерства Российской Федерации  
по делам печати, телерадиовещания  
и средств массовых коммуникаций

Выходит не менее четырех раз в год

Подписано в печать 25.12.2023 г.  
Дата выхода 29.12.2023 г.  
Формат 60×84 1/8. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 28,83. Уч.-изд. л. 14,06. Тираж 500 экз.

Отпечатано: ИП Копыльцов П.И.,  
394052, Воронежская область, г. Воронеж,  
ул. Маршала Неделина, д. 27, кв. 56.



(16+)  
© Вестник НовГУ, 2023



**Chief Editor**

**A.B. EFREMENKOV**, Dr of Engineering, Assoc. Prof.

**EDITORIAL BOARD:**

**M.I. BICHURIN**, Dr of Physics and Mathematics, Prof., Editor-in-Chief of the series (Veliky Novgorod, Russia)

**A.Yu. ZAKHAROV**, Dr of Physics and Mathematics, Prof., Deputy Chief Editor of the series (Veliky Novgorod, Russia)

**V.M. PETROV**, Dr of Engineering, Prof., Executive Editor (Veliky Novgorod, Russia)

**N.S. AVERKIEV**, Dr of Physics and Mathematics, Prof., (Saint Petersburg, Russia)

**A.S. BUGAYOV**, Dr of Physics and Mathematics, Prof., Member of Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia)

**N.E. BYSTROV**, Dr of Engineering, Assoc. Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

**V.V. GAVRUSHKO**, Dr of Engineering, Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

**V.A. EDEMSKIY**, Dr of Physics and Mathematics, Assoc. Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

**Yu.D. ZAVOROTNEV**, Dr of Physics and Mathematics, senior researcher (Donetsk, Russia)

**M.A. ZAKHAROV**, Dr of Physics and Mathematics, Assoc. Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

**E.S. KARTASHYNSKAYA**, Dr of Chemistry (Donetsk, Russia)

**V.V. MALASHENKO**, Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Donetsk, Russia)

**S.A. NEMOV**, Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Saint Petersburg, Russia)

**R.V. PETROV**, Dr of Physics and Mathematics, Assoc. Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

**V.A. RASSOLOV** – PhD., Prof. (Columbia, University of South Carolina, USA)

**V.M. SAMSONOV**, Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Tver', Russia)

**V.V. UCHAIKIN**, Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Ulyanovsk, Russia)

**S.I. EMINOV**, Dr of Physics and Mathematics, Prof. (Veliky Novgorod, Russia)

**WANG YAOJIN** – PhD, Prof. (Nankin, China)

Founder and Publisher — Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Yaroslav-the-Wise Novgorod State University"

**Postal address:**

Russia, 173003, Veliky Novgorod, Yaroslav-the-Wise Novgorod State University,  
ul. Bolshaya Sankt-Peterburgskaya St., 41, room 1216  
Fax: +7(8162) 974526; Tel.: (8162) 33-88-30  
E-mail: [vestnik@novsu.ru](mailto:vestnik@novsu.ru)  
<https://vestnovsu.elpub.ru/>

**VESTNIK OF NOVGOROD STATE UNIVERSITY**  
2023. №5(134).

Camera-ready copy is prepared by the Journal *Vestnik NovSU* editorial staff.

Managing Editor O.E. Vanyushkina

Layout D.A. Vanyushkin

Art work V.V. Popovich

Cover design I.A. Chizhikova

Printed publication license no. 77-17766  
of 10 March, 2004, issued by Ministry of the Russian Federation for Affairs of the Press, Television and Radio Broadcasting and Mass Communication Media

The journal is published quarterly.

Signed to print on 25.12.2023.

Publication date 29.12.2023.

Sheet size 60×84 1/8. Offset printing.

Number of printed copies: 500.

Conventionally printed sheet 28,83.

Printed by IP Kopyltsov P.I.  
27-56, Marshala Nedelina St., Voronezh Region,  
394052



## СОДЕРЖАНИЕ

|   |     |
|---|-----|
| Обращение к читателям .....   | 627 |
| <i>Ариас Е. А., Гаврушко В. В., Карачинов В. А., Петров В. М.</i> О методике определения диффузионных длин неосновных носителей заряда в неоднородно легированных слоях.....  | 631 |
| <i>Гаврушко В. В., Григорьев А. Н., Сапожников А. А., Карачинов В. А., Быстров Н. Е., Петров В. М.</i> Фотоприёмное устройство на основе гетероэпитаксиальной структуры GaSb/InGaAsSb .....   | 639 |
| <i>Гареев В. М., Гареев М. В., Кондратьева С. И., Корнышев Н. П., Родионов Д. И., Серебряков Д. А., Карачинов В. А.</i> Особенности вычисления взаимно корреляционной функции при определении диспарантности в стереоскопической системе технического зрения..... | 647 |
| <i>Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Карачинов В. А., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е.</i> Двухканальная гиперспектральная система.....  | 658 |
| <i>Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Быстров Н. Е.</i> Моделирование алгоритма повышения разрешающей способности гиперспектральной системы.....   | 671 |
| <i>Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Быстров Н. Е.</i> Компьютерное моделирование процесса формирования изображений в гиперспектральной системе на базе интерферометра Фабри-Перо .   | 680 |
| <i>Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Карачинов В. А., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е.</i> Современные видеоспектральные компараторы для исследования документов.....  | 688 |
| <i>Едемский В. А., Гаврушко В. В., Петров В. М.</i> Симметричная 2-адическая сложность обобщенных последовательностей Холла .....   | 700 |
| <i>Жукова И. Н., Быстров Н. Е.</i> Специфика применения оконных функций при обработке сигналов с псевдослучайным законом амплитудно-фазовой манипуляции.....  | 708 |
| <i>Захаров А. Ю., Захаров М. А.</i> О некоторых строгих результатах в теории конденсированного состояния.....   | 716 |
| <i>Захаров А. Ю., Захаров М. А.</i> Релятивистская модель межатомных взаимодействий.....  | 727 |
| <i>Захаров А. Ю., Захаров М. А.</i> Свободная энергия Гиббса в обобщенной решеточной модели многокомпонентных конденсированных систем.....  | 735 |
| <i>Иванов С. В., Соколов О. В., Бичурин М. И., Захаров М. А., Петров Р. В.</i> Исследование магнитоэлектрических продольно-сдвиговой и крутильной мод в несимметричных структурах.....  | 743 |
| <i>Карачинов В. А., Петров Д. А., Шергин С. С., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е., Петров В. М.</i> Моделирование теплового поля в условиях оптической локации латентных дефектов тепловых труб.....  | 750 |
| <i>Карачинов В. А., Петров Д. В., Шергин С. С., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е., Петров В. М.</i> Анализ информативности морфологических признаков теплового поля в условиях фотонного нагрева тепловых труб .....  | 762 |
| <i>Лобекин В. Н., Бичурин М. И., Кафаров Р. Г., Петров Р. В.</i> Исследование зависимости сдвига линии ферромагнитного резонанса от параметров пьезоэлектриков .....  | 773 |
| <i>Лобекин В. Н., Ивашева Е. Е., Кафаров Р. Г., Карачинов В. А., Кондрашов А. Г., Бичурин М. И.</i> Магнитоэлектрический харвестер в системе магнитокардиографа .....   | 780 |
| <i>Марков И. Ю., Бурбах А. В., Кондрашов А. Г., Петров В. М., Бичурин М. И.</i> Магнитоэлектрические датчики тока: обзор.....   | 788 |
| <i>Петров В. М., Карачинов В. А., Гаврушко В. В.</i> Влияние межслоевой механической связи в мультиферроике на мультикалорический эффект.....   | 800 |
| <i>Петров В. М., Саплев А. Ф., Гаврушко В. В.</i> Влияние магнотриксционной фазы на мультикалорический эффект в магнотриксционно-сегнетоэлектрическом композите .....   | 807 |
| <i>Петров Р. В., Килиба Ю. В., Захаров М. А., Эминов С. И.</i> Исследование электрического осмоса для тепловых труб .....   | 815 |
| <i>Петров Р. В., Никитин А. О., Захаров М. А., Эминов С. И.</i> Моделирование магнитоэлектрического материала для антенн.....   | 824 |
| <i>Сапожков С. Б., Зернин Е. А., Петрова Е. Д., Петров Р. В., Захаров М. А.</i> Применение нано- и ультрадисперсных материалов для управления структурой и свойствами металлов в соединительных технологиях: мировая практика (обзор) .....                       | 833 |
| <i>Шахов Д. В., Жукова И. Н., Быстров Н. Е.</i> Разработка программного обеспечения радара с виртуальной антенной решеткой на платформе Digilent Zedboard.....  | 847 |
| <i>Эминов С. И., Сочилин А. В., Захаров М. А., Петров Р. В.</i> Теория интегральных уравнений дифракции на незамкнутой цилиндрической поверхности.....  | 858 |
| <i>Эминов С. И., Сочилин А. В., Петров Р. В., Захаров М. А.</i> Операторное уравнение дифракции на отрезке кругового цилиндра .....   | 863 |

## CONTENTS

|   |     |
|---|-----|
| Address to readers .....  | 627 |
| <i>Arias E. A., Gavrushko V. V., Karachinov V. A., Petrov V. M.</i> On the method of determining the diffusion lengths of non-basic charge carriers in inhomogeneously doped layers .....   | 631 |
| <i>Gavrushko V. V., Grigor'ev A. N., Sapozhnikov A. A., Karachinov V. A., Bystrov N. E., Petrov V. M.</i> Photodeceptive device based on heteroepitaxial structure GaSb/InGaAsSb .....  | 639 |
| <i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kondrat'eva S. I., Kornyshev N. P., Rodionov D. I., Serebriakov D. A., Karachinov V. A.</i> Features of the calculation of the cross-correlation function in determining the disparity in a stereo vision system ... | 647 |
| <i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Karachinov V. A., Gavrushko V. V., Bystrov N. E.</i> Two-channel hyperspectral system .....  | 658 |
| <i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Bystrov N. E.</i> Simulation of an algorithm for increasing the resolution of a hyperspectral system .....   | 671 |
| <i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Bystrov N. E.</i> Computer simulation of the imaging process in a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer .....   | 680 |
| <i>Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Karachinov V. A., Gavrushko V. V., Bystrov N. E.</i> Modern video spectral comparators for investigation of documentary and handwritten monuments .....                          | 688 |
| <i>Edemskiy V. A., Gavrushko V. V., Petrov V. M.</i> Symmetric 2-adic complexity of Hall generalized cyclotomic sequences ...   | 700 |
| <i>Zhukova I. N., Bystrov N. E.</i> Window function use specifics in the processing of the pseudo random amplitude-phase-shift keyed signals .....  | 708 |
| <i>Zakharov A. Yu., Zakharov M. A.</i> On some rigorous results in condensed matter theory .....  | 716 |
| <i>Zakharov A. Yu., Zakharov M. A.</i> Relativistic model of interatomic interactions .....   | 727 |
| <i>Zakharov A. Yu., Zakharov M. A.</i> The Gibbs free energy in the generalized lattice model of multicomponent condensed systems .....   | 735 |
| <i>Ivanov S. V., Sokolov O. V., Bichurin M. I., Zakharov M. A., Petrov R. V.</i> Research of magnetoelectric longitudinal-shear and torsional modes in asymmetric structures .....  | 743 |
| <i>Karachinov V. A., Petrov D. A., Shergin S. S., Gavrushko V. V., Bystrov N. E., Petrov V. M.</i> Modeling of the thermal field in conditions of optical location of latent defects in heat pipes .....  | 750 |
| <i>Karachinov V. A., Petrov D. V., Shergin S. S., Gavrushko V. V., Bystrov N. E., Petrov V. M.</i> Analysis of the informative value of morphology of the temperature field for heat pipes in conditions of photonic heating ....                   | 762 |
| <i>Lobekin V. N., Bichurin M. I., Kafarov R. G., Petrov R. V.</i> Investigation of the dependence of the shift of the ferromagnetic resonance line on the parameters of piezoelectric .....   | 773 |
| <i>Lobekin V. N., Ivasheva E. E., Kafarov R. G., Karachinov V. A., Kondrashov A. G., Bichurin M. I.</i> Magnetoelectric harvester in the magnetocardiograph system .....  | 780 |
| <i>Markov I. Yu., Burbakh A. V., Kondrashov A. G., Petrov V. M., Bichurin M. I.</i> Magnetoelectric current sensors: a review ..  | 788 |
| <i>Petrov V. M., Karachinov V. A., Gavrushko V. V.</i> Influence of interlayer mechanical coupling in multiferroic on multicaloric effect .....   | 800 |
| <i>Petrov V. M., Saplev A. F., Gavrushko V. V.</i> Magnetostrictive phase influence on multicaloric effect in magnetostrictive-ferroelectric composite .....  | 807 |
| <i>Petrov R. V., Kiliba Yu. V., Zakharov M. A., Eminov S. I.</i> Investigation of electric osmosis for heat pipes .....   | 815 |
| <i>Petrov R. V., Nikitin A. O., Zakharov M. A., Eminov S. I.</i> Modeling of magnetoelectric material for antennas .....  | 824 |
| <i>Sapozhkov S. B., Zernin E. A., Petrova E. D., Petrov R. V., Zakharov M. A.</i> The use of nano- and ultrafine materials for controlling the structure and properties of metals in connecting technologies: world practice (review) .....         | 833 |
| <i>Shakhov D. V., Zhukova I. N., Bystrov N. E.</i> Development of software for a radar with a virtual antenna array on the Digilent Zedboard platform .....   | 847 |
| <i>Eminov S. I., Sochilin A. V., Zakharov M. A., Petrov R. V.</i> Theory of integral equations of diffraction on an open cylindrical surface .....  | 858 |
| <i>Eminov S. I., Sochilin A. V., Petrov R. V., Zakharov M. A.</i> Operator equation of diffraction on a segment of a circular cylinder .....  | 863 |

## ОБРАЩЕНИЕ К ЧИТАТЕЛЯМ

---

### Дорогие коллеги и читатели журнала «Вестник НовГУ»!

Перед Вами юбилейный выпуск журнала, посвященный 30-летию Новгородского государственного университета имени Ярослава Мудрого. В научной жизни университета за этот период произошли большие изменения: получили дальнейшее развитие научные школы университета, укрепились лаборатории, пришли в науку новые молодые кадры.

Существенное развитие наука в университете получила в последние годы. Создан Инновационный научно-технологический центр (ИНТЦ) «Интеллектуальная электроника – Валдай», открыта Новгородская техническая школа, получила финансовую поддержку Передовая инженерная школа «Распределенные системы управления технологическими процессами». На базе ИНТЦ в рамках программы «Приоритет – 2030» университет принимает активное участие в выполнении двух стратегических проектов: «Интеллектуальная электроника» и «Университет как генератор культурной идентичности». Принятые решения коренным образом изменили структуру научной работы университета и были нацелены на широкое вовлечение преподавателей, сотрудников и студентов университета в современный научно-технический процесс.

Важным этапом развития науки в университете стало открытие на базе НовГУ диссертационного совета (приказ Минобрнауки РФ от 17.10.2023 г.) по специальностям Радиофизика (технические науки) и Физика конденсированного состояния (физико-математические науки). В связи с этим знаменательным событием редакция журнала предложила ученым университета представить свои работы по тематике совета в этот юбилейный выпуск. Выпуск содержит 26 статей, многие из которых связаны с научными школами университета. Статьи **М. И. Бичурина** с сотрудниками посвящены исследованию магнитоэлектрических композитов и их применению в новых электронных устройствах. **А. Ю. Захаров** представил работы по моделированию термодинамических и кинетических свойств конденсированных систем. В работах **Н. П. Корнышева** и соавторов проведено исследование систем телевизионной гиперспектральной визуализации с целью разработки современных видеоспектральных компараторов. **В. А. Едемский** на основе применения обобщенных гауссовых периодов провел исследование симметричной 2-адической сложности циклотомических последовательностей Холла. В статьях **С. И. Эминова** с сотрудниками даны расчеты операторных уравнений дифракции электромагнитных

волн на поверхностях круговых тел. Следует отметить высокий уровень представленных исследований, что подтверждается также регулярными публикациями авторов в других высокорейтинговых журналах.

Редакция журнала благодарит редколлегию и рецензентов, способствовавших выходу в свет юбилейного номера и надеется на широкое участие молодых ученых с публикациями по представленным в журнале «Вестник НовГУ» специальностям «Радиофизика» и «Физика конденсированного состояния» из перечня ВАК РФ.

*Проректор по научной работе НовГУ,  
д. т. н., А. Б. Ефременков*

*Заведующий кафедрой,  
д. ф.-м. н., профессор М. И. Бичурин*

## ADDRESS TO READERS

---

### Dear colleagues and readers of Vestnik NovSU!

We present to you the special issue of the journal dedicated to the 30th anniversary of Yaroslav-the-Wise Novgorod State University. During this period, great changes took place in the scientific life of the university: some university's scientific schools and laboratories were further developed and promoted together with an influx of young scientists.

Recent years were significant for the scientific development of the university. Through the government support for innovations, some new scientific schools and centers were established and developed: the Intelligent Electronics – Valdai Innovative Scientific and Technological Centre (ISTC), the Novgorod Technical School, and the Advanced Engineering School “Distributed Process Control Systems”. On the basis of the ISTC, within the framework of the Priority 2030 program, the university is actively involved in the implementation of two strategic projects: “Intelligent Electronics” and “University as a Cultural Identity Generator.” The decisions taken radically changed the structure of the university’s scientific work and were aimed at the widespread inclusion of university teachers, staff, and students in the modern scientific and technical process.

An important stage in the development of science at the university was the opening of a Dissertation Council on the basis of NovSU (Order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation dated October 17, 2023) in the specialties “Radiophysics” (Technical Sciences) and “Condensed Matter Physics” (Physical and Mathematical Sciences). Due to this significant event, the editors of the journal proposed to the university scientists to prepare their works on the Council subject area for this anniversary issue. The issue contains 26 articles, many of which are related to the university's scientific schools. The articles by **M.I. Bichurin** and his colleagues are devoted to the study of magnetoelectric composites and their application in new electronic devices. **A. Yu. Zakharov** presented the work on modeling the thermodynamic and kinetic properties of condensed systems. In the papers by **N. P. Kornyshev** and co-authors, a study of television hyperspectral imaging systems was carried out with the aim of developing modern video spectral comparators. **V. A. Edemsky** conducted a study of the symmetric 2-adic complexity of Hall generalized cyclotomic sequences using the generalized Gaussian periods. In the articles by **S. I. Eminov** and his colleagues, calculations of operator equations for the diffraction of electromagnetic waves on the surfaces of circular bodies are given. It is important to note

the high quality of presented papers, which is confirmed by regular publication of other articles by these authors in top-rated journals.

The editors of the journal thank the editorial board and reviewers who contributed to the publication of the anniversary issue and hope for the wide participation of young scientists with publications in the specialties “Radiophysics” and “Condensed Matter Physics” presented in the journal “Vestnik NovSU” from the list of the Higher Attestation Commission of the Russian Federation.

*Vice Rector for Research and Innovation of NovSU,  
Dr. Andrey Efremenkov*

*Head of the Department,  
Prof., Dr. Mirza Bichurin*



## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.382

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).631-638

ГРНТИ 47.13.11

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### О МЕТОДИКЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИФFUЗИОННЫХ ДЛИН НЕОСНОВНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В НЕОДНОРОДНО ЛЕГИРОВАННЫХ СЛОЯХ

Ариас Е. А., Гаврушко В. В., Карачинов В. А., Петров В. М.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Рассматривается метод определения диффузионных длин неосновных носителей заряда, основанный на анализе спектральных характеристик планарного электронно-дырочного перехода. Толщина освещаемой области ступенчато уменьшалась методом химического травления. По изменению сигнала для излучения в области сильного поглощения определялась эффективная длина затягивания неосновных носителей заряда. При последовательном удалении слоев регистрировалось изменение электропроводности освещаемой области. Это позволило построить профиль легирования и определить напряженность встроенного электрического поля неоднородно легированного слоя. Полученные результаты дали возможность рассчитать диффузионную длину неосновных носителей заряда. Приводится пример реализации описанного метода для фотодиода на основе InSb. Предлагаемая методика может быть эффективно использована для определения небольших значений диффузионных длин неоднородно легированных слоев.

**Ключевые слова:** диффузионная длина, спектральная характеристика, фототок, травление, профиль легирования, электрическое поле

**Для цитирования:** Ариас Е. А., Гаврушко В. В., Карачинов В. А., Петров В. М. О методике определения диффузионных длин неосновных носителей заряда в неоднородно легированных слоях // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 631-638. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).631-638

*Research Article*

### ON THE METHOD OF DETERMINING THE DIFFUSION LENGTHS OF NON-BASIC CHARGE CARRIERS IN INHOMOGENEOUSLY DOPED LAYERS

Arias E. A., Gavrushko V. V., Karachinov V. A., Petrov V. M.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The paper considers a method for determining the diffusion lengths of non-basic charge carriers based on the analysis of the spectral characteristics of a planar electron-hole transition. The thickness of the illuminated area was reduced by chemical etching. By changing the signal for radiation in the region of strong absorption, the effective length of the tightening of non-basic charge carriers was determined. With removal of layers, a change in the electrical conductivity of the illuminated area was recorded. This made it possible to construct the doping profile and determine the intensity of the built-in electric field. The obtained results made it possible to calculate the diffusion length of the non-basic charge carriers. An example of implementation of the described method for an InSb-based photodiode is given. The proposed technique can be effectively used to determine small values of diffusion lengths of inhomogeneously alloyed layers.

**Keywords:** diffusion length, spectral characteristic, photocurrent, etching, doping profile, electric field

**For citation:** Arias E. A., Gavrushko V. V., Karachinov V. A., Petrov V. M. On the method of determining the diffusion lengths of non-basic charge carriers in inhomogeneously doped layers // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 631-638. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).631-638

## Введение

Знание диффузионных длин неосновных носителей заряда ( $L_n$  или  $L_p$ ) необходимо для расчета ряда важнейших параметров фоторезисторов [1] и фотодиодов [2-5] таких, как токовая чувствительность, коэффициент усиления, обратные токи и др. Определение диффузионных длин возможно осуществить на основе оптических измерений [6]. Метод основан на том, что стационарное распределение концентрации неосновных неравновесных носителей заряда в области тени является простой функцией (экспонентой) длины диффузионного смещения. Для реализации метода в работе [7] предлагается перемещать металлический зонд-коллектор вдоль образца, приближая его к освещаемой области. В работе [8] описан метод перемещения оптического зонда с использованием механического модулятора света, позволяющего повысить чувствительность измерительного макета. Интересным является метод с использованием в качестве источника излучение светодиода [9], значительно упрощающий конструкцию установки. Вместе с тем для всех отмеченных методов существует условие соблюдения соотношения значения диффузионной длины и геометрических размеров световой полосы. Так, в работе [10] при использовании метода подвижного светового зонда приводится соотношение между допустимой областью регистрации сигналов  $r$  и размерами (шириной  $\omega$  и длиной  $l$ ) светового луча:  $5\omega < r < \frac{1}{4} l$ . Это создает технические проблемы в случае малых значений диффузионной длины, требуя очень узких световых полос. Кроме того, следует отметить влияние поверхностной рекомбинации на результаты [11], поскольку измерения проводятся в приповерхностной области. Все широко используемые методы пригодны для однородно легированных образцов. В случае неоднородно легированных слоев возникает встроенное электрическое поле, которое влияет на измеряемые экспериментально результаты [8]. В настоящей работе предлагается апробированный метод определения диффузионных длин неосновных носителей заряда из анализа изменения спектральных характеристик фоточувствительных структур при уменьшении толщины освещаемой области, свободный от указанных недостатков.

## Методика исследования

Согласно [12] для световой части плотности тока через  $p$ - $n$  переход при монохроматическом освещении можно записать:

$$I_{\phi} = e\beta N_0(1-R) \left\{ \frac{\alpha L_n}{\alpha^2 L_n^2 - 2\varepsilon_p \alpha L_n - 1} \left[ \left( \varepsilon_p - \alpha L_n - \sqrt{\varepsilon_p^2 + 1} \frac{\delta' \ell_p}{\delta \ell_p} \right) \times \right. \right. \\ \times \exp(-\alpha \ell_p) + \frac{SL_n - 2\varepsilon_p + \alpha L_n}{\delta \ell_p} \cdot \exp\left(-\varepsilon_p \frac{\ell_p}{L_n}\right) \left. \right] + \frac{\alpha L_p}{\alpha L_p + \varepsilon_n + \sqrt{\varepsilon_n^2 + 1}} \times \\ \times \exp(-\alpha \ell_p) \left. \right\}$$

где:  $\beta$  – квантовый выход;

$N_0$  – число фотонов, падающих на единицу поверхности за 1 сек;

$L_n$  и  $L_p$  – диффузионные длины электронов в  $p$ -области и дырок в  $n$ -области;

$l_p$  – толщина  $p$ -области.

$\alpha$  – коэффициент поглощения;

$\varepsilon_p$  и  $\varepsilon_n$  – приведенные тянущие электрические поля в  $p$ - и  $n$ -областях:

$$\varepsilon_p = \frac{eE_p L_n}{2kT}, \quad \varepsilon_n = \frac{eE_n L_p}{2kT};$$

$$\delta_{\ell_p} = \frac{\frac{SL_n}{D_n} - \varepsilon_p}{\sqrt{\varepsilon_p^2 + 1}} sh \left[ \sqrt{\varepsilon_p^2 + 1} \cdot \frac{\ell_p}{L_n} \right] + ch \left[ \sqrt{\varepsilon_p^2 + 1} \cdot \frac{\ell_p}{L_n} \right]$$

$$\delta'_{\ell_p} = \frac{\frac{SL_n}{D_n} - \varepsilon_p}{\sqrt{\varepsilon_p^2 + 1}} ch \left[ \sqrt{\varepsilon_p^2 + 1} \cdot \frac{\ell_p}{L_n} \right] + sh \left[ \sqrt{\varepsilon_p^2 + 1} \cdot \frac{\ell_p}{L_n} \right]$$

Здесь:  $S$  – скорость поверхностной рекомбинации;

$D_n$  – коэффициент диффузии электронов в  $p$ -области.

$E_p$  и  $E_n$  – напряженности электрических полей в  $p$ - и  $n$ -областях.

В условиях сильного поглощения:

$$\alpha l_p \gg 1, \quad \alpha L_n \gg 1$$

для плотности фототока будет справедливым выражение:

$$I_\phi = e\beta N_0 (1 - R) \frac{\alpha L_n \left( \alpha L_n - 2\varepsilon_p + \frac{SL_n}{D_n} \right) \exp \left( -\varepsilon_p \frac{\ell_n}{L_n} \right)}{\alpha^2 L_n^2 - 2\varepsilon_p \alpha L_n - 1} \cdot \frac{1}{\delta \ell_p}$$

$$I_\phi = I_{\phi_0} \frac{\exp \left( -\varepsilon_p \frac{\ell_n}{L_n} \right)}{\delta \ell_p}.$$

Если с уменьшением  $l_p$  поток падающих квантов, коэффициент отражения, скорость поверхностной рекомбинации, напряженность «встроенного» поля остаются постоянными, что обычно выполняется, то изменение фототока с изменением  $l_p$  запишется в виде:

$$d \ln I_\phi = \left( -\frac{\varepsilon_p}{L_n} + \frac{\delta' \ell_p \sqrt{\varepsilon_p^2 + 1}}{\delta \ell_p L_n} \right) d \ell_p.$$

Анализ отношения  $\frac{\delta I_p}{\delta l_p}$  в зависимости от глубины залегания перехода показал, что при выполнении условия:

$$\frac{\ell_p}{L_n} \sqrt{\varepsilon_p^2 + 1} \geq 2 \quad (*)$$

величина  $\frac{\delta I_p}{\delta l_p}$  с точностью  $\approx 2\%$  равна единице при любых значениях  $\frac{SL_n}{D_n}$ . Таким образом, при глубинах залегания  $p$ - $n$  перехода, достаточно больших для выполнения условия (\*), приращение логарифма фототока с уменьшением  $l_p$  будет зависеть только от напряженности встроенного поля  $E_p$  и от диффузионной длины электронов. Последняя может быть найдена, если величину  $E_p$  определить из независимых измерений.

Пример использования методики. В качестве объекта исследования была выбрана фоточувствительная структура на основе  $InSb$ . Фотодиод был получен диффузией акцепторов в исходный материал  $p$ -типа с концентрацией носителей заряда  $4,3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Освещение производилось перпендикулярно плоскости перехода со стороны  $p$ -области. На рисунке 1 приведено семейство кривых фототока короткого замыкания, отнесенного к равному числу падающих квантов в зависимости от длины волны для одного из образцов. Каждая кривая отвечала определенной глубине залегания  $p$ - $n$  перехода: первоначальная глубина, в данном случае, составляла 25 мкм, затем она последовательно уменьшалась химическим травлением. Идентичная обработка кристалла после каждого травления должна была обеспечить практически неизменную скорость рекомбинации на поверхности  $p$ -слоя. Спектральные кривые имели характерный для невырожденного  $p$ -материала вид: длинноволновая граница фотоответа расположена в районе длин волн 5,35-5,4 мкм, что соответствовало пороговой энергии квантов 0,225-0,23 эВ. В районе 2,7-2,8 мкм наблюдалась ступенька фотоответа, обусловленная увеличением квантового выхода фотоносителей в результате ударной ионизации. Энергия фотонов при этих длинах волн  $h\nu = 0,45 \text{ эВ}$  соответствовала первому порогу ударной ионизации электронами при возбуждении первичных электронов светом из валентной зоны [13].

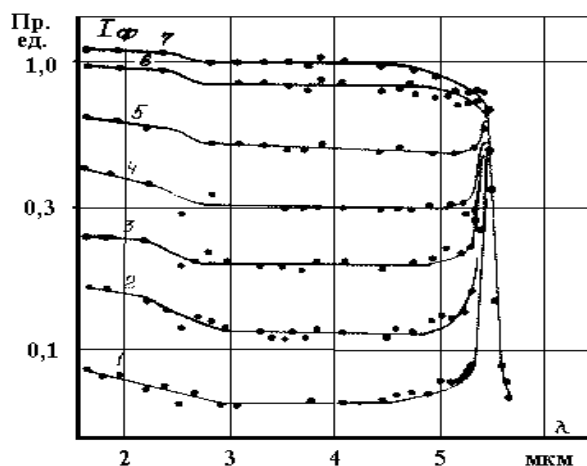


Рисунок 1. Изменение спектральной чувствительности  $p$ - $n$  перехода при последовательном утонении  $p$ -области на величину  $h$ .  $h = (1)$ -0,6;  $(2)$ -5;  $(3)$ -8,5;  $(4)$ -11,6;  $(5)$ -15;  $(6)$ -19,5;  $(7)$ -22 мкм

С приближением освещаемой поверхности к плоскости  $p$ - $n$  перехода наблюдался рост фототока, особенно значительный в области сильного поглощения (рисунок 2).

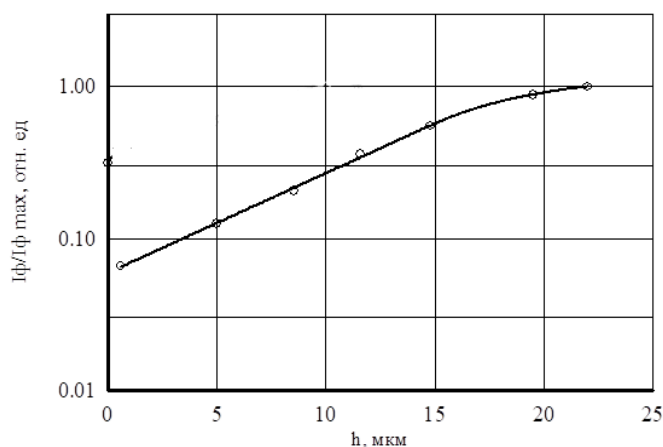


Рисунок 2. Зависимость сигнала от толщины удаленной области для  $\lambda=2,17$  мкм

Фототок с приближением освещаемой поверхности к  $p$ - $n$  переходу возрастал экспоненциально. Замедление роста фототока наблюдалось лишь при малых глубинах залегания  $p$ - $n$  перехода, когда отношение  $\frac{\delta_{lp}^I}{\delta_{lp}}$  заметно отличалось от единицы. Кроме того, на результаты измерения могла сказываться возрастающая величина сопротивления растекания  $p$ -слоя.

По экспоненциальному участку зависимости  $\ln I_\phi = f(l_p)$  определялась эффективная длина затягивания электронов  $L_{\text{эф}}$ :

$$L_{\text{эф}} = \frac{d \ln I_\phi}{d l_p}$$

Напряженность поля в исследованных образцах рассчитывалась из концентрационных профилей легирования  $p$ -области, построенных по экспериментально измеренным зависимостям электропроводности от толщины диффузионного слоя. Пример профиля легирования приведен на рисунке 3.

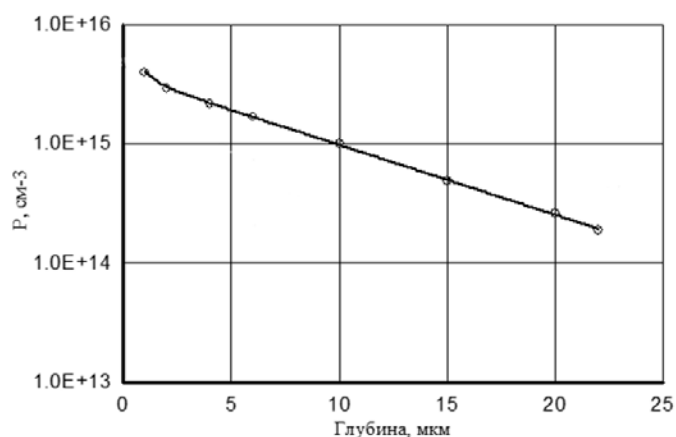


Рисунок 3. Профиль легирования  $p$ -области

За исключением приповерхностного слоя (1-2 мкм) распределение избыточных акцепторов по глубине  $p$ -области являлось экспоненциальным и «встроенное» внутреннее поле имело постоянную величину:

$$E_p = \frac{kT}{e} \frac{1}{L_d},$$

где  $L_d$  – характеристическая длина в профиле легирования  $p$ -области.

Диффузионная длина электронов для экспоненциального участка роста фототока может быть найдена как:

$$L_n = \sqrt{\frac{L_{эф} \cdot L_D}{1 + \frac{L_D}{L_{эф}}}},$$

Для приведенного примера получены следующие значения:  $L_{эф} = 6,6$  мкм,  $E_p = 9,2$  В/см,  $L_n = 4,85$  мкм. Сравнение с данными по  $L_n$  в однородно легированном материале  $p$ -  $InSb$  ( $L_n = 13$  мкм при  $p = 3,7 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>) [14] показало, что наши значения меньше в 2...3 раза. Это можно связать с наличием дополнительных рассеивающих центров из-за перекомпенсации материала в процессе получения диффузионного слоя.

### Заключение

Таким образом предлагаемая методика может быть эффективно использована с целью определения диффузионных длин неосновных носителей заряда для неоднородно легированных слоев в случаях небольших значений  $L_n$ . Условием применимости методики является необходимость использование слоев с толщиной, значительно превышающей  $L_n$ . Эффективная длина затягивания электронов может заметно возрасти с увеличением «тянущего» поля. В реально осуществимых случаях введением встроенного электрического поля напряженностью 25...50 В/см для  $InSb$  можно в 2...5 раз увеличить  $L_{эф}$  по сравнению с  $L_n$  в соответствующем однородно легированном материале  $p$ -типа.

### Список литературы

1. Филачев А. М., Таубкин И. И., Тришенков М. А. Твердотельная фотозлектроника. Фоторезисторы и фотоприемные устройства. Москва: Физматкнига, 2012. 363 с.
2. Киес Р. Дж., Крузе П. В., Патли Э. Г., Лонг Д., Цаиккер Г. Р., Милтон А. Ф., Тейч М. К. Фотоприемники видимого и ИК диапазонов / перевод с английского В. И. Стафеева. Москва: Радио и связь, 1985. 328 с.
3. Смирнов В. И. Физика полупроводниковых приборов: учебное пособие Ульяновск: УлГТУ, 2022. 203 с.
4. Ариас Е. А., Гаврушко В. В. Криогенный фотоприемник с изменяемой спектральной характеристикой // Вестник НовГУ. 2022. 3(128). 75-77. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).75-77
5. Гаврушко В. В., Ионов А. С., Кадриев О. Р., Ласткин В. А. Кремниевые

дифференциальные фотоприемники. Технология, характеристики, применение // Журнал технической физики. 2023. 93(9). 1353-1604.

6. Рывкин С. М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. Москва: Физматгиз, 1963. 494 с.

7. Практикум по полупроводникам и полупроводниковым приборам / под редакцией К. В. Шалимовой. Москва: Высшая школа, 1967. 464 с.

8. Шутов Д. А., Ситанов Д. В. Методы исследований материалов и структур: лабораторный практикум. Иваново: Ивановский государственный химико-технологический университет, 2009. 84 с.

9. Битюрин Ю. А., Оболенский С. В., Мельников А. С., Демарина Н. В., Волкова Е. В., Пузанов А. С. Измерение времени жизни и диффузионной длины неосновных носителей заряда в полупроводниках: практикум. Нижний Новгород: Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 2011. 21 с.

10. Павлов Л. П. Методы измерения параметров полупроводниковых материалов: учебник / 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Высш. школа, 1987. 239 с.

11. Попов В. М. Определение диффузионной длины неосновных носителей заряда в полупроводнике по динамическим неравновесным вольт-амперным характеристикам МДП структур // Физика и техника полупроводников. 2014. 48(7). 902-908.

12. Субашиев В. К. Вентильный фотоэффект на р-п переходе при произвольной функции генерации // Физика твердого тела. 1961. 3(12). 3571-3580.

13. Волков А. С., Гуткин А. А., Кумекоев С. Е. Ударная ионизация электронами в InSb // Физика и техника полупроводников. 1970. 4(6). 1856-1860.

14. Гим Гван Дэ. Исследование фотоэлектрических явлений в структурах с Р-П-переходом на базе антимонида индия. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 01.04.10. Ленинград, 1984. 221 с.

## References

1. Filachev A. M., Taubkin I. I., Trishenkov M. A. Tverdotel'naia fotoelektronika. Fotorezistory i fotopriemnye ustroistva [Solid state photoelectronics. Photoresistors and photodetectors]. Moscow, Fizmatkniga Publ., 2012. 363 p.

2. Keyes R. J., Kruse P. W., Long D., Milt A. F., Putley E. H., Teich M. C., Zwicker H. R. Optical and Infrared Detectors. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, New York, 1980. (Russ. ed.: Kies R. Dzh., Kruze P. V., Patli E. G., Long D., Tsaikeer G. R., Milton A. F., Teich M. K. Fotopriemniki vidimogo i IK diapazonov. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1985. 328 p.)

3. Smirnov V. I. Fizika poluprovodnikovyykh priborov [Physics of semiconductors]. Ulyanovsk, UISTU Publ., 2022. 203 p.

4. Arias E. A., Gavrushko V. V. Kriogennyi fotopriemnik s izmeniaemoi spektral'noi kharakteristikoi [Cryogenic photodetector with variable spectral characteristics] // Vestnik NovSU. 2022. 3(128). 75-77. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).75-77

5. Gavrushko V. V., Ionov A. S., Kadriev O. R., Lastkin V. A. Kremnievye differentsial'nye fotopriemniki. Tekhnologiya, kharakteristiki, primeneniye [Silicon differential imaging devices. Technology, parameters, and application] // Zhurnal tekhnicheskoi fiziki. 2023. 93(9). 1353-1363

6. Rvkin S. M. Fotoelektricheskie iavleniia v poluprovodnikakh [Photoelectric phenomena in semiconductors]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1963. 494 p.

7. Shalimova K. V., ed. Praktikum po poluprovodnikom i poluprovodnikovym priboram [Semiconductor devices tutorial]. Moscow, Vysshiaia shkola Publ., 1967. 464 p.

8. Shutov D. A., Sitanov D. V. Metody issledovani materialov i struktur [Exploration methods for studying materials and structures]. Ivanovo, ISUCT Publ., 2009. 84 p.

9. Bitiurin Iu. A., Obolenskii S. V., Mel'nikov A. S., Demarina N. V., Volkova E. V., Puzanov A. S. Izmerenie vremeni zhizni i diffuzionnoi dliny neosnovnykh nositelei zariada v poluprovodnikakh [Measuring the life time and diffusion length of non-basic charge carriers]. Nizhniy Novgorod, Lobachevsky University Publ., 2011. 21 p.

10. Pavlov L. P. Metody izmereniia parametrov poluprovodnikovyykh materialov [Methods for measuring the parameters of semiconductor materials]. 2nd ed., rev. and enl. Moscow, Vyssh. shkola Publ., 1987. 239 p.

11. Popov V. M. Determination of the diffusion length of minority charge carriers in a semiconductor from the dynamic nonequilibrium I–V characteristics of MIS structures. Semiconductors. 2014. 48(7). 875-882.

12. Subashiev V. K. Ventil'nyi fotoeffekt na r-p perekhode pri proizvol'noi funktsii generatsii [Blocking-layer photoeffect on p-n barrier for arbitrary generation function] // Fizika tverdogo tela. 1961. 3(12). 3571-3580.

13. Volkov A. S., Gutkin A. A., Kumekov S. E. Udarnaia ionizatsiia elektronami v InSb [Impact ionization by electrons in InSb]. Fizika i tekhnika poluprovodnikov. 1970. 4(6). 1856-1860.

14. Gim Gvan De. Issledovanie fotoelektricheskikh iavlenii v strukturakh s R-P-perekhodom na baze antimonida indii [Research of photoelectric phenomena in structures with p-n barrier based on indium antimonide]. Leningrad, 1984. 221 p.

#### **Информация об авторах**

*Ариас Елена Анатольевна* – кандидат педагогических наук, доцент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5202-1215, Elena.Arias@novsu.ru

*Гаверушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

*Петров Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7733-1030, Vladimir.Petrov@novsu.ru



## РАДИОФИЗИКА

УДК 621.383.4

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).639-646

ГРНТИ 47.29.31

Специальность ВАК 1.3.4

Научная статья

### ФОТОПРИЁМНОЕ УСТРОЙСТВО НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОЭПИТАКСИАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ GaSb/InGaAsSb

Гаврушко В. В.<sup>1</sup>, Григорьев А. Н.<sup>2</sup>, Сапожников А. А.<sup>1</sup>, Карачинов В. А.<sup>1</sup>,  
Быстров Н. Е.<sup>1</sup>, Петров В. М.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)

<sup>2</sup> ООО «Промышленные дроссели» (Великий Новгород, Россия)

**Аннотация** В статье приведены сведения о структуре неохлаждаемого фотоприёмного устройства на основе соединения InGaAsSb, для спектрального диапазона 1,7...2,3 мкм. Приведены данные об интегральной чувствительности, спектральных, шумовых и пороговых характеристиках ФПУ в диапазоне температур (223-323 К). Обнаружительная способность при комнатной температуре достигала значений  $D^*(\lambda_{\max}, 1000.1) = 9.4 \cdot 10^{10} \text{ W}^{-1} \cdot \text{cm} \cdot \text{Hz}^{1/2}$ . Динамический диапазон составил 64 дБ.

**Ключевые слова:** фотоприёмник, усилитель, спектральные характеристики, чувствительность, обнаружительная способность, динамический диапазон

**Для цитирования:** Гаврушко В. В., Григорьев А. Н., Сапожников А. А., Карачинов В. А., Быстров Н. Е., Петров В. М. Фотоприёмное устройство на основе гетероэпитаксиальной структуры GaSb/InGaAsSb // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 639-646. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).639-646

Research Article

### PHOTODECEPTIVE DEVICE BASED ON HETEROEPITAXIAL STRUCTURE GaSb/InGaAsSb

Gavrushko V. V.<sup>1</sup>, Grigor'ev A. N.<sup>2</sup>, Sapozhnikov A. A.<sup>1</sup>, Karachinov V. A.<sup>1</sup>,  
Bystrov N. E.<sup>1</sup>, Petrov V. M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>2</sup> Industrial Throttles LLC (Veliky Novgorod, Russia)

**Abstract** The article provides information on the structure of an uncooled photodetector based on an InGaAsSb compound for the spectral range of 1.7...2.3 microns. The data on the integral sensitivity and also the spectral, noise, and threshold characteristics of the photodetector in the temperature range of 223-323 K are presented. The detectivity at room temperature reached the values  $D^*(\lambda_{\max}, 1000.1) = 9.4 \cdot 10^{10} \text{ W}^{-1} \cdot \text{cm} \cdot \text{Hz}^{1/2}$ . The dynamic range was 64 dB.

**Keywords:** photodetector, amplifier, spectral characteristics, sensitivity, detectivity, dynamic range

**For citation:** Gavrushko V. V., Grigor'ev A. N., Sapozhnikov A. A., Karachinov V. A., Bystrov N. E., Petrov V. M. Photodeceptive device based on heteroepitaxial structure GaSb/InGaAsSb // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 639-646. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).639-646

### Введение

Во многих случаях свойства фотоприёмников определяются технологическими возможностями их реализации. В данной работе представлены характеристики

фотоприёмного устройства, разработанного на основе гетероэпитаксиальной структуры GaSb/InGaAsSb [1-4]. Узкозонный слой  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{Sb}_{1-y}$  состава  $x=0,18$   $y=0,17$  толщиной 2,5 ... 3,5 мкм выращивался методом жидкостной эпитаксии на подложке p-GaSb. Сверху на него, также методом жидкостной эпитаксии, осаждался слой n-GaSb. Использование сочетания широкозонного окна и узкозонного фоточувствительного слоя позволило сформировать П-образную спектральную характеристику. Ширина запрещенной зоны узкозонного слоя имела значение около 0,54 эВ. Если принять критерий Мооса [5] для предельной рабочей температуры полупроводникового фотоприемника:

$$T = 0,05(\Delta E_g / kT),$$

то допустимая расчетная температура составит 314 К. В связи с этим возникает особый интерес к таким фотоприёмникам, поскольку они могут быть эффективными без дополнительных устройств охлаждения. Во многих случаях сигнал, получаемый от фотоприемника, невелик и требует предварительного усиления. Кроме того, блок предварительного усиления позволяет согласовать фотоприемник с электронным трактом и реализовать пороговые и частотные свойства фотоприемников [6]. Как правило, предварительный усилитель располагают в непосредственной близости от приемника, что снижает воздействие на фотосигнал случайных наводок. Фотоприёмник и блок предварительного усиления, объединённые в единый корпус, образуют фотоприёмное устройство (ФПУ). Дополнительным преимуществом ФПУ является защита фотодиода от воздействия статического электричества. Наличие даже небольших статических зарядов, появление которых возможно при монтаже изделий, оказывалось губительным из-за небольших пробивных напряжений для фотодиодов на основе узкозонного полупроводникового материала.

### Структура ФПУ

Фотоприёмник имел размер чувствительной площадки  $2,2 \cdot 10^{-4}$  см<sup>2</sup>. Для снижения воздействия оптических бликов использовано входное германиевое окно с интерференционными просветляющими покрытиями. Предварительный усилитель был выполнен по схеме трансимпедансного усилителя ток-напряжение, на основе низкошумящего ОУ типа 140УД17А. Усилитель обеспечивал работу фотодиода в режиме короткого замыкания при напряжении смещения не более 0,2 мВ и был оптимальным образом согласован по шумам с фотодиодом, имеющим невысокое дифференциальное сопротивление. Применение в обратной связи резистора сопротивлением 3 МОм позволило обеспечить высокую вольттовую чувствительность. Конструктивно предусилитель был выполнен по тонкоплёночной технологии. Напряжение питания ФПУ  $\pm 10$  В, масса около 2 г. Принципиальная схема предусилителя приведена на рисунке 1.

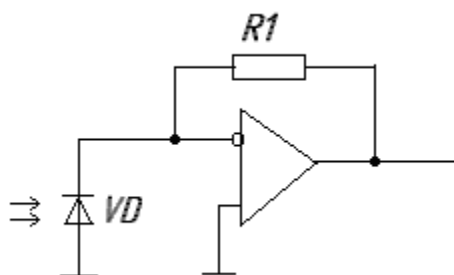


Рисунок 1. Принципиальная электрическая схема ФПУ

### Характеристики ФПУ

Распределение спектральной чувствительности относят к одной из важнейших характеристик ФПУ (рисунок 2). Диапазон квантовой спектральной чувствительности на уровне 0,1 от максимального составил 1,66 ... 2,31 мкм при температуре 300 К. При изменении температуры наблюдался некоторый сдвиг спектральной характеристики, как это показано на рисунке. Изменение длинноволновой границы можно связать с температурной зависимостью ширины запрещённой зоны эпитаксиального слоя  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{Sb}_{1-y}$ , а коротковолновой – контактного слоя GaSb.

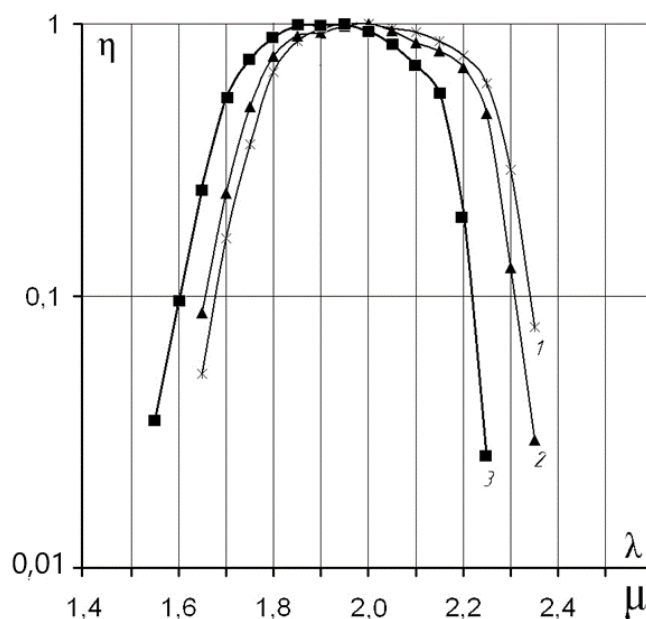


Рисунок 2. Спектральные характеристики ФПУ для равного потока падающих квантов.  
1 – 323 К; 2 – 300 К; 3 – 221 К;

Одним из основных параметров, характеризующих работу ФПУ, является вольтовая чувствительность. Были выполнены измерения интегральной чувствительности ФПУ к излучению АЧТ 800 К на частоте модуляции 800 Гц. Типичная зависимость интегральной чувствительности ФПУ в обычно используемом диапазоне температур от минус 60 до плюс 40°C приведена на рисунке 3. Как видно,

в исследованном температурном диапазоне происходило изменение чувствительности более чем в 1,5 раза.

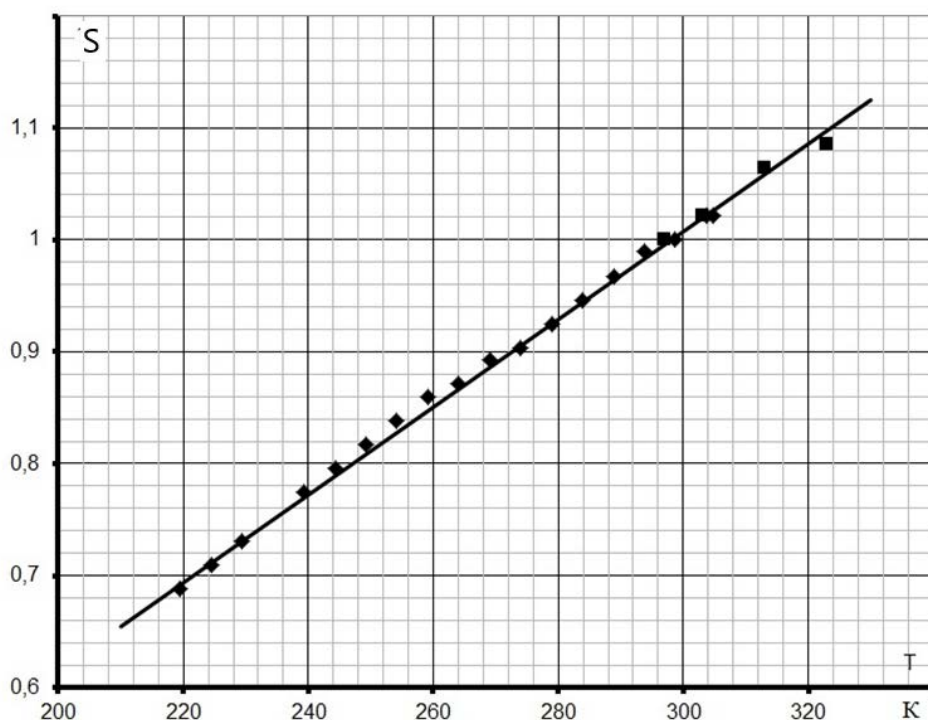


Рисунок 3. Зависимость чувствительности ФПУ от температуры в относительных единицах (АЧТ 800 К)

Значение абсолютной чувствительности для лучших образцов достигало  $40 \cdot 10^3$  В/Вт при комнатной температуре (297 К). Снижение чувствительности ФПУ с уменьшением температуры может быть объяснено изменением коэффициента использования излучения в связи с температурным сдвигом красной границы спектральной характеристики в коротковолновую область.

Для определения порога чувствительности и обнаружительной способности ФПУ были измерены шумовые характеристики. Исследования шумов проводились способом прямого измерения. На рисунке 4 приведены типичные зависимости спектральной плотности напряжения шума ФПУ в области положительных температур на частоте 800 Гц. Видно, что наблюдалась существенная зависимость спектральной плотности напряжения шума от температуры. Увеличение шумового сигнала ФПУ можно связать со снижением дифференциального сопротивления ФД при увеличении температуры.

Исследование шумовых свойств и чувствительности ФПУ позволяет определить его пороговые характеристики. Наиболее распространенной характеристикой является обнаружительная способность ( $D^*$ ), которая определяется, как [7]:

$$D^* = \frac{\sqrt{A\Delta f}}{\sqrt{U_{ш}^2}} S_u,$$

где:  $S_u$  – вольтовая чувствительность,  $A$  – площадь фотоприемника,  $\Delta f$  – полоса пропускания,  $U_w$  – спектральная плотность напряжения шума.

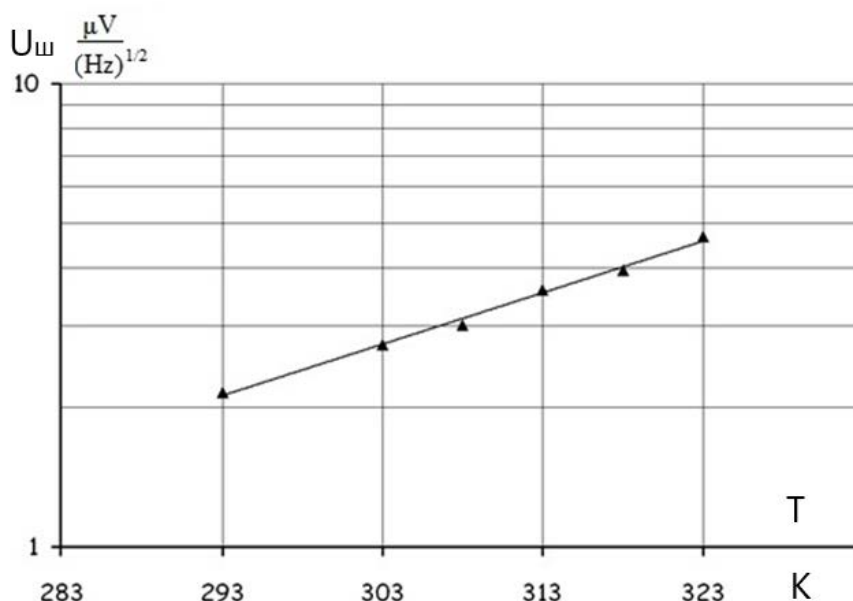


Рисунок 4. Температурная зависимость спектральной плотности шума ФПУ на частоте 800 Гц

При снижении температуры наблюдалось, с одной стороны, уменьшение коэффициента использования излучения АЧТ и снижение токовой чувствительности, а с другой – снижение уровня шумового тока. Вторая причина оказалась доминирующей, что привело в итоге к росту обнаружительной способности с охлаждением ФПУ. На рисунке 5 представлена температурная зависимость  $D^*$ . Как видно, наблюдалось 24 кратное изменение обнаружительной способности в исследованном диапазоне температур (от 220 до 330 К).

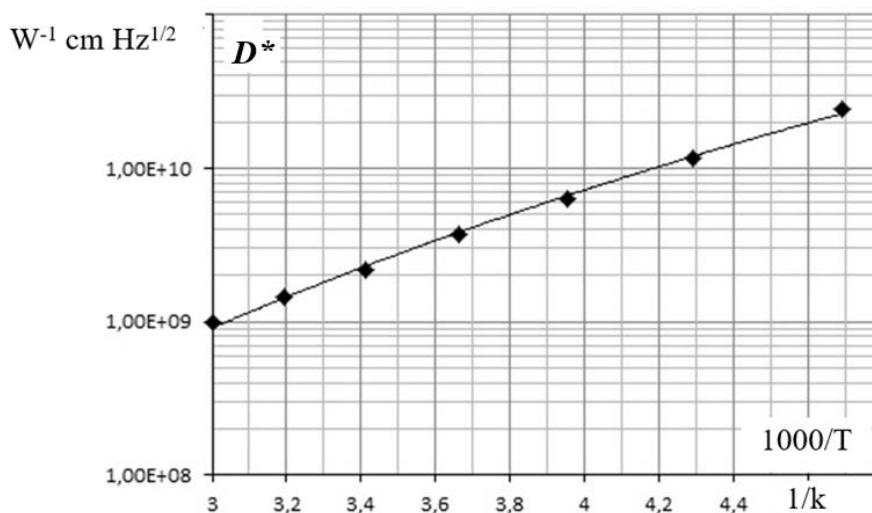


Рисунок 5. Температурная зависимость интегральной обнаружительной способности к АЧТ 800 К

Представляется интересным оценить обнаружительную способность ФПУ к монохроматическому излучению. При коэффициенте использования излучения для

комнатной температуры 2,4%. оценка дает значение  $D^*(\lambda_{\max}, 1000, 1) = 9,4 \cdot 10^{10} \text{ Вт}^{-1} \cdot \text{см} \cdot \text{Гц}^{1/2}$ . Это согласуется с данными [8], где для аналогичных фотодиодов приводятся близкие значения обнаружительной способности:  $D^*(\lambda_{\max}, 1000, 1) = (8 - 10) \cdot 10^{10} \text{ Вт}^{-1} \cdot \text{см} \cdot \text{Гц}^{1/2}$ .

На рисунке 6 приведены результаты измерения предела линейности световой характеристики. Для измерения предельного потока был использован принцип суперпозиции двух потоков излучения: слабого, модулированного потока от эталонного излучателя, амплитуда которого оставалась постоянной в процессе измерений, и мощного немодулированного потока фонового излучателя, величина которого могла регулироваться в широком интервале значений [9]. Величина фонового потока приведена в пересчете на монохроматическое излучение, в районе максимума спектральной чувствительности фотоприемника  $\lambda = 2,1 \text{ мкм}$ . Как видно, уменьшение дифференциальной токовой чувствительности на 10% происходило при высоких интенсивностях освещенности  $R_0 = 0,02 \text{ Вт/см}^2$ .

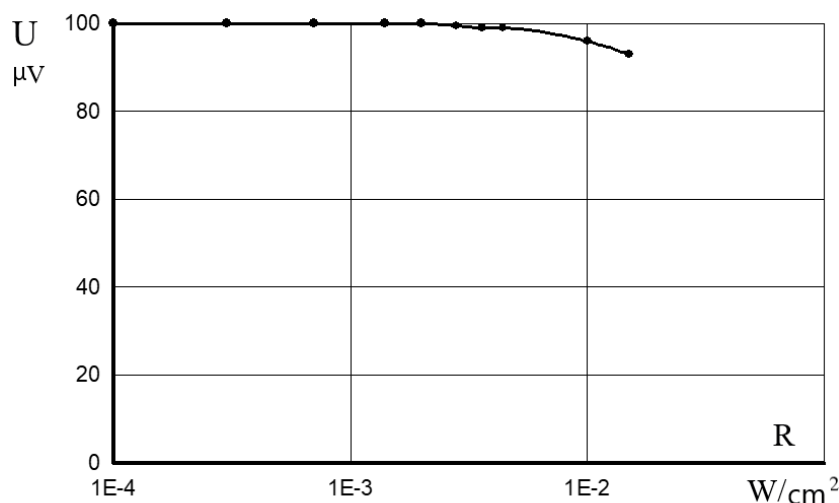


Рисунок 6. Зависимость выходного сигнала ФПУ от фоновой освещенности

Интересно оценить динамический диапазон фотоприемника по входному сигналу. Пороговый поток связан с обнаружительной способностью:

$$\Phi_0 = \frac{\sqrt{A \Delta f}}{D_{\lambda}^*}.$$

Если использовать найденное значение обнаружительной способности фотоприемника  $9,4 \cdot 10^{10} \text{ Вт}^{-1} \cdot \text{см} \cdot \text{Гц}^{1/2}$  и задаться полосой пропускания  $\Delta f = 100 \text{ Гц}$ , тогда для порогового потока получим:

$$\Phi_0 = \frac{\sqrt{2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 100}}{9,4 \cdot 10^{10}} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ Вт}.$$

Динамический диапазон ФПУ при размере чувствительной площадки  $2,2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$  составит от  $1,6 \cdot 10^{-12}$  до  $4 \cdot 10^{-6} \text{ Вт}$ , или около 64 дБ.

## Заключение

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о высоких тактико-технических свойствах ФПУ на основе гетероэпитаксиальной структуры GaSb/InGaAsSb. Полученные зависимости важнейших характеристик могут быть полезны для практического применения изделия и для формирования технических требований при проектировании оптоэлектронных средств на основе таких ФПУ.

## Список литературы

1. Tournie E., Pitard E., Joullie A., Fourcade R. High temperature liquid phase epitaxy of (100) oriented GaInAsSb near the miscibility gap boundary // Journal Crystal Growth. 1990. 104(3). 683-694. DOI: 10.1016/0022-0248(90)90012-A
2. Стоянов Н. Д., Михайлова М. П., Андрейчук О. В., Моисеев К. Д., Андреев И. А., Афраилов М. А., Яковлев Ю. П. Фотодиоды на основе гетеропереходов II типа в системе GaSb/InGaAsSb для спектрального диапазона 1.5-4.8 мкм // Физика и техника полупроводников. 2001. 35(4). 467-473.
3. Карандашев С. А., Матвеев Б. А., Ременный М. А., Шленский А. А., Лунин Л. С., Ратушный В. И., Корюк А. В., Тараканова Н. Г. Свойства «иммерсионных» фотодиодов на основе GaInAsSb/GaSb ( $\lambda=1.8-2.3$  мкм) в интервале температур 20-140°C // Физика и техника полупроводников. 2007. 41(11). 1389-1394.
4. Астахова А. П., Журтанов Б. Е., Именков А. Н., Михайлова М. П., Сиповская М. А., Стоянов Н. Д., Яковлев Ю. П. Длинноволновые фотодиоды на основе двойной гетероструктуры n-GaSb/n-GaInAsSb/p-AlGaAsSb // Письма в журнал технической физики. 2007. 33(1). 23-29.
5. Амброзьяк А. Конструкция и технология полупроводниковых фотоэлектрических приборов / перевод с польского Н. И. Тюшкевича; под редакцией Б. Т. Коломийца. Москва: Советское Радио, 1970. 392 с.
6. Филачев А. М., Таубкин И. И., Тришенков М. А. Твердотельная электроника: учебное пособие. Москва: Физматкнига, 2012. 363 с.
7. Хадсон Р. Инфракрасные системы / перевод с английского языка Б. Герчикова, Ю. Е. Голубчина, С. Г. Кинс; под редакцией Н. Н. Васильченко. Москва: Мир, 1972. 534 с.
8. Андреев И. А., Ильинская Н. Д., Куницына Е. В., Михайлова М. П., Яковлев Ю. П. Высокоэффективные фотодиоды на основе GaInAsSb / GaAlAsSb для спектрального диапазона 0.9-2.55 мкм с большим диаметром чувствительной площадки // Физика и техника полупроводников. 2003. 37(8). 974 -979.
9. Гаврушко В. В., Сапожников А. А., Бондаренко Е. А., Раскин А. А. Авторское свидетельство № 1441894 СССР, МПК4F 01 К 25/10. Устройство для измерения предела линейности энергетической характеристики фотоприемника: опубл. 01.08.1988.

## References

1. Tournie E., Pitard E., Joullie A., Fourcade R. High temperature liquid phase epitaxy of (100) oriented GaInAsSb near the miscibility gap boundary // Journal Crystal Growth. 1990. 104(3). 683-694. DOI: 10.1016/0022-0248(90)90012-A
2. Stoyanov N. D., Mikhaïlova M. P., Andreïchuk O. V., Moiseev K. D., Andreev I. A., Afrailov M. A., Yakovlev Yu. P. Photodiodes for a 1.5-4.8  $\mu\text{m}$  spectral range based on type-II GaSb/InGaAsSb heterostructures // Semiconductors. 2001. 35(4). 453-458.

3. Karandashev S. A., Matveev B. A., Remennyi M. A., Shlenskii A. A., Lunin L. S., Ratushnyi V. I., Koryuk A. V., Tarakanova N. G. Properties of GaInAsSb/GaSb ( $\lambda = 1.8\text{-}2.3\ \mu\text{M}$ ) immersion lens photodiodes at 20-140°C // Semiconductors. 2007. 41(11). 1369-1374.

4. Astakhova A. P., Zhurtanov B. E., Imenkov A. N., Mikhailova M. P., Sipovskaya M. A., Stoyanov N. D., Yakovlev Yu. P. Long-wavelength photodiodes based on n-GaSb/n-GaInAsSb/p-AlGaAsSb heterostructures // Technical Physics Letters. 2007. 33(1). 11-13.

5. Ambroziak A. Konstrukcja i Technologia Przyrzadzow Fotoelektrycznych. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1967. (Russ. ed.: Amboziak A. Konstruktsiia i tekhnologiia poluprovodnikovyykh fotoelektricheskikh priborov [Design and technology for constructing photoelectric semiconductor devices]. Moscow, Sovetskoe Radio Publ., 1970. 392 p.)

6. Filachev A. M., Taubkin I. I., Trishenkov M. A. Tverdotel'naia elektronika [Solid state electronics]. Moscow, Fizmatkniga Publ., 2012. 363 p.

7. Hudson R. Infrared System Engineering. Wiley (Interscience), New York, 1969. 642 p. (Russ. ed.: Khadson R. Infkrasnye sistemy. Moscow. Mir Publ., 1972. 534 p.)

8. Andreev I. A., Il'inskaya N. D., Kunitsyna E. V., Mikhaïlova M. P., Yakovlev Yu. P. High-efficiency GaInAsSb / GaAlAsSb photodiodes for 0.9- to 2.55- $\mu\text{M}$  spectral range with a large-diameter active area // Semiconductors. 2003. 37(8). 949-954.

9. Gavrushko V. V., Sapozhnikov A. A., Bondarenko E. A., Raskin A. A. Ustroistvo dlia izmereniia predela lineinosti energeticheskoi kharakteristiki fotopriemnika [Device for measuring the linear range of the radiant-power characteristic of a photodetector]. Authorship certificate USSR, no. 1441894, 1988.

#### Информация об авторах

*Гаврушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru

*Григорьев Александр Николаевич* – заместитель генерального директора, ООО «Промышленные дроссели» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-7073-8762, Andrey.Sochilin@novsu.ru

*Сапожников Александр Андреевич* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0008-0911-6583, aleksandr.sapozhnikov@novsu.ru

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru

*Петров Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7733-1030, Vladimir.Petrov@novsu.ru



## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.397:004.946

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).647-657

ГРНТИ 47.49.43+28.17.33

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЗАИМНО КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДИСПАРАНТНОСТИ В СТЕРЕОСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ

Гареев В. М., Гареев М. В., Кондратьева С. И., Корнышев Н. П., Родионов Д. И.,  
Серебряков Д. А., Карачинов В. А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В настоящей статье рассмотрены методы вычисления взаимно корреляционной функции при определении диспарантности по изображениям стереопары, формируемым стереоскопической системой технического зрения. В процессе определения диспарантности необходимо найти точку на втором изображении стереопары по заданной точке первого изображения, что может быть сделано путем нахождения максимума взаимно корреляционной функции. Рассматривается возможность уменьшения объема вычислений во временной области при использовании непозиционной системы исчисления, называемой также системой остаточных классов. В результате моделирования на основе системы позиционного исчисления и системы остаточных классов с использованием сходных по форме функций, смещенных по оси X относительно друг друга, а также при использовании реальных стереоизображений показано совпадение главных максимумов взаимно корреляционной функции при существенном уменьшении объема вычислений.

**Ключевые слова:** стереоскопическая система технического зрения, вычисление взаимно корреляционной функции, система остаточных классов

**Для цитирования:** Гареев В. М., Гареев М. В., Кондратьева С. И., Корнышев Н. П., Родионов Д. И., Серебряков Д. А., Карачинов В. А. Особенности вычисления взаимно корреляционной функции при определении диспарантности в стереоскопической системе технического зрения // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 647-657. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).647-657

*Research Article*

### FEATURES OF THE CALCULATION OF THE CROSS-CORRELATION FUNCTION IN DETERMINING THE DISPARITY IN A STEREO VISION SYSTEM

Gareev V. M., Gareev M. V., Kondrat'eva S. I., Kornyshev N. P., Rodionov D. I.,  
Serebriakov D. A., Karachinov V. A.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** This article considers the methods of calculating the cross-correlation function in determining the disparity from the images of a stereo pair formed by a stereo vision system. When determining the disparity, it is necessary to find a point on the second image of the stereo pair at a given point of the first image, which can be done by finding the maximum of the cross-correlation function. The possibility of reducing the amount of calculations in the time domain when using a non-positional calculus system, also called a residue number system, is considered. As a result of modeling based on a system of positional calculus and a residue number system using similar-shaped functions shifted along the X axis relative to each other, as well as using real stereo images, the coincidence of the main maxima of the cross-correlation function is shown with a significant reduction in the amount of calculations.

**Keywords:** stereo vision system, calculation of the cross-correlation function, residue number system

**For citation:** Gareev V. M., Gareev M. V., Kondrat'eva S. I., Kornyshev N. P., Rodionov D. I., Serebriakov D. A., Karachinov V. A. Features of the calculation of the cross-correlation function in determining the disparity in a stereo vision system // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 647-657. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).647-657

## Введение

Существует два метода получения 3D информации о наблюдаемой сцене. Первый метод реализуется при помощи лазерного локатора – лидара. Второй метод реализуется при помощи системы стереоскопической системы технического зрения путем вычисления диспарантности (линейного параллакса). Каждый из методов имеет свои достоинства и недостатки. Лидарные системы имеют высокую точность представления координат по дальности, но облако точек имеет плохое разрешение в 2D плоскости. Стереоскопические системы по сравнению с лидарами, наоборот, имеют меньшую точность определения дальности, однако, более высокое разрешение в 2D плоскости [1-11].

В настоящей статье рассматриваются особенности определения диспарантности в стереоскопических системах технического зрения и, в частности, вопросы нахождения соответствующей точки на втором изображении стереопары при ее указании на первом изображении стереопары на основе вычисления взаимно корреляционной функции.

Для определения диспарантности объекта по стереоизображению требуется найти разность координат объекта в плоскостях первого и второго изображений стереопары. При этом по заданным координатам объекта на первом изображении определяются координаты соответствующей точки на втором изображении. В процессе определения координат выполняется сканирование строки первого изображения относительно той же строки второго изображения и находится максимальное значение взаимно корреляционной функции (ВКФ).

Для непрерывных функций  $x(t)$  и  $y(t)$  ВКФ определяется как

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t - \tau)dt \quad (1)$$

Если в строке  $j$  пикселей, то для каждого пиксела строки  $j_1$  первого изображения находится номер пиксела той же строки  $j_2$  второго изображения, для которого ВКФ будет иметь максимальное значение:  $j_2 = \max(R_{x,y})$ . Тогда диспарантность в пикселах будет равна:  $\Delta p = j_1 - j_2$  [12].

Вычисление ВКФ возможно, как в пространственной области, так и в частотной области [13]. Вычисление ВКФ в пространственной области, по сравнению с вычислением ВКФ в частотной области является более простым с точки зрения технической реализации, однако, менее быстродействующим способом. Вычисление ВКФ в частотной области связано с прямым и обратным преобразованием Фурье, что требует специализированного Фурье-процессора при аппаратной реализации, однако, обеспечивает более высокую скорость вычисления.

## Вычисление ВКФ в пространственной области

Вычисление ВКФ в пространственной области производится путем двумерной свертки изображения со скользящим окном, являющимся эталонным фрагментом изображения, по которому и осуществляется поиск максимума ВКФ [13]. Фактически, в каждой точке зоны анализа изображения размером  $M \times N$  элементов для скользящего окна размером  $m \times n$  элементов производится  $m \times n$  операций умножения с плавающей запятой, а также  $m \times n - 1$  операция сложения. Время вычисления, зависящее при этом, как от размера зоны анализа изображения, так и от размера эталона оказывается весьма существенным, а именно:  $M \times N \times (m \times n \times t_{\text{умн.}} + (m \times n - 1) \times t_{\text{сл.}})$ , где  $t_{\text{умн.}}$  и  $t_{\text{сл.}}$  время выполнения операции умножения и сложения, соответственно.

Время вычисления ВКФ в пространственной области, а, следовательно, и дисперсности можно уменьшить путем:

- 1) распараллеливание процедуры вычисления по строкам,
- 2) упрощения процедуры вычисления ВКФ,
- 3) вычисление ВКФ в непозиционной системе счисления.

Непозиционная система счисления или система остаточных классов является альтернативой двоичному представлению чисел [14]. В системе остаточных классов целое число представляется в виде набора чисел, являющихся остатками от деления исходного числа на выбранные модули. Операции сложения, вычитания и умножения с каждым остатком выполняются параллельно без переносов, что позволяет реализовать высокоскоростную арифметику для высокопроизводительных вычислений. Для восстановления результата вычислений по остаткам существует простой алгоритм, описанный в [15].

Функция  $f(x)$  в системе остаточных классов может быть представлена набором функций по отдельному основанию:

$$f_{\text{сок}}(x) = \text{mod}(f(x), p_i), \quad (5)$$

где  $p_i$  –  $i$ -ое основание СОК.

Если функции  $x(t)$  и  $y(t)$  определены на интервале  $T$ , то ВКФ может быть представлена в виде:

$$R(\tau) = \int_{-T/2}^{+T/2} x(t)y(t - \tau)dt. \quad (6)$$

Подставив выражение (5) в выражение (6), получим:

$$R_i(\tau) = \int_{-T/2}^{+T/2} [\text{mod}(x(t), p_i)][\text{mod}(y(t - \tau), p_i)]dt \quad (7)$$

или

$$R_i(\tau) = \int_{-T/2}^{+T/2} [\text{mod}(x(t)y(t - \tau), p_i)]dt. \quad (8)$$

Откуда видно, что  $R_i(\tau) = \text{mod}(R(\tau), p_i)$  (9).

ВКФ в системе остаточных классов характеризуется несколькими интервалами корреляции по основаниям  $p_i$ .

### **Методика и результаты эксперимента по вычислению ВКФ в пространственной области**

Моделирование производилось с использованием сходных по форме функций, смещенных по оси X относительно друг друга (рисунок 1).

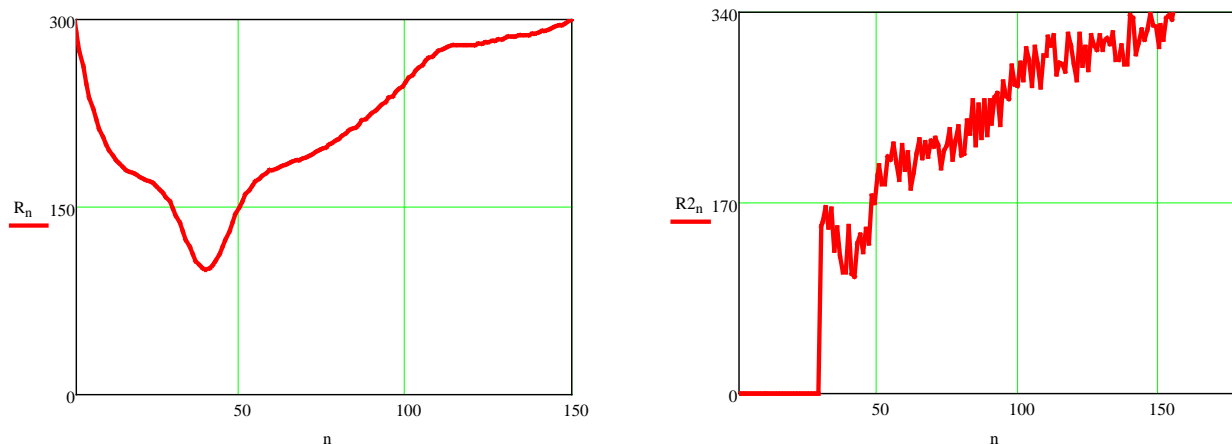
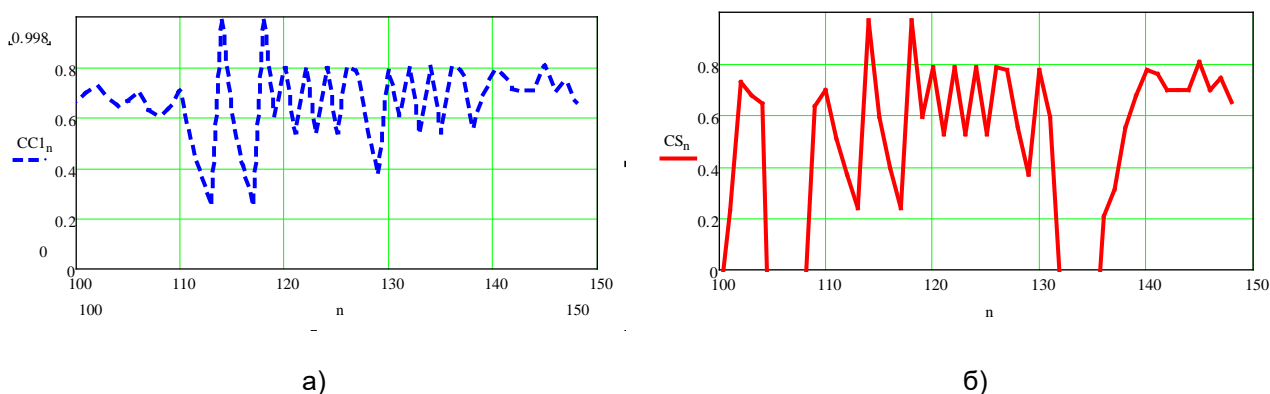


Рисунок 1. Функции, использованные при моделировании

На рисунке 2 показаны результаты вычисления ВКФ в системе позиционного исчисления (рисунок 2 а) и в системе остаточных (рисунок 2 б) для модулей  $p_1=16$  и  $p_2=17$  при  $n=5$ .



а)

б)

Рисунок 2. Результат вычисления ВКФ: а) ВКФ в системе позиционного исчисления, б) ВКФ в системе остаточных классов

На рисунке 3 показано наложение ВКФ, вычисленные в различных системах счисления. Как видно на рисунке, главные максимумы ВКФ совпадают, а метод вычисления ВКФ в системе остаточных классов обладает более высокой помехоустойчивостью.

При вычислении ВКФ использовались реальные стереоизображения, приведенные на рисунке 4. Процедура вычисления ВКФ состояла из следующих

этапов:

- 1) на стереоизображениях выделялась строка,
- 2) для строки вычислялась ВКФ двумя способами,
- 3) после вычисления ВКФ строка смещалась по кадру для новой процедуры вычисления ВКФ.

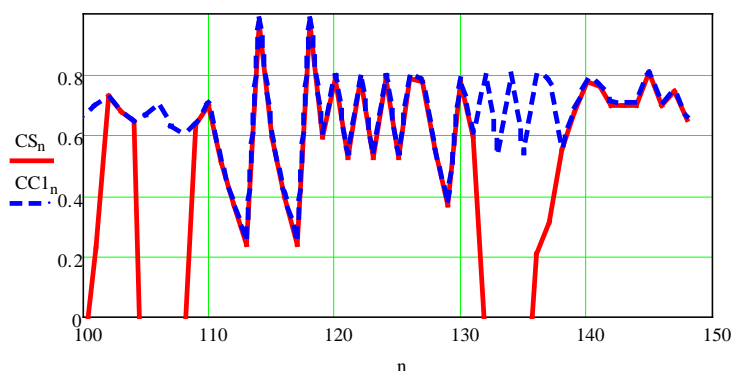


Рисунок 3. Наложение ВКФ, которые вычислены в различных системах счисления



Рисунок 4. Тестовая стереопара изображений

Для примера, на рисунке 5 показан вид строки стереоизображения. На рисунке 4 выделенная строка показана горизонтальной линией.

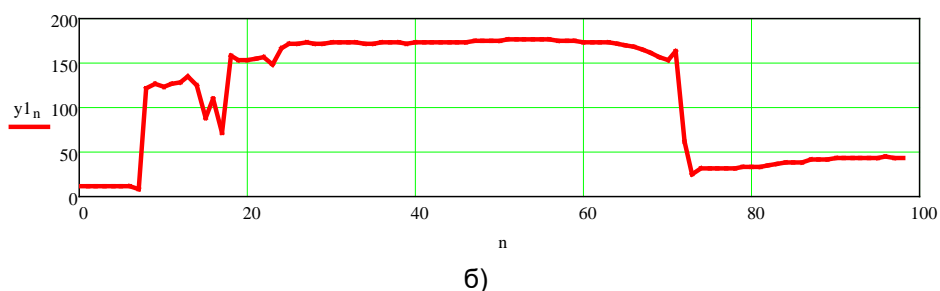
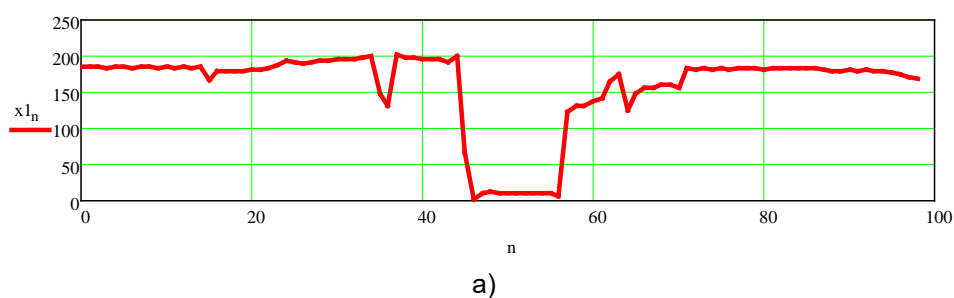


Рисунок 5. Строка видеокadra а) левого стереоизображения, б) правого стереоизображения

Результат вычисления ВКФ в пространственной области для двух систем счисления показан на рисунке 6.

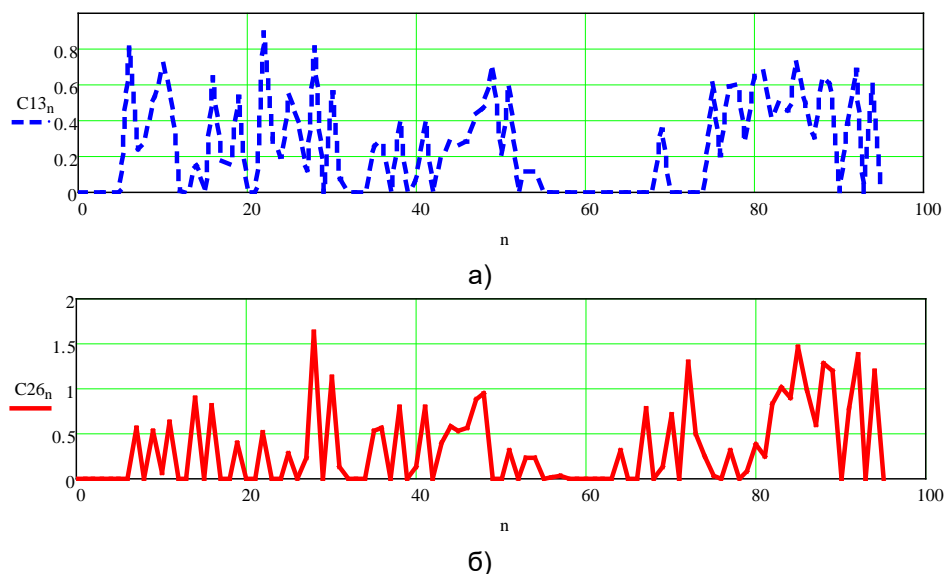


Рисунок 6. Результат вычисления ВКФ: а) ВКФ в системе позиционного счисления; б) ВКФ в системе остаточных классов

При наложении результатов вычислений на один график, рисунок 7, видно совпадение максимумов ВКФ. Аналогичная картина наблюдается для всех строк кадра.

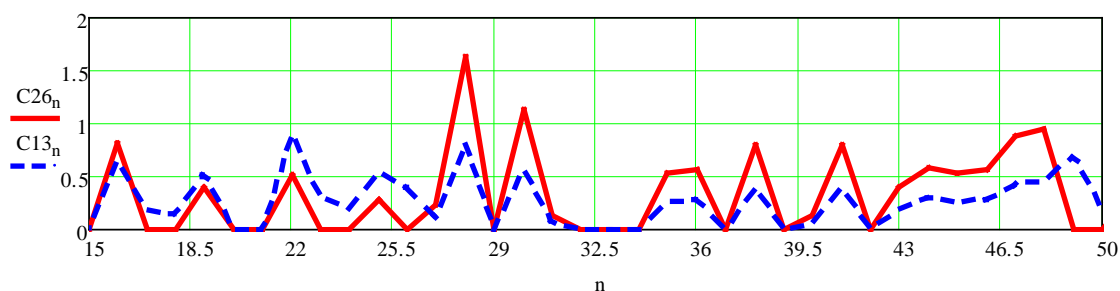


Рисунок 7. Наложение ВКФ, которые вычислены в различных системах счисления

### Вычисление ВКФ в частотной области

Вычисление ВКФ в частотной области производится путем перемножения результатов прямого преобразования Фурье матрицы изображения и матрицы эталона, дополненной нулями до размера матрицы изображения, с последующим обратным преобразованием Фурье получаемого результата перемножения [13]. Фактически, основное время вычисления затрачивается на прямое и обратное преобразование Фурье, в то время как непосредственно на перемножение матриц затрачивается всего  $M \times N$  операций умножения. Время вычисления в этом случае, как и при вычислении в пространственной области зависит, как от размера зоны анализа изображения, так и от размера эталона. Тем не менее, при данном способе

вычисления выигрыш в быстродействии оказывается весьма существенным по сравнению с пространственной обработкой.

### ***Методика и результаты эксперимента по вычислению ВКФ в частотной области***

Моделирование в среде MATLAB [16-17] алгоритма определения координат точки на втором изображении стереопары при указании соответствующей точки на первом изображении стереопары с использованием процедуры вычисления ВКФ в частотной области показывает высокую эффективность данного метода. На рисунке 8 приведены изображения, иллюстрирующие процесс моделирования. Перекрестием отмечена точка, указанная на первом (правом) изображении стереопары.

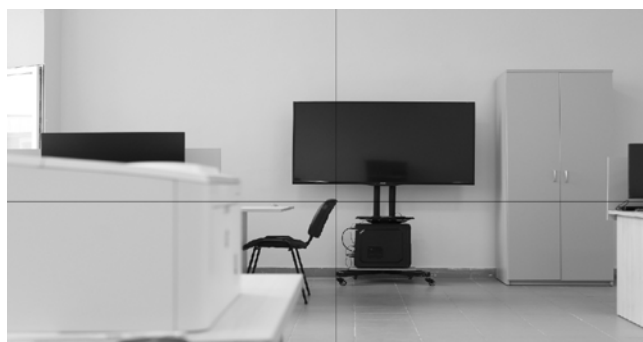


Рисунок 8. Указание точки на первом (правом) изображении стереопары

На совмещенном изображении (рисунок 9), содержащем первое (правое) и второе (левое) изображение стереопары отмечены маркерами указанная на первом изображении точка и точка, найденная на втором изображении по максимуму ВКФ, вычисленной в частотной области.

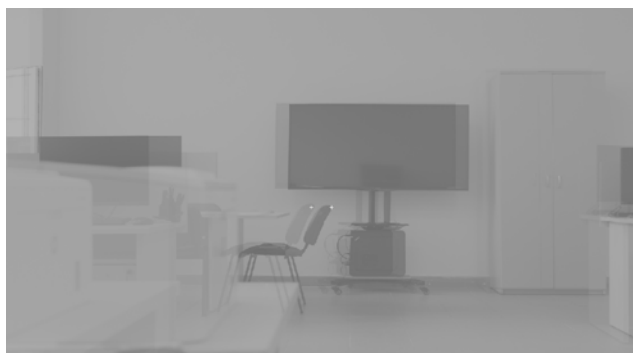


Рисунок 9. Совмещенное изображение стереопары с маркерами точки, указанной на правом изображении и соответствующей точки, найденной на втором изображении по максимуму ВКФ

На рисунке 10 приведен график ВКФ и ее максимум для анализируемой строки изображения. Для повышения эффективности распознавания по ВКФ использовались контурные препараты изображения и эталона. При этом зоной анализа являлась указанная строка изображения с ограничением по строке с учетом значения предполагаемой диспаратности. Размер эталона в свою очередь

задавался в пределах 20% от размера зоны анализа. Кроме повышения эффективности распознавания, указанные меры позволяют сократить объем вычислений и повысить быстродействие.

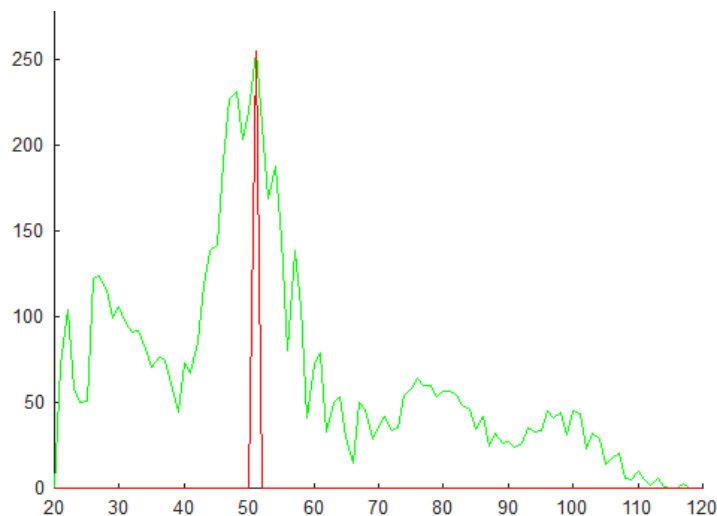


Рисунок 10. График ВКФ и ее максимум, соответствующий координате найденной точки

### Выводы

1. Нахождение точек стереопар для вычисления диспарантности наиболее просто решается путем вычисления взаимно корреляционной функции в пространственной области и нахождения ее максимума.
2. Вычисление взаимно корреляционной функции в пространственной области следует осуществлять с использованием системы остаточных классов.
3. При наличии Фурье-процессора предпочтение следует отдавать методу вычисления взаимно корреляционной функции в частотной области.

### Список литературы

1. Baltsavias E. P. A Comparison between Photogrammetry and Laser Scanning // ISPRS Journal of Photogrammetry Remote Sensing. 1999. 54(2/3). 83-94. DOI: 10.1016/s0924-2716(99)00014-3
2. Rzonca A. Review of Methods of Combined Orientation of Photogrammetric and Laser Scanning Data // Measurement Automation Monitoring. 2018. 64(3). 57-62.
3. Rönholm P., Haggrén H. Registration of Laser Scanning Point Clouds and Aerial Images Using Either Artificial or Natural Tie Features // ISPRS Annals of the Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences. 2012. 1-3(3). 63-68. DOI: 10.5194/isprsannals-I-3-63-2012
4. Parmehr E. G., Fraser C. S., Zhang C., Leach J. Automatic Registration of Optical Imagery with 3d Lidar Data Using Local Combined Mutual Information // ISPRS Annals of the Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences. 2013. Vol. II-5-W2. P. 229-234. DOI: 10.5194/isprsannals-II-5-W2-229-2013
5. Mitishita E., Costa F., Centeno J. Lidar and Photogrammetric Datasets Integration Using Sub-Block of Images // ISPRS Annals of the Photogrammetry Remote



Sensing and Spatial Information Sciences. 2020. 1. 101-107. DOI: 10.5194/isprs-annals-V-1-2020-101-2020

6. Habib A., Bang Ki-In, Kersting A. P. Impact of Lidar System Calibration on the Relative and Absolute Accuracy of Derived Point Cloud // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences (ISPRS Archives). 2010. 38. 17532854. URL: [https://www.asprs.org/wp-content/uploads/2013/08/Kersting\\_1.pdf](https://www.asprs.org/wp-content/uploads/2013/08/Kersting_1.pdf) (Дата обращения: 05.10.2023).

7. Li J., Yang B., Chen C., Habib A. NRLI-UAV: Non-Rigid Registration of Sequential Raw Laser Scans and Images for Low-Cost UAV LiDAR Point Cloud Quality Improvement // ISPRS Journal of Photogrammetry Remote Sensing. 2019. 158. 123-145. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2019.10.009

8. Zhang J., Singh S. Low-Drift and Real-Time Lidar Odometry and Mapping // Autonomous Robots. 2017. 41(2). 401-416. DOI: 10.1007/s10514-016-9548-2

9. Valbuena R., Mauro F., Arjonilla F. J., Manzanera J. A. Comparing Airborne Laser Scanning-Imagery Fusion Methods Based on Geometric Accuracy in Forested Areas // Remote Sensing of Environment. 2011. 115. 1942-1954. DOI: 10.1016/j.rse.2011.03.017

10. Fragkos P., Ioannidis C. Assessment of Lidargrammetry for Spatial Data Extraction // Proceedings of the Fourth International Conference on Remote Sensing and Geoinformation of Environment, Paphos, Cyprus, 4–8 April 2016. Paphos, Cyprus, 2016. Vol. 9688. P. 96881L-1. DOI: 10.1117/12.2240653

11. Teo T.-A., Shih T.-Y., Lin Y.-T., Huang C.-M. The Generation of Inferred Stereo Images from Lidar Data // Proceedings of the 31st Asian Conference on Remote Sensing 2010 ACRS, Hanoi, Vietnam, 1–5 November 2010: in 2 vols. Hanoi, Vietnam, 2010. Vol. 1. P. 459-464.

12. Козлов В. Л., Кузьмичев И. Р. Измеритель дальности и размерных параметров объектов на основе цифровой фотокамеры // Вестник Белорусского государственного университета. Серия 1. Физика. Математика. Информатика. 2011. 1. 33-38.

13. Волкова М. А., Луцив В. Р. Методы обработки и распознавания изображений: учебно-методическое пособие по лабораторному практикуму. Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2016. 40 с. URL: <https://books.ifmo.ru/file/pdf/1979.pdf> (Дата обращения: 05.10.2023).

14. Исупов К. С. Высокопроизводительные вычисления с использованием системы остаточных классов // Программные системы: теория и приложения. 2021. 12(2). 137-192. DOI: 10.25209/2079-3316-2021-12-2-137-192

15. Кукушкин С. С. Конечные поля и информатика: в 2-х т. Т.1: Методы и алгоритмы, классические и нетрадиционные, основанные на использовании конструктивной теоремы об остатках. Москва: МО России, 2003. 281 с.

16. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB / перевод с английского В. В. Чепыжова. Москва: Техносфера, 2006. 615 с.+ 1 CD-ROM.

17. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: в 2-х кн. Кн. 2 / перевод с английского, под редакцией Д. С. Лебедева. Москва: Мир, 1982. 480 с.

## References

1. Baltsavias E. P. A Comparison between Photogrammetry and Laser Scanning // ISPRS Journal of Photogrammetry Remote Sensing. 1999. 54(2/3). 83-94. DOI: 10.1016/S0924-2716(99)00014-3

2. Rzonca A. Review of Methods of Combined Orientation of Photogrammetric and Laser Scanning Data // Measurement Automation Monitoring. 2018. 64(3). 57-62.

3. Rönholm P., Haggrén H. Registration of Laser Scanning Point Clouds and Aerial Images Using Either Artificial or Natural Tie Features // *ISPRS Annals of the Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 2012. 1-3(3). 63-68. DOI: 10.5194/isprsannals-I-3-63-2012
4. Parmehr E. G., Fraser C. S., Zhang C., Leach J. Automatic Registration of Optical Imagery with 3d Lidar Data Using Local Combined Mutual Information // *ISPRS Annals of the Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 2013. Vol. II-5-W2. P. 229-234. DOI: 10.5194/isprsannals-II-5-W2-229-2013
5. Mitishita E., Costa F., Centeno J. Lidar and Photogrammetric Datasets Integration Using Sub-Block of Images // *ISPRS Annals of the Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 2020. 1. 101-107. DOI: 10.5194/isprs-annals-V-1-2020-101-2020
6. Habib A., Bang Ki-In, Kersting A. P. Impact of Lidar System Calibration on the Relative and Absolute Accuracy of Derived Point Cloud // *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences (ISPRS Archives)*. 2010. 38. 17532854. URL: [https://www.asprs.org/wp-content/uploads/2013/08/Kersting\\_1.pdf](https://www.asprs.org/wp-content/uploads/2013/08/Kersting_1.pdf) (Дата обращения: 05.10.2023).
7. Li J., Yang B., Chen C., Habib A. NRLI-UAV: Non-Rigid Registration of Sequential Raw Laser Scans and Images for Low-Cost UAV LiDAR Point Cloud Quality Improvement // *ISPRS Journal of Photogrammetry Remote Sensing*. 2019. 158. 123-145. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2019.10.009
8. Zhang J., Singh S. Low-Drift and Real-Time Lidar Odometry and Mapping // *Autonomous Robots*. 2017. 41(2). 401-416. DOI: 10.1007/s10514-016-9548-2
9. Valbuena R., Mauro F., Arjonilla F. J., Manzanera J. A. Comparing Airborne Laser Scanning-Imagery Fusion Methods Based on Geometric Accuracy in Forested Areas // *Remote Sensing of Environment*. 2011. 115. 1942-1954. DOI: 10.1016/j.rse.2011.03.017
10. Fragkos P., Ioannidis C. Assessment of Lidargrammetry for Spatial Data Extraction // *Proceedings of the Fourth International Conference on Remote Sensing and Geoinformation of Environment, Paphos, Cyprus, 4–8 April 2016*. Paphos, Cyprus, 2016. Vol. 9688. P. 96881L-1. DOI: 10.1117/12.2240653
11. Teo T.-A., Shih T.-Y., Lin Y.-T., Huang C.-M. The Generation of Inferred Stereo Images from Lidar Data // *Proceedings of the 31st Asian Conference on Remote Sensing 2010 ACRS, Hanoi, Vietnam, 1–5 November 2010: in 2 vols*. Hanoi, Vietnam, 2010. Vol. 1. P. 459-464.
12. Kozlov V. L., Kuz'michev I. R. Izmeritel' dal'nosti i razmernykh parametrov ob"ektov na osnove tsifrovoi fotokamery [Equipment for distance and size measurements of different objects based on analysis of the digital photographic images] // *Vestnik Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1. Fizika. Matematika. Informatika*, 2011. 1. 33-38.
13. Volkova M. A., Lutsiv V. R. Metody obrabotki i raspoznavaniia izobrazhenii [Methods for image processing and recognition]. Saint Petersburg, ITMO University Publ., 2016. 40 p. Available at: <https://books.ifmo.ru/file/pdf/1979.pdf> (Accessed: 05.10.2023).
14. Isupov K. S. Vysokoproizvoditel'nye vychisleniia s ispol'zovaniem sistemy ostatochnykh klassov [An overview of high-performance computing using the residue number system] // *Program Systems: Theory and Applications*. 2021. 12(2). 137-192. DOI: 10.25209/2079-3316-2021-12-2-137-192
15. Kukushkin S. S. Konechnye polia i informatika [Finite fields and information science]. In 2 vols. Vol. 1. Metody i algoritmy, klassicheskie i netraditsionnye, osnovannye

na ispol'zovanii konstruktivnoi teoremy ob ostatkakh [Classic and nontraditional methods and techniques based on the remainder theorem]. Moscow, MO Rossii Publ., 2003. 281 p.

16. Gonzalez R., Woods R., Eddins S. Digital image processing using MATLAB. Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, 2004. 620 p. (Russ. ed.: Gonsales R., Vuds R., Eddins S. Tsifrovaia obrabotka izobrazhenii v srede MATLAB. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2006. 615 p.)

17. Pratt W. K. Digital Image Processing. Wiley-Interscience, New York, 1978. 720 p. (Russ. ed.: Prett U. Tsifrovaia obrabotka izobrazhenii. V 2-kh kn. Kn. 2. Moscow, Mir Publ., 1982. 480 p.)

#### Информация об авторах

*Гареев Владимир Михайлович* – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0003-1585-6792, Vladimir.Gareev@novsu.ru

*Гареев Михаил Владимирович* – ведущий инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID 0009-0007-1392-2169, Mikhail.Gareev@novsu.ru

*Кондратьева Светлана Ильинична* – студент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0002-1728-3273, s249697@std.novsu.ru

*Корнышев Николай Петрович* – доктор технических наук, доцент, профессор, инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0005-3177-2040, Nikolai.Kornishev@novsu.ru

*Родионов Дмитрий Игоревич* – студент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0002-1579-618X, s249699@std.novsu.ru

*Серебряков Дмитрий Александрович* – инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5994-5090, s231099@std.novsu.ru

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

УДК 528.8:004.93

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).658-670

ГРНТИ 47.49.27+28.23.15

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### ДВУХКАНАЛЬНАЯ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНАЯ СИСТЕМА

Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Карачинов В. А.,  
Гаврушко В. В., Быстров Н. Е.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В статье обсуждаются вопросы построения систем телевизионной гиперспектральной визуализации. Приводятся примеры практического использования разномасштабных изображений. Рассматривается комбинированная гиперспектральная система, имеющая два канала: первый для наблюдения в мелком масштабе, выполняемый на базе интерферометра Фабри-Перо, и второй для наблюдения в крупном масштабе, выполняемый на базе призмы. Рассматриваются принципы построения каналов комбинированной гиперспектральной системы, основанных на сканировании по пространственной и спектральной координате. Предлагается вариант построения многолучевой (многощелевой) гиперспектральной системы для призмного варианта на основе принципа сканирования по пространственной координате. Анализируется возможность реализации многолучевого канала при использовании мегапиксельного фотоприемника с повышенной чувствительностью. Приводятся исходные и расчетные данные. Рассматриваются структурные электрические и оптические схемы, анализируются достигаемые технические характеристики.

**Ключевые слова:** дистанционный мониторинг, гиперспектральные системы, гиперспектральные изображения

**Для цитирования:** Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Карачинов В. А., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е. Двухканальная гиперспектральная система // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 658-670. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).658-670

*Research Article*

### TWO-CHANNEL HYPERSPECTRAL SYSTEM

Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Karachinov V. A.,  
Gavrushko V. V., Bystrov N. E.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The article discusses the construction of television hyperspectral imaging systems. Examples of practical use of multi-scale images are given. A combined hyperspectral system with two channels is considered: the first one performed on the basis of the Fabry-Perot interferometer is for small-scale observation, and the second one performed on the basis of a prism is for large-scale observation. The principles of constructing channels of a combined hyperspectral system based on scanning by spatial and spectral coordinates are considered. A variant of constructing a multi-angle (multi-slit) hyperspectral system for the prism variant based on the principle of scanning by spatial coordinate is proposed. The possibility of implementing a multi-angle channel using a megapixel photodetector with increased sensitivity is analyzed. The initial and calculated data are given. Structural electrical and optical circuits are considered, and resulting technical characteristics are analyzed.

**Keywords:** remote monitoring, hyperspectral systems, hyperspectral images

**For citation:** Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Karachinov V. A., Gavrushko V. V., Bystrov N. E. Two-channel hyperspectral system // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 658-670. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).658-670

## Введение

Технология дистанционного зондирования при различных масштабах получаемых при этом изображений часто применяется в самых различных практических приложениях. Примером может служить мониторинг сельскохозяйственных культур с целью оценки их состояния [1-5]. Дистанционное зондирование с помощью беспилотных воздушных судов (БВС) обеспечивает точный мониторинг отдельных областей за счет низкой высоты полета и данных с высоким разрешением. Ниже рассматривается комбинированная гиперспектральная система (ГСС), имеющая два канала: первый для получения изображений в мелком масштабе, выполняемый на базе интерферометра Фабри-Перо, и второй для получения изображений в крупном масштабе, выполняемый на базе призмы. Структурная схема двухканальной ГСС приведена на рисунке 1.

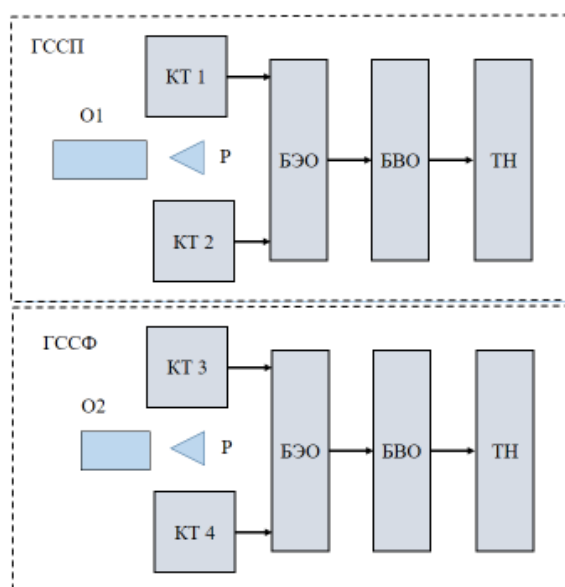


Рисунок 1. Структурная схема ГСС: ГССП – гиперспектральный канал на призме, ГССФ – гиперспектральный канал на Фабри-Перо интерферометре, О1, О2 – объективы, Р – светоделительная призма, КТ1 и КТ3 – камеры телевизионные каналов наблюдения, КТ2 и КТ4 – камеры телевизионные гиперспектрометров

ГСС содержит два канала: гиперспектральный канал на призме (ГССП) и гиперспектральный канал на интерферометре Фабри-Перо (ГССФ). Каждый гиперспектральный канал содержит отдельный канал наблюдения (КН), реализованный на цветных видеокамерах КТ1 и КТ3. Оптические потоки с объектива О1 и О2 разбиваются призмами Р на два потока для каналов наблюдения на КТ1, КТ3 и для гиперспектрометров (ГС), выполненных с использованием черно-белых видеокамер КТ2, КТ4. Чувствительность при этом уменьшается в два раза, но, достигается простота юстировки изображений КН и ГС на одну оптическую ось. Принцип построения ГССФ ранее рассмотрен в [8, 9].

Ниже рассматривается более подробно ГССП, построенной на основе принципа сканирования по пространственной координате за счет движения носителя – БВС [10]. Оптическая схема ГС на базе призмы [10] приведена на рисунке 2.

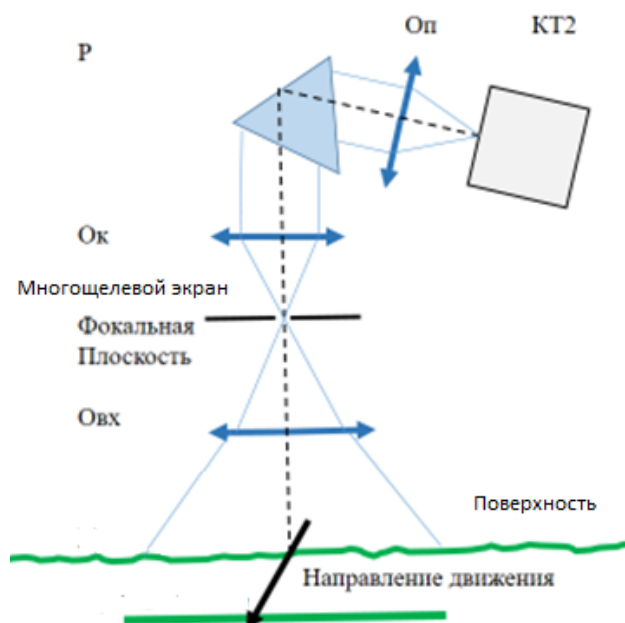


Рисунок 2. Оптическая схема ГС: Р – призма; Ок – объектив коллиматорный; Овх – объектив входной; Оп – объектив переноса.

В отличие от оптической схемы [10] в фокальной плоскости устанавливаются многощелевые экраны, примеры которых приведены на рисунке 3: первый имеет три щели, второй четыре. Если в ГССП например, установить экран, который будет формировать четыре щели, то, учитывая работу сенсора КТ2 с повышенной кадровой частотой до  $f_k=300\text{Гц}$ , возможно получение 40 спектров за время кадра  $f_k=30\text{Гц}$  КТ1.

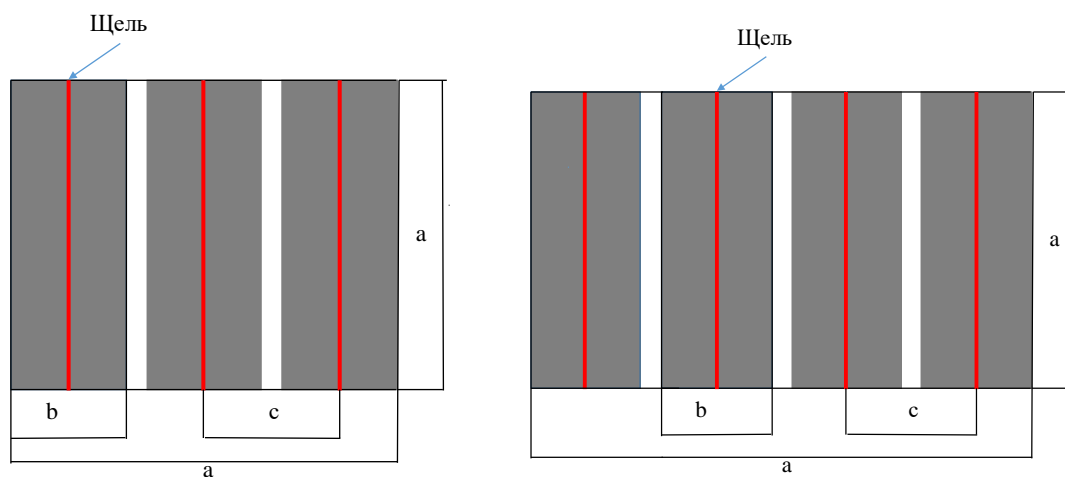


Рисунок 3. Экраны для ГС: а – размер экрана, b – область, которую занимает спектр сформированный щелью, с – расстояние между щелями

При построении ГСС необходимо свести к минимуму ограничения на влияние внешних условий: высота Солнца над горизонтом, высота полета БВС, угол места и тангаж БВС, скорость полета и т.п. Угол зондирования  $\alpha$ , как и высоту полета  $h$  и скорость полета  $v$  (рисунок 4) необходимо сделать управляемыми для обеспечения единства измерений при изменении условий освещенности.

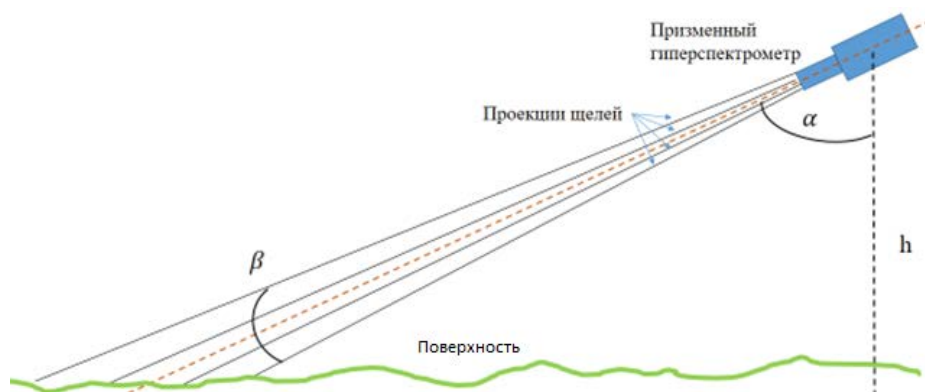


Рисунок 4. Проекция щелей на визуализируемую поверхность

Поля зрения ГССП и ГССФ для получения гиперспектральной информации приведены на рисунке 5. При планировании эксперимента, составлении полетного задания, вычисляются параметры поля зрения ГССП, по которым затем вычисляются параметры поля зрения ГССФ.

Потоки видеоинформации от КТ1 и КТ2 поступают на блок электронной обработки (БЭО), в котором осуществляется предварительная обработка КН и ГС. БЭО управляет временем экспозиции видеокамер, кадровой частотой, бинированием и т.д.

В блоке вторичной обработки (БВО) осуществляется подготовка видеоинформации для записи на твердотельный накопитель (ТН): сжатие по стандарту JPEG, формирование блока данных кадра, сжатая видеоинформация плюс служебная информация о параметрах полета. Каждый из каналов ГСС может работать автономно. При совместной работе ГССП и ГССФ необходима общая синхронизация и управление.

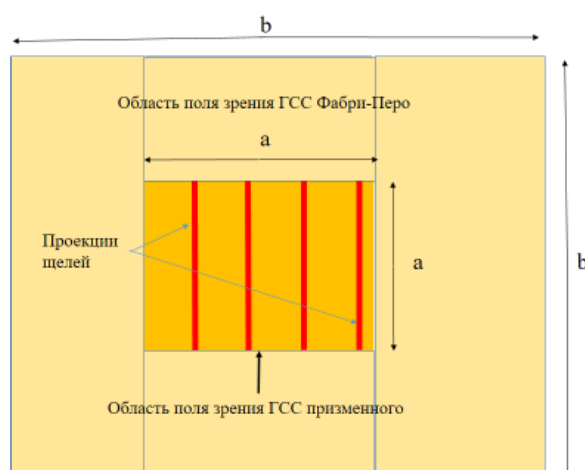


Рисунок 5. Поля зрения ГССП и ГССФ

### Канал наблюдения

Канал наблюдения предназначен как для непосредственного визуального контроля области поля зрения ГСС, так и для повышения его разрешения путем слияния панхроматического изображения высокого разрешения со спектральным

изображением [11] пониженного разрешения в случае бинирования. Для канала наблюдения может быть использован, в частности, цветной сенсор высокого разрешения GSENSE2020 фирмы Gpixel, КНР [12]. Достигаемые технические характеристики видеокамеры КТ1 (см. структурную схему ГСС, рисунок 1), выполненной на сенсоре GSENSE2020, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Технические характеристики видеокамеры

| Характеристика (параметр)  | Величина параметра       |
|--|--------------------------|
| Фокусное расстояние входного объектива, мм                           | 80                       |
| Диаметр зрачка входного объектива, мм                                | 60                       |
| Количество элементов разложения                                      | 2048 x 2048              |
| Размер пикселя линейный, мкм   | 6,5 x 6,5                |
| Частота кадров (частота измерений), Гц                               | от 1 до 300              |
| Динамический диапазон, дБ  | 70                       |
| Разрядность оцифровки сигнала изображения, бит                       | 10                       |
| Чувствительность, $e^-/((Вт/м^2)с)$                                  | $6 \cdot 10^7: 2$        |
| Угол поля зрения канала наблюдения                                   | $9^\circ \times 9^\circ$ |
| Размер пикселя на местности мм, при $\alpha = 45^\circ$ , $h = 30$ м | 3,5                      |
| Размер пикселя на местности мм, при $\alpha = 45^\circ$ , $h = 40$ м | 5                        |
| Размер пикселя на местности мм, при $\alpha = 45^\circ$ , $h = 50$ м | 6                        |

### Оптическая схема гиперспектрометра

Ниже рассматриваются расчетные данные, выполненные с использованием формул, приведенных, в частности, в литературе [10,13-15] На рисунке 6 приведена детализированная оптическая схема ГС [10, 14], на которой показан ход лучей для находящейся в бесконечности точки, лежащей на оси входного объектива.

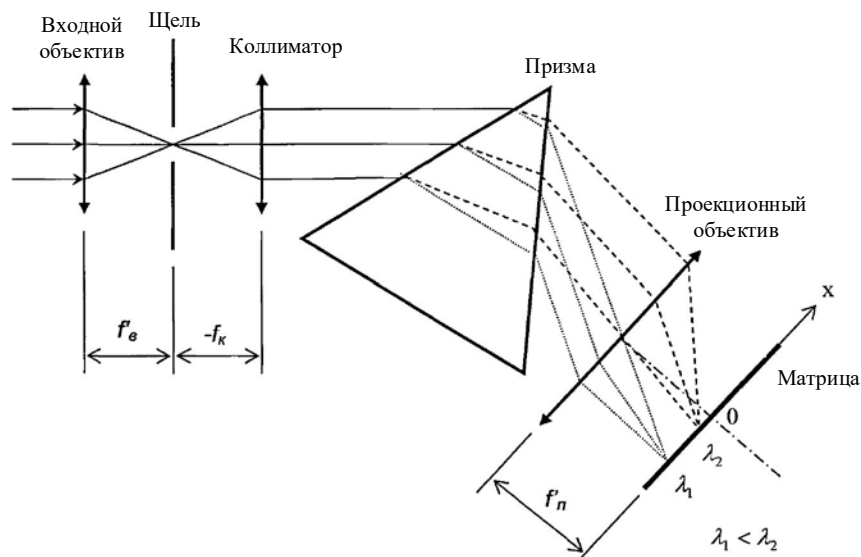


Рисунок 6. Оптическая схема ГС



Изображение исследуемой поверхности формируется на задней фокальной плоскости входного объектива. Изображение, прошедшее щель, преобразуется коллимирующим объективом в пучки параллельных лучей. Разложение излучения в спектр осуществляется призмой. Призма имеет следующие параметры: призмный угол  $60^\circ$ ; основание 50мм; стекло ТФ2 (тяжелый флинт). Разложенное в спектр изображение полосы проецируется объективом на фотоприемник, который выполнен на черно-белом сенсоре для расширения спектрального диапазона ГС до 1000 нм.

В таблице 2 приведены основные расчетные характеристики оптико-электронного тракта ГС. Коэффициент пропускания оптической системы равен:  $T = T_{\text{в}} \cdot T_{\text{к}} \cdot T_{\text{п}} \cdot T_{\text{пр}}$ , где  $T_{\text{в}}$  – коэффициент пропускания входного объектива;  $T_{\text{к}}$  – коэффициент пропускания объектива коллиматора;  $T_{\text{п}}$  – коэффициент пропускания объектива переноса;  $k_{\text{р}}$  – коэффициент пропускания призмы. Световые потери в призме возникают из-за отражения от граней, а также из-за поглощения света в материале призмы.

Таблица 2. Характеристики оптико-электронного тракта ГС

| Характеристика (параметр)                                       | Величина параметра       |
|---|--------------------------|
| Фокусное расстояние входного объектива, мм                      | 80                       |
| Диаметр зрачка входного объектива, мм                           | 60                       |
| Фокусное расстояние коллимационного объектива, мм               | 65 (80)                  |
| Фокусное расстояние объектива переноса, мм                      | 20                       |
| Количество элементов разложения                                 | 2048 x 2048              |
| Размер пикселя линейный, мкм                                    | 6,5 x 6,5                |
| Частота кадров (частота измерений), Гц                          | от 1 до 300              |
| Динамический диапазон, дБ                                       | 70                       |
| Чувствительность, $\text{e}^-/((\text{Вт}/\text{м}^2)\text{с})$ | $6 \cdot 10^7 : 2$       |
| Разрядность оцифровки сигнала изображения, бит                  | 10                       |
| Угол поля зрения гиперспектрометра                              | $9^\circ \times 9^\circ$ |

Коэффициент пропускания призмы (рисунок 7 а) определяется по формуле:  $k_{\text{р}} = T_{\text{отр}} \cdot T_{\text{погл}}$ , где  $T_{\text{отр}}$  – коэффициент пропускания, определяемый отражением от граней;  $T_{\text{погл}}$  – коэффициент пропускания, определяемый прозрачностью призмы.

Если коэффициент пропускания каждого объектива равен 0,8, то коэффициент пропускания всех объективов равен:  $T_{\text{об}} = T_{\text{в}} T_{\text{к}} T_{\text{п}} \sim 0,51$ . На рисунке 7 б показан коэффициент пропускания оптической системы. Будем считать коэффициент пропускания оптической системы  $\tau = 0,4$ . Ход луча в плоскости главного сечения призмы приведен на рисунке 8 а. Угол падения для минимального угла отклонения, рисунок 8 а, равен:  $\alpha_1 = \arcsin(n \times \sin(A/2)) = 63^\circ$ , где  $n = 1,671$ . Диапазон изменения угла падения для ГС с одной щелью в зависимости от длины волны приведен на рисунке 8 б. Угловой размер изображения на матрице для минимального угла отклонения равен:  $\Delta\varphi = \frac{2 \cdot \sin(A/2)}{\sqrt{1 - n_{\text{ср}}^2 \sin^2(A/2)}}$ , где  $n_{\text{ср}} = (n_{\text{н}} + n_{\text{к}})/2$ ,  $n_{\text{н}}$  и  $n_{\text{к}}$  соответствует

показателям преломления для начала и конца спектрального диапазона  $\Delta\varphi=0,198$  рад или  $\Delta\varphi=11^\circ$ . Размер изображения на матрице Ни количество строк изображения  $N$  равны:  $H=f_n\Delta\varphi$ , где  $f_n$  – фокусное расстояние проекционного объектива,  $N=H/p=436$ , где  $p$  – размер пиксела. Для  $f_n=65$  мм  $H=13$  мм  $N=1980$ . Для  $f_n=20$  мм  $H=4$  мм  $N=610$ .

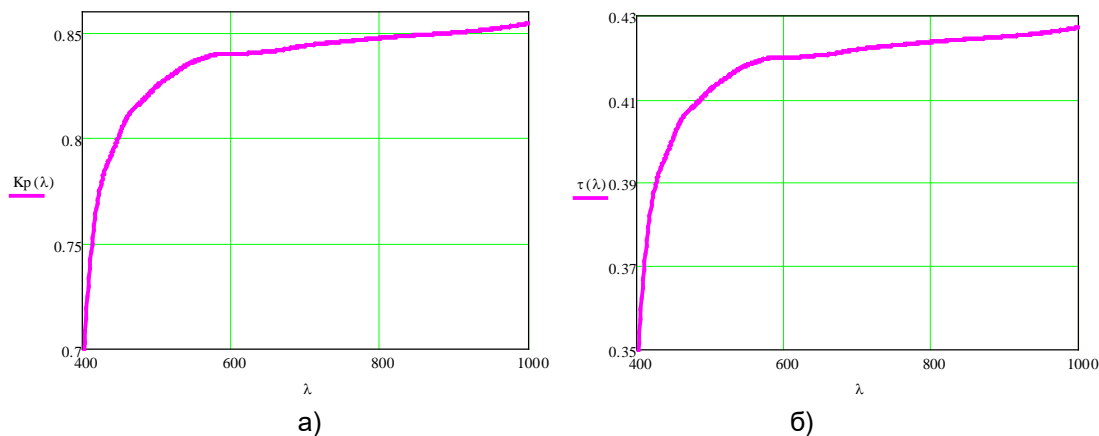


Рисунок 7. Коэффициент пропускания, а – призмы, б – оптической системы

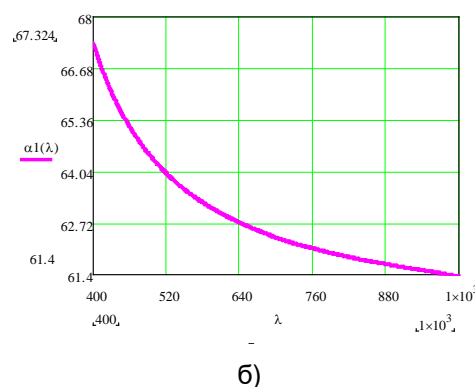
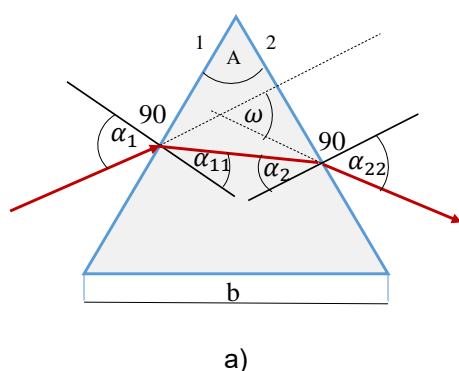


Рисунок 8. Ход луча в плоскости главного сечения призмы (а), диапазон изменения угла падения (б)

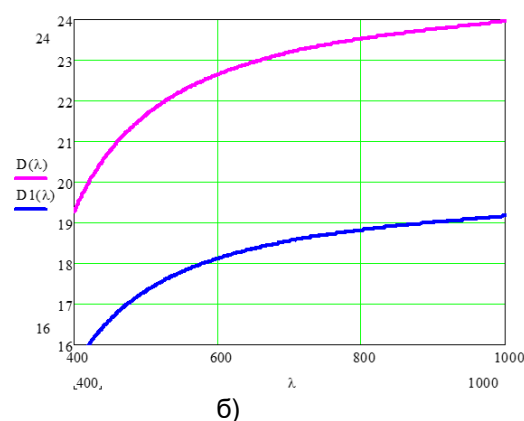
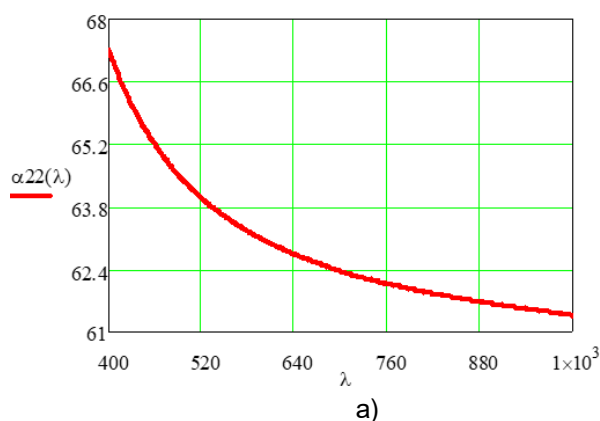


Рисунок 9. Зависимость угла  $\alpha_{22}$  на выходе призмы от длины (а), зависимость диаметра пучка от длины волны (б),  $D(\lambda)$  для  $b = 50$  мм,  $D_1(\lambda)$  для  $b = 40$  мм

На рисунке 9 показана зависимость угла  $\alpha_{22}$  на выходе призмы от длины волны. Данный рисунок демонстрирует один из главных недостатков призмных ГС – нелинейную зависимость угла, а следовательно, спектра от длины волны.

В длинноволновом диапазоне видимого света из-за этого теряется разрешающая способность ГС, но для исследования живых систем это не является существенным недостатком. Диаметр светового пучка:  $D(\lambda) = b \cdot \frac{\cos(\alpha_{22})}{2 \sin(\frac{A}{2})}$ , где  $b$  размер стороны призмы.

Функция соответствия проекционной координаты  $x$  длине волны  $\lambda$ :  $x(\lambda) = (\alpha_{22}(\lambda) - \varphi_0) f_n$ . Если нуль на оси  $X$  соответствует середине спектрального диапазона, то  $\varphi_0 = \alpha_{22}((\lambda_{\min} + \lambda_{\max})/2)$ , если нуль на оси  $X$  соответствует концу спектрального диапазона, то  $\varphi_0 = \alpha_{22}(\lambda_{\max})$ . На рисунке 10 а приведена функция соответствия проекционной координаты  $x$  длине волны  $\lambda$  для нуля в середине диапазона длин волн для одной щели  $f_n = 65$  мм. На рисунке 10 б приведена функция соответствия проекционной координаты  $x$  длине волны  $\lambda$  для нуля в середине диапазона длин волн для трех щелей  $f_n = 20$  мм. Для перемещения центра проекционной координаты необходимо рассчитать угловое положение щели  $\varphi_y$  на сенсоре.

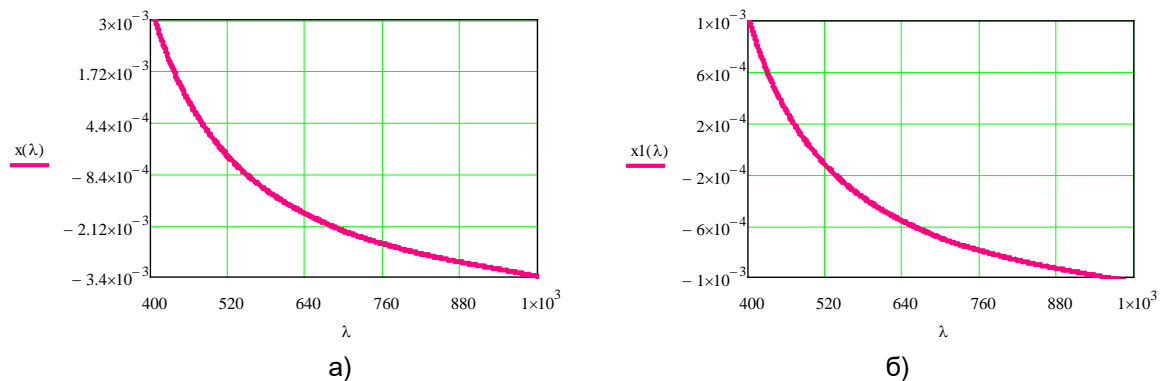


Рисунок 10. Соответствия проекционной координаты  $x$  длине волны: а при  $f_n = 65$  мм, б при  $f_n = 20$  мм

Приведенные рисунки показывают, что при увеличении количества щелей необходимо изменять коэффициент передачи оптического тракта. Спектральное разрешение определяется по формуле:  $\Delta\lambda = \frac{a}{2f_k} \sqrt{\sin(A/2)^{-2} - n^2} \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)^{-1}$ , где  $a$  – высота щели;  $f_k$  – фокусное расстояние коллиматорного объектива.

Ширина спектральных каналов:  $\Delta\lambda_k = \frac{p}{2f_p} \sqrt{\sin(A/2)^{-2} - n^2} \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)^{-1}$ , где  $p$  – размер пикселя;  $f_p$  – фокусное расстояние объектива переноса.

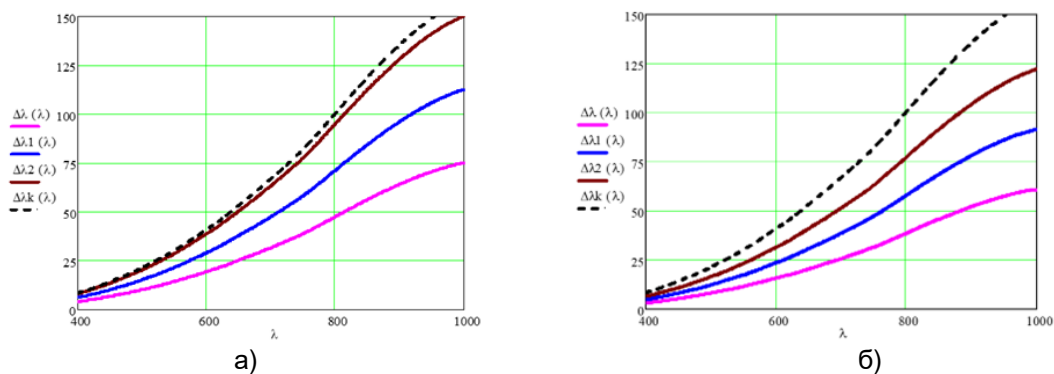


Рисунок 11. Спектральное разрешение  $\Delta\lambda$  и ширина спектральных каналов  $\Delta\lambda_k$ : а – при  $f_k = 65$  мм  $\Delta\lambda$  при ширине щели 10 мкм,  $\Delta\lambda$  при ширине щели 15 мкм,  $\Delta\lambda_2$  при ширине щели 20 мкм; б – при  $f_k = 80$  мм  $\Delta\lambda$  при ширине щели 10 мкм,  $\Delta\lambda$  при ширине щели 15 мкм,  $\Delta\lambda_2$  при ширине щели 20 мкм

На рисунке 11 а показано изменение спектрального разрешения в зависимости от ширины щели при  $f_k = 65$  мм, а на рисунке 12 б при  $f_k = 80$  мм, фокусное расстояние объектива переноса  $f_p = 20$  мм.

При изменении длины волны от 400 нм до 1000 нм спектральное разрешение ухудшается примерно в 16 раз. Если отношение  $\Delta\lambda/\Delta\lambda_k < 1$ , то спектры ГС не перекрываются. Из-за не идеальности оптической системы возможны в ГС два вида дисторсий. Дисторсия «keystone», трапецеидальное искажения, которые свойственны для линз и объективов и дисторсии «smile», улыбка, прогиб спектральных линий, рисунок 12 а. Дисторсии «smile», возникают из-за того, что входная щель имеет конечные значения ширины и высоты, поэтому лучи падающие на призму из точек щели выше и ниже оси коллиматора пересекут призму под углом к главному сечению. Чем дальше точка от центра щели, тем сильнее лучи отклоняются к основанию призмы. Спектральная линия искривляется по дуге окружности с выпуклостью, обращенной в длинноволновую область.

Смещение  $\Delta x$  относительно координаты  $x$  в главном сечении для минимума отклонения равно:

$$\Delta x = \left(\frac{y}{f_k}\right)^2 \frac{f_n(n^2-1)}{n \cdot \sqrt{\sin^2\left(\frac{A}{2}\right) - n^2}}$$

На рисунке 12 б показано смещение спектральной линии  $\Delta x$  для щели длиной  $y = 12$  мм.

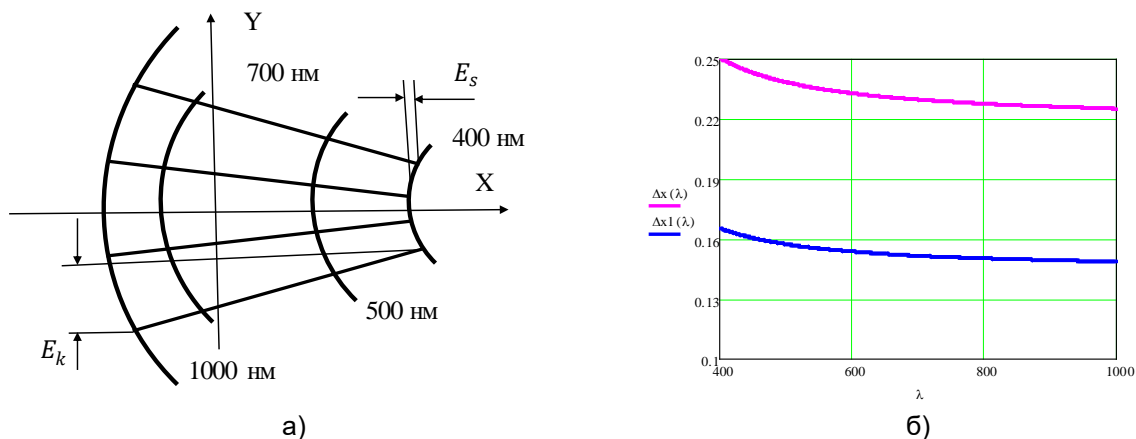


Рисунок 12. Изображение на сенсоре, образованное спектральными и пространственными изолиниями (а); зависимость смещения спектральной линии от длины волны (б):  $\Delta x$  при  $f_k = 65$  мм,  $\Delta x_1$  при  $f_k = 80$  мм

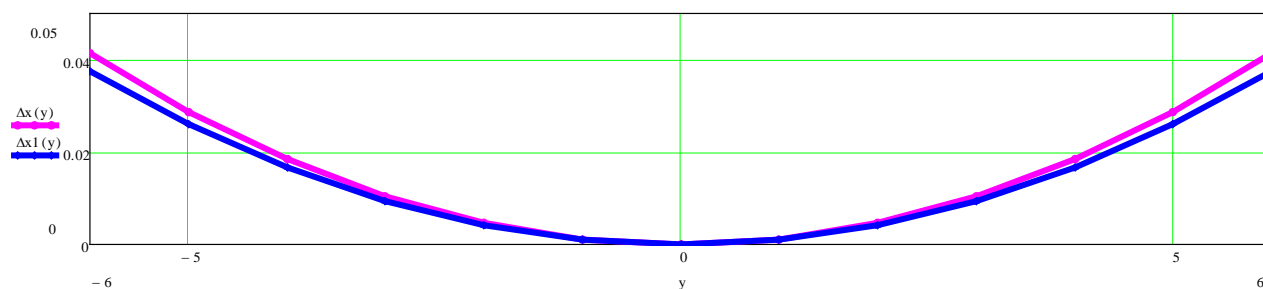


Рисунок 13. Спектральные линии:  $\Delta x$  для длины волны  $\lambda = 0,4$  мкм;  $\Delta x_1$  для длины волны  $\lambda = 0,9$  мкм

На рисунке 13 показаны спектральные линии для длин волн  $\lambda = 0,4$  мкм и  $\lambda = 0,9$  мкм, при  $f_k = 80$  мм. Радиус кривизны спектральной линии равен:  $R = \frac{\left(\frac{y}{2}\right)^2 - \Delta x^2}{2\Delta x}$ .

Искривление спектральных линий ГС, это второй недостаток спектрометра, что приводит к «рассыпанию» яркости пиксела по соседним пикселям. Зная радиус кривизны спектральной линии, можно собрать «осколки» пиксела и выпрямить спектральную линию.

Чувствительность ГС уменьшается из-за деления светового потока на 2 на выходе входного объектива  $k = 2$ ; потерь в оптической системе  $\tau \sim 0,4$ ; виньетирования изображения по краям изображения  $v \sim 4$ ; различной квантовой эффективности сенсора по спектру  $\gamma$  до 7. Можно считать, сигнал на выходе сенсора при равных условиях при установке его в ГС уменьшается примерно в  $K \sim 100$  раз. Две последние потери чувствительности ГС можно компенсировать при обработке видеосигнала при не превышении заданного отношения сигнал/шум. В таблице 3 приведены значения освещенности от Солнца.

Таблица 3. Значения освещенности

| Условия               | Освещенность, лк |
|-----------------------|------------------|
| Яркое солнце          | 50 000–100 000   |
| Солнечный день в тени | 5000–7000        |
| Пасмурный день        | 500–1000         |
| Заход солнца          | 100–130          |

Количество электронов, накопленное в потенциальной яме сенсор, а равно:  $NSF = XS(\lambda) \times CE(\lambda) \times \frac{\lambda}{h \times c} \times T \times A \times P \times (1/K)$ , где  $XS(\lambda)$  – спектральное излучение Солнца, рисунок 8а;  $CE(\lambda)$  – квантовая чувствительность сенсора, рисунок 8б;  $\lambda$  – длина волны от 400нм до 1000нм;  $h$  – постоянная Планка;  $c$  – скорость света;  $T=33$ мс – время экспозиции;  $A=p^2$  – площадь пиксела;  $P=10^{-3}$  Вт – энергетическая облученность (1Вт=1/683лк);  $K$  – коэффициент ослабления. На рисунке 14 показано количество накопленных в потенциальной яме электронов при определенных выше условиях.

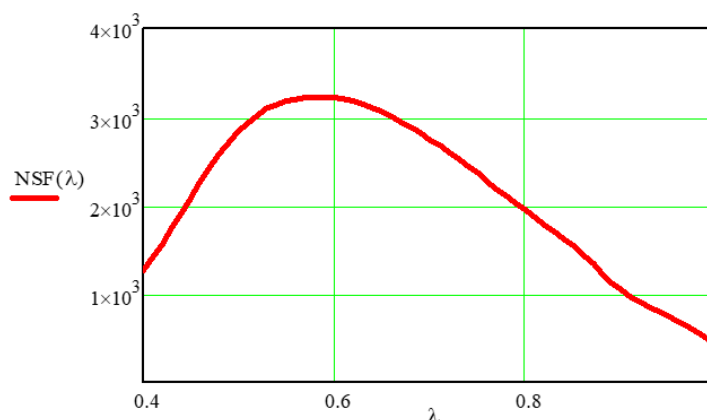


Рисунок 14. Количество накопленных электронов при освещенности 1 лк

Учитывая, что шум считывания сенсора составляет не более 4ε, ГС на сенсоре GSENSE2020 имеет большой запас по чувствительности, что обеспечит возможность работы ГС в сумерках. Имеется дополнительная возможность повышения чувствительности в обмен на разрешающую способность путем бинирования.

### **Заключение**

Применение современных мегапиксельных высокочувствительных матричных фотоприемников обеспечивает возможность технической реализации многоракурсной (многощелевой) гиперспектральной системы.

Полученная за один кадр спектральная многоракурсная картина позволяет оперативно оценить состояние поверхности в «точке» (по линии щели), а принцип сканирования по пространственной координате обеспечивает возможность формирования непрерывного потока спектральных измерений.

Управление кадровой частотой ГСС позволяет регулировать объемом поступающей видеоинформации с целью устранения избыточности и повышения быстродействия системы в целом.

### **Список литературы**

1. Gitelson A. Remote sensing estimation of crop biophysical characteristics at various scales // *Hyperspectral Remote Sensing of Vegetation* / P. S. Thenkabail, J. G. Lyon, A. Huete and eds. Boca Raton, FL, USA, 2011. P. 329-358. DOI: 10.1201/b11222-21
2. Hunt E. R., Daughtry, C. S. T. What good are unmanned aircraft systems for agricultural remote sensing and precision agriculture? // *International Journal of Remote Sensing*. 2017. 39(4). 1-32. DOI: 10.1080/01431161.2017.1410300
3. Aasen H., Honkavaara E., Lucieer A., Zarco-Tejada P. J. Quantitative remote sensing at ultra-high resolution with UAV spectroscopy: A review of sensor technology, measurement procedures, and data correction workflows // *Remote Sensing*. 2018. 10(7). 1091. DOI: 10.3390/rs10071091
4. Kanning M., Kühling I., Trautz D., Thomas Jarmer T. High-Resolution UAV-Based Hyperspectral Imagery for LAI and Chlorophyll Estimations from Wheat for Yield Prediction // *Remote Sensing*. 2018. 10(2). 2000. DOI: 10.3390/rs10122000
5. Грушко Г. В., Линченко С. Н., Хан В. В. Характеристики и условия распространения фузариоза колоса на посевах озимой пшеницы южных регионов России // *Современные проблемы науки и образования*. 2005. 2. 70-73. URL: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=6214> (Дата обращения: 27.10.2023).
6. Yang B., Wang M., Sha Z., Wang B., Chen J., Yao X., Cheng T., Cao W., Zhu Y. Evaluation of Aboveground Nitrogen Content of Winter Wheat Using Digital Imagery Unmanned Aerial Vehicles // *Sensors*. 2019. 16(20). 4416. DOI: 10.3390/s19204416
7. Yue J., Yang G., Tian Q., Feng H., Xu K., Zhou C. Estimate of winter-wheat above-ground biomass based on UAV ultrahigh-ground-resolution image textures and vegetation indices // *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2019. 150. 226-244. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2019.02.022

8. Гареев В. М., Гареев М. В., Лебединский Н. И., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А. Гиперспектральная система видимого диапазона на базе интерферометра Фабри-Перо // Вестник НовГУ. 2022. 3(128). 78-83. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).78-83

9. Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А. Особенности формирования изображений в гиперспектральной системе на базе интерферометра Фабри-Перо // Вопросы радиоэлектроники Серия. Техника телевидения. 2023. 1. 128-132.

10. Калинина А. П., Орлов А. Г., Родионов И. Д. Авиационный гиперспектрометр // Вестник Московского государственного технического университета им. Баумана. Серия: Приборостроение. 2006. 3(64). 11-24.

11. Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А. Методы повышения четкости цифровых телевизионных спектральных изображений // Вопросы радиоэлектроники. Серия. Техника телевидения. 2023. Вып. 2. 19-24.

12. GSESE Series // Gpixel: официальный сайт. URL: [https://www.gpixel.com/en/pro\\_details\\_1193.html](https://www.gpixel.com/en/pro_details_1193.html) (Дата обращения: 31.10.2023).

13. Гоголева Е. М., Фарафонтова Е. П. Прикладная оптика. Екатеринбург: Изд-во Урал. Ун-та, 2016. 184 с.

14. Виноградов А. Н., Егоров В. В., Калинин А. П., Мельникова Е. М., Родионов А. И., Родионов И. Д., Сысоева Е. Я. Многокурсовый гиперспектрометр для аэрокосмического дистанционного зондирования Земли // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2013. 10(2). 316-326.

15. Ильин Р. С., Федотов Г. И., Федин Л. А. Лабораторные оптические приборы. Москва: Машиностроение, 1966. 496 с.

## References

1. Gitelson A. Remote sensing estimation of crop biophysical characteristics at various scales // Hyperspectral Remote Sensing of Vegetation / P. S. Thenkabail, J. G. Lyon, A. Huete and eds. Boca Raton, FL, USA, 2011. P. 329-358. DOI: 10.1201/b11222-21

2. Hunt E. R., Daughtry, C. S. T. What good are unmanned aircraft systems for agricultural remote sensing and precision agriculture? // International Journal of Remote Sensing. 2017. 39(4). 1-32. DOI: 10.1080/01431161.2017.1410300

3. Aasen H., Honkavaara E., Lucieer A., Zarco-Tejada P. J. Quantitative remote sensing at ultra-high resolution with UAV spectroscopy: A review of sensor technology, measurement procedures, and data correction workflows // Remote Sensing. 2018. 10(7). 1091. DOI: 10.3390/rs10071091

4. Kanning M., Kühling I., Trautz D., Thomas Jarmer T. High-Resolution UAV-Based Hyperspectral Imagery for LAI and Chlorophyll Estimations from Wheat for Yield Prediction // Remote Sensing. 2018. 10(2). 2000. DOI: 10.3390/rs10122000

5. Grushko G. V., Linchenko S. N., Khan V. V. Kharakteristiki i usloviia rasprostraneniia fuzarioza kolosa na posevakh ozimoi pshenitsy iuzhnykh regionov Rossii [Characteristics and conditions of distribution of the head blight of winter wheat in the southern regions of Russia] // Sovremennye problemy nauki i obrazovaniia. 2005. 2. 70-73. Available at: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=6214> (Accessed: 27.10.2023).

6. Yang B., Wang M., Sha Z., Wang B., Chen J., Yao X., Cheng T., Cao W., Zhu Y. Evaluation of Aboveground Nitrogen Content of Winter Wheat Using Digital Imagery Unmanned Aerial Vehicles // Sensors. 2019. 16(20). 4416. DOI: 10.3390/s19204416

7. Yue J., Yang G., Tian Q., Feng H., Xu K., Zhou C. Estimate of winter-wheat above-ground biomass based on UAV ultrahigh-ground-resolution image textures and vegetation indices // ISPRSJ. Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. 2019. 150. 226-244. DOI: 10.1016/j.isprsjprs.2019.02.022
8. Gareev V. M., Gareev M. V., Lebedinskii N. I., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A. Giperspektral'naia sistema vidimogo diapazona na baze interferometra Fabri – Pero [Hyperspectral visible range system based on the Fabry-Pérot interferometer] // Vestnik NovSU. 2022. 3(128). 78-83. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).78-83
9. Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A. Osobennosti formirovaniia izobrazhenii v giperspektral'noi sisteme na baze interferometra Fabri-Pero [Features of image formation in a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer] // Voprosy radioelektroniki. Seriya: Tekhnika televideniia. 2023. 1. 128-132.
10. Kalinin A. P., Orlov A. G., Rodionov I. D. Aviatsionnyi giperspektrometr [Aviation hyper-spectrometer] // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering. 2006. 3(64). 11-24.
11. Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A. Metody povysheniia chetkosti tsifrovyykh televizionnykh spektral'nykh izobrazhenii [Methods of increasing the clarity of digital television spectral images] // Voprosy radioelektroniki. Seriya: Tekhnika televideniia. 2023. 2. 19-24.
12. GSESE Series // Gpixel: official website. Available at: [https://www.gpixel.com/en/pro\\_details\\_1193.html](https://www.gpixel.com/en/pro_details_1193.html) (Accessed: 31.10.2023).
13. Gogoleva E. M., Farafontova E. P. Prikladnaia optika [Applied optics]. Ekaterinburg, Izd-vo Ural. Un-ta, 2016. 184 p.
14. Vinogradov A. N., Egorov V. V., Kalinin A. P., Mel'nikova E. M., Rodionov A. I., Rodionov I. D., Sysoeva E. Ia. Mnogorakursnyi giperspektrometr dlia aerokosmicheskogo distantsionnogo zondirovaniia Zemli [Multi-angle push-broom hyperspectrometer for Earth remote sensing] // Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa. 2013. 10. 2. 316-326.
15. Il'in R. S., Fedotov G. I., Fedin L. A. Laboratornye opticheskie pribory [Laboratory optical instruments]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1966. 496 p.

#### Информация об авторах

*Гареев Владимир Михайлович* – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0003-1585-6792, Vladimir.Gareev@novsu.ru

*Гареев Михаил Владимирович* – ведущий инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID 0009-0007-1392-2169, Mikhail.Gareev@novsu.ru

*Корнышев Николай Петрович* – доктор технических наук, доцент, профессор, инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0005-3177-2040, Nikolai.Kornishev@novsu.ru

*Серебряков Дмитрий Александрович* – инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5994-5090, s231099@std.novsu.ru

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

*Гаверушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru



## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.397.3:543.42:004.94

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).671-679

ГРНТИ 47.51.39+50.51.19

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА ПОВЫШЕНИЯ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Быстров Н. Е.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В статье рассматриваются вопросы компьютерного моделирования алгоритмов обработки спектральных изображений, а именно: процедура повышения их четкости. Для этой цели используется спектральное изображение, получаемое от гиперспектрометра, а также дополнительная информация с цветной видеокамеры высокого разрешения. Гиперспектрометр и цветная видеокамера образуют гиперспектральную систему, в которой возможна реализация различных процедур обработки. В статье рассмотрен сравнительно несложный алгоритм обработки, использующий теорию ретинекса Э. Лэнда. Приводится структурная схема этапов обработки изображения, а также результаты компьютерного моделирования с использованием реальных спектральных изображений. Анализируются сравнительные количественные характеристики эталонных и обработанных изображений. Показано путем моделирования, что при незначительных пространственных искажениях количество особых точек (градиентов) изображения, а, следовательно, и четкость исходного спектрального изображения возрастает в несколько раз.

**Ключевые слова:** гиперспектральная система, обработка изображений, ретинекс алгоритм

**Для цитирования:** Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Быстров Н. Е. Моделирование алгоритма повышения разрешающей способности гиперспектральной системы // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 671-679. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).671-679

*Research Article*

### SIMULATION OF AN ALGORITHM FOR INCREASING THE RESOLUTION OF A HYPERSPECTRAL SYSTEM

Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Bystrov N. E.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The article deals with the issues of computer simulation of algorithms for processing spectral images, namely: the procedure for increasing their clarity. For this purpose, a spectral image obtained from a hyperspectrometer is used, as well as additional information from a high-resolution color video camera. The hyperspectrometer and the color video camera form a hyperspectral system in which various processing procedures can be implemented. The article considers a relatively simple processing algorithm with use of E. Land's retinex theory. A block diagram of the image processing stages is presented, as well as the results of computer modeling using real spectral images. Comparative quantitative characteristics of reference and processed images are analyzed. It is shown by modeling that with insignificant spatial distortions, the number of singular points (gradients) of the image, and, consequently, the clarity of the original spectral image increase by several times.

**Keywords:** hyperspectral system, image processing, retinex algorithm

**For citation:** Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Bystrov N. E. Simulation of an algorithm for increasing the resolution of a hyperspectral system // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 671-679. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).671-679

## Введение

Гиперспектромеры (ГС) распределяют входной поток фотонов по спектральным каналам. Каждый пиксель в спектральном канале несет также информацию о распределении коэффициента отражения объекта. Объект имеет свою собственную характеристику отражения или излучения со спектральной информацией. ГС обладают высокой различительной способностью для спектральных и пространственных изображений. Существует компромисс между пространственным разрешением и высоким спектральным разрешением.

Из-за узкой полосы пропускания ГС фотоны, характеризующие пространственные характеристики объекта, попадают в соседние спектральные области. Для получения требуемого отношения сигнал/шум необходимо увеличить чувствительность сенсора или увеличить его размер [1]. По многим причинам выполнить эти требования не всегда удастся, поэтому гиперспектральное изображение всегда имеет относительно низкое пространственное разрешение.

Для повышения пространственного разрешения ГС применяют методы обработки, основанные на слиянии дополнительных, с более высоким пространственным разрешением, изображений, панхроматических или мультиспектральных, с изображениями ГС [2-7].

Остановимся на методе слияния изображений, который основан на теории ретинекса и достаточно прост в реализации [5]. Теория ретинекса – теория цветовой константности зрения, сформулирована Эдвином Г. Лэндом в 1971 году. Согласно теории Э. Лэнда, изображение, которое попадает в глаз человека или в видеокамеру  $S(x,y)$  можно разложить на два разных изображения: отраженное изображение  $R(x,y)$  и падающее изображение  $L(x,y)$ .

На рисунке 1 показана процедура образования изображения согласно теории Э. Лэнда.

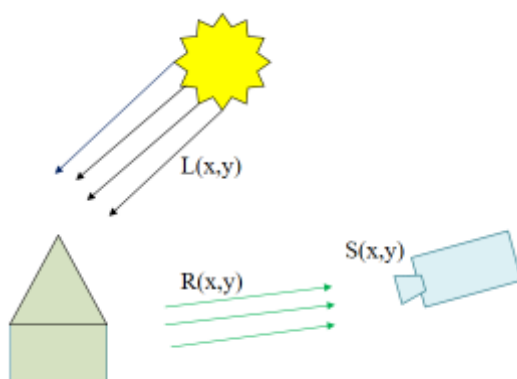


Рисунок 1. Процедура образования изображения по теории ретинекса

Математически процедура образования изображения выглядит следующим образом:

$$S(x,y) = L(x,y) \cdot R(x,y)$$

Первоначальный (истинный) вид объекта можно, после логарифмирования, получить в виде:

$$\text{Log}[R(x,y)] = \text{Log}[S(x,y)] - \text{Log}[L(x,y)]$$

$L(x,y)$  можно получить путем аппроксимации  $S(x,y)$  гауссовым ядром  $G(x,y)$ . Тогда  $R(x,y)$  можно выразить следующей формулой:

$$\text{Log}[R(x,y)] = \text{Log}[S(x,y)] - \text{Log}[S(x,y) * G(x,y)]$$

В приведенной формуле  $*$  обозначает свертку, а  $G(x,y)$  обозначает ядро Гаусса.

Целью статьи является ознакомление с результатами компьютерного моделирования алгоритма слияния изображений, формируемых гиперспектральной системой.

### Гиперспектральная система

Гиперспектральная система (ГСС), содержит телевизионную цветную камеру (КТЦ) высокого разрешения, которая является источником дополнительной информации в видимом диапазоне спектра, гиперспектрометр (ГС) – источник спектральной информации в узких спектральных диапазонах с пониженной пространственной разрешающей способностью и блок электронной обработки (БЭО), рисунок 2.

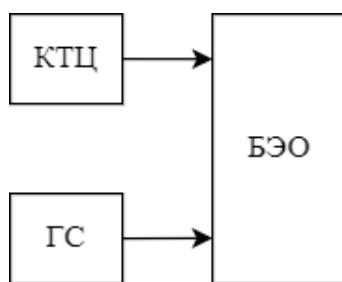


Рисунок 2. Структурная схема ГСС

На рисунке 3 приведена структурная схема моделирования процесса обработки информации ГСС. Будем считать, что ГС формирует сигнал  $S1$  – спектральный сигнал, содержащий отраженное и падающее изображения. Яркостная составляющая КТЦ  $Y$  – падающее изображение  $L$ . Пусть форматы изображений ГС и КТЦ отличаются на  $m$ , где  $m = 2, 4, \dots$

Если сжать формат изображения КТЦ до формата ГС, а потом поделить, то можно определить отраженное изображение  $R1$ , истинный вид объекта в данной

спектральной полосе. Увеличив формат изображения в  $m$  раз и умножив на его падающее изображение  $L$ , получим изображение  $S$  в спектральной полосе.

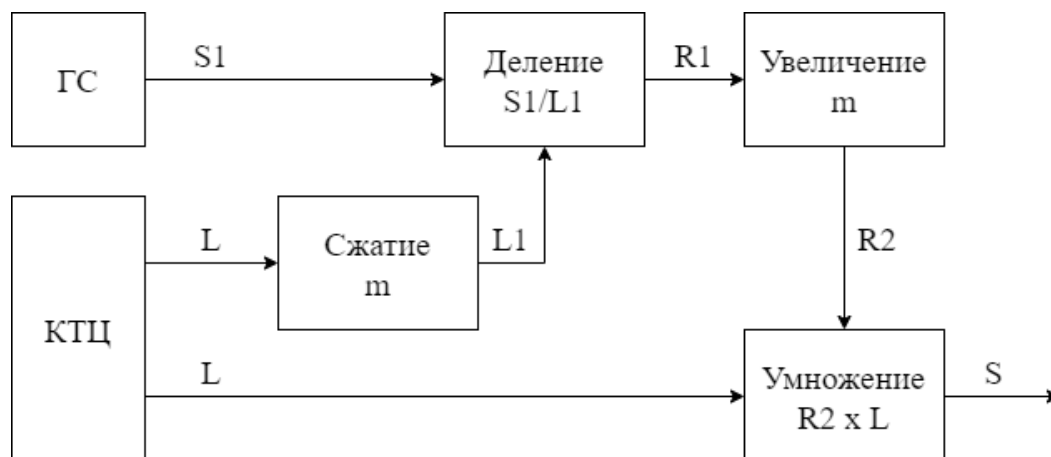


Рисунок 3. Процедура обработки ГСС

### Результаты моделирования

На рисунке 4 показаны результаты обработки на ГСС изображения «Солдаты в камуфляже» [9]. Показаны результаты обработки для ГСС, в котором формат ГС меньше формата КТЦ в четыре и два раза. При  $m = 2$  спектрограмма имеет практически такое же разрешение, что и КТЦ.

На рисунке 5 показаны результаты обработки на ГСС изображения «Ткань мозга, онкология» [10].

На рисунке 6 показаны результаты обработки на ГСС изображения «Желтая ржавчина пшеницы» [11].

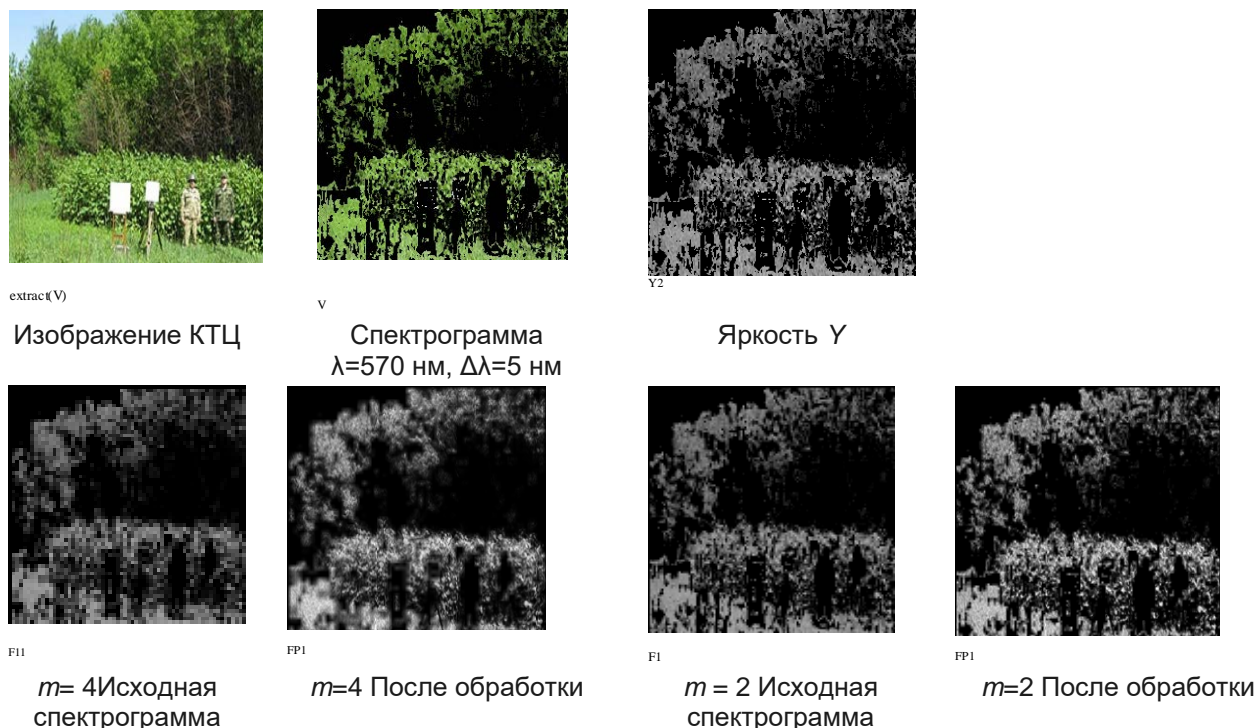


Рисунок 4. Изображение «Солдаты в камуфляже»

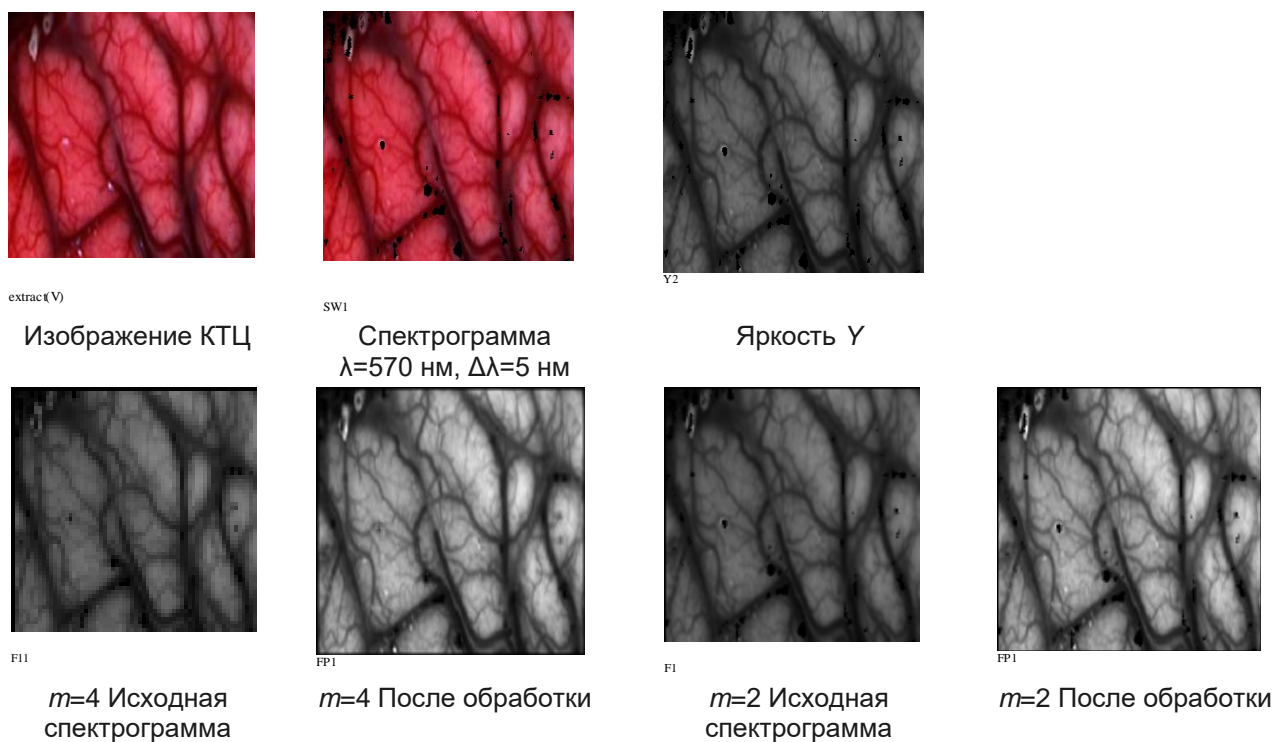


Рисунок 5. Изображение «Ткань мозга, онкология»

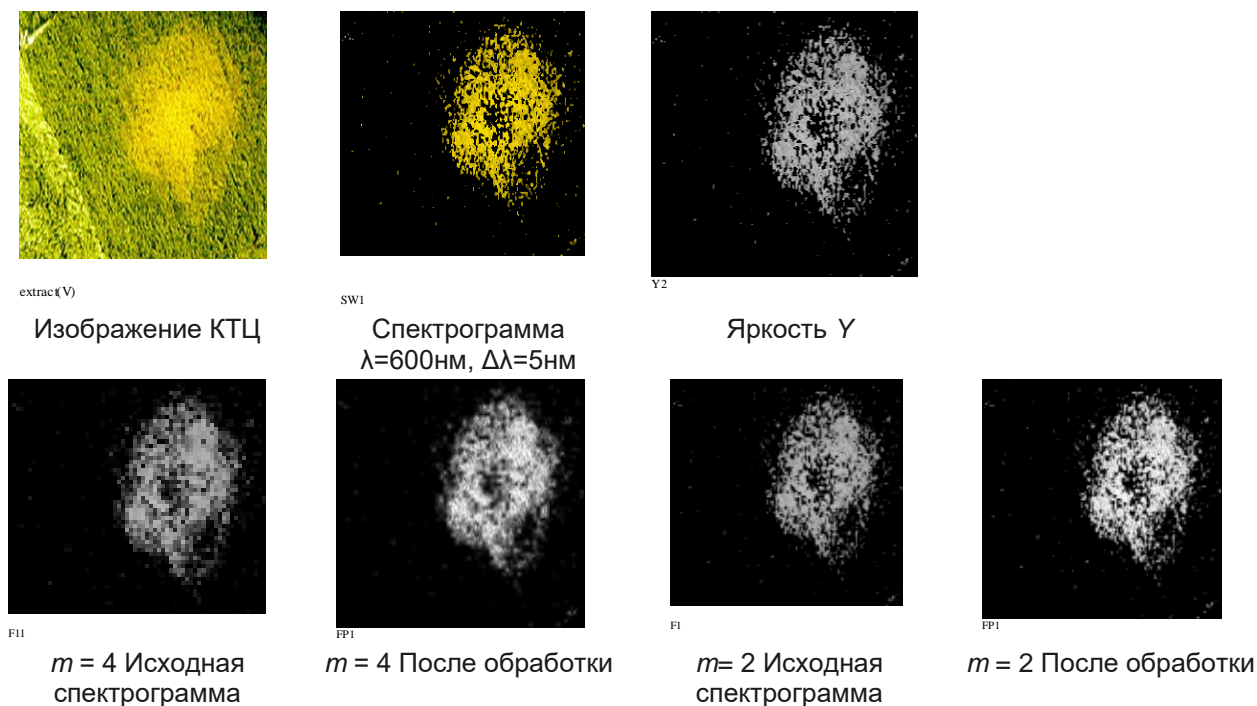


Рисунок 6. Изображение «Желтая ржавчина пшеницы»

Для объективной оценки качества обработки оценим кросс-корреляцию  $CC$  (взаимную корреляцию) спектральных изображений  $S1$  и  $S$ . Лучший случай, когда  $CC = 1$ .

$$CC(S, S1) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N CCS(S_{i,j}, S1_{i,j}),$$

где  $CCS(S, S1) = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_{i,j} - \mu_S) \cdot (S1_{i,j} - \mu_{S1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_{i,j} - \mu_S)^2 \cdot (S1_{i,j} - \mu_{S1})^2}}$ ,  $\mu_S, \mu_{S1}$  – математическое ожидание.

Карта спектральных углов (*spectral angle mapper* (SAM)) показывает расхождение спектральных углов спектральных изображений  $S_1$  и  $S$ . Лучший случай, когда  $SAM = 0$ .

$$SAM = \cos^{-1} \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S_{i,j} \cdot S_{1,i,j}}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S_{i,j}^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N S_{1,i,j}^2}}$$

СКО (*root mean squared error* (RMSE)) оценивает разницу между  $S$  и  $S_1$ .

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (S_{i,j} - S_{1,i,j})^2}{M \cdot N}}$$

В таблице 1 приведены расчеты по приведенным выше формулам.

Таблица 1. Результаты расчетов

|      | Изображение (рисунок 4) |      | Изображение (рисунок 5) |      | Изображение (рисунок 6) |      |
|------|-------------------------|------|-------------------------|------|-------------------------|------|
|      | m=2                     | m=4  | m=2                     | m=4  | m=2                     | m=4  |
| CC   | 0,86                    | 0,74 | 0,98                    | 0,94 | 0,93                    | 0,85 |
| SAM  | 0,43                    | 0,59 | 0,08                    | 0,14 | 0,34                    | 0,5  |
| RMSE | 0,12                    | 0,16 | 0,18                    | 0,19 | 0,10                    | 0,13 |

Для оценки улучшения разрешающей способности можно использовать функцию передачи модуляции (*Modulation Transfer Function* (MTF)).

Рассмотрим возможность применения для этой цели функцию выделения особых точек на изображении при использовании Гессиана:

$$H(f(x, y)) = \begin{bmatrix} \frac{d^2 f}{dx^2} & \frac{d^2 f}{dx dy} \\ \frac{d^2 f}{dx dy} & \frac{d^2 f}{dy^2} \end{bmatrix}$$

$$\det(H) = \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{d^2 f}{dy^2} - \left( \frac{d^2 f}{dx dy} \right)^2$$

Детерминант матрицы Гессе достигает экстремума в точках максимального изменения градиента яркости. Вычисление Гессиана проводилось при помощи матрицы 9x9. Подсчитывались положительные экстремумы для спектрограмм  $S_1$  и  $S$ . Результаты вычислений приведены в таблице 2, где  $n$  – количество особых точек спектрограммы  $S_1$ ,  $m$  – количество особых точек спектрограммы  $S$ .

Таблица 2. Результаты расчета количества особых точек

|         | Изображение (рисунок 4) |                  | Изображение (рисунок 5) |                  | Изображение (рисунок 6) |                  |
|---------|-------------------------|------------------|-------------------------|------------------|-------------------------|------------------|
|         | m=2                     | m=4              | m=2                     | m=4              | m=2                     | m=4              |
| $n$     | $3,5 \cdot 10^3$        | $3,4 \cdot 10^3$ | 213                     | 182              | $1,5 \cdot 10^3$        | $1,4 \cdot 10^3$ |
| $m$     | $1,1 \cdot 10^4$        | $7,4 \cdot 10^3$ | $1,4 \cdot 10^3$        | $1,2 \cdot 10^3$ | $5,7 \cdot 10^3$        | $3,7 \cdot 10^3$ |
| Выигрыш | 3                       | 2                | 6                       | 6                | 4                       | 3                |

Результаты, приведенные в таблице, показывают, что применение обработки, использующей теорию ретинекса Э. Лэнда, дает существенный выигрыш в количестве особых точек, а, следовательно, в разрешающей способности. При этом сохраняется достаточно высокая взаимная корреляция между эталонным и обработанным изображениями.

### Заключение

Обработка изображений на основе теории ретинекса дает заметный выигрыш при формировании комбинированных изображений с различной спектральной и пространственной разрешающей способностью. Оперируя понятиями отражения и освещенности, можно повысить разрешающую способность спектрального изображения при незначительных его искажениях.

Данный метод дает определенный разброс оценки количественных параметров при обработке различных изображений. В частности, для специфического изображения «Ткань мозга, онкология», отличающегося плавными яркостными переходами и значительной протяженностью равномерных участков выигрыш получается больше.

### Список литературы

1. Akgun T., Altunbasak Y., Mersereau R. M. Super-resolution reconstruction of hyperspectral images // IEEE Transactions on Image Processing. 2005. 14(11). 1860-1875. DOI: 10.1109/tip.2005.854479
2. Tian C., Xu Y., Fei L., Yan K. Deep Learning for Image Denoising: A Survey // Genetic and Evolutionary Computing (ICGEC 2018): Advances in Intelligent Systems and Computing. 2019. 834. 563-572. DOI: 10.1007/978-981-13-5841-8\_59
3. Zhong P., Gong Z., Li S., Schönlieb C-B. Learning to Diversify Deep Belief Networks for Hyperspectral Image Classification // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2017. 55(6). 3516-3530. DOI: 10.1109/TGRS.2017.2675902
4. Shen L., Yeo C., Hua B. Intrinsic Image Decomposition Using a Sparse Representation of Reflectance // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2013. 35(12). 2904-2915. DOI: 10.1109/TPAMI.2013.136
5. Kang X., Li S., Fang L., Benediktsson J. A. Pansharpening Based on Intrinsic Image Decomposition // Sensing and Imaging. 2014. 15(1). 94. DOI: 10.1007/s11220-014-0094-8
6. Yue H., Yang J., Sun X., Wu F., Hou C. Contrast Enhancement Based on Intrinsic Image Decomposition // IEEE Transactions on Image Processing. 2017. 26(8). 3981-3994. DOI: 10.1109/TIP.2017.2703078
7. Kahu S. Y., Raut R. B., Bhurchandi K. M. Review and evaluation of color spaces for image/video compression // Color Research and Application. 2018. 44(1). 8-33. DOI: 10.1002/col.22291
8. Ghamisi P., Rasti B., Yokoya N., Wang Q., Hofle B., Bruzzone L., Bovolo F., Chi M., Anders K., Gloaguen R., Atkinson P., Benediktsson J. Multisource and Multitemporal Data Fusion in Remote Sensing: A Comprehensive Review of the State of the Art // IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine. 2019. 7(1). 6-39. DOI: 10.1109/MGRS.2018.2890023
9. Li W., Wu G., Zhang F., Du Q. Hyperspectral Image Classification Using Deep Pixel-Pair Features // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2017.



55(2). 844-853. DOI: 10.1109/TGRS.2016.2616355

10. Бельский А. Б. Применение гиперспектрометров для решения задач по обнаружению, распознаванию объектов в составе вертолетов // Актуальные вопросы исследований в авионике: теория, обслуживание, разработки: сборник докладов VI Международной научно-практической конференции «АВИАТОР», Воронеж, 14–15 февраля 2019 г. Воронеж: ВВС ВВА, 2019. 91-97.

11. Lu G., Fei B. Medical hyperspectral imaging: a review // Journal of Biomedical Optics. 2014. 19(1). 010901. DOI: 10.1117/1.JBO.19.1.010901

## References

1. Akgun T., Altunbasak Y., Mersereau R. M. Super-resolution reconstruction of hyperspectral images // IEEE Transactions on Image Processing. 2005. 14(11). 1860-1875. DOI: 10.1109/tip.2005.854479

2. Tian C., Xu Y., Fei L., Yan K. Deep Learning for Image Denoising: A Survey // Genetic and Evolutionary Computing (ICGEC 2018): Advances in Intelligent Systems and Computing. 2019. 834. 563-572. DOI: 10.1007/978-981-13-5841-8\_59

3. Zhong P., Gong Z., Li S., Schönlieb C-B. Learning to Diversify Deep Belief Networks for Hyperspectral Image Classification // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2017. 55(6). 3516-3530. DOI: 10.1109/TGRS.2017.2675902

4. Shen L., Yeo C., Hua B. Intrinsic Image Decomposition Using a Sparse Representation of Reflectance // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2013. 35(12). 2904-2915. DOI: 10.1109/TPAMI.2013.136

5. Kang X., Li S., Fang L., Benediktsson J. A. Pansharpening Based on Intrinsic Image Decomposition // Sensing and Imaging. 2014. 15(1). 94. DOI: 10.1007/s11220-014-0094-8

6. Yue H., Yang J., Sun X., Wu F., Hou C. Contrast Enhancement Based on Intrinsic Image Decomposition // IEEE Transactions on Image Processing. 2017. 26(8). 3981-3994. DOI: 10.1109/TIP.2017.2703078

7. Kahu S. Y., Raut R. B., Bhurchandi K. M. Review and evaluation of color spaces for image/video compression // Color Research and Application. 2018. 44(1). 8-33. DOI: 10.1002/col.22291

8. Ghamisi P., Rasti B., Yokoya N., Wang Q., Hofle B., Bruzzone L., Bovolo F., Chi M., Anders K., Gloaguen R., Atkinson P., Benediktsson J. Multisource and Multitemporal Data Fusion in Remote Sensing: A Comprehensive Review of the State of the Art // IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine. 2019. 7(1). 6-39. DOI: 10.1109/MGRS.2018.2890023

9. Li W., Wu G., Zhang F., Du Q. Hyperspectral Image Classification Using Deep Pixel-Pair Features // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2017. 55(2). 844-853. DOI: 10.1109/TGRS.2016.2616355

10. Bel'skii A. B. Primenenie giperspektrometrov dlia resheniia zadach po obnaruzheniiu, raspoznavaniiu ob"ektov v sostave vertoletov [Application of hyperspectrometers in detecting and recognising the objects as part of helicopters] // Aktual'nye voprosy issledovaniia v avionike: teoriia, obsluzhivanie, razrabotki: sbornik dokladov VI Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «AVIATOR», Voronezh, 14–15 fevralia 2019 g. [Current issues of research in avionics: theory, maintenance, development. Collection of scientific articles based on the reports of the VI International Scientific and Practical Conference "AVIATOR" (February 14-15, 2019)]. Voronezh, VVS VVA, 2019. 91-97.

11. Lu G., Fei B. Medical hyperspectral imaging: a review // Journal of Biomedical Optics. 2014. 19(1). 010901. DOI: 10.1117/1.JBO.19.1.010901



### Информация об авторах

*Гареев Владимир Михайлович* – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0003-1585-6792, Vladimir.Gareev@novsu.ru

*Гареев Михаил Владимирович* – ведущий инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID 0009-0007-1392-2169, Mikhail.Gareev@novsu.ru

*Корнышев Николай Петрович* – доктор технических наук, доцент, профессор, инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0005-3177-2040, Nikolai.Kornishev@novsu.ru

*Серебряков Дмитрий Александрович* – инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5994-5090, s231099@std.novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.397.3:543.42:004.94

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).680-687

ГРНТИ 47.51.39+50.51.19

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ НА БАЗЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ-ПЕРО

Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Быстров Н. Е.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В статье рассматриваются вопросы компьютерного моделирования процессов формирования спектральных изображений в гиперспектральной системе на основе интерферометра Фабри-Перо, предназначенной для работы в видимом диапазоне спектра. Рассматривается математическая модель гиперспектральной системы и ее основные варьируемые параметры для оценки получаемых характеристик спектральной избирательности. Приводится структурная схема, иллюстрирующая процесс моделирования. Приводятся результаты компьютерного моделирования. Приводятся характеристики спектральной избирательности, полученные при компьютерном моделировании, в зависимости от величины воздушного зазора между зеркальными пластинами интерферометра Фабри-Перо, при фиксированном угле падения лучистого потока. Показана возможность одноканальной и трехканальной регистрации спектральных откликов интерферометра, соответствующих RGB каналам стандартного цветного матричного фотоприемника. Анализируются варианты структурных схем гиперспектральной системы, исходя из имеющихся компромиссов между чувствительностью системы, ее спектральной избирательностью, быстродействием, точностью, разрешающей способностью и сложностью реализации.

**Ключевые слова:** гиперспектральная система, Фабри-Перо интерферометр, компьютерное моделирование

**Для цитирования:** Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Быстров Н. Е. Компьютерное моделирование процесса формирования изображений в гиперспектральной системе на базе интерферометра Фабри-Перо // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 680-687. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).680-687

*Research Article*

### COMPUTER SIMULATION OF THE IMAGING PROCESS IN A HYPERSPECTRAL SYSTEM BASED ON THE FABRY-PEROT INTERFEROMETER

Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Bystrov N. E.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The article deals with the issues of computer simulation of the processes of spectral image formation in a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer, designed to work in the visible spectrum. A mathematical model of a hyperspectral system and its main variable parameters for evaluating the obtained characteristics of spectral selectivity are considered. A block diagram illustrating the simulation process is given. The results of computer simulation are presented. The characteristics of spectral selectivity obtained by computer simulation are given, depending on the air-gap distance between the mirror plates of the Fabry-Perot interferometer at a fixed angle of incidence of the radiant flux. The possibility of single-channel and three-channel registration of spectral responses of the interferometer corresponding to RGB

channels of a standard color matrix photodetector is shown. The variants of the structural schemes of the hyperspectral system are analyzed based on the existing compromises between the sensitivity of the system, its spectral selectivity, speed, accuracy, resolution, and complexity of implementation.

**Keywords:** hyperspectral system, Fabry–Perot interferometer, computer simulation

**For citation:** Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Bystrov N. E. Computer simulation of the imaging process in a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 680-687. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).680-687

## Введение

Гиперспектральные системы (ГСС) на базе интерферометра Фабри-Перо (ФПИ) [1] представляют наибольший интерес по отношению к гиперспектральным системам, реализованным другими способами, например, на призме, дифракционной решетке, на оптическом полосовом фильтре или интерферометрах Саньяка, Маха-Цендера, Майкельсона [2-7]. ГСС на базе ФПИ имеют целый ряд преимуществ: широкий спектральный интервал, высокую светосилу, сравнительную простоту конструкции, малые габариты и массу, высокую надежность. Вместе с тем формирование спектральных изображений в данной ГСС имеет свою специфику.

Целью настоящей статьи является рассмотрение результатов компьютерного моделирования процессов формирования спектральных изображений в ГСС на базе ФПИ.

## Теоретическая часть

Формирование спектральных изображений осуществляется путем регулировки размера воздушного зазора интерферометра при помощи электрически управляемых пьезоактюаторов. С одной стороны, применение пьезоактюаторов позволяет минимизировать массо-габаритные характеристики ГСС, а, с другой стороны, электрическое управление позволяет обеспечить высокую точность регулировки величины воздушного зазора между зеркальными поверхностями интерферометра и, соответственно, высокую спектральную избирательность ГСС в целом.

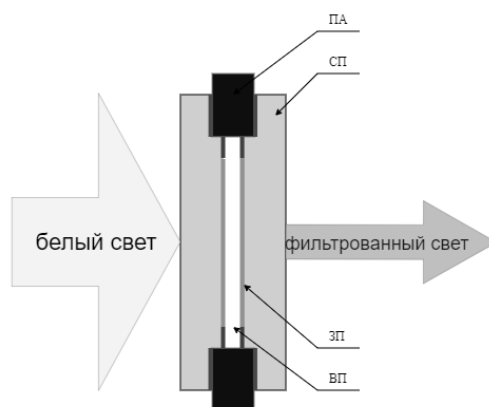


Рисунок 1. Принцип работы ФПИ: СП – стеклянная пластинка; ЗП – зеркальная поверхность; ВЗ – воздушный зазор; ПА – пьезоактюатор

Принцип работы ФПИ для видимого диапазона спектра поясняется рисунком 1. В ФПИ лучистый поток в диапазоне 400–700нм (белый свет), проходит через параллельные стеклянные (СП) пластины, внутренние поверхности которых являются зеркальными. СП разделены воздушным (ВЗ) зазором. СП соединены между собой при помощи пьезоактюаторов (ПА), которые используются для регулировки воздушного зазора путем подачи соответствующего электрического напряжения.

Математической моделью для компьютерного моделирования является выражение для спектральной избирательности ГСС (1), которая определяется углом падения  $\theta$  лучистого потока и величиной воздушного зазора  $d$ :

$$T(\lambda) = \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2 \cdot R \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot d \cdot \cos(\theta)}{\lambda}\right)}, \quad (1)$$

где  $R$  – коэффициент отражения зеркальной поверхности и [1].

Таким образом, входными параметрами модели являются параметры  $R$ ,  $\theta$  и  $d$ , выходным параметром является  $T(\lambda)$ , при этом варьируемыми параметрами являются параметры  $\theta$  и  $d$ .

Моделирование процесса формирования изображений в ГСС на базе ФПИ проиллюстрировано на рисунке 2 в виде структурной схемы.

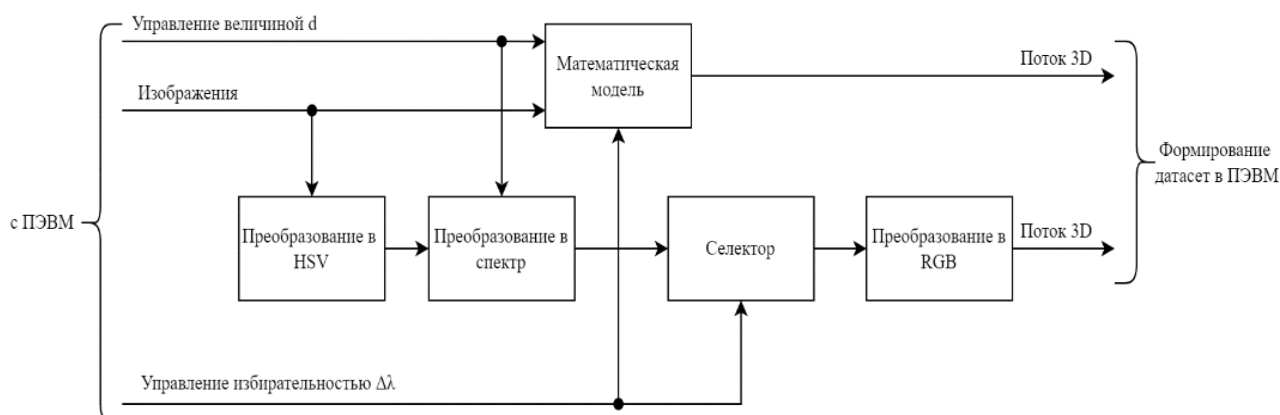


Рисунок 2. Структурная схема процесса моделирования ГСС на базе ФПИ

### Методика эксперимента

При компьютерном моделировании изменялась величина воздушного зазора  $d$ , при фиксированном угле падения, а также параметр избирательности  $\Delta\lambda$ . Процесс моделирования включает в себя выполнение преобразований стандарта  $RGB$  в стандарт  $HSV$  для имитации спектральных изображений, спектральную селекцию и формирование гиперкуба данных (поток 3D).

### Результаты и обсуждение

При компьютерном моделировании было показано, что количество полос пропускания, определяющее характер спектральной избирательности, зависит от

диапазона изменения величины воздушного зазора  $d$ . Так, например, при изменении величины воздушного зазора  $d$  в интервале от 200 нм до 400 нм характер спектральной избирательности ФПИ и, соответственно, ГСС в целом является одноканальным. На рисунке 3 показан результат моделирования спектральной  $T(\lambda)$  избирательности ГСС для величины воздушного зазора  $d = 205$  нм и  $d = 210$  нм при угле падения лучистого потока  $\theta = 5^\circ$ .

Вместе с тем, при изменении величины воздушного зазора  $d$  в интервале от 800 нм до 1200 нм характер спектральной избирательности ФПИ и, соответственно, ГСС в целом оказывается трехканальным. На рисунке 4 показан результат моделирования спектральной  $T(\lambda)$  избирательности ГСС для величины воздушного зазора  $d = 1050$  нм и  $d = 1060$  нм при фиксированном угле падения лучистого потока  $\theta = 5^\circ$ .

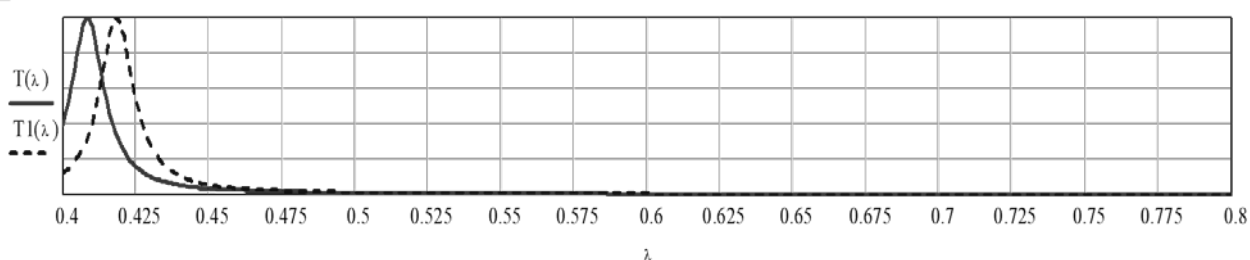


Рисунок 3. Спектральная избирательность ГСС на базе ФПИ при изменении воздушного зазора  $d$  в интервале от 200 нм до 400 нм для  $d = 205$  нм, кривая  $T(\lambda)$  и для  $d = 210$  нм, кривая  $T1(\lambda)$  при фиксированном угле падения лучистого потока  $\theta = 5^\circ$

При этом, как видно из рисунков 3 и 4, характер спектральной избирательности ГСС на базе ФПИ при изменении величины воздушного зазора  $d$  отличается не только числом спектральных каналов, но и шириной их полосы пропускания. Причем, при одноканальном характере спектральная избирательность ГСС более низкая, чем при ее трехканальном характере. Кроме того, при трехканальном характере спектральная избирательность неравномерна по всему спектральному диапазону: она ухудшается по мере увеличения длины волны лучистого потока.

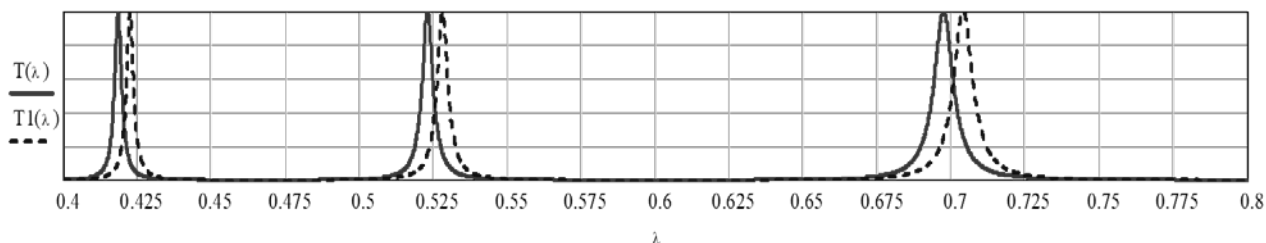


Рисунок 4. Спектральная избирательность ГСС на базе ФПИ при изменении воздушного зазора  $d$  в интервале от 800 нм до 1200 нм для  $d = 1050$  нм, кривая  $T(\lambda)$  и для  $d = 1060$  нм, кривая  $T1(\lambda)$  при фиксированном угле падения лучистого потока  $\theta = 5^\circ$

Результаты моделирования спектральной избирательности по границам видимого диапазона спектра приведены в таблице 1. На основании данных таблицы

можно сделать вывод о том, что в ГСС на базе ФПИ значение спектральной избирательности при одноканальном характере практически в четыре раза хуже, по сравнению с ГСС на базе ФПИ при трехканальном характере спектральной избирательности. Независимо от характера спектральной избирательности происходит ее ухудшение с ростом длины волны и достигает примерно двукратного значения от начала спектрального диапазона к его концу.

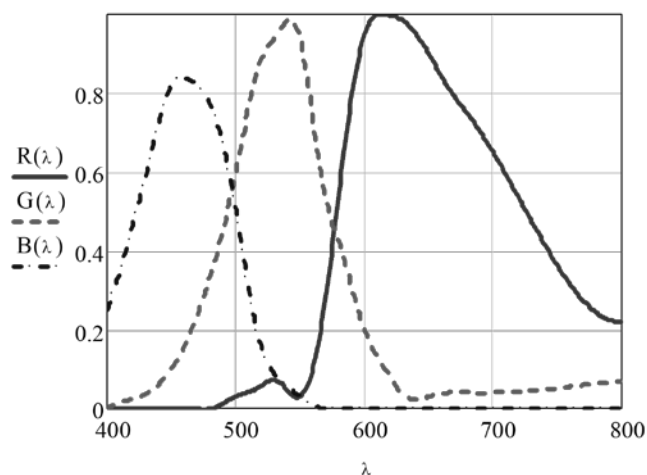


Рисунок 5. Спектральные характеристики  $RGB$  каналов для стандартного цветного одноматричного фотоприемника

Как видно из рисунков 4 и 5, спектральные отклики ФПИ лежат в диапазонах, соответствующих  $RGB$  каналам стандартной цветной телевизионной камеры, что обеспечивает возможность получения трех откликов одновременно, и, соответственно, повышает быстродействие ГСС за счет увеличения скорости сканирования по спектральному диапазону.

Таблица 1. Зависимость спектральной избирательности от величины воздушного зазора  $d$

| Диапазон изменения $d$ , нм        | Спектральная избирательность, нм |                 |
|------------------------------------|----------------------------------|-----------------|
|                                    | Начало диапазона                 | Конец диапазона |
| 200 – 400, одноканальный характер  | 9                                | 19              |
| 800 – 1200, трехканальный характер | 2                                | 5               |

Таким образом, появляется возможность построения ГСС на базе ФПИ по двум вариантам: первый – с использованием черно-белой телевизионной камеры при одноканальном отклике от ФПИ и второй – с использованием цветной телевизионной камеры при трехканальном отклике от ФПИ. Выбор варианта осуществляется исходя из компромисса между контрастной чувствительностью системы, спектральной избирательностью, быстродействием и сложностью реализации.

Действительно, использование одноматричных цветных фотоприемников во втором варианте, с одной стороны, повышает спектральную избирательность и быстродействие ГСС, однако, влечет за собой ухудшение в два раза

чувствительности при фиксированной пространственной разрешающей способности или, наоборот, ухудшение в два раза пространственной разрешающей способности при фиксированной чувствительности, определяемой размером элемента фоточувствительной матрицы. Кроме этого, использование цветных фотоприемников усложняет алгоритм обработки сигналов спектральных откликов от соответствующих *RGB* каналов.

Использование черно-белых матричных фотоприемников в первом варианте обеспечивает по сравнению со вторым вариантом более простое техническое решение данной задачи, а также более высокую чувствительность при фиксированной пространственной разрешающей способности или более высокую пространственную разрешающую способность при фиксированной чувствительности. Однако, при этом снижается быстродействие ГСС в формировании так называемого «гиперкуба данных». Кроме этого, в данном варианте диапазон изменения величины воздушного зазора существенно меньше, что, в свою очередь, требует более высокой точности регулировки ее величины.

### Выводы

Построения ГСС на базе ФПИ возможно по двум вариантам: 1) с использованием черно-белой телевизионной камеры при одноканальном отклике от ФПИ или 2) с использованием цветной телевизионной камеры при трехканальном отклике от ФПИ.

Выбор варианта для реализации осуществляется исходя из компромисса между контрастной чувствительностью системы, спектральной избирательностью, быстродействием и сложностью реализации в соответствии имеющимися критериями качества.

### Список литературы

1. Pisani M., Zucco M. Fourier transform based hyperspectral imaging // Fourier Transforms – approach to Scientific Principles / Edited by G. Nikolic. Rijeka (Croatia), 2011. P. 427-446. DOI: 10.5772/15464
2. Nie Y., Xiangli B., Zhou J., Wei X. Design of airborne imaging spectrometer based on curved prism // International Conference on Optical Instruments and Technology: Optical Systems and Modern Optoelectronic Instruments, 6-9 november 2011. Beijing (China), 2011. Vol. 8197. P. 81970U. DOI:10.1117/12.904270
3. Zhou G., Cheo K. K. L., Du Y., Chau F. S., Feng H., Zhang Q. Hyperspectral imaging using a microelectrical-mechanical-systems-based in-plane vibratory grating scanner with a single photodetector // Optics Letters. 2009. 34(6). 764-766. DOI: 10.1364/ol.34.000764
4. Gat N. Imaging spectroscopy using tunable filters: a review // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2000. 4056. 50-64. DOI: 10.1117/12.381686
5. Barducci A., Guzzi D., Lastrì C., Marcoionni P., Nardino V., Pippi I. Theoretical aspects of Fourier transform spectrometry and common path triangular interferometers // Optics Express. 2010. 18(11). 11622-11649. DOI: 10.1364/OE.18.011622

6. Naylor D. A., Gom B. G. SCUBA-2 imaging Fourier transform spectrometer // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2004. 5159. 91-101. DOI: 10.1117/12.506395

7. Alcock R., Coupland J. A compact, high numerical aperture imaging Fourier transform spectrometer and its application // Measurement Science and Technology. 2006. 17(11). 2861-2868. DOI: 10.1088/0957-0233/17/11/001

8. Бельский А. Б. Применение гиперспектрометров для решения задач по обнаружению, распознаванию объектов в составе вертолетов // Актуальные вопросы исследований в авионике: теория, обслуживание, разработки: сборник докладов VI Международной научно-практической конференции «АВИАТОР», Воронеж, 14–15 февраля 2019 г. Воронеж, ВУНЦ ВВС «ВВА», 2019. С. 91-97.

### References

1. Pisani M., Zucco M. Fourier transform based hyperspectral imaging // Fourier Transforms – approach to Scientific Principles / Edited by G. Nikolic. Rijeka (Croatia), 2011. P. 427-446. DOI: 10.5772/15464

2. Nie Y., Xiangli B., Zhou J., Wei X. Design of airborne imaging spectrometer based on curved prism // International Conference on Optical Instruments and Technology: Optical Systems and Modern Optoelectronic Instruments, 6-9 november 2011. Beijing (China), 2011. Vol. 8197. P. 81970U. DOI:10.1117/12.904270

3. Zhou G., Cheo K. K. L., Du Y., Chau F. S., Feng H., Zhang Q. Hyperspectral imaging using a microelectrical-mechanical-systems-based in-plane vibratory grating scanner with a single photodetector // Optics Letters. 2009. 34(6). 764-766. DOI: 10.1364/ol.34.000764

4. Gat N. Imaging spectroscopy using tunable filters: a review // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2000. 4056. 50-64. DOI: 10.1117/12.381686

5. Barducci A., Guzzi D., Lastrì C., Marconi P., Nardino V., Pippi I. Theoretical aspects of Fourier transform spectrometry and common path triangular interferometers // Optics Express. 2010. 18(11). 11622-11649. DOI: 10.1364/OE.18.011622

6. Naylor D. A., Gom B. G. SCUBA-2 imaging Fourier transform spectrometer // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2004. 5159. 91-101. DOI: 10.1117/12.506395

7. Alcock R., Coupland J. A compact, high numerical aperture imaging Fourier transform spectrometer and its application // Measurement Science and Technology. 2006. 17(11). 2861-2868. DOI: 10.1088/0957-0233/17/11/001

8. Bel'skii A. B. Primenenie giperspektrometrov dlia resheniia zadach po obnaruzheniiu, raspoznaniyu ob"ektov v sostave vertoletov [Application of hyperspectrometers in detecting and recognising the objects as part of helicopters] // Aktual'nye voprosy issledovaniy v avionike: teoriia, obsluzhivanie, razrabotki: sbornik dokladov VI Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «АВИАТОР», Voronezh, 14–15 fevralia 2019 g. [Current issues of research in avionics: theory, maintenance, development. Collection of scientific articles based on the reports of the VI International Scientific and Practical Conference "АVIАТОR" (February 14-15, 2019)]. Voronezh, VUNTs VVS «VVA» Publ. P. 91-97.

### Информация об авторах

Гареев Владимир Михайлович – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0003-1585-6792, Vladimir.Gareev@novsu.ru



*Гареев Михаил Владимирович* – ведущий инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID 0009-0007-1392-2169, Mikhail.Gareev@novsu.ru

*Корнышев Николай Петрович* – доктор технических наук, доцент, профессор, инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0005-3177-2040, Nikolai.Kornishev@novsu.ru

*Серебряков Дмитрий Александрович* – инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5994-5090, s231099@std.novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.397

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).688-699

ГРНТИ 47.51.39

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### СОВРЕМЕННЫЕ ВИДЕОСПЕКТРАЛЬНЫЕ КОМПАРАТОРЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДОКУМЕНТОВ

Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А.,  
Карачинов В. А., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Статья посвящена аналитическому обзору состояния и перспектив развития видеоспектральных компараторов, предназначенных для технических исследований документов. Данная аппаратура относится к спектрозональным телевизионным системам, позволяющим получать изображения в различных участках видимого и ближнего инфракрасного диапазона спектра. Телевизионная спектрозональная визуализация в настоящее время является одним из методов системного исследования документов и рукописно-книжных памятников. Развитие спектрозональной визуализации изначально связано с фотографическими методами исследований. Телевизионные и оптико-электронные устройства позволили перейти к принципиально новой аппаратной базе вследствие целого ряда преимуществ: контрастной и спектральной чувствительности, оперативности контроля и обработки изображений. Видеоспектральные компараторы являются примером такой аппаратуры, где в комплексе решаются основные задачи, связанные с техническими исследованиями документов.

**Ключевые слова:** видеоспектральные компараторы, телевизионная спектрозональная визуализация, техническая экспертиза документов

**Для цитирования:** Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А., Карачинов В. А., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е. Современные видеоспектральные компараторы для исследования документов // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 688-699. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).688-699

*Research Article*

### MODERN VIDEO SPECTRAL COMPARATORS FOR INVESTIGATION OF DOCUMENTARY AND HANDWRITTEN MONUMENTS

Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A.,  
Karachinov V. A., Gavrushko V. V., Bystrov N. E.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The article is devoted to an analytical review of the state and prospects of development of video spectral comparators intended for technical studies of documents. This equipment belongs to the spectrosonal television systems that allow obtaining images in various parts of the visible and near-infrared spectrum. Currently, television spectrosonal visualization is one of the methods of systematic study of documents and handwritten book monuments. The development of spectrosonal imaging is initially associated with photographic research methods. Television and optoelectronic devices made it possible to switch to a fundamentally new hardware base due to a number of advantages: contrast and spectral sensitivity, efficiency of image control and processing. Video spectral comparators are an example of such equipment which completely solves the main tasks related to technical examination of documents.

**Keywords:** video spectral comparators, television spectrosonal visualization, technical examination of documents

**For citation:** Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A., Karachinov V. A., Gavrushko V. V., Bystrov N. E. Modern video spectral comparators for investigation of documentary and handwritten monuments // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 688-699. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).688-699

## Введение

Телевизионная спектрозональная визуализация в настоящее время является одним из методов системного исследования документов и рукописно-книжных памятников. Развитие спектрозональной визуализации изначально связано с фотографическими методами исследований. Телевизионные и оптико-электронные устройства позволили перейти к принципиально новой аппаратной базе вследствие целого ряда преимуществ: контрастной и спектральной чувствительности, оперативности контроля и обработки изображений [1, 2]. Видеоспектральные компараторы являются примером такой аппаратуры, где в комплексе решаются основные задачи, связанные с техническими исследованиями документов. Рассмотрению современного состояния данного вида техники, а также перспективам ее развития и посвящена настоящая обзорная статья.

Современные видеоспектральные компараторы представлены в настоящее время разработками зарубежных фирм Foster&Freeman (Великобритания), «Projectina», Швейцария, «Regula», Беларусь и отечественных фирм ЗАО «ЭВС» и «Вилдис». Ниже рассматриваются основные модели видеоспектральных компараторов и их основные технические характеристики.

### Видеоспектральные компараторы Foster&Freeman (Великобритания)

Фирма Foster&Freeman (Великобритания) до сих пор является ведущим мировым разработчиком и производителем видеоспектральных систем для технических экспертиз документов: торговая марка VSC™ – VideoSpectral Comparator. В настоящее время линейка видеоспектральных компараторов *Foster&Freeman* представлена моделями VSC 80, VSC 800 и VSC 8000 (рисунок 1) [3, 4].



Рисунок 1. Внешний вид линейки современных видеоспектральных компараторов *Foster&Freeman*: VSC 80, VSC 800 и VSC 8000 (слева направо)

VSC 80 является упрощенным вариантом оборудования и предназначен для экспресс-контроля документов. Обеспечивает формирование изображения в формате Full HD с увеличением до 100 в УФ, видимом и ИК-свете, включая визуализацию люминесценции и функции обработки изображений.

VSC 800 является компактным видеоспектральным компаратором среднего диапазона с высоким разрешением. Имеет автоматическое или ручное управление функциями камеры и всеми источниками света VSC, в частности, настройку контрастности и яркости, параллельное сравнение и наложение изображений, ведение базы данных исследуемых документов.

АПК на базе VSC8000 предназначен для углубленных исследований документов и сочетает в себе технологию формирования и цифровой обработки спектральных изображений и обеспечивает мультиспектральную визуализацию (от ультрафиолетовой до видимой и инфракрасной), 3D топографическую визуализацию, гиперспектральную визуализацию, а также цветовой анализ.

АПК VSC8000 имеет следующие технические характеристики:

- Разрешение видеокамеры 12 Мп
- Увеличение: 25-кратное
- Количество режимов УФ-видимой и ИК-визуализации: 15
- Наличие встроенного микроспектрометра
- Моторизованное позиционирование документов

Программное обеспечение VSC позволяет пользователю управлять всеми функциями VSC с помощью удобной панели инструментов быстрого доступа, а именно:

- Возможность автоматизированной проверки документа
- Возможность формирования 3D-изображения документа
- Гиперспектральная визуализация
- Функции улучшения изображения
- Оптическое распознавание символов

### **Видеоспектральные компараторы «Projectina», Швейцария**

Современные видеоспектральные компараторы от «Projectina», Швейцария в настоящее время представлены аппаратурой среднего класса Spectra Flex (рисунок 2) [5] и аппаратурой для углубленных исследований документов Spectra Pro (рисунок 3) [6].



Рисунок 2. Внешний вид видеоспектрального компаратора Spectra Flex «Projectina», Швейцария

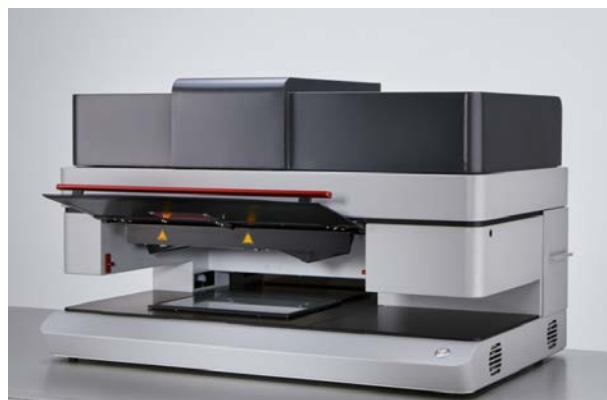


Рисунок 3. Внешний вид видеоспектрального компаратора Spectra Pro «Projectina», Швейцария

Видеоспектральный компаратор Spectra Pro представляет последнее поколение профессионального оборудования для углубленных исследований документов. Spectra Pro имеет высокое качество оптики и высокочувствительную цифровую видеокамеру до 12 Мп.

#### *Технические характеристики Spectra Pro*

1. Спектральный диапазон цифровой камеры 350 – 1100 нм
2. Формат изображения 4096x3071
3. Интерфейс камеры USB 3.1
4. Экспозиция камеры 1 мс – 180 сек.
5. Максимальное поле зрения 214x179 мм
6. Максимальное поле зрения при перемещении моторизованного предметного столика по оси X/Y и функции склеивания 354x244 мм
7. Цифровое увеличение до 10x
8. Максимальный размер исследуемого объекта А3

#### *Виды освещения и визуализации:*

1. Белый свет верхний, боковой, нижний
2. ИК освещение
3. ИК люминесценция
4. ИК полосовой фильтр
5. УФ свет
6. Ретро-коаксиальный свет
7. Поляризованный свет
8. Визуализация люминесценции УФ, ИК, антистокс
9. Барьерные фильтры от 530 до 1000 нм, и УФ проходящий фильтр
10. Аппаратный спектрометр с разрешением 2,4 нм
11. Гиперспектральная визуализация
12. Обработка изображений

#### **Видеоспектральные компараторы «Regula», Беларусь**

Современные видеоспектральные компараторы от «Regula» в настоящее время представлены аппаратурой среднего класса Regula 4307 и аппаратурой для углубленных исследований документов Regula 4308. Их внешний вид показан на рисунке 4 [7].

#### *Технические характеристики видеоспектральных компараторов «Regula»*

1. Спектральный диапазон цифровой камеры 350 – 1100 нм
2. Число элементов 5 Мп (Regula 4307), 14,6 Мп (Regula 4308)
3. Размер кадра 2592x1944 (4:3, Full Frame), 2592x1460 (16:9, Extra Full HD)
4. Интерфейс камеры USB 3.0
5. Экспозиция камеры 1 мс – 180 сек.

6. Максимальное поле зрения 228x171 мм
7. Минимальное поле зрения 0,8x0,6 мм
8. Оптическое увеличение до 30х
9. Цифровое увеличение до 8х
10. Максимальный размер исследуемого объекта: А5 (Regula 4307), А4 (Regula 4308)

*Виды освещения и визуализации:*

1. Белый верхний свет
2. ИК свет 700-1020 нм (5 источников)
3. УФ свет 254-400 нм (4 источника)
4. Боковой свет (белый и ИК)
5. Нижний свет 365-870 нм (6 источников)
6. Ретро-коаксиальный свет
7. Поляризованный свет
8. Точечный свет
9. Визуализация люминесценции УФ и ИК
10. Фильтры камеры 14шт.: пороговые от 580, 600, 630, 650, 670, 685, 700, 715, 730, 780, 850 нм, УФ отсекающий 450-1100 нм, полосовой видимый 370-700 нм, поляризационный
11. Фильтры источников 8шт.: 390-410 нм, 440-460 нм, 460-480 нм, 495-515 нм, 520-540 нм, 580-600 нм, 605-635 нм, 625-655 нм
12. Аппаратный спектрометр 350-1000нм с разрешением 3 нм
13. Гиперспектральная визуализация в спектральном диапазоне 395-950 нм при шаге 1 нм с выводом спектра отражения исследуемого объекта (Regula 4308).

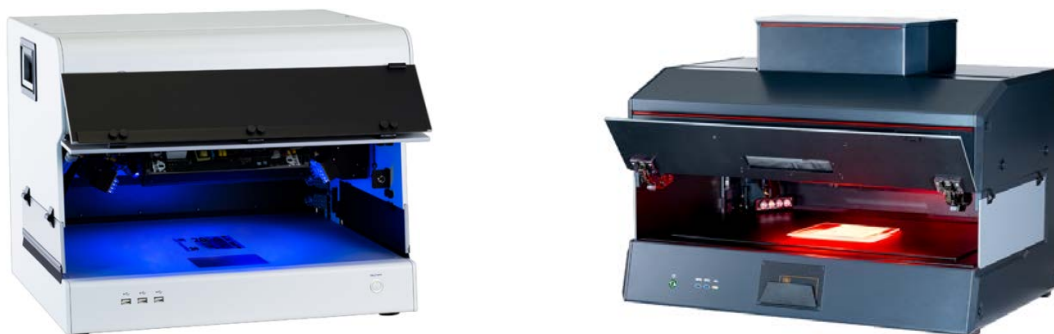


Рисунок 4. Внешний вид Regula 4307 (слева) и Regula 4308 (справа)

**Видеоспектральный компаратор "Экспресс-комби", ЗАО «ЭВС»**

Видеоспектральный компаратор «Экспресс-Комби» (рисунок 5) предназначен для экспресс исследований документов в видимом отраженном, инфракрасном отраженном, видимом проходящем, инфракрасном проходящем и ультрафиолетовом свете [8].



Рисунок 5. Видеоспектральный компаратор «Экспресс-Комби»

*Технические характеристики видеоспектрального компаратора «Экспресс-Комби»*

1. Спектральный диапазон цифровой камеры 365 – 1100 нм
2. Число элементов 5 Мп
3. Размер кадра 2592x1920
4. Интерфейс камеры USB 3.0
5. Поле зрения 172x85 мм (возможность увеличения до 330x250 мм)
6. Минимальное поле зрения 16x12 мм
7. Оптическое увеличение до 10х

*Виды освещения и визуализации:*

1. Белый верхний свет
2. ИК свет 870 нм
3. УФ свет 365 нм
4. Боковой свет (белый и ИК)
5. Нижний свет 400-700 нм, 870 нм
6. Визуализация люминесценции УФ и ИК
7. Автоматическое сканирование
8. Обработка изображений

**Видеоспектральные компараторы ООО «Вилдис»**

Современные видеоспектральные компараторы от ООО «Вилдис» в настоящее время представлены аппаратурой среднего класса «ДИСТЕХ-ВСК» и программно-аппаратными комплексами для проведения углубленной технико-криминалистической экспертизы документов VC-30A/30M (рисунок 6) [9, 10].



Рисунок 6. Внешний вид ДИСТЕХ-ВСК

*Основные технические характеристики  
видеоспектрального компаратора ДИСТЕХ-ВСК*

Технические характеристики 2-х вариантов исполнения видеоспектрального компаратора VC-30 приведены в таблице 1.

Таблица 1. Технические характеристики аппаратуры VC-30A и VC-30M

| Характеристика                         | VC-30A   | VC-30M   |
|--|--|--|
| отраженный свет                        | Видимый диапазон: белый, 630 нм, 590 нм, 525 нм, 470 нм, УФ: 365 нм (лампы 2х9 Вт), 313 нм (лампы 2х9 Вт), 254 нм (лампы 1х9 Вт), ИК: 850 нм, 940 нм     | Видимый диапазон: белый, 630 нм, 590 нм, 525 нм, 470 нм, УФ: 365 нм (лампы 2х9 Вт), 313 нм (лампы 2х9 Вт), 254 нм (лампы 1х9 Вт), ИК: 850 нм, 940 нм, 980 нм (лазер) |
| наклонный свет                         | белый, ИК (850 нм)   |  |
| проходящий свет                        | белый, ИК (850 нм)   |  |
| Видеокамера верхняя                    | Цветная цифровая с матрицей 1/2" разрешением 2048x1536 (3 Мп)  |  |
| Объектив верхней видеокамеры           | Увеличение до 10х с моторизованным приводом регулировок диафрагмы, масштаба и фокусировки изображения.   |  |
| Диапазон увеличения                    | 10х – оптическое, цифровое – не ограничено, 30-кратное увеличение при наблюдении на мониторе с диагональю экрана 19".                                    |  |
| Видеокамера боковая                    | Цветная цифровая с матрицей 1/2" разрешением 2048x1536 (3 Мп)  |  |
| Объектив боковой видеокамеры           | постоянное фокусное расстояние f=25 мм (увеличение 4х) или f=50 мм (увеличение 6х)   |  |
| Оптические фильтры верхней видеокамеры | отсекающие 400 нм, 440 нм, 470 нм, 520 нм, 540 нм, 560 нм, 590 нм, 610 нм, 630 нм, 645 нм, 700 нм, 740 нм, 830 нм, 860 нм, 1000 нм, полосовой 420-640 нм |  |
| Интерфейс связи с ПК                   | USB 2.0  |  |
| Потребляемая мощность                  | не более 50 Вт   |  |
| Размер поля зрения                     | 170 мм x 130 мм  |  |
| Размер предметного стола               | 600x327 мм   | 600x420 мм   |
| Габаритные размеры                     | 620x515x465 мм   | 810x555x710 мм   |
| Масса                                  | 40 кг  | 70 кг  |

Видеоспектральный компаратор VC-30 обеспечивает проведение углубленных исследований документов с использованием 10 видов подсветки видимого, инфракрасного и ультрафиолетового излучения в отраженном, наклонном и проходящем свете, с применением 15 отрезных и 1 полосового фильтров.

Прибор оснащен двумя цветными цифровыми камерами с матрицей 1/2" и разрешением 2048x1536 (3 млн. пикселей). Основная камера установлена вертикально, оснащена оптическое увеличение 10х (цифровое увеличение не ограничено) и моторизованным приводом регулировок диафрагмы, масштаба,



фокусировки изображения и механизмом смены светофильтров, что позволяет получить высококачественное изображение участка материала с 30-кратным увеличением при наблюдении на мониторе с диагональю 19".

Камера бокового обзора имеет объектив с фиксированным фокусным расстоянием  $f=25$  мм, возможность ручной регулировки диафрагмы и переменный угол установки (от 0 до 30 град). Камера предназначена для проведения экспертизы в отраженном либо наклонном белом свете. Конструктивное решение корпуса, включающее моторизованный столик, обеспечивает возможность исследования документа любого формата, не превышающего А4, с сохранением и воспроизведением координат исследуемой области.

Сравнительный анализ технических характеристик рассмотренных выше зарубежных видеоспектральных компараторов показывает их практическую равноценность при некоторых особенностях каждой модели, выражающихся в основном в сервисных функциях. Отечественные видеоспектральные компараторы, имея практически одинаковый спектральный диапазон с зарубежными, в настоящее время уступают им, как по разрешающей способности, так и по количеству сервисных функций. Основные технические характеристики видеоспектральных компараторов, предназначенных для углубленных исследований документов, сведены в таблицу 2.

Таблица 2. Сравнительный анализ основных технические характеристики идеоспектральных компараторов

| Параметр                                  | Модель   |             |             |                |          |
|---|----------|-------------|-------------|----------------|----------|
|   | VSC 8000 | Spectra Pro | Regula 4308 | Экспресс-комби | VC-30    |
| Разрешение видеокамеры, Мп                | 12       | 12          | 14,6        | 5              | 3        |
| Масштабирование оптическое+цифровое, крат | 25+10    | 20+10       | 30+8        | 10             | 10+30    |
| Спектральный диапазон, нм                 | 365-1100 | 350-1100    | 350-1100    | 365-1100       | 365-1100 |
| Количество режимов визуализации           | 15       | 15          | 15          | 8              | 8        |
| Гиперспектральная визуализация            | есть     | есть        | есть        | нет            | нет      |

### Заключение

Анализ состояния современных видеоспектральных компараторов показывает на существенное повышение их технических характеристик, в частности, разрешающей способности, а также контрастной чувствительности, что связано со значительным улучшением параметров цифровых видеокамер. Необходимо отметить на имеющий место компромисс между разрешающей способностью и чувствительностью.

Разрешающая способность цифровых видеокамер, устанавливаемых в видеоспектральные компараторы, составляет в настоящее время от 5 до 14 Мп, что, очевидно, не является пределом для дальнейшего повышения разрешения аппаратуры. Что касается чувствительности, то для цветных 5 Мп видеокамер она может составлять до  $10^{-3}$  лк [11]. Таким образом, следует ожидать дальнейшего улучшения данных параметров в перспективных образцах видеоспектральных компараторов.

Диапазон спектральной чувствительности видеокамер в видеоспектральных компараторах пока остается без существенных изменений 390-1100 нм. Однако, расширение спектральной чувствительности, как в более коротковолновую, так и в более длинноволновую область спектра, представляет практический интерес [12, 13]. Технические возможности для этого имеются, поэтому увеличение диапазона спектральной чувствительности также следует отнести к перспективному направлению совершенствования видеоспектральных компараторов.

Во всех видеоспектральных компараторах в настоящее время в основном используются светодиодные источники спектрально-подсветки, что также связано с расширением номенклатуры светодиодов и повышением яркости их свечения. Ультрафиолетовый диапазон имеющихся в настоящее время ультрафиолетовых светодиодов ограничен длиной волны 365 нм, однако, в перспективе следует ожидать появления светодиодов среднего и коротковолнового диапазона, что позволит заменить ультрафиолетовые лампы на длинах волн 312 и 254 нм. Инфракрасный диапазон применяемых в настоящее время светодиодов ограничен длинами волн 910-940 нм, однако, при расширении диапазона спектральной чувствительности возможно применение лазерных источников света ИК диапазона, что в частности уже используется в аппаратуре ООО «Вилдис».

Все современные видеоспектральные компараторы отличаются большим набором сервисных функций по обработке изображений, автоматизации процесса исследований и управления режимами работы, что решается путем разработки специализированного программного обеспечения. Очевидно, что в этом направлении также следует ожидать дальнейшего прогресса.

Новым направлением развития видеоспектральных компараторов является режим гиперспектральной визуализации, реализованный в ряде моделей аппаратуры от «Foster&Freeman», «Projectina» и «Regula». Основной тенденцией развития методов гиперспектральной визуализации является увеличение числа спектральных каналов и повышение быстродействия. В видеоспектральных компараторах это возможно путем сканирования по спектральному диапазону за счет использования электрически перестраиваемых оптических фильтров, устанавливаемых перед фотоприемником и/или после широкоспектрального источника света. Такие фильтры могут быть выполнены, в частности, на базе интерферометров Фабри-Перо, с регулированием воздушного зазора при помощи

электрически управляемы пьезоактюаторов [14-18]. Таким образом, совершенствование метода гиперспектральной визуализации и его широкое использование в видеоспектральных компараторах следует также указать в качестве перспективного направления развития данного вида техники.

### Список литературы

1. Балаченкова А. П., Ляховицкий Е. А., Цыпкин Д. О. Проблемы и перспективы применения спектрозональной визуализации в исследованиях памятников письменности // Вестник Санкт-Петербургского университета. История. 2021. 66(3). 950-970. DOI: 10.21638/spbu02.2021.315
2. Балаченкова А. П., Ляховицкий Е. А., Цыпкин Д. О. Проблемы и перспективы применения спектрозональной визуализации в исследованиях памятников письменности // Вестник Санкт-Петербургского университета. История. 2021. 66(3). 950-970. DOI: 10.21638/spbu02.2021.315
3. Foster+freeman: официальный сайт. URL: <https://fosterfreeman.com> (Дата обращения: 05.07.2023).
4. Нестандартное применение видеоспектрального компаратора VSC8000 Foster+Freeman для исследования образцов из дикой природы // Foster+freeman: официальный сайт. URL: [https://studylib.ru/doc/2532718/primenenie-videospektral.\\_nogo-komparatora-vsc8000](https://studylib.ru/doc/2532718/primenenie-videospektral._nogo-komparatora-vsc8000) (Дата обращения: 05.07.2023).
5. Projectina: официальный сайт. URL: <https://www.projectina.ch/products/document-examination/spectra-flex> (Дата обращения: 05.07.2023).
6. SpectraPro. When details matter: The ultimate document examination system // Projectina: официальный сайт. URL: <https://www.projectina.ch/products/document-examination/spectra-pro> (Дата обращения: 05.07.2023).
7. Продукция // Regula: официальный сайт. URL: <https://regula.by/ru/products/> (Дата обращения: 05.07.2023).
8. ЭВС: официальный сайт. URL: <https://www.evs.ru/> (Дата обращения: 05.07.2023).
9. VC-30A/30M программно-аппаратные комплексы для проведения углубленной технико-криминалистической экспертизы документов, банкнот, ценных бумаг, защищенной полиграфической продукции и других материалов // Вилдис: официальный сайт. URL: <http://www.vildis.ru/product/videokompleksy-vc30avc30m/> (Дата обращения: 05.07.2023).
10. Видеоспектральные компараторы «Дистех-ВСК» // Вилдис: официальный сайт. URL: <http://vildis-tech.ru/products-1> (Дата обращения: 05.07.2023).
11. Products // GPIXEL: официальный сайт. URL: [https://www.gpixel.com/en/pro\\_details\\_1193.html](https://www.gpixel.com/en/pro_details_1193.html) (Дата обращения: 31.10.2023).
12. Корнышев Н. П., Калитов М. А., Сенин А. С. Особенности формирования сигнала изображения при инфракрасной рефлектографии в среднем и дальнем диапазоне спектра // Фотография. Изображение. Документ. Санкт-Петербург, 2018. Вып. 8(8). 35-39.
13. Корнышев Н. П. Новые возможности телевизионных спектральных систем // Фотография. Изображение. Документ. Санкт-Петербург, 2015. 6(6). 89-93.
14. Giovannelli L., Berrilli F., Moro D. Hyperspectral camera based on a Fabry-Pérot with varying beam incidence // Journal of Physics: Conference Series. 2017. 841. 012003. DOI: 10.1088/1742-6596/841/1/012003

15. Zubko M., Pisani M., Karikato V., Egidi A. Hyperspectral thermal imager based on the Fabry-Perot interferometer with dielectric mirrors // Optics Express. 2014. 22(2). 1824-1834. DOI: 10.1364/OE.22.001824
16. Чесноков В. В., Чесноков Д. В., Кочкарев Д. В., Никулин Д. М., Шергин С. Л. Гиперспектральные видеоанализаторы на основе электроуправляемых интерферометров Фабри-Перо // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2015. 5(1). 3-11.
17. Гареев В. М., Гареев М. В., Корнышев Н. П., Серебряков Д. А. Особенности формирования изображений в гиперспектральной системе на базе интерферометра Фабри-Перо // Вопросы радиоэлектроники. Серия. Техника телевидения. 2023. 1. 128-133.
18. Гоголева Е. М., Фарафонтова Е. П. Прикладная оптика. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. 183 с.

## References

1. Balachenkova A. P., Liakhovitskii E. A., Tsyppin D. O. Problemy i perspektivy primeneniia spektrozonal'noi vizualizatsii v issledovaniakh pamiatnikov pis'mennosti [Problems and prospects of application of multispectral imaging in the manuscript studies] // Vestnik of Saint Petersburg University. History. 2021. 66(3). 950-970. DOI: 10.21638/spbu02.2021.315
2. Kornyshev N. P., Lifar A. V., Liakhovitskii E. A., Rodionov I. S., Tsyppin D. O., Shein G. M. Televidenie v issledovanii istoricheskikh bumag [Television in study of the history papers] // Voprosy radioelektroniki. Seriya. Tekhnika televideniia. 2014. 1. 30-37.
3. Foster+freeman. Official website. Available at: <https://fosterfreeman.com> (Accessed: 05.07.2023).
4. Nestandartnoe primeneniye videospektral'nogo komparatora VSC8000 Foster+Freeman dlia issledovaniia obraztsov iz dikoi prirody [Unconventional application of the video spectral cmparator VSC8000 Foster+Freeman for investigating samples of the wild] // Foster+freeman. Official website. Available at: <https://studylib.ru/doc/2532718/primeneniye-videospektral'nogo-komparatora-vsc8000> (Accessed: 05.07.2023).
5. Projectina. Official website. Available at: <https://www.projectina.ch/products/document-examination/spectra-flex> (Accessed: 05.07.2023).
6. SpectraPro. When details matter: The ultimate document examination system // Projectina. Official website. Available at: <https://www.projectina.ch/products/document-examination/spectra-pro> (Accessed: 05.07.2023).
7. Produktsiia [Products] // Regula. Official website. Available at: <https://regula.by/ru/products/> (Accessed: 05.07.2023).
8. EVS. Official website. Available at: <https://www.evs.ru/> (Accessed: 05.07.2023).
9. VC-30A/30M programmno-apparatnye komplekсы dlia provedeniia uglublennoi tekhniko-kriminalisticheskoi ekspertizy dokumentov, banknot, tsennykh bumag, zashchishchennoi poligraficheskoi produktsii i drugikh materialov [Hardware and software systems VC-30A/30M for a profound technical and criminalistic examination of documents, bank notes, security papers, and protected printed products] // Vildis. Official website. Available at: <http://www.vildis.ru/product/videokomplekсы-vc30avc30m/> (Accessed: 05.07.2023).
10. Videospektral'nye komparatory «Distekh-VSK» [Video spectral cmparators «Дистех-ВСК»] // Vildis. Official website. Available at: <http://vildis-tech.ru/products-1> (Accessed: 05.07.2023).
11. Products // GPIXEL. Official website. Available at: [https://www.gpixel.com/en/pro\\_details\\_1193.html](https://www.gpixel.com/en/pro_details_1193.html) (Accessed: 31.10.2023).

12. Kornyshev N. P., Kalitov M. A., Senin A. S. Osobennosti formirovaniia signala izobrazheniia pri infrakrasnoi reflektografii v srednem i dal'nem diapazone spectra [Mid-wave and long-wave infrared reflectography: special aspects of signal formation] // Photography. Image. Document. 2018. 8(8). 35-39.

13. Kornyshev N. P. Novye vozmozhnosti televizionnykh spektral'nykh sistem [New possibilities of television spectrum systems] // Photography. Image. Document. 2015. 6(6). 89-93.

14. Giovannelli L., Berrilli F., Moro D. Hyperspectral camera based on a Fabry-Pérot with varying beam incidence // Journal of Physics: Conference Series. 2017. 841. 012003. DOI: 10.1088/1742-6596/841/1/012003

15. Zubko M., Pisani M., Karikato V., Egidi A. Hyperspectral thermal imager based on the Fabry-Perot interferometer with dielectric mirrors // Optics Express. 2014. 22(2). 1824-1834. DOI: 10.1364/OE.22.001824

16. Chesnokov V. V., Chesnokov D. V., Kochkarev D. V., Nikulin D. M., Shergin S. L. Giperspektral'nye videoanalizatory na osnove elektroupravliaemykh interferometrov Fabri-Pero [The hyperspectral video analyzer on base of electric driven Fabry-Perot interferometer] // Interexpo GEO-Siberia. 2015. 5(1). 3-11.

17. Gareev V. M., Gareev M. V., Kornyshev N. P., Serebriakov D. A. Osobennosti formirovaniia izobrazhenii v giperspektral'noi sisteme na baze interferometra Fabri-Pero [Features of image formation in a hyperspectral system based on the Fabry-Perot interferometer] // Voprosy radioelektroniki. Seriya. Tekhnika teledeniia. 2023. 1. 128-133.

18. Gogoleva E. M., Farafontova E. P. Prikladnaia optika [Applied optics]. Ekaterinburg, Izd-vo Ural. Un-ta, 2016. 183 p.

#### Информация об авторах

*Гареев Владимир Михайлович* – кандидат технических наук, доцент, заведующий лабораторией «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0003-1585-6792, Vladimir.Gareev@novsu.ru

*Гареев Михаил Владимирович* – ведущий инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID 0009-0007-1392-2169, Mikhail.Gareev@novsu.ru

*Корнышев Николай Петрович* – доктор технических наук, доцент, профессор, инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород), ORCID: 0009-0005-3177-2040, Nikolai.Kornishev@novsu.ru

*Серебряков Дмитрий Александрович* – инженер лаборатории «Техническое зрение», Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0000-5994-5090, s231099@std.novsu.ru

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

*Гаверушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 519.7

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).700-707

ГРНТИ 27.47

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### СИММЕТРИЧНАЯ 2-АДИЧЕСКАЯ СЛОЖНОСТЬ ОБОБЩЕННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ХОЛЛА

Едемский В. А., Гаврушко В. В., Петров В. М.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Исследуется симметричная 2-адическая сложность обобщенных циклотомических последовательностей Холла, период которых равен степени простого числа. Для определения последовательностей применяются обобщенные циклотомические классы. Показано, что рассмотренные последовательности обладают высокой симметричной 2-адической сложностью. Метод исследования основан на применении обобщенных гауссовых периодов.

**Ключевые слова:** симметричная 2-адическая сложность, обобщенные бинарные циклотомические последовательности, гауссовы периоды

**Для цитирования:** Едемский В. А., Гаврушко В. В., Петров В. М. Симметричная 2-адическая сложность обобщенных последовательностей Холла // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 700-707. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).700-707

*Research Article*

### SYMMETRIC 2-ADIC COMPLEXITY OF HALL GENERALIZED CYCLOTOMIC SEQUENCES

Edemskiy V. A., Gavrushko V. V., Petrov V. M.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** We study the symmetric 2-adic complexity of Hall generalized cyclotomic sequences whose period is equal to the power of a prime. Sequences are defined based on generalized cyclotomic classes. It is shown that the considered sequences have high symmetric 2-adic complexity. The research method uses generalized Gaussian periods.

**Keywords:** symmetric 2-adic complexity, generalized binary cyclotomic sequences, Gaussian periods

**For citation:** Edemskiy V. A., Gavrushko V. V., Petrov V. M. Symmetric 2-adic complexity of Hall generalized cyclotomic sequences // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 700-707. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).700-707

### Введение

Псевдослучайные последовательности имеют множество характеристик, таких как автокрелляция, сбалансированность, сложность и другие. Сложность последовательности определяет её непредсказуемость, что важно для некоторых приложений. Бинарные последовательности относятся к наиболее часто изучаемым и применяемым. В [1] показано, что важной характеристикой непредсказуемости

бинарной последовательности является её 2-адическая сложность, которая определяется как наименьшая длина регистра сдвига с обратной связью с переносом. Согласно [1], 2-адическую сложность последовательности  $s^\infty = (s_0, s_1, s_2, \dots)$  можно найти по следующей формуле:

$$\Phi(s^\infty) = \left\lfloor \log_2 \left( \frac{2^N - 1}{\text{НОД}(S(2), 2^N - 1)} + 1 \right) \right\rfloor, \quad (1)$$

где  $S(x) = \sum_{i=0}^{N-1} s_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$  – образующий многочлен последовательности, а  $[x]$  – целая часть числа  $x$ . Таким образом, задача исследования 2-адической сложности сводится к анализу  $\text{НОД}(S(2), 2^N - 1)$ . В общем случае это достаточно сложная задача. В [2] предложен метод вычисления данного НОД с применением циклического определителя, составленного из значений дискретного преобразования Фурье последовательности. Далее, метод анализа 2-адической сложности с использованием периодической автокорреляционной функции представлен в [3], также в [3] показано, что 2-адическая сложность бинарных последовательностей с идеальной периодической автокорреляцией достигает максимально возможного значения. Совсем недавно, в [4] предложен метод анализа 2-адической сложности на основе обобщенных гауссовых периодов. В этой работе будем использовать модификацию этого метода. Покажем, что обобщенные циклотомические последовательности Холла с периодом  $p^n$  при  $p = A^2 + 3B^2$ ,  $A \equiv 1 \pmod{3}$ ,  $B \equiv 0 \pmod{3}$  и нечетном значении  $(p-1)/6$  обладают большой 2-адической сложностью. В частном случае, для  $B = 3$  это показано в [3]. Метод, применяемый здесь, отличается от подхода, используемого в [3].

Далее, в [5] было показано, что для оценки непредсказуемости бинарных последовательностей предпочтительнее использовать симметричную 2-адическую сложность  $\bar{\Phi}(s^\infty)$ , которая определяется как  $\bar{\Phi}(s^\infty) = \min(\Phi(s^\infty), \Phi(\tilde{s}^\infty))$ , где  $\tilde{s}^\infty = (s_{N-1}, s_{N-2}, \dots, s_0)$  – последовательность, обратная к  $s^\infty$ . Поэтому в этой статье исследуем также симметричную 2-адическую сложность обобщенной последовательности Холла. Ранее, 2-адическая сложность и симметричная 2-адическая сложность циклотомических последовательностей простого периода и кратного ему изучались в [6-9]; сложность обобщенных бинарных циклотомических последовательностей с периодом  $p^n, n > 1$ , сформированных на классах второго порядка, исследовалась в [10], шестого в [11], при другом определении последовательностей.

### Определение последовательностей

Пусть  $p$  – простое число, такое что  $p \equiv 7 \pmod{12}$ , и  $n \geq 1$  – целое число. Обозначим через  $g$  примитивный корень по модулю  $p^n$ . Хорошо известно, что он всегда существует и его порядок по модулю  $p^n$  равен значению функции Эйлера, то есть порядок  $g$  равен  $p^{n-1}(p-1)$ .

Для каждой степени простого числа  $p^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  определим Динга-Хеллесета обобщенные циклотомические классы шестого порядка по этому модулю:

$$D_j^{(p^k)} = \{g^{j+6t} \pmod{p^k} \mid 0 \leq t < p^{k-1}(p-1)/6\}, \quad j = 0, 1, \dots, 5.$$

Обозначим через  $\mathbb{Z}_{p^k}$  кольцо классов вычетов по модулю  $p^k$ , а через  $\mathbb{Z}_{p^k}^*$  группу его обратимых элементов. Тогда справедливы разбиения:

$$\mathbb{Z}_{p^k}^* = \bigcup_{j=0}^5 D_j^{(p^k)} \text{ и } \mathbb{Z}_{p^n} = \bigcup_{k=1}^n \bigcup_{j=0}^5 p^{n-k} D_j^{(p^k)} \cup \{0\}.$$

Пусть  $C_0 = \bigcup_{k=1}^n p^{n-k} (D_0^{(p^k)} \cup D_1^{(p^k)} \cup D_3^{(p^k)})$  and  $C_1 = \bigcup_{k=1}^n p^{n-k} (D_2^{(p^k)} \cup D_4^{(p^k)} \cup D_5^{(p^k)}) \cup \{0\}$ .

Обобщенная последовательность Холла  $s^\infty = (s_0, s_1, s_2, \dots)$  с периодом  $p^n$  определяется следующим образом:

$$s_i = \begin{cases} 0, & \text{if } i \pmod{p^n} \in C_0, \\ 1, & \text{if } i \pmod{p^n} \in C_1. \end{cases} \quad (2)$$

Когда  $n = 1$ , последовательность  $s^\infty$  является последовательностью шестеричных вычетов Холла. Её линейная сложность исследована в [12]. Хорошо известно, что, если период последовательности Холла равен  $p = A^2 + 27$ ,  $A \equiv 1 \pmod{3}$ , то она обладает идеальной автокорреляцией. Следовательно, как отмечено во введении, её 2-адическая сложность достигает максимально возможного значения и равна периоду последовательности. Здесь исследуем её 2-адическую сложность для  $B \equiv 0 \pmod{3}$ , в том числе, для  $n > 1$ . С этой целью в следующем разделе рассмотрим свойства обобщенных гауссовых периодов.

### Обобщенные гауссовы периоды

Обозначим через  $H_i$  циклотомические классы третьего порядка по модулю  $p$ , тогда  $H_i = D_i^{(p)} \cup D_{i+3}^{(p)}$ ,  $i = 0, 1, 2$ .

Пусть  $\eta_j(a) = \sum_{i \in H_j} a^i$ ,  $j = 0, 1, 2$  и  $\zeta_j(a) = \sum_{i \in D_j^{(p)}} a^i$ ,  $j = 0, 1, \dots, 5$ . Когда  $a$  – комплексный или алгебраический корень  $p$ -ой степени из единицы, то эти суммы называются гауссовыми периодами третьего и шестого порядков, соответственно. Суммы по циклотомическим классам четвертого порядка с  $a = 2$  использовались в [4] для исследования 2-адической сложности последовательностей Динга-Хеллесета-Мартинсена. Авторы называли их обобщенными гауссовыми периодами. Здесь для изучения свойств обобщенных гауссовых периодов потребуются циклотомические числа  $(k, f)_3$  третьего порядка и  $(u, j)_6$  шестого порядка. По определению,  $(k, f)_3 = |(H_k + 1) \cap H_f|$  и  $(u, j)_3 = |(D_u^{(p)} + 1) \cap D_j^{(p)}|$ ,  $k, f, u, j \in \mathbb{Z}$ .

Следующие свойства обобщенных гауссовых периодов обсуждались в ряде статей, в частности, в [11]. Имеют место следующее утверждения.



**Лемма 1.** Пусть  $a = 2^{p^m}$ . Тогда:

1.  $\eta_l(a) \cdot \eta_{l+k}(a) \equiv \sum_{f=0}^3 (k, f)_3 \eta_{f+l}(a) + \delta_1 \pmod{a^p - 1}$ , где  $k, l = 0, 1, 2$  и

$$\delta_1 = \begin{cases} (p-1)/3, & \text{если } k = 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

2.  $\zeta_u(a) \cdot \zeta_{u+v}(a) \equiv \sum_{j=0}^6 (u, j)_6 \zeta_{j+u}(a) + \delta_2 \pmod{a^p - 1}$ , где  $u, v = 0, 1, \dots, 5$  и

$$\delta_2 = \begin{cases} \frac{p-1}{6}, & \text{если } p \equiv 1 \pmod{12}, k = 0 \text{ или } p \equiv 7 \pmod{12}, k = 3, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Воспользовавшись леммой 1 и соотношением  $\eta_l(a) = \zeta_l(a) + \zeta_{l+3}(a)$ ,  $l = 0, 1, 2$ , получаем, что

$$\zeta_1(a) \cdot \zeta_4(a) \equiv (2, 0)_6 \eta_0(a) + (0, 0)_6 \eta_1(a) + (1, 0)_6 \eta_2(a) + \frac{p-1}{6} \pmod{a^p - 1}. \quad (3)$$

Известны следующие формулы для циклотомических чисел третьего порядка [13]:

$$(0, 0)_3 = (p - 8 + L)/9, (0, 1)_3 = (2, 2)_3 = (2p - 4 - L - 9M)/18,$$

$$(0, 2)_3 = (1, 1)_3 = (2p - 4 - L + 9M)/18, (1, 2)_3 = (p + 1 + L)/9,$$

где  $M, L : 4p = L^2 + 27M^2$ ,  $L \equiv 1 \pmod{3}$ , знак определяется  $M$  выбором  $g$ .

**Лемма 2.** Пусть  $a = 2^{p^m}$ . Тогда разности обобщенных гауссовых периодов  $\eta_0(a) - \eta_1(a)$ ,  $\eta_1(a) - \eta_2(a)$  и  $\eta_2(a) - \eta_0(a)$  удовлетворяют сравнению:

$$X^3 - pX - pM \equiv 0 \pmod{(a^p - 1)/(a - 1)}.$$

Для доказательства леммы 2 воспользуемся теоремой Виета. Ясно, что сумма  $\eta_0(a) - \eta_1(a)$ ,  $\eta_1(a) - \eta_2(a)$  и  $\eta_2(a) - \eta_0(a)$  равна нулю. Далее, пусть  $E = (\eta_0(a) - \eta_1(a))(\eta_1(a) - \eta_2(a)) + (\eta_2(a) - \eta_0(a))(\eta_0(a) - \eta_1(a)) + (\eta_1(a) - \eta_2(a))(\eta_2(a) - \eta_0(a)) = \eta_0(a)\eta_1(a) + \eta_1(a)\eta_2(a) + \eta_0(a)\eta_2(a) - \eta_0^2(a) - \eta_1^2(a) - \eta_2^2(a)$ . Согласно [9],  $\eta_0(a)\eta_1(a) + \eta_1(a)\eta_2(a) + \eta_0(a)\eta_2(a) \equiv -(p-1)/3 \pmod{(a^p - 1)/(a - 1)}$ , значит  $\eta_0^2(a) + \eta_1^2(a) + \eta_2^2(a) = (2p+1)/3 \pmod{(a^p - 1)/(a - 1)}$ . Тогда  $E = -p$ .

Наконец, если  $F = (\eta_0(a) - \eta_1(a))(\eta_1(a) - \eta_2(a))(\eta_2(a) - \eta_0(a))$ , то, применяя лемму 1 и упомянутые выше формулы для циклотомических чисел третьего порядка, получаем, что

$F = ((0, 1)_3 - (0, 2)_3)(\eta_0(a)\eta_1(a) + \eta_1(a)\eta_2(a) + \eta_0(a)\eta_2(a) - \eta_0^2(a) - \eta_1^2(a) - \eta_2^2(a)) = Mp$ , что завершает доказательство леммы 2.

**Лемма 3.** Пусть  $U(a) = \zeta_0(a) + \zeta_1(a) + \zeta_3(a)$  и  $\tilde{U}(a) = \zeta_0(a) + \zeta_4(a) + \zeta_3(a)$ . Тогда

$$U(a)\tilde{U}(a) \equiv (B - 3)(\eta_2(a) - \eta_0(a))/6 + (p + 1)/4 \pmod{(a^p - 1)/(a - 1)}. \quad (4)$$

**Доказательство.** Так как  $\zeta_0(a) + \zeta_3(a) = \eta_0(a)$ , то  $U(a)\tilde{U}(a) = \eta_0^2(a) + \eta_0(a)\eta_1(a) + \zeta_1(a)\zeta_4(a)$ . Далее, для  $p \equiv 1 \pmod{6}$  справедливо разложение  $p = A^2 +$

$3B^2$ ,  $A \equiv 1 \pmod{3}$ , которое определяет формулы для вычисления циклотомических чисел шестого порядка [13]. В частности, для  $p \equiv 7 \pmod{12}$  и  $B \equiv 0 \pmod{3}$  имеем, что  $(0,0)_6 = (p - 11 - 8A)/36$ ,  $(1,0)_6 = (p - 5 + 4A + 6B)/36$ ,  $(2,0)_6 = (p - 5 + 4A - 6B)/36$ . Кроме этого, известно, что  $L = -2A$ ,  $-3M = 2B$  [13]. Применяя лемму 1 и данные формулы, получаем, что  $U(a)\tilde{U}(a) \equiv (B - 3)(\eta_2(a) - \eta_0(a))/6 + (p + 1)/4 \pmod{(a^p - 1)/(a - 1)}$ , что и доказывает лемму 3.

### Симметричная 2-адическая сложность последовательностей

В этом разделе завершим исследование 2-адической сложности последовательности. Прежде всего, рассмотрим порождающий многочлен  $\tilde{S}(x)$ , последовательности, обратной к  $s^\infty$ . Согласно определению этой последовательности, имеем:  $\tilde{S}(x) = \sum_{i=0}^{p^n-1} s_{p^{n-1}-i} x^i$  и  $2\tilde{S}(2) = \sum_{i=1}^{p^n} s_{p^n-i} 2^i$ . Тогда  $2\tilde{S}(2) = \sum_{i=0}^{p^n-1} s_{-i} 2^i - s_0 + s_0 2^{p^n}$  и  $2\tilde{S}(2) \equiv \sum_{i=0}^{p^n-1} s_{-i} 2^i \pmod{2^{p^n} - 1}$ . По условию,  $p \equiv 7 \pmod{12}$ , значит  $-1 \in D_3^{(p^n)}$ , следовательно,  $-i \in p^m D_{(j+3) \bmod 2}^{(p^n)}$ , когда  $i \in p^m D_j^{(p^n)}$ . Таким образом,

$$2\tilde{S}(2) = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{i \in p^{n-k}(D_0^{(p^k)} \cup D_4^{(p^k)} \cup D_3^{(p^k)})} 2^i.$$

Следующая лемма может быть доказана тем же самым способом, что и лемма 5 из [11].

**Лемма 4.** Пусть последовательность  $s^\infty$  определена по (2) и  $S(x) = \sum_{i=0}^{p^n-1} s_i x^i$  её многочлен. Тогда

1.  $S(2) \equiv p^{n-m-1} U(2^{p^m}) + (p^{n-m-1} - 1)/2 \left( \bmod \frac{2^{p^{m+1}} - 1}{2^{p^m} - 1} \right)$ ,
2.  $2\tilde{S}(2) \equiv p^{n-m-1} \tilde{U}(2^{p^m}) + (p^{n-m-1} - 1)/2 \left( \bmod \frac{2^{p^{m+1}} - 1}{2^{p^m} - 1} \right)$ .

для  $m = 0, 1, \dots, n - 1$ .

**Теорема 1.** Если последовательность  $s^\infty$  определена по формуле (2) при  $p \equiv 7 \pmod{12}$ ,  $B \equiv 0 \pmod{3}$ , то  $\bar{\Phi}(s^\infty) \geq p^n - p^{n-1} - 3 \log_2 p$ .

**Доказательство.** Согласно лемме 4 видим, что  $S(2) \equiv U(2^{p^{n-1}}) \left( \bmod \frac{2^{p^n} - 1}{2^{p^{n-1}} - 1} \right)$  и  $2\tilde{S}(2) \equiv \tilde{U}(2^{p^{n-1}}) \left( \bmod \frac{2^{p^n} - 1}{2^{p^{n-1}} - 1} \right)$ . Пусть  $a = 2^{p^{n-1}}$ . В силу соотношения (4) получаем, что

$$S(2)\tilde{S}(2) \equiv (B - 3)(\eta_2(a) - \eta_0(a))/6 + (p + 1)/4 \pmod{(a^p - 1)/(a - 1)}. \quad (5)$$

Рассмотрим два случая.

1) Пусть  $B = 3$ . Тогда, согласно сравнению (5), имеем, что  $S(2)\tilde{S}(2) \equiv ((p + 1)/4 \pmod{(a^p - 1)/(a - 1)})$ . Следовательно, любое натуральное число  $d \neq 1$ , что делит  $\text{НОД}(S(2), (a^p - 1)/(a - 1))$  или  $\text{НОД}(\tilde{S}(2), (a^p - 1)/(a - 1))$  должно делить также  $(p + 1)/4$ , что невозможно, так как по малой теореме Ферма  $d - 1$  делится на

$p^n$ . Таким образом,  $\text{НОД}(S(2), (a^p - 1)/(a - 1)) = \text{НОД}(\tilde{S}(2), (a^p - 1)/(a - 1)) = 1$ . Это означает, что  $\text{НОД}(S(2), 2^{p^n} - 1) \leq 2^{p^{n-1}} - 1$  и  $\text{НОД}(\tilde{S}(2), 2^{p^n} - 1) \leq 2^{p^{n-1}} - 1$ , тогда, воспользовавшись формулой (1), получаем следующие неравенства:  $\Phi(s^\infty) \geq p^n - p^{n-1}$ ,  $\Phi(\tilde{s}^\infty) \geq p^n - p^{n-1}$ , таким образом  $\bar{\Phi}(s^\infty) \geq p^n - p^{n-1}$ . Утверждение теоремы 1 доказано в первом случае.

2) Пусть  $B \neq 3$  и  $d = \text{НОД}(S(2), (a^p - 1)/(a - 1))$ . Тогда, воспользовавшись леммой 3, получаем следующее сравнение:  $(B - 3)(\eta_2(a) - \eta_0(a))/3 \equiv -(p + 1)/2 \pmod{d}$ . Согласно лемме 2,  $(B - 3)(\eta_2(a) - \eta_0(a))/3$  удовлетворяет сравнению  $Z^3 - 36p(B - 3)^2Z - 216p(B - 3)^2M \equiv 0 \pmod{d}$ . Следовательно,  $-(p + 1)^3/8 + 9p(B - 3)^2(p + 1) - 36p(B - 3)^2M \equiv 0 \pmod{d}$ . Так как  $-(p + 1)^3/8 + 9p(B - 3)^2(p + 1) - 36p(B - 3)^2M \neq 0$ , то  $d < |-(p + 1)^3/8 + 9p(B - 3)^2(p + 1) - 36p(B - 3)^2M|$ . Следовательно,  $d < p^3$  и  $\text{НОД}(S(2), 2^N - 1) < p^3(2^{p^{n-1}} - 1)$ . Таким образом,  $\Phi(s^\infty) \geq p^n - p^{n-1} - 3 \log_2 p$ .

Как уже отмечалось,  $2\tilde{S}(2) \equiv \tilde{U}(2^{p^{n-1}}) \pmod{(a^p - 1)/(a - 1)}$ . Следовательно, снова применяя сравнение (4), можем показать таким же самым способом, что  $\text{НОД}(\tilde{S}(2), (a^p - 1)/(a - 1)) < p^3$  и  $\Phi(\tilde{s}^\infty) \geq p^n - p^{n-1} - 3 \log_2 p$ , что завершает доказательство теоремы.

Теорема 1 показывает, что симметричная 2-адическая сложность рассмотренных последовательностей больше половины периода, то есть они обладают высокой сложностью.

### Заключение

В работе изучена симметричная 2-адическая сложность обобщенных циклотомических последовательностей Холла. Показано, что рассмотренные последовательности обладают высокой 2-адической сложностью. Результаты обобщают полученные ранее в [5, 11]. Применяя метод, разработанный в [11], полученную оценку можно улучшить при увеличении  $n$ .

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 22–21–00516.

### Список литературы

1. Goresky M., Klapper A. Algebraic Shift Register Sequences. Cambridge University Press, 2012. 498 p.
2. Xiong H., Qu L., Li C. A new method to compute the 2-adic complexity of binary sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2014. 60(4). 2399-2406. DOI: 10.1109/TIT.2014.2304451
3. Hu H. Comments on "A new method to compute the 2-adic complexity of binary sequences" // IEEE Transactions on Information Theory. 2014. 60(9). 5803-5804. DOI: 10.1109/TIT.2014.2336843

4. Zhang L., Zhang J., Yang M., Feng K. On the 2-adic complexity of the Ding-Helleseth-Martinsen binary sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2020. 66(7). 4613-4620. DOI: 10.1109/TIT.2020.2964171
5. Hu H., Feng D. On the 2-adic complexity and the k-error 2-adic complexity of periodic binary sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2008. 54(2). 874-883. DOI: 10.1109/TIT.2007.913238
6. Xiao Z., Zeng X., Ke M. On the symmetric 2-adic complexity of periodic binary sequences // Advances in Mathematics of Communications. 2022. DOI: 10.3934/amc.2022088
7. Sun Y., Yan T., Chen Z., Wang L. The 2-adic complexity of a class of binary sequences with optimal autocorrelation magnitude // Cryptography and Communications. 2020. 12(3). 675-683. DOI: 10.1007/s12095-019-00411-4
8. Sun F., Yue Q., Li X. On the 2-adic complexity of cyclotomic binary sequences of order four // Applicable Algebra in Engineering Communication and Computing (AAECC). 2023. DOI: 10.1007/s00200-023-00598-3
9. Sun F., Yue Q., Li X. On the 2-adic complexity of cyclotomic binary sequences of order three // Advances in Mathematics of Communications. 2022. 16(4). 985-999. DOI: 10.3934/amc.2022049
10. Xiao Z., Zeng X., Sun Z. 2-Adic complexity of two classes of generalized cyclotomic binary sequences // International Journal of Foundations of Computer Science. 2016. 27(7). 879-893. DOI: 10.1142/s0129054116500350
11. Edemskiy V. A., Koltsova S. A. Symmetric 2-adic complexity of generalized cyclotomic sequences of order six with period  $p^n$  // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012009. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012009
12. Kim J.-H., Song H.-Y. On the linear complexity of Hall's sextic residue sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2001. 47(5). 2094-2096. DOI: 10.1109/18.930950
13. Холл М. Комбинаторика / перевод с английского С. А. Широковой. Москва: Мир, 1970. 424 с.
14. Cusick T., Ding C., Renvall A. Stream Ciphers and Number Theory. North-Holland mathematical library. Elsevier, 2004. 474 p.

### References

1. Goresky M., Klapper A. Algebraic Shift Register Sequences. Cambridge University Press, 2012. 498 p.
2. Xiong H., Qu L., Li C. A new method to compute the 2-adic complexity of binary sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2014. 60(4). 2399-2406. DOI: 10.1109/TIT.2014.2304451
3. Hu H. Comments on "A new method to compute the 2-adic complexity of binary sequences" // IEEE Transactions on Information Theory. 2014. 60(9). 5803-5804. DOI: 10.1109/TIT.2014.2336843
4. Zhang L., Zhang J., Yang M., Feng K. On the 2-adic complexity of the Ding-Helleseth-Martinsen binary sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2020. 66(7). 4613-4620. DOI: 10.1109/TIT.2020.2964171
5. Hu H., Feng D. On the 2-adic complexity and the k-error 2-adic complexity of periodic binary sequences // IEEE Transactions on Information Theory. 2008. 54(2). 874-883. DOI: 10.1109/TIT.2007.913238
6. Xiao Z., Zeng X., Ke M. On the symmetric 2-adic complexity of periodic binary sequences // Advances in Mathematics of Communications. 2022. DOI: 10.3934/amc.2022088

7. Sun Y., Yan T., Chen Z., Wang L. The 2-adic complexity of a class of binary sequences with optimal autocorrelation magnitude // *Cryptography and Communications*. 2020. 12(3). 675-683. DOI: 10.1007/s12095-019-00411-4
8. Sun F., Yue Q., Li X. On the 2-adic complexity of cyclotomic binary sequences of order four // *Applicable Algebra in Engineering Communication and Computing (AAECC)*. 2023. DOI: 10.1007/s00200-023-00598-3
9. Sun F., Yue Q., Li X. On the 2-adic complexity of cyclotomic binary sequences of order three // *Advances in Mathematics of Communications*. 2022. 16(4). 985-999. DOI: 10.3934/amc.2022049
10. Xiao Z., Zeng X., Sun Z. 2-Adic complexity of two classes of generalized cyclotomic binary sequences // *International Journal of Foundations of Computer Science*. 2016. 27(7). 879-893. DOI: 10.1142/s0129054116500350
11. Edemskiy V. A., Koltsova S. A. Symmetric 2-adic complexity of generalized cyclotomic sequences of order six with period  $pn$  // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. 2052. 012009. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012009
12. Kim J.-H., Song H.-Y. On the linear complexity of Hall's sextic residue sequences // *IEEE Transactions on Information Theory*. 2001. 47(5). 2094-2096. DOI: 10.1109/18.930950
13. Hall M. *Combinatorial Theory*. Blaisdell, Waltham, MA, 1967. 310 p. (Russ. ed.: Khol M. *Kombinatorika*. Moscow, Mir Publ., 1970. 424 p.)
14. Cusick T., Ding C., Renvall A. *Stream Ciphers and Number Theory*. North-Holland mathematical library. Elsevier, 2004. 474 p.

#### **Информация об авторах**

*Едемский Владимир Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-1368-3827, Vladimir.Edemsky@novsu.ru

*Гаверушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru

*Петров Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7733-1030, Vladimir.Petrov@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.396.965.21

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).708-715

ГРНТИ 47.49.29

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### СПЕЦИФИКА ПРИМЕНЕНИЯ ОКОННЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ С ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫМ ЗАКОНОМ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИИ

Жукова И. Н., Быстров Н. Е.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Оконные функции применяются при обработке радиолокационных сигналов с целью снизить нежелательный эффект маскирования слабого сигнала движущейся цели мощными отражениями от неподвижных или медленно движущихся объектов. В радиолокационных системах с излучением и приемом на одну антенну сигналов с псевдослучайным законом амплитудно-фазовой манипуляции эффективность оконных функций ослабевает. В статье показано, что псевдослучайные паузы между фазоманипулированными импульсами псевдослучайной длительности влияют на результат взвешивания обрабатываемого сигнала оконной функцией. Определены параметры зондирующего сигнала и его сегментной обработки, при которых процедура взвешивания становится эффективной. Предложен алгоритм нормализации и интерполяции сжатых сегментов амплитудно-фазоманипулированного сигнала. Полученные результаты подтверждены моделированием обработки аддитивной смеси эхо-сигналов с разными доплеровскими частотами.

**Ключевые слова:** радиолокационная система, амплитудно-фазоманипулированные сигналы, сегментная обработка, оконные функции, селекция движущихся целей

**Для цитирования:** Жукова И. Н., Быстров Н. Е. Специфика применения оконных функций при обработке сигналов с псевдослучайным законом амплитудно-фазовой манипуляции // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 708-715. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).708-715

*Research Article*

### WINDOW FUNCTION USE SPECIFICS IN THE PROCESSING OF THE PSEUDO RANDOM AMPLITUDE-PHASE-SHIFT KEYED SIGNALS

Zhukova I. N., Bystrov N. E.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** Window functions are used in the radar signal processing to reduce the undesirable effect of masking a weak signal of a moving target with powerful reflections from stationary or slow-moving objects. The effectiveness of window functions weakens in radars which transmit and receive signals with pseudo random amplitude and phase-shift keying on common aerial. The article shows that pseudorandom pauses between phase-manipulated pulses of pseudo random duration affect the result of window weighted processing. The best parameters of the probing signal for weighing them by window functions during fast-time and slow-time processing are determined. An algorithm for normalization and interpolation of compressed segments of the signal with pseudorandom amplitude and phase-shift keying is proposed. The results obtained are confirmed by modeling the processing of an additive mixture of echo signals with different Doppler frequencies.

**Keywords:** radar, amplitude and phase-shift keying signals, fast and slow time processing, window functions, selection of moving targets

**For citation:** Zhukova I. N., Bystrov N. E. Window function use specifics in the processing of the pseudo random amplitude-phase-shift keyed signals // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 708-715. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).708-715

## Введение

Известно, что во время обработки радиолокационных сигналов взвешивание оконной функцией опорного сигнала позволяет снизить нежелательный эффект маскирования слабого сигнала движущейся цели мощными отражениями от неподвижных или медленно движущихся объектов, расположенных на одной с ней дальности [1, 2].

Разнообразие оконных функций довольно велико, их свойства подробно описаны в литературе [3, 4]. Хорошо известные весовые функции, такие как Ханны, Хэмминга, Блэкмана и другие, рассчитаны на то, что взвешиваемые данные следуют друг за другом с постоянным шагом (без пропусков). Если это условие не выполняется, эффективность применения оконных функций снижается. В радиолокационных системах (РЛС) с квазинепрерывным режимом излучения и приема на общую антенну сигналов с псевдослучайной амплитудой и фазовой манипуляцией (АФМ сигналов) паузы в обрабатываемом сигнале неизбежны. Их появление связано, с одной стороны, с псевдослучайным законом амплитудной манипуляции зондирующего сигнала, а, с другой стороны, с необходимостью кратковременного, на время излучения очередного фазоманипулированного импульса, бланкирования приемного тракта [5]. В результате актуально исследование специфики применения стандартных оконных функций при обработке АФМ сигналов. В статье предложен алгоритм взвешивания, учитывающий структурные свойства АФМ сигнала. Произведена оценка его эффективности.

## Проблема весовой обработки АФМ сигналов

Зондирующий АФМ сигнал состоит из фазоманипулированных импульсов длительностью, кратной  $t_x = k_x \cdot t_b$ , где  $t_b$  – длительность элементарного импульса  $u_0(t)$ . Распределение импульсов на интервале наблюдения длительностью  $T = N \cdot t_b$ , случайно и описывается двоичной дискретной последовательностью  $x(i) \in \{1, 0\}$   $i = 0..N_k - 1$ ,  $N = N_k \cdot k_x$ . Бинарная последовательность  $z(n)$ ,  $z(n) \in \{\pm 1\}$ ,  $n = 0..N - 1$ , определяет закон манипуляции фазы зондирующего сигнала. Тогда с АФМ сигналом может быть ассоциирована дискретная троичная последовательность  $w(n) = x(\lfloor n/k_x \rfloor) \cdot z(n)$ ,  $w(n) \in \{0, \pm 1\}$ ,  $\lfloor \cdot \rfloor$  – оператор целочисленного деления. Средняя на интервале наблюдения скважность АФМ сигнала определяется  $Q = \frac{N}{\sum_{n=0}^{N-1} |w(n)|}$ , а параметр  $C = 1/Q$  определяет вероятность того, что  $n$ -ый импульс сигнала отличен от нуля.

Комплексная огибающая  $u(t)$  АФМ сигнала описывается выражением

$$u(t) = \sum_{n=0}^{N-1} w(n) \cdot u_0(t - n \cdot t_b) \quad (1)$$

Энергия АФМ сигнала может быть описана выражением  $E = CNE_b$ , где  $E_b$  – энергия элементарного импульса.

На рисунке 1 представлен фрагмент модулирующей последовательности  $w(n)$ .

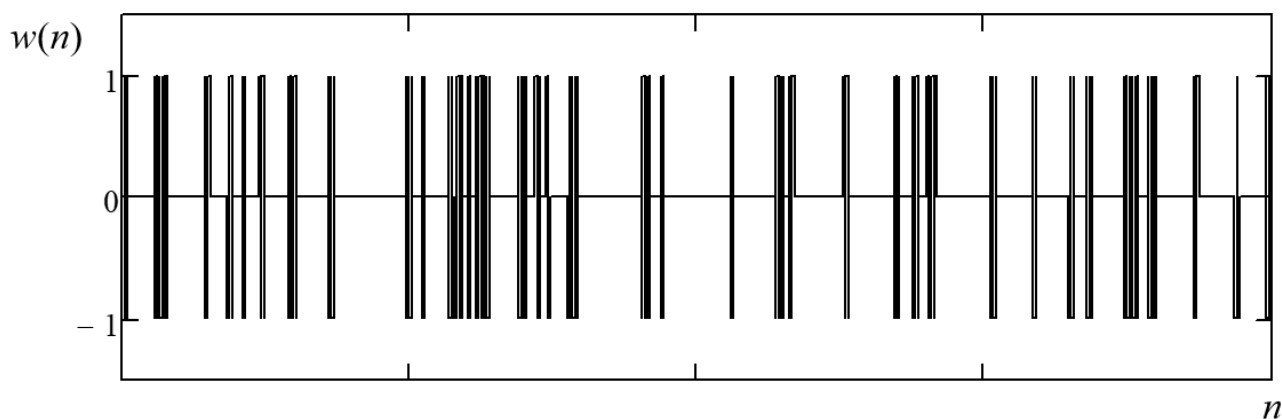


Рисунок 1. Фрагмент кодовой последовательности  $w(n)$  АФМ сигнала

Обработка АФМ сигнала ведется многоканальным по задержке  $\tau_m = m \cdot t_b$ ,  $m=1,2,3,.. m_{max}$  и доплеровскому сдвигу частоты  $F_v = v/T$ ,  $v=0, \pm 1, \pm 2, .. \pm v_{max}$  корреляционным устройством. Поскольку  $m_{max} \cdot t_b \ll T$ , а  $v_{max}/T < 1/2 t_b$ , корреляционную обработку целесообразно реализовать с предварительным сжатием сегментов. Длительность сегментов  $T_s$  определяется максимальным значением доплеровского сдвига частоты  $F_{max}$  обнаруживаемого сигнала,  $T_s = 1/2 F_{max}$ . Набег фазы эхо-сигнала с максимальным доплеровским сдвигом частоты не превышает  $\pi$  на длительности сегмента. Тогда на интервале когерентного накопления длительностью  $T$  содержится  $K_s = T/T_s$  сегментов длительностью  $T_s = N_s t_b$ ,  $N_s$  – длина сегмента в элементарных импульсах.

Сегментная обработка АФМ сигналов описывается двумя выражениями

$$r(m, k) = \int_{k \cdot T_s}^{(k+1)T_s-1} s(t) u_B(t) u^*(t - \tau_m) dt \quad (2)$$

$$R(m, v) = \sum_{k=0}^{K_s-1} H(r(m, k)) \cdot \exp[-j2\pi F_v k T_s] \quad (3)$$

где  $s(t)$  – обрабатываемый сигнал,  $u_B(t) = \sum_{n=0}^{N-1} (1 - |w(n)|) \cdot u_0(t - n \cdot t_b)$  – сигнал бланкирования приемника на время излучения очередного фазоманипулированного импульса,  $H(\cdot)$  – функция взвешивания сжатых сегментов,  $*$  – знак комплексного сопряжения.

Выражение (2) описывает сжатие сегментов сигнала  $s(t)$ . Отметим, что изменение фазы отраженного сигнала на длительности сегмента не учитывается. Выражение (3) описывает спектральную обработку взвешенных сжатых сегментов.



Обычно алгоритм взвешивания состоит в умножении на оконную функцию,  $H(r(m,k))=r(m,k) \cdot h(kT_s)$ , где  $h(t)$  – оконная функция, определенная на интервале  $t=0..T-1$ .

Рассмотрим аддитивную сумму  $s(t)$  двух АФМ сигналов с одинаковой задержкой  $\tau_s=m_{\Pi}t_b=160t_b$  и разными доплеровскими частотами. Доплеровская частота первого сигнала равна  $5.5/T$ . Доплеровская частота второго сигнала равна  $10/T$ . Мощности сигналов отличаются на 20дБ. Рисунок 2 демонстрирует квадратурные составляющие сжатых сегментов  $r(m,k)$  и результат их спектральной обработки сигнала  $s(t)$ .

В отсутствии взвешивания,  $h(t)=1$ , (кривая 1 на рисунке 2), уровень нормированного к  $E$  отклика в частотных каналах пропорционален  $\chi_F = \sqrt{\frac{k_x}{NC(1-C)}}$  [6]. Слабый сигнал не выделяется, поскольку его маскируют боковые лепестки мощного сигнала.

Взвешивание окном Хемминга, (кривая 2 на рисунке 2), устраняет «растекание» отклика мощного сигнала. Уровень боковых лепестков снижается до  $\chi_F$ . Отклик на слабый сигнал выделяется. С увеличением базы АФМ сигнала достоверность обнаружения движущегося объекта повышается, что видно из сопоставления кривых 2 на рисунке 2 а и 2 б.

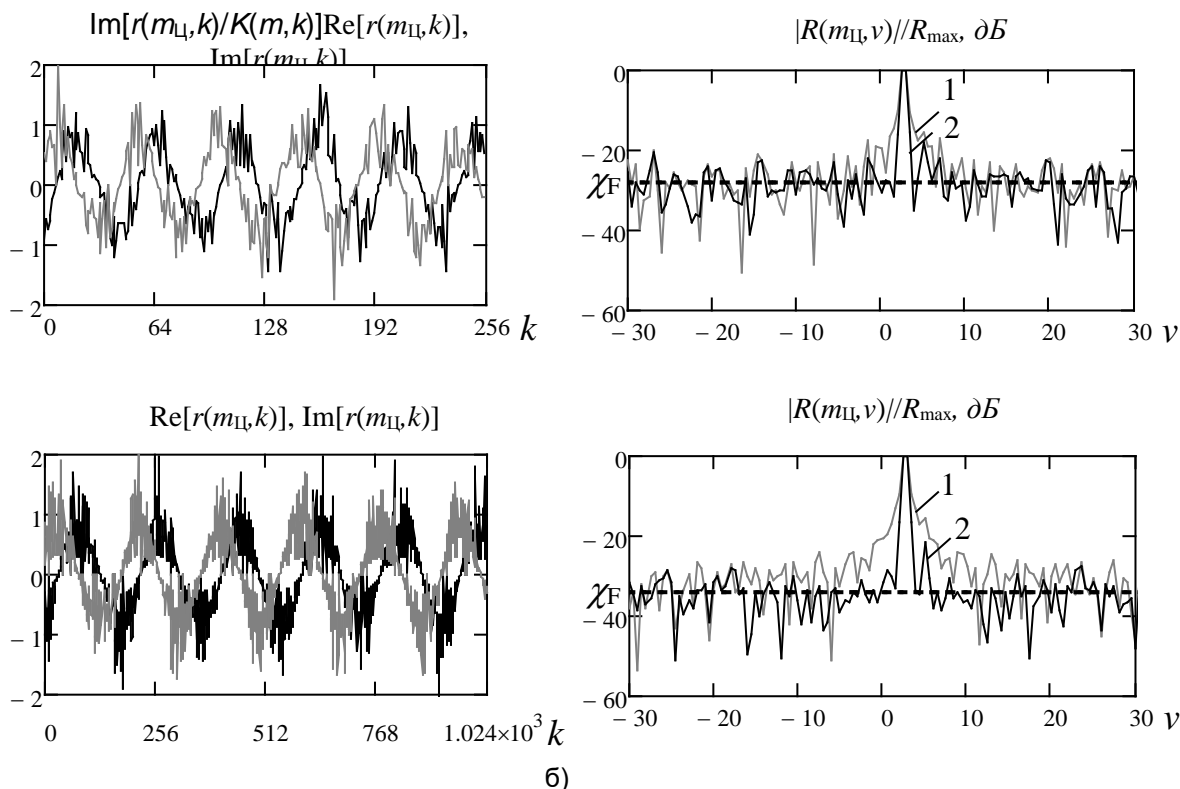


Рисунок 2. Квадратурные составляющие  $r(m,k)$  и доплеровское сечение функции отклика  $|R(m,v)|$ .

а)  $N=N1$ ; б)  $N=4 \cdot N1$

Флуктуация значений квадратурных составляющих  $r(m, k)$  свидетельствует о разном количестве фазоманипулированных импульсов мощного сигнала на длительности сегмента. Разброс энергии сегментов не позволяет снизить уровень помех по боковым лепесткам мощного сигнала до уровня боковых лепестков сектора оконной функции Хемминга в -43 дБ, ограничивая их уровнем  $\chi_F$ , определяемым параметрами АФМ сигнала.

Энергия сегментов АФМ сигнала с  $m$ -ым временным сдвигом после коммутации в приемном тракте описывается выражением

$$E_S(m, k) = E_b \sum_{i=0}^{N_S-1} (1 - |w(kN_S + i)|) \cdot |w(kN_S + i - m)|, \quad (4)$$

Важно отметить, что значения  $E_S(m, k)$  зависят от параметров АФМ сигнала. Среднее значение  $\overline{E_S}$  энергии сегментов АФМ сигнала определяется выражением

$$\overline{E_S} = \frac{E_b}{K_S N} \sum_{k=0}^{K_S-1} \sum_{m=0}^{N-1} E_S(m, k) = (1 - C) C N_S E_b \quad (5)$$

Значение  $\overline{E_S}$  зависит от длины сегмента  $N_S$  и параметра  $C$ .

Энергии сегментов длиной  $N_S$ , нормированные к  $\overline{E_S}$ , АФМ сигналов с  $m_s$ -ым временным сдвигом представлены на рисунке 3. Увеличение  $k_x$  (рисунки 3 а и 3 б) и  $Q$  (рисунки 3 а и 3 в) и приводит к увеличению разброса значений  $E_S(m_s, k)$ . Увеличение  $N_S$  снижает разброс энергии сегментов, степень разброса значений которой определяется коэффициентом  $\mu = k_x / ((1 - C) C N_S)$ . При  $\mu > 0.3$  в АФМ сигнале могут встречаться «пустые» сегменты с энергией, равной нулю (отмечены точками на графиках рисунка 3 б и 3 в). Их число растет с увеличением  $Q$  и/или  $k_x$ .

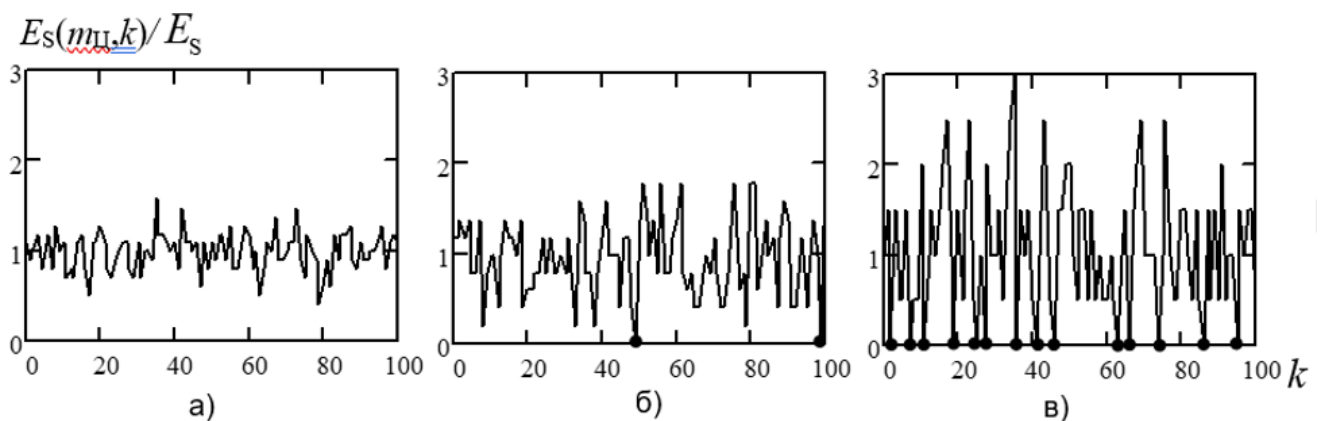


Рисунок 3. Относительное значение энергии сегментов АФМ сигнала.  
а)  $\mu=0.099$ ; б)  $\mu=0.393$ ; в)  $\mu=0.472$

Для повышения эффективности применения оконных функций при корреляционной обработке АФМ сигнала необходимо уравнивания энергии сегментов.

## Обработка АФМ сигналов с нормализацией и интерполяцией сжатых сегментов

Разброс значений энергии сегментов можно устранить, если ввести нормировку  $r(m,k)$  к  $K(m,k)=E_s(m,k)/E_b$ . Когда  $K(m,k)=0$  для некоторого  $k$ -го сегмента, можно, например, принять  $r(m,k)=0$ . В результате предварительной нормализации сжатых сегментов уровень боковых лепестков функции отклика стал ниже  $\chi_F$ , но еще не достиг уровня боковых лепестков, ожидаемых при использовании оконной функции Хемминга (см. рисунок 4 а).

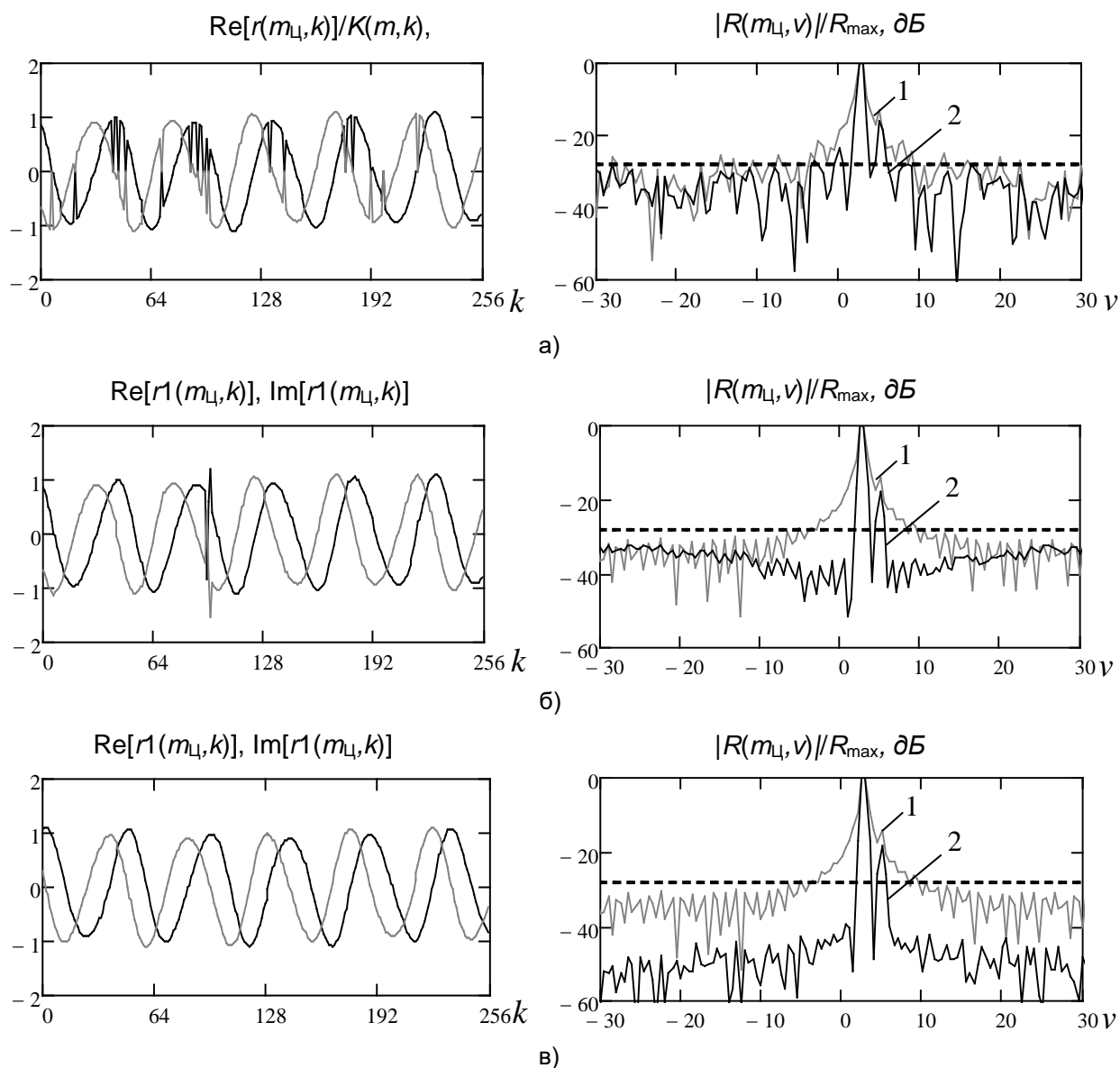


Рисунок 4. Квадратурные составляющие  $r(m,k)$  и доплеровское сечение функции отклика  $|R(m,v)|$ .  
а) С нормализацией сжатых сегментов; б) С нормализацией и интерполяцией сжатых сегментов;  
в) С нормализацией и рекурсивной интерполяцией сжатых сегментов

Аппроксимация, например, интерполяционным полиномом Лагранжа, позволяет значительно сократить число отсчетов  $r(m,k)=0$ . При этом алгоритм взвешивания описывается выражениями

$$H(r(m, k)) = h(k \cdot t_b) \cdot r1(m, k)$$

$$r1(m, k) = \begin{cases} h(k \cdot t_b) \cdot \frac{r(m, k)}{K(m, k)}, & K(m, k) \neq 0 \\ h(k \cdot t_b) \sum_{l=0}^L \frac{r(m, k-l)}{K(m, k-l)} \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq l}}^L \frac{k-j}{k-l-j}, & K(m, k) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

где  $L$  – степень полинома Лагранжа.

В результате совместной аппроксимации и нормализации сжатых сегментов уровень боковых лепестков функции отклика приблизился к уровню боковых лепестков, характерных для оконной функции Хемминга (см. рисунок 4 б). Как следует из представленного примера, аппроксимация значений  $r(m,k)=0$  дает значительные всплески, когда несколько соседних сегментов обладают нулевой энергией. Целесообразен переход к рекурсивному алгоритму аппроксимации:

$$r1(m, k) = \begin{cases} \frac{r(m, k)}{K(m, k)}, & K(m, k) \neq 0 \\ \sum_{l=0}^L r1(m, k-l) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq l}}^L \frac{k-j}{k-l-j}, & K(m, k) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

В результате нормализации и интерполяции сегментов в соответствии с (7) позволяет снизить уровень помех, создаваемых мощным сигналом обнаружению слабого сигнала, до уровня боковых лепестков оконной функции Хемминга (см. рисунок 4 в).

Предлагаемый алгоритм взвешивания также работает, когда слабый сигнал движущейся цели должен быть выделен из аддитивной смеси отражений от подстилающей поверхности или протяженного неподвижного объекта. Такие отражения распределены на множестве элементов разрешения по дальности. Очевидно, что они создают дополнительный фон помех обнаружению слабого сигнала. Эффективность взвешивания в зависимости от протяженности источника помех, а также мощности создаваемых им отражений требует дополнительных исследований.

### Заключение

Предлагаемый алгоритм формирования весовой функции учитывает изменение энергии сегментов АФМ сигнала на длительности когерентного накопления. Сегментная обработка с интерполяцией взвешенных сегментов позволяет улучшить выделение сигнала движущейся цели на фоне мощного отражения от неподвижной или медленно движущейся цели.

### Список литературы

1. Richards M. A., Seheer J. A., Holm W. A. Principles of Modern Radar. Vol. 1: Basic Principles. Raleigh, NC: Scitech Publishing, 2010. 924 p.
2. Levanon N., Mozeson E. Radar Signals. New York, USA: Wiley, 2004. 432 p.
3. Prabhu K. M. M. Window Functions and Their Applications in Signal Processing. CRC Press. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2014. 404 p.
4. Harris F. J. On the use of Windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform // Proceedings of the IEEE. 1978. 68(1). 51-83. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837
5. Гантмахер В. Е., Быстров Н. Е., Чеботарев Д. В. Шумоподобные сигналы: анализ, синтез, обработка. Санкт-Петербург: Наука и Техника, 2005. 396 с.
6. Zhukova I. N., Bystrov N. E., Reganov V. M., Chebotarev S. D. Time-frequency cross-correlation function estimation in radars with common aerial for transmission and reception of quasicontinuous signals // Journal of Engineering and Applied Sciences. 2018. 13(11SI). 8826-8835. DOI: 10.36478/jeasci.2018.8826.8835

### References

1. Richards M. A., Seheer J. A., Holm W. A. Principles of Modern Radar. Vol. 1: Basic Principles. Raleigh, NC: Scitech Publishing, 2010. 924 p.
2. Levanon N., Mozeson E. Radar Signals. New York, USA: Wiley, 2004. 432 p.
3. Prabhu K. M. M. Window Functions and Their Applications in Signal Processing. CRC Press. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2014. 404 p.
4. Harris F. J. On the use of Windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform // Proceedings of the IEEE. 1978. 68(1). 51-83. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837
5. Gantmakher V. E., Bystrov N. E., Chebotarev D. V. Shumopodobnye signaly: analiz, sintez, obrabotka [Noise-like signals: analysis, synthesis, and processing]. Saint Petersburg, Nauka i Tekhnika Publ., 2005. 396 p.
6. Zhukova I. N., Bystrov N. E., Reganov V. M., Chebotarev S. D. Time-frequency cross-correlation function estimation in radars with common aerial for transmission and reception of quasicontinuous signals // Journal of Engineering and Applied Sciences. 2018. 13(11SI). 8826-8835. DOI: 10.36478/jeasci.2018.8826.8835

### Информация об авторах

*Жукова Ирина Николаевна* – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-0283-3711, Irina.Zhukova@novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru

# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

---

УДК 538.9

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).716-726

ГРНТИ 29.10.03

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## О НЕКОТОРЫХ СТРОГИХ РЕЗУЛЬТАТАХ В ТЕОРИИ КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

Захаров А. Ю., Захаров М. А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Работа содержит критический анализ методов и результатов, используемых и применяемых в настоящее время в теории конденсированного состояния вещества. Разработан единый математический аппарат – метод функционального интегрирования, который в равной мере применим ко всем основным распределениям статистической физики: микроканоническому, каноническому и большому каноническому распределению. В рамках этого метода выполнена точная факторизация конфигурационного интеграла по атомным координатам и установлена связь между микроканоническим и каноническим ансамблями. Показано, что межатомные взаимодействия могут быть исключены путем перенормировки внешних случайных полей, а случайные внешние поля могут быть исключены перенормировкой межатомных потенциалов. Предложена новая постановка задач равновесной статистической механики как динамической теории поля с гамильтонианом, зависящим от температуры.

**Ключевые слова:** микроканонический ансамбль, канонический ансамбль, статистическая сумма, функциональный интеграл, межатомные потенциалы

**Для цитирования:** Захаров А. Ю., Захаров М. А. О некоторых строгих результатах в теории конденсированного состояния // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 716-726. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).716-726

*Research Article*

## ON SOME RIGOROUS RESULTS IN CONDENSED MATTER THEORY

Zakharov A. Yu., Zakharov M. A.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The work contains a critical analysis of the methods and results currently used and applied in the theory of condensed matter. A unified mathematical apparatus has been developed - the method of functional integration which is equally applicable to all main distributions of statistical physics: microcanonical, canonical, and grand canonical ensembles. Within the framework of this method, an exact factorization of the configuration integral with respect to atomic coordinates was performed and a connection between the microcanonical and canonical ensembles was established. It is shown that interatomic interactions can be eliminated by renormalizing external random fields, and random external fields can be eliminated by renormalizing interatomic potentials. A new formulation of problems of equilibrium statistical mechanics as a dynamic field theory with a Hamiltonian depending on temperature is proposed.

**Keywords:** microcanonical ensemble, canonical ensemble, partition function, functional integral, interatomic potentials

**For citation:** Zakharov A. Yu., Zakharov M. A. On some rigorous results in condensed matter theory // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 716-726. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).716-726

## Введение

Статистическая механика существенно отличается от всех остальных разделов теоретической физики тем, что она с момента создания и по настоящее время является «плохо определенной» дисциплиной. Дело состоит, прежде всего, в том, что она изначально допускает несколько различных формулировок (ансамблей), эквивалентность которых пока не доказана. Более того, есть веские основания [1-3] для сомнений в эквивалентности этих ансамблей.

Существующие доводы (на «физическом» уровне строгости) в пользу эквивалентности микроканонического, канонического и большого канонического ансамблей хорошо известны, однако во всех более или менее нетривиальных ситуациях они совершенно неубедительны и никак не могут служить доказательствами эквивалентности. Особенно неубедительны эти аргументы в следующих случаях.

- Прежде всего, в окрестности точек фазовых переходов, когда картина определяется в основном сильно развитыми флуктуациями, естественно не имеет места положение о возможности пренебрежения флуктуациями при переходе от канонического к большому каноническому ансамблю.

- В многофазных системах канонический ансамбль, в отличие от большого канонического ансамбля, требует конструкций типа построения Максвелла. В итоге свойства сосуществующих фаз оказываются зависящими от совершенно «нефизических» участков кривых или (гипер)поверхностей (к примеру, от участка изотермы Ван-дер-Ваальса, на котором производная давления по объему положительна).

- Теоремы типа Бореля и Максвелла (см., к примеру, [4, 5]) о локализации мер в пространствах большого числа измерений, используемые при переходе от микроканонического ансамбля к каноническому, непосредственно применимы в случаях, когда поверхность постоянной энергии  $H(q, p) - E = 0$  в фазовом пространстве системы достаточно проста (к примеру – сфера или цилиндр). Ясно, что для системы взаимодействующих частиц эта поверхность может быть сколь угодно сложной и имеющиеся в настоящее время обобщения теорем (см., к примеру, [6]) не решают проблемы. Наконец, в случае микрогетерогенных, малых систем, фрактальных объектов, а также систем с сильно развитой поверхностью и систем с размерами порядка нанометров (наносистем) размерность фазового пространства часто оказывается недостаточно большой для применимости соответствующих асимптотических теорем.

По перечисленным причинам представляется необходимым создание математического аппарата, в равной мере применимого ко всем ансамблям статистической механики. Цель данной работы заключена в развитии такого аппарата.

### Микроканонический ансамбль

Наиболее обоснованным является микроканонический ансамбль, в котором рассматриваемая система полностью изолирована от внешнего мира и проблема нахождения термодинамических функций сводится к вычислению доступного объема фазового пространства  $\Delta\Gamma$  как функции от числа частиц  $N$ , объема  $V$  системы, энергии  $E$ , а также “небольшой” неопределенности в энергии  $\delta E$ :

$$\Delta\Gamma(N, V, E, \delta E) = \frac{1}{N!} \int_{(E-\delta E \leq H(p,q) \leq E)} d\Gamma, \quad (1)$$

где  $q, p$  – совокупность обобщённых координат и импульсов всех частиц системы. Таким образом, задача состоит в определении объема, заключенного между двумя поверхностями постоянной энергии в фазовом пространстве системы с гамильтонианом общего вида. Эта задача в общем виде очень сложна и в явном виде решена только в весьма немногих простых частных случаях, когда поверхность постоянной энергии в фазовом пространстве имеет вид сферы или цилиндра.

Введем функцию

$$\chi_{\Omega}(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega; \\ 0, & x \notin \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

называемую характеристической функцией множества  $\Omega$  или разрывным множителем Дирихле. Эта функция придает точкам, принадлежащим множеству  $\Omega$ , единичный вес, а всем прочим точкам – нулевой вес. Тогда выражение для доступного объема фазового пространства системы может быть записано в форме:

$$\Delta\Gamma = \frac{1}{N!} \int \chi_{[E-\delta E, E]}(H(p, q)) d\Gamma, \quad (3)$$

в которой благодаря характеристической функции в подынтегральном выражении ограничения на область интегрирования по обобщенным координатам  $q$  и импульсам  $p$  учитываются автоматически. Поэтому интеграл (3) определяет объем фазового пространства, заключенного между поверхностями  $\sigma_1: H(p, q) = (E - \delta E)$  и  $\sigma_2: H(p, q) = E$  в общем случае совершенно произвольного межатомного потенциала. При этом поверхности постоянной энергии могут иметь сколь угодно сложную структуру, в частности, они вполне могут быть несвязными.

Для характеристической функции используем известное интегральное представление:

$$\chi_{[E-\delta E, E]}(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\tau\delta E}{2}\right)}{\tau} \exp\left[i\tau\left(x - E + \frac{\delta E}{2}\right)\right] d\tau. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), найдем

$$\Delta\Gamma(N, V, E, \delta E) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\tau\delta E}{2}\right)}{\tau} \exp\left[-i\tau\left(E - \frac{\delta E}{2}\right)\right] \left\{ \frac{1}{N!} \int \exp[i\tau H(p, q)] dp dq \right\} d\tau. \quad (5)$$



Выражение в фигурных скобках в этом интеграле

$$Z(-i\tau) = \frac{1}{N!} \int \exp[i\tau H(p, q)] dp dq \quad (6)$$

представляет собой каноническую статистическую сумму рассматриваемой системы как функцию от комплексной обратной температуры  $\beta = -i\tau$ .

Таким образом, согласно (5) существует интегральное преобразование, связывающее каноническую статистическую сумму и величину доступного объема фазового пространства системы. Отметим, что это преобразование изначально не предполагает обязательности термодинамического предельного перехода  $N, V \rightarrow \infty$ ,  $n = N/V = \text{const}$ , т.е. оно справедливо не только для макроскопических систем, но и для малых систем, включая наносистемы. Преобразование (5) содержит в себе принципиальную возможность построения статистической термодинамики малых систем из «первых принципов».

### Взаимные перенормировки межатомных потенциалов и случайных внешних полей

Для канонического ансамбля в классической статистической механике имеется определенный дуализм между внешними полями и межатомными взаимодействиями. Он состоит в том, что двухчастичные межатомные взаимодействия статистически эквивалентны комплексному случайному внешнему полю. Другими словами, межатомные взаимодействия могут быть точно учтены посредством перенормировки внешнего поля, а случайное внешнее поле, в свою очередь, может быть точно учтено перенормировкой межатомных потенциалов. Докажем это утверждение.

Будем рассматривать однокомпонентную классическую систему, содержащую  $N$  бесструктурных частиц (т.е., частиц без внутренних степеней свободы), взаимодействующих между собой через произвольный центральный парный потенциал  $v(\mathbf{r})$  и находящихся во внешнем поле  $\varphi(\mathbf{r})$ . Гамильтониан такой системы имеет вид:

$$H(q, p) = \sum_{k=1}^N \mathbf{p}_k^2 / 2m + (1/2) \sum_{s, s'=1, (s \neq s')}^N v(\mathbf{R}_s - \mathbf{R}_{s'}) + \sum_{s=1}^N \varphi(\mathbf{R}_s). \quad (7)$$

Производящий функционал системы после интегрирования по импульсным переменным имеет известный вид:

$$Z\{\varphi(r)\} = \frac{V^N}{N! \lambda^{DN}} \int \dots \int_{(V^N)} \left( \prod_{s=1}^N \frac{d^D R_s}{V} \right) \exp(-\beta \sum_{s=1}^N \varphi(R_s)) \times \\ \times \exp\left(-\frac{\beta}{2} \sum_{s, s'=1, (s \neq s')}^N v(|R_s - R_{s'}|)\right), \quad (8)$$

где  $\lambda = (2\pi\hbar^2/mk_B T)^{1/2}$  – тепловая длина волны де Бройля,  $\beta = 1/k_B T$  – обратная температура,  $V$  – объем системы,  $D$  – размерность пространства,  $\hbar$  и  $k_B$  –

постоянные Планка и Больцмана соответственно.

В этой формуле первая экспонента, связанная с внешним полем, распадается на произведение идентичных одноатомных сомножителей типа  $\exp(-\beta\varphi(R_s))$ . Вторая экспонента на одночастичные сомножители не распадается из-за взаимных «зацеплений» атомных координат  $R_s$  через межатомный потенциал.

Одним из путей «разделения» атомных переменных для достаточно общего класса межатомных потенциалов является представление производящего функционала через функциональный интеграл. Существует несколько вариантов такого представления для статистической суммы. Будем использовать вариант метода факторизации, предложенный в работе [7] и развитый далее в работах [8, 9].

Положим, что центральный межатомный потенциал  $v(r)$  допускает разложение Фурье. Тогда энергия межатомных взаимодействий представляется в виде

$$\frac{1}{2} \sum_{s,s'=1}^N v(|R_s - R_{s'}|) = -\frac{N}{2} v(0) + \frac{1}{2V} \sum_{k \in \Omega^+} v^+(k) [C^2(k) + S^2(k)] - \frac{1}{2V} \sum_{k' \in \Omega^-} v^-(k') [C^2(k') + S^2(k')]; \quad (9)$$

где

$$C(k) = \sum_{s=1}^N \cos(kR_s); \quad S(k) = \sum_{s=1}^N \sin(kR_s), \quad (10)$$

слагаемое  $-\frac{N}{2} v(0)$  компенсирует член с  $s = s'$  в правой части (9),  $\Omega^\pm$  обозначают части пространства волновых векторов  $\Omega$ , в которых Фурье-трансформанта  $\tilde{v}(k)$  межатомного потенциала положительна и отрицательна соответственно,  $v^\pm(k) = \pm \tilde{v}(k)$  при  $k \in \Omega^\pm$ .

Экспонента, содержащая энергию двухчастичных взаимодействий в производящем функционале (8) распадается на произведение по  $k$  и  $k'$  сомножителей типа

$$\exp\left(-\frac{\beta v^+(k)}{2V} [C^2(k) + S^2(k)]\right), \quad \exp\left(\frac{\beta v^-(k')}{2V} [C^2(k') + S^2(k')]\right). \quad (11)$$

Используя преобразование Стратоновича–Хаббарда для каждого из этих сомножителей, найдем представление производящего функционала через функциональный интеграл:

$$\begin{aligned} Z\{\varphi(r)\} &= \frac{V^N}{N! \lambda^{DN}} e^{\frac{\beta N}{2} v(0)} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \prod_{k \in \Omega^+} \frac{\beta m \omega^2(k) dx^+(k) dy^+(k)}{2\pi} \exp\left\{-\frac{\beta m \omega^2(k) ([x^+(k)]^2 + [y^+(k)]^2)}{2}\right\} \right) \times \\ &\times \left( \prod_{k' \in \Omega^-} \frac{\beta m \omega^2(k') dx^-(k') dy^-(k')}{2\pi} \exp\left\{-\frac{\beta m \omega^2(k') ([x^-(k')]^2 + [y^-(k')]^2)}{2}\right\} \right) \times \\ &\times [F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\})]^N; \end{aligned} \quad (12)$$

здесь

$$F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\}) = \int_{(V)} \left[ \frac{dr}{V} e^{-\beta\varphi(r)} \times \right. \\ \times \exp \left\{ i\beta \sum_{k \in \Omega^+} \sqrt{\frac{mv^+(k)}{V}} \omega(k) [x^+(k) \cos(kr) + y^+(k) \sin(kr)] \right\} \times \\ \times \exp \left\{ \beta \sum_{k' \in \Omega^-} \sqrt{\frac{mv^-(k')}{V}} \omega(k') [x^-(k') \cos(k'r) + y^-(k') \sin(k'r)] \right\} \Bigg], \quad (13)$$

$\omega(k)$  – произвольная положительная функция волнового вектора, имеющая размерность круговой частоты;  $m$  – произвольный положительный параметр с размерностью массы, а  $x^\pm(k)$ ,  $y^\pm(k)$  – вспомогательные переменные, появившиеся в результате преобразования Стратоновича–Хаббарда.

На этом этапе проблема «зацепления» атомных координат разрешена – подынтегральное выражение в (12) распалось на  $N$  идентичных сомножителей, каждый из которых содержит координаты только одного из атомов. После интегрирования по переменным  $R_1, \dots, R_N$  каждый из сомножителей приводит к выражению  $F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\})$ , что даёт в итоге  $[F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\})]^N$  в подынтегральном выражении.

Функция  $F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\})$  имеет прозрачный физический смысл – это есть конфигурационный интеграл одной частицы в комплексном внешнем поле  $\psi(r)$

$$\psi(r) = \varphi(r) - i \sum_{k \in \Omega^+} \sqrt{\frac{mv^+(k)}{V}} \omega(k) [x^+(k) \cos(kr) + y^+(k) \sin(kr)] - \\ - \sum_{k' \in \Omega^-} \sqrt{\frac{mv^-(k')}{V}} \omega(k') [x^-(k') \cos(k'r) + y^-(k') \sin(k'r)]. \quad (14)$$

Это поле представляет собой сумму двух полей – исходного внешнего поля  $\varphi(r)$  и некоторого искусственного комплексно-значного поля, порожденного исключением межатомных взаимодействий и представленного в виде ряда Фурье с коэффициентами  $\sqrt{\frac{mv^\pm(k)}{V}} \omega(k) x^\pm(k)$ ,  $\sqrt{\frac{mv^\pm(k)}{V}} \omega(k) y^\pm(k)$ . Величина  $[F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\})]^N$  есть просто конфигурационный интеграл классического идеального газа, помещенного во внешнее поле  $\psi(R)$ . Формула (12) представляет собой статистическую сумму классического идеального газа, усредненную по всем конфигурациям комплексно-значного внешнего поля, каждая из Фурье-гармоник которого распределена по нормальному закону.

Таким образом, классическая система многих частиц с взаимодействиями эквивалентна идеальному газу во внешнем комплексно-значном случайном поле с нормально распределенными Фурье-гармониками.

### Гамильтониан вспомогательного поля

Формула (12) допускает еще один вариант физической интерпретации – функциональный интеграл (12) определяет статистический интеграл системы взаимодействующих (нелинейных) осцилляторов. Действительно:

$$Z\{\varphi(r)\} = \frac{V^N}{N! \lambda^{DN}} e^{\frac{\beta N}{2} v(0)} \int D_0 \mu e^{-W_1}, \quad (15)$$

где

$$D_0 \mu = \left( \prod_{k \in \Omega^+} \frac{dx^+(k) dy^+(k)}{2\pi} \right) \left( \prod_{k' \in \Omega^-} \frac{dx^-(k') dy^-(k')}{2\pi} \right) - \quad (16)$$

лебегова мера в пространстве переменных  $x^\pm(k)$ ,  $y^\pm(k)$  (заметим, кстати, что эти переменные имеют размерность длины), а

$$\begin{aligned} W_1 = & \frac{1}{2} \sum_{k \in \Omega^+} m \omega^2(k) ([x^+(k)]^2 + [y^+(k)]^2) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k' \in \Omega^-} m \omega^2(k') ([x^-(k')]^2 + [y^-(k')]^2) - \\ & - \frac{N}{\beta} \ln F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\}) - \end{aligned} \quad (17)$$

гамильтониан взаимодействия некоторой фиктивной системы с обобщенными координатами  $x^\pm(k)$ ,  $y^\pm(k)$ . Слагаемые вида  $\frac{1}{2} m \omega^2(k) [x^\pm(k)]^2$  и  $\frac{1}{2} m \omega^2(k) [y^\pm(k)]^2$  имеют вид, характерный для потенциальной энергии осцилляторов с массой  $m$  и круговой частотой  $\omega(k)$ , поэтому первые две суммы по  $k$  и  $k'$  определяют потенциальную энергию системы гармонических осцилляторов с некоторым законом дисперсии  $\omega(k)$ . Последнее слагаемое  $-\frac{N}{\beta} \ln F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\})$  в (17) определяет некоторую поправку к этой энергии, порождающую изменение параметров системы гармонических осцилляторов и нелинейные эффекты (ангармонизмы). Вектор  $k$  нумерует обобщенные координаты фиктивной системы, а функциональный интеграл (12) представляет собой конфигурационный интеграл этой системы.

Приведем выражение (12) к виду статистического интеграла системы осцилляторов с взаимодействием (17). Воспользовавшись тождеством

$$\frac{\beta}{2\pi m} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_x dp_y \exp \left[ -\beta \left( \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} \right) \right] = 1, \quad (18)$$

получим:

$$\begin{aligned} Z\{\varphi(r)\} = & \frac{V^N}{N! \lambda^{DN}} e^{\frac{\beta N}{2} v(0)} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int \left( \prod_{k \in \Omega^+} \left[ \frac{\beta \omega(k)}{2\pi} \right]^2 dx^+(k) dp_x^+(k) dy^+(k) dp_y^+(k) \right) \times \\ & \times \left( \prod_{k' \in \Omega^-} \left[ \frac{\beta \omega(k')}{2\pi} \right]^2 dx^-(k') dp_x^-(k') dy^-(k') dp_y^-(k') \right) \times \\ & \times \exp \left\{ -\beta \sum_{k \in \Omega^+} \left( \frac{([p_x^+(k)]^2 + [p_y^+(k)]^2)}{2m} + \frac{m \omega^2(k) ([x^+(k)]^2 + [y^+(k)]^2)}{2} \right) \right\} \times \\ & \times \exp \left\{ -\beta \sum_{k' \in \Omega^-} \left( \frac{([p_x^-(k')]^2 + [p_y^-(k')]^2)}{2m} + \frac{m \omega^2(k') ([x^-(k')]^2 + [y^-(k')]^2)}{2} \right) \right\} \times \\ & \times [F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\})]^N. \end{aligned} \quad (19)$$

Данный интеграл представляет собой классическую статистическую сумму системы, описываемой гамильтонианом  $H$ :

$$H = \sum_{k \in \Omega^+} \left\{ \left[ \frac{[p_x^+(k)]^2}{2m} + \frac{m\omega^2(k)(x^+(k))^2}{2} \right] + \left[ \frac{[p_y^+(k)]^2}{2m} + \frac{m\omega^2(k)(y^+(k))^2}{2} \right] \right\} + \\ + \sum_{k' \in \Omega^-} \left\{ \left[ \frac{[p_x^-(k')]^2}{2m} + \frac{m\omega^2(k')(x^-(k'))^2}{2} \right] + \left[ \frac{[p_y^-(k')]^2}{2m} + \frac{m\omega^2(k')(y^-(k'))^2}{2} \right] \right\} - \quad (20) \\ - \frac{N}{\beta} \ln F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\}).$$

Заметим, что множитель  $\frac{2\pi}{\beta\omega(k)}$  в подынтегральном выражении формулы (19) играет роль естественной элементарной ячейки фазового пространства (т. е. постоянной Планка) и имеет ее размерность.

Гамильтониан (20) помимо своих «естественных» переменных – обобщенных координат  $x^\pm(k)$ ,  $y^\pm(k)$  и обобщенных импульсов  $p_x^\pm(k)$ ,  $p_y^\pm(k)$  – содержит еще и температуру, поскольку от последней зависит функция  $F_1(x^\pm(k), y^\pm(k), \{\varphi(r)\})$ .

Таким образом, проблема вычисления статистической суммы системы взаимодействующих через произвольный парный потенциал классических частиц эквивалентна проблеме расчета статистической суммы квазичастиц — системы взаимодействующих фиктивных нелинейных осцилляторов, описываемой гамильтонианом (20). В термодинамическом пределе система осцилляторов с гамильтонианом (20) переходит в нелинейное самодействующее поле. Поэтому равновесная классическая статистическая механика допускает альтернативную (к вычислению статистических сумм или иных статических величин) формулировку в виде теории нелинейного поля с соответствующим предельным гамильтонианом.

### Спонтанное нарушение симметрии в классической статистике

Положим внешнее поле  $\varphi(\mathbf{r})$  тождественно равным нулю и рассмотрим случай достаточно высоких температур. Тогда основной вклад в интеграл (12) по полевым переменным  $x^\pm(\mathbf{k})$ ,  $y^\pm(\mathbf{k})$  дают малые их значения, при которых выражение для  $\ln F_1(x^\pm(k), y^\pm(k))$  имеет вид:

$$\ln F_1 \approx -\frac{\beta^2 m}{2V} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega^+/2} v^+(\mathbf{k}) \omega^2(\mathbf{k}) \{ [x^+(\mathbf{k}) + x^+(-\mathbf{k})]^2 + [y^+(\mathbf{k}) - y^+(-\mathbf{k})]^2 \} + \\ + \frac{\beta^2 m}{2V} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega^-/2} v^-(\mathbf{k}') \omega^2(\mathbf{k}') \{ [x^-(\mathbf{k}') + x^-(-\mathbf{k}')]^2 + [y^-(\mathbf{k}') - y^-(-\mathbf{k}')]^2 \}. \quad (21)$$

Здесь множества  $\Omega^\pm$  разделены на пары непересекающихся множеств  $\Omega^\pm/2$  посредством произвольной плоскости, проходящей через начало координат и суммирование по  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{k}'$  осуществляется в пределах  $\Omega^\pm/2$ . Переходя от переменных  $x^\pm(\mathbf{k})$ ,  $y^\pm(\mathbf{k})$  к переменным  $X^\pm(\mathbf{k})$ ,  $Y^\pm(\mathbf{k})$ ,  $Z^\pm(\mathbf{k})$ ,  $W^\pm(\mathbf{k})$

$$\begin{cases} X^{\pm}(\mathbf{k}) = \frac{x^{\pm}(\mathbf{k}) + x^{\pm}(-\mathbf{k})}{2} \\ Z^{\pm}(\mathbf{k}) = x^{\pm}(\mathbf{k}) - x^{\pm}(-\mathbf{k}) \end{cases}; \quad \begin{cases} W^{\pm}(\mathbf{k}) = \frac{y^{\pm}(\mathbf{k}) + y^{\pm}(-\mathbf{k})}{2} \\ Y^{\pm}(\mathbf{k}) = y^{\pm}(\mathbf{k}) - y^{\pm}(-\mathbf{k}) \end{cases}, \quad (22)$$

и интегрируя по переменным  $Z^{\pm}(\mathbf{k})$ ,  $W^{\pm}(\mathbf{k})$ , получим соответствующий гамильтониан (17) в квадратичном приближении по полевым переменным:

$$\begin{aligned} W_1 \approx & \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k} \in \Omega^{+}/2} m \omega^2(k) [1 + n \beta v^{+}(\mathbf{k})] ([X^{+}(k)]^2 + [Y^{+}(k)]^2) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}' \in \Omega^{-}/2} m \omega^2(k') [1 - n \beta v^{-}(\mathbf{k}')] ([X^{-}(k')]^2 + [Y^{-}(k')]^2). \end{aligned} \quad (23)$$

Если множество  $\Omega^{-}$  непусто (т.е., существуют такие значения волновых векторов, при которых Фурье-трансформанта потенциала отрицательна), то при достаточно низких температурах  $T < T_c$

$$T_c = n \max_{\mathbf{k}' \in \Omega^{-}} v^{-}(\mathbf{k}') = -n \min_{\mathbf{k} \in \Omega} \tilde{v}(\mathbf{k}) \quad (24)$$

квадратичная форма (23) становится знакопеременной (точка минимума эффективного потенциала  $\mathcal{W}_1$  в пространстве переменных  $X^{\pm}(\mathbf{k})$ ,  $Y^{\pm}(\mathbf{k})$  в начале координат переходит в седловую точку). Если ограничиться квадратичным приближением для  $\mathcal{W}_1$  в (15), то соответствующий функциональный интеграл расходится. Аналогичное явление в теории поля называется спонтанным нарушением симметрии. Элементарная оценка показывает, что в исходном интеграле (15) никакой расходимости нет, т.е., при  $T < T_c$  и в окрестности  $T_c$  квадратичное приближение недостаточно. Тем не менее, превращение точки минимума в седловую точку является признаком наличия фазового перехода в системе.

Таким образом, с понижением температуры гамильтониан  $\mathcal{H}$  вспомогательного поля претерпевает следующие этапы эволюции:

1. при высоких температурах  $T \gg T_c$  гамильтониан описывает систему невзаимодействующих осцилляторов (величинами  $n \beta v^{\pm}(\mathbf{k})$  в (23) можно пренебречь);

2. при  $T < T_c$ ,  $(T - T_c) \sim T_c$  происходит изменение параметров  $m$ ,  $\omega(\mathbf{k})$  осцилляторов и в окрестности  $T_c$  наименьшая по  $\mathbf{k}$  из  $\omega(\mathbf{k})$  стремится к нулю. В этой ситуации в разложении гамильтониана  $\mathcal{H}$  по степеням  $x^{\pm}(\mathbf{k})$ ,  $y^{\pm}(\mathbf{k})$  необходимо сохранить члены по меньшей мере третьего и четвертого порядков. Это означает, что помимо спонтанного нарушения симметрии начинает проявляться взаимодействие осцилляторов (нелинейные эффекты).

Заметим, что температура  $T_c$  не обязательно совпадает с точкой фазового перехода в системе. С полевой точки зрения в окрестности  $T_c$  происходит “конденсация” вспомогательных осцилляторов, а при  $T \leq T_c$  фазовый переход уже произошел.

### Заключение

В данной работе показано, что основные ансамбли классической статистической механики допускают единое описание с помощью функционального интегрирования. В частности, такое описание позволило:

1. Установить новую связь между микроканоническим и каноническим ансамблями.
2. Установить определенный дуализм между внешними случайными полями и межатомными взаимодействиями. Межатомные взаимодействия могут быть точно исключены путем перенормировок внешних случайных полей, а случайные внешние поля – перенормировкой межатомных потенциалов.
3. Найти новую постановку задач равновесной статистической механики – как динамической теории поля с гамильтонианом, зависящим от температуры. Это приводит к проблеме исследования уравнений движения вспомогательного поля и поиску связей между решениями уравнений движения и термодинамическими характеристиками системы (в частности, с фазовыми переходами).

### Список литературы

1. Gross D. H. E. Microcanonical thermodynamics. Singapore: World Scientific, 2001. 287 p.
2. Gross D. H. E. Microcanonical thermodynamics and statistical, fragmentation of dissipative systems. The topological structure of the N-body phase space // Physics Reports. 1997. 279(3). 119-202. DOI: 10.1016/S0370-1573(96)00024-5
3. Lavenda B. H. Statistical Physics: A Probabilistic Approach. New York: Wiley-Interscience, 1991. 371 p.
4. Кац М. Вероятность и смежные вопросы в физике / перевод с английского Р. А. Минлоса. Москва: Мир, 1965. 407 с.
5. Леви П. Конкретные проблемы функционального анализа: с добавлением Ф. Пеллегрини об аналитических функционалах / перевод со 2-го французского издания В. С. Бермана; под редакцией Г. Е. Шилова. Москва: Наука, 1967. 510 с.
6. Ledoux M. The concentration of measure phenomenon. – Providence: American Mathematical Society, 2001. 181 p.
7. Zakharov A. Yu. Exact Calculation Method of Partition Function for One-Component Classical Systems with Two-Body Interactions // Physics Letters A. 1990. 147(8/9). 442-444. DOI: 10.1016/0375-9601(90)90603-L
8. Захаров А. Ю. Функциональное интегрирование и метод факторизации в классической статистической механике // Журнал физической химии. 2000. 74(1). 48-53.
9. Zakharov A. Yu. Ensembles in classical statistical mechanics and their unification via nonlinear field theory // International Journal of Quantum Chemistry. 2004. 100(4). 442-447. DOI: 10.1002/qua.10808

### References

1. Gross D. H. E. Microcanonical thermodynamics. Singapore, World Scientific, 2001. 287 p.
2. Gross D. H. E. Microcanonical thermodynamics and statistical, fragmentation of dissipative systems. The topological structure of the N-body phase space // Physics Reports. 1997. 279(3). 19–202. DOI: 10.1016/S0370-1573(96)00024-5

3. Lavenda B. H. Statistical Physics: A Probabilistic Approach. New York, Wiley-Interscience, 1991. 371 p.
4. Кас М. Probability and related topics in physical sciences. Volume I. Interscience Publ., New York, 1959. 266 p. (Russ. ed.: Kats M. Veroiatnost' i smezhnye voprosy v fizike. Moscow, Mir Publ., 1965. 407 p.)
5. Lévy P. Problèmes concrets d'analyse fonctionnelle: avec un complément sur les fonctionnelles analytiques par F. Pellegrino [Specific problems of functional analysis: with the addition of F. Pellegrino on analytic functionals]. 2de édition. Paris, Gauthier-Villars, 1951. 477 p. (Russ. ed.: Levi P. Konkretnye problemy funktsional'nogo analiza: s dobavleniem F. Pellegrino ob analiticheskikh funktsionalakh. Moscow, Nauka Publ., 1967. 510 p.)
6. Ledoux M. The concentration of measure phenomenon. Providence: American Mathematical Society, 2001. 181 p.
7. Zakharov A. Yu. Exact Calculation Method of Partition Function for One-Component Classical Systems with Two-Body Interactions // Physics Letters A. 1990. 147(8/9). 442-444. DOI: 10.1016/0375-9601(90)90603-L
8. Zakharov A. Yu. Functional integration and method of factorization in classical statistical mechanics // Russian Journal of Physical Chemistry A. 2000. 74(1). 40-45.
9. Zakharov A. Yu. Ensembles in classical statistical mechanics and their unification via nonlinear field theory // International Journal of Quantum Chemistry. 2004. 100(4). 442-447. DOI: 10.1002/qua.10808

#### **Информация об авторах**

*Захаров Анатолий Юльевич* – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7850-0086, Anatoly.Zakharov@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru



# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 530: 530.12

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).727-734

ГРНТИ 29.01+29.05.19

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МОДЕЛЬ МЕЖАТОМНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Захаров А. Ю., Захаров М. А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Предложен метод релятивистского описания динамики систем взаимодействующих частиц через вспомогательное поле, которое в статическом режиме эквивалентно заданным межатомным потенциалам, а в динамическом режиме является классическим релятивистским полем. Установлено, что для статических межатомных потенциалов общего вида вспомогательное поле представляет собой композицию элементарных полей, удовлетворяющих уравнениям типа Клейна-Гордона. Каждое элементарное поле характеризуется комплексным параметром - аналогом вещественной массы в уравнении Клейна-Гордона. Взаимодействие между частицами через вспомогательное поле, нелокально как по пространственным переменным, так и по времени. Исследованы качественные свойства решений уравнений, описывающих вспомогательное поле. Установлены релятивистские механизмы как термодинамического поведения, так и синергетических эффектов в малочастичных системах.

**Ключевые слова:** классическая релятивистская динамика, статические межатомные потенциалы, запаздывающие взаимодействия, явление необратимости, уравнение Клейна-Гордона

**Для цитирования:** Захаров А. Ю., Захаров М. А. Релятивистская модель межатомных взаимодействий // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 727-734. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).727-734

*Research Article*

## RELATIVISTIC MODEL OF INTERATOMIC INTERACTIONS

Zakharov A. Yu., Zakharov M. A.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** In this paper, we propose a method for relativistic description of the dynamics of systems of interacting particles through an auxiliary field which in the static mode is equivalent to given interatomic potentials, and in the dynamic mode is a classical relativistic field. It has been established that for static interatomic potentials of a general form, the auxiliary field is a composition of elementary fields satisfying the Klein-Gordon type equations. Each elementary field is characterized by a complex parameter which is an analogue of the real mass in the Klein-Gordon equation. The interaction between particles through an auxiliary field is nonlocal both in spatial variables and in time. The qualitative properties of solutions to equations describing the auxiliary field are studied. Relativistic mechanisms of both the thermodynamic behavior and synergetic effects in few-particle systems have been established.

**Keywords:** classical relativistic dynamics, static interatomic potentials, delayed interactions, phenomenon of irreversibility, Klein-Gordon equation

**For citation:** Zakharov A. Yu., Zakharov M. A. Relativistic model of interatomic interactions // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 727-734. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).727-734

## Введение

Проблема описания межатомных взаимодействий в рамках релятивистской теории обусловлена тем, что нерелятивистская динамика без дополнительных

допущений не в состоянии быть полноценным микроскопическим обоснованием термодинамики. Кроме того, после появления теории относительности возникла необходимость согласования всех существующих разделов физики с принципами теории относительности. Электродинамику удалось привести к релятивистской форме сравнительно быстро (именно электродинамика, созданная в XIX веке, была предпосылкой к созданию теории относительности). Появилась и успешно развивается релятивистская квантовая теория. Однако проблема релятивизации термодинамики оказалась чрезвычайно сложной и до сих пор не решена [1, 2]. Релятивизация феноменологической термодинамики предполагает поиск и обоснование закона преобразования термодинамических функций при переходе от одной системы отсчёта к другой. Предложенные в разные годы варианты релятивистской термодинамики [3-5] не представляются убедительными и не получили существенного дальнейшего развития.

Начиная с 1920-х годов были попытки построения релятивистской статистической механики, результаты которых приведены в работах [6-11]. Однако, использование совместно с теорией относительности концепции вероятности, которая даже в нерелятивистской механике порождает немало сомнений, очень усложняет ситуацию. В частности, возникает вопрос о законе преобразования вероятности в теории относительности.

Наконец, вероятность сама по себе не является физической величиной и не допускает прямую верификацию [12]. Кроме того, в теории вероятностей имеются внутренние несогласованности [13], приводящие к принципиальной невозможности однозначного определения вероятности на основе аксиоматики Колмогорова [14, 15].

Динамика классических релятивистских систем взаимодействующих частиц относится к числу давно сформулированных, но пока не решённых проблем. Суть проблемы заключается в поиске релятивистски инвариантного описания взаимодействий между частицами. В работах [16-18] показано, что прямое взаимодействие между частицами несовместимо с релятивистской инвариантностью гамильтониана системы даже в случае двух частиц. В релятивистской теории взаимодействие между частицами осуществляется через поле, поэтому система взаимодействующих частиц фактически состоит из двух субстанций: частиц и поля.

В работах [19, 20] введено понятие вспомогательного поля, которое в случае покоящихся частиц эквивалентно статическим межатомным потенциалам, а в динамическом режиме является самостоятельной субстанцией, передающей воздействием частиц друг на друга. Проблема нахождения этого поля была решена в важном, но очень ограниченном случае, когда Фурье-трансформанта статического межатомного потенциала является рациональной функцией от квадрата волнового вектора. Данная работа посвящена обобщению этого метода на случай произвольного центрального межатомного потенциала  $v(r)$ .

### Теоретико-полевое представление межатомных взаимодействий

Положим, что взаимодействие между покоящимися частицами описывается скалярный центральный двухчастичным потенциалом  $v(r)$ , допускающем представление через интеграл Фурье:

$$v(r) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \tilde{v}(k) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (1)$$

где  $r = |\mathbf{r}|$ ,  $k = |\mathbf{k}|$ . Предположим, что Фурье-трансформанта межатомного потенциала не имеет особенностей на полуоси  $k^2 > 0$  комплексной плоскости  $k^2$ . Следуя [19], будем искать уравнение статического потенциала  $v(r)$ , создаваемого точечной частицей, находящейся в начале координат  $\mathbf{r} = 0$ , в виде

$$f(\Delta)\{v(\mathbf{r})\} = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} f(-k^2) \tilde{v}(k^2) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} = -4\pi \delta(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где  $f(\Delta)$  – искомая функция от оператора Лапласа  $\Delta$ .

Используя преобразование Фурье, находим

$$f(-k^2) = -\frac{4\pi}{\tilde{v}(k^2)}. \quad (3)$$

Это соотношение связывает Фурье-трансформанту статического потенциала  $\tilde{v}(k^2)$  с дифференциальным уравнением (2), описывающим соответствующее статическое поле.

Таким образом, атомному потенциалу  $v(r)$ , который допускает представление в виде интеграла Фурье (1), соответствует статическое поле  $\varphi(\mathbf{r})$ , удовлетворяющее линейному уравнению

$$(\tilde{v}(-\Delta))^{-1} \varphi(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}), \quad (4)$$

где  $\rho(\mathbf{r})$  – плотность источников поля.

Общее решение этого уравнения есть сумма общего решения соответствующего статического однородного уравнения

$$(\tilde{v}(-\Delta))^{-1} \varphi(\mathbf{r}) = 0 \quad (5)$$

и любого частного решения уравнения (4).

Согласно уравнению (5), собственное значение оператора  $(\tilde{v}(-\Delta))^{-1}$  равно нулю.

С учетом соотношения (3) это означает, что для соответствующего значения  $k^2$  функция  $(\tilde{v}(k^2))^{-1}$  обращается в нуль:

$$\frac{1}{\tilde{v}(k^2)} = 0. \quad (6)$$

Будем рассматривать это условие как уравнение для  $k^2$ .

Поскольку функция  $\tilde{v}(k^2)$  для всех вещественных значений  $k$  действительна и

не имеет особенностей, то мнимые части всех корней уравнения (6) отличны от нуля:

$$k_s = \alpha_s + i\beta_s \Rightarrow k_s^2 = (\alpha_s^2 - \beta_s^2) + 2i\alpha_s\beta_s, \quad \beta_s \neq 0. \quad (7)$$

В частности,  $k_s$  может быть чисто мнимым (при  $\alpha_s = 0$ ), как в случае потенциала Юкавы.

Введём обозначение

$$\mu_s^2 = -k_s^2 \quad (8)$$

и приведём уравнение (6) к следующему виду

$$\frac{1}{\tilde{v}(k^2)} = \left( \prod_s [k^2 + \mu_s^2]^{\gamma_s} \right) F(k^2) = 0, \quad (9)$$

где  $F(k^2)$  — некоторая функция, не имеющая нулей,  $\gamma_s$  — кратность корня  $\mu_s^2$ .

$$\hat{L}_s = [\Delta - \mu_s^2]^{\gamma_s}, \quad \hat{L} = \prod_s [\Delta - \mu_s^2]^{\gamma_s}, \quad F(-\Delta) \quad (10)$$

коммутируют друг с другом, то уравнение (5) эквивалентно семейству уравнений

$$(\Delta - \mu_s^2)^{\gamma_s} \varphi_s(\mathbf{r}) = 0. \quad (11)$$

Ограничимся случаем, когда кратность всех корней уравнения (6) равна единице  $\gamma_s = 1$ :

$$(\Delta - \mu_s^2) \varphi_s(\mathbf{r}) = 0. \quad (12)$$

Это уравнение по форме напоминает задачу математической физики о собственных значениях  $\mu_s^2$  оператора Лапласа, которые находятся из граничных условий, наложенных на функцию  $\varphi_s(\mathbf{r})$ . Однако это сходство лишь внешнее. В нашем случае  $\mu_s^2$  находятся не из граничных условий для функций  $\varphi_s(\mathbf{r})$ , а являются решениями уравнения (6). В частном случае, когда  $\tilde{v}(k^2)$  — рациональная алгебраическая функция, множество операторов  $\hat{L}_s$  конечно ( $s = 1, 2, \dots, M$ ); в противном случае это множество может быть бесконечным.

Заметим, что любая линейная комбинация функций  $\varphi_s(\mathbf{r})$  удовлетворяет уравнению

$$\hat{L} \left( \sum_s C_s \varphi_s(\mathbf{r}) \right) = 0. \quad (13)$$

Таким образом, свободное вспомогательное статическое поле  $\varphi(\mathbf{r})$  эквивалентно мгновенному центральному межатомному потенциалу и может быть представлено как суперпозиция **элементарных полей**  $\varphi_s(\mathbf{r})$  удовлетворяющих уравнению (11).

В качестве примера проведем краткий анализ возможных вариантов **статических элементарных потенциалов**, зависящих от комплексных параметров  $\mu_s$  и удовлетворяющих уравнению (11). Заметим, что некоторые решения этого уравнения на первый взгляд могут показаться “нефизическими”. Однако

рассмотрению подлежат все решения уравнения (11).

В случае центральных (т.е. сферически симметричных) потенциалов общее решение уравнения (11) имеет следующий вид:

$$\varphi_s(r) = \frac{1}{r} (A_s e^{\mu_s r} + B_s e^{-\mu_s r}), \quad (14)$$

где

$$\mu_s = i k_s = -\beta_s + i \alpha_s, \quad r = |\mathbf{r}|; \quad (15)$$

$\alpha_s$  и  $\beta_s$  определяются по формуле (7).

При  $\alpha_s = \text{Im } \mu_s = 0$  потенциал  $\varphi_s(r)$  представляет собой линейную комбинацию двух слагаемых  $\frac{e^{-\beta_s r}}{r}$  и  $\frac{e^{\beta_s r}}{r}$ , один из которых стремится к нулю при  $r \rightarrow \infty$  (потенциал Юкавы), а второй неограниченно возрастает по абсолютной величине и может показаться "нефизическим". Однако существует прецедент межчастичного потенциала, не стремящегося к нулю при  $r \rightarrow \infty$  и обеспечивающего удержание кварков в рамках квантовой хромодинамики [21, 22].

В общем случае  $\alpha_s \neq 0$  элементарные потенциалы  $\varphi_s(r)$  являются комплексными функциями координаты  $r$ , зависящими от комплексных параметров  $\mu_s$ . В этом случае полный потенциал (13) представляет собой линейную комбинацию элементарных потенциалов, которая является вещественной функцией. В частности, если число комплексных элементарных потенциалов равно двум, то параметры  $\mu_1, \mu_2$  взаимно сопряжены друг с другом.

$$\mu_2 = \mu_1^*. \quad (16)$$

Тогда полный статический потенциал веществен и имеет вид

$$\varphi(r) = \frac{1}{r} \{ e^{-ar} [A \cos(br) + B \sin(br)] + e^{ar} [C \cos(br) + D \sin(br)] \}, \quad (17)$$

где  $a = \text{Re } \mu_1$ ,  $b = \text{Im } \mu_1$  и  $A, B, C, D$  являются произвольными вещественными константами. Этот потенциал представляет собой суперпозицию синусоидальных функций от  $r$ , амплитуды которых изменяются экспоненциально.

Здесь уместно отметить, что статистическая термодинамика систем с модельными потенциалами типа (17) и убывающими амплитудами колебаний изучалась в работах [23, 24]. Однако статистическая термодинамика систем с модельными потенциалами, амплитуды колебаний которых возрастают с ростом  $r \rightarrow \infty$ , не существует из-за расходимости конфигурационных интегралов, что никоим образом не является препятствием для изучения динамики систем с такими «нефизическими» модельными потенциалами.

### Динамическое вспомогательное поле

Уравнения (4) и (5) описывают статическое вспомогательное поле, т.е. поле, создаваемое покоящимися частицами. Для описания динамики системы

взаимодействующих частиц необходимо перейти к динамическим уравнениям для вспомогательного поля, т.е. к релятивистским уравнениям. Впервые такой переход для уравнений Лапласа и Пуассона в рамках электродинамики был реализован почти одновременно Лоренцем [25] и Риманом [26] и состоит в замене в статических уравнениях оператора Лапласа  $\Delta$  на оператор Даламбера  $\square$ :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Rightarrow \square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad (18)$$

где  $c$  – скорость света.

В результате такой замены все уравнения для элементарных статических полей переходят в известные уравнения Клейна-Гордона, а динамика системы взаимодействующих атомов состоит из релятивистских уравнений динамики частиц и уравнения динамики вспомогательного поля  $\varphi(\mathbf{r}, t)$ .

Учёт принципа причинности приводит к отбору запаздывающих взаимодействий и отбрасыванию опережающих взаимодействий между атомами. Запаздывание взаимодействий является физическим свободным от вероятности механизмом явления необратимости, приводящего к термодинамическому поведению системы взаимодействующих частиц [27].

### Заключение

Основные результаты этой работы, состоят в следующем.

1. Разработан общий метод нахождения вспомогательного поля, которое в статическом режиме эквивалентно заданным межатомным потенциалам, а в динамическом режиме представляет собой релятивистское поле, обеспечивающее взаимодействие между атомами.

2. Вспомогательное скалярное поле представляет собой суперпозицию элементарных полей, каждое из которых характеризуется своей, вообще говоря, комплексной массой и удовлетворяет уравнению Клейна-Гордона. Параметры элементарных полей однозначно выражаются через характеристики статических межатомных потенциалов.

### Благодарности

Мы признательны Я. И. Грановскому и В. В. Зубкову за стимулирующие дискуссии.

### Список литературы / References

1. Ares de Parga G., López-Carrera B. Relativistic Statistical Mechanics vs. Relativistic Thermodynamics // Entropy. 2011. 13(9). 1664-1693. DOI: 10.3390/e13091664
2. Lusanna L. From Relativistic Mechanics towards Relativistic Statistical Mechanics // Entropy. 2017. 19(9). 436. DOI: 10.3390/e19090436
3. Tolman R. C. Thermodynamics and relativity // Bulletin of the American Mathematical Society. 1933. 39(2). 49-74. DOI: 10.1090/S0002-9904-1933-05559-3

4. Ott H. Lorentz-Transformation der Wärme und der Temperatur // Zeitschrift für Physik. 1963. 175(1). 70-104. DOI: 10.1007/BF01375397
5. Nakamura T. K. Three Views of a Secret in Relativistic Thermodynamics // Progress of Theoretical Physics. 2012. 128(3). 463-475. DOI: 10.1143/PTP.128.463
6. ter Haar D., Wergeland H. Thermodynamics and statistical mechanics in the special theory of relativity // Physics Reports. 1971. 1(2). 31-54. DOI: 10.1016/0370-1573(71)90006-8
7. de Groot S. R., van Leeuwen W. A., van Weert Ch. G. Relativistic Kinetic Theory: Principles and Applications. New York, North-Holland Pub. Co., 1980. 417 p.
8. Trump M. A., Schieve W. C. Classical Relativistic Many-Body Dynamics. Dordrecht, Springer, 1999. 375 p.
9. Cercignani C., Kremer G.M.. The Relativistic Boltzmann Equation: Theory and Applications. Basel, Birkhäuser, 2002. 394 p.
10. Liboff R. Kinetic Theory: Classical Quantum and Relativistic Descriptions. New York, Springer, 2003. 587 p.
11. Hakim R. Introduction to Relativistic Statistical Mechanics: Classical and Quantum. New Jersey, World Scientific, 2011. 566 p.
12. Newton R. G. From Clockwork to Crapshoot: A History of Physics; Harvard University Press, London, UK, 2007. P. 179.
13. Ulam S. M. Zur Maßtheorie in der allgemeinen Mengenlehre // Fundamenta Mathematicae. 1930. 16(2). 140-150. DOI: 10.4064/fm-16-1-140-150
14. Khrennikov A. Yu. Interpretations of probability / 2nd rev. and extended ed. Berlin, Walter de Gruyter, 2009. 217 p.
15. Khrennikov A. Yu. Probability and Randomness: Quantum Versus. London, Imperial College Press, 2016. 282 p.
16. Currie D. G. Interaction contra classical relativistic Hamiltonian particle mechanics ie // Journal of Mathematical Physical. 1963. 4(12). 1470-1488. DOI: 10.1063/1.1703928
17. Currie D. G., Jordan T. F., Sudarshan E. C. G. Relativistic invariance and Hamiltonian theories of interacting particles // Reviews of Modern Physics. 1963. 35(2). 350-375. DOI: 10.1103/RevModPhys.35.350
18. Leutwyler H. A no-interaction theorem in classical relativistic Hamiltonian particle mechanics // Nuovo Cimento. 1965. 37(2). 556-567. DOI: 10.1007/BF02749856
19. Zakharov A. Y., Zubkov V. V. Field Form of the Dynamics of Classical Many- and Few-Body Systems: From Microscopic Dynamics to Kinetics, Thermodynamics and Synergetics // Quantum Reports. 2022. 4(4). 533-543. DOI: 10.3390/quantum4040038
20. Zakharov A. Y., Zubkov V. V. Field-Theoretical Representation of Interactions between Particles: Classical Relativistic Probability-Free Kinetic Theory // Universe. 2022. 8(5). 281. DOI: 10.3390/universe8050281
21. Ali A., Kramer G. Jets and QCD: a historical review of the discovery of the quark and gluon jets and its impact on QCD // The European Physical Journal H. 2011. 36(2). 245-326. DOI: 10.1140/epjh/e2011-10047-1
22. Sazdjian H. The Interplay between Compact and Molecular Structures in Tetraquarks // Symmetry. 2022. 14. 515. DOI: 10.3390/sym14030515
23. Loktionov I. K. Application of two-parameter oscillating interaction potentials for specifying the thermophysical properties of simple liquids // High Temperature. 2012. 50(6). 708-716. DOI: 10.1134/S0018151X12050094
24. Loktionov I. K. Studying equilibrium thermophysical properties of simple liquids based on a four-parameter oscillating interaction potential // High Temperature. 2014. 52(3). 390-402. DOI: 10.1134/S0018151X14020151

25. Lorenz L. On the identity of the vibrations of light with electrical currents // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1867. 34(230). 287-301. DOI: 1080/14786446708639882

26. Riemann B. A contribution to electrodynamics // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1867. 34(231). 368-372. DOI: 10.1080/14786446708639897

27. Zakharov A. Y., Zakharov M. A. Microscopic Dynamic Mechanism of Irreversible Thermodynamic Equilibration of Crystals // Quantum Reports. 2021. 3(4). 724-730. DOI: 10.3390/quantum3040045

#### **Информация об авторах**

*Захаров Анатолий Юльевич* – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7850-0086, Anatoly.Zakharov@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru



# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

---

УДК 544.3

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).735-742

ГРНТИ 31.15.25

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ ГИББСА В ОБОБЩЕННОЙ РЕШЕТОЧНОЙ МОДЕЛИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Захаров А. Ю., Захаров М. А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Термодинамические свойства конденсированных систем определяются межатомными потенциалами, короткодействующие части которых ограничивают локальную плотность системы, а дальнедействующие части формируют поля, определяющие динамику взаимодействующих атомов. В обобщенной решеточной модели короткодействующие части межатомных потенциалов учитываются с помощью введения собственных атомных объемов. При этом, в отличие от обычных решеточных моделей, атомные объемы разных компонентов системы могут отличаться друг от друга. Наличие короткодействующих частей межатомных потенциалов учитывается с помощью условия плотной упаковки. Помимо атомов в системе предполагается наличие вакансий, которые составляют один из компонентов системы. Вклад вакансий в термодинамические функции учитывается с помощью энтропийного члена. Дальнедействующие части межатомных взаимодействий учитываются в рамках самосогласованного приближения. Установлена связь обобщенной решеточной модели с приближением Гинзбурга-Ландау, исследована связь между характеристиками межатомных потенциалов и свойствами границ раздела фаз.

**Ключевые слова:** обобщенная решеточная модель, свободная энергия Гиббса, межатомные взаимодействия, объемные эффекты, вакансии

**Для цитирования:** Захаров А. Ю., Захаров М. А. Свободная энергия Гиббса в обобщенной решеточной модели многокомпонентных конденсированных систем // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 735-742. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).735-742

*Research Article*

## THE GIBBS FREE ENERGY IN THE GENERALIZED LATTICE MODEL OF MULTICOMPONENT CONDENSED SYSTEMS

Zakharov A. Yu., Zakharov M. A.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The thermodynamic properties of condensed systems are determined by interatomic potentials, the short-range parts of which limit the local density of the system, and the long-range parts form fields that determine the dynamics of interacting atoms. In the generalized lattice model, the short-range parts of interatomic potentials are taken into account by introducing intrinsic atomic volumes. Moreover, unlike conventional lattice models, the atomic volumes of various components of the system can differ from each other. The presence of short-range parts of interatomic potentials is taken into account using the close packing condition. In addition to atoms, the system assumes the presence of vacancies which constitute one of the components of the system. The contribution of vacancies to thermodynamic functions is taken into account using the entropy term. Long-range parts of interatomic interactions are taken into account within the framework of a self-consistent approximation. A connection between the generalized lattice model and

the Ginzburg-Landau approximation has been established, and the connection between the characteristics of interatomic potentials and the properties of phase boundaries has been studied.

**Keywords:** generalized lattice model, Gibbs free energy, interatomic interactions, volumetric effects, vacancies

**For citation:** Zakharov A. Yu., Zakharov M. A. The Gibbs free energy in the generalized lattice model of multicomponent condensed systems // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 735-742. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).735-742

## Введение

Любая корректная модель многокомпонентных конденсированных систем должна учитывать следующие характерные особенности, присущие реальным растворам.

1. Интенсивное взаимное отталкивание атомов на малых расстояниях. Обычно предполагается, что учет короткодействия можно выполнить посредством введения некоторой решетки, по узлам которой распределяются атомы компонентов. Однако такая «решетка» не может быть правильной, поскольку короткодействующие части межатомных потенциалов не одинаковы для различных пар атомов; поэтому в лучшем случае решеточная модель может рассматриваться как метод учета короткодействующего отталкивания в случае однокомпонентных систем.

2. Наличие локальных силовых полей, определяемых дальнедействующими частями межатомных потенциалов. Эти поля оказывают определяющее влияние как на равновесные свойства, так и на кинетику процессов перестройки.

В обобщенной решеточной модели (ОРМ) (см., например, [1, 2]) в рамках феноменологического подхода учитываются короткодействующие и дальнедействующие части межатомных взаимодействий. Однако рассмотрение было ограничено анализом свободной энергии Гельмгольца, являющейся функционалом от плотностей числа частиц всех компонентов системы, а также функцией объема системы и температуры. В рамках этого подхода установлена связь ОРМ с приближением Гинзбурга-Ландау, исследована связь между характеристиками межатомных потенциалов и свойствами границ раздела фаз и др. В то же время, для исследования фазовых равновесий и процессов переноса при заданном внешнем давлении свободная энергия Гиббса более информативна, чем энергии Гельмгольца [3-5]. К сожалению, в общем случае реализация преобразования Лежандра, связывающего энергии Гельмгольца и Гиббса ОРМ в аналитической форме вряд ли может быть реализовано.

Целью настоящей работы является реализация в аналитической форме преобразования Лежандра от свободной энергии Гельмгольца к энергии Гиббса для многокомпонентных конденсированных систем. Эта реализация оказывается возможной благодаря наличию в конденсированных системах малого параметра, который равен доле объема, занимаемого вакансиями.

### Функционал свободной энергии Гельмгольца и перенормировка химических потенциалов

Обозначим через  $n_i(\mathbf{r})$  локальную плотность числа частиц  $i$ -го компонента системы. Поставим в соответствие атому  $i$ -го компонента некоторый собственный объем  $\omega_i$  – параметр, ограничивающий сверху его локальную плотность в каждой точке  $\mathbf{r}$  пространства, занимаемого системой, т.е.

$$n_i(\mathbf{r}) \leq \frac{1}{\omega_i}. \quad (1)$$

Это условие означает, что короткодействующие части межатомных потенциалов аппроксимируются потенциалом типа «твердой сердцевины» и величина  $\omega_i^{-1}$  есть максимальное значение плотности  $i$ -го компонента. При этом  $\omega_i n_i(\mathbf{r})$  – локальная доля объема, приходящаяся на  $i$ -й компонент.

Будем предполагать, что помимо «реальных» частиц в системе имеются вакансии, характеризуемые единственным параметром  $\omega_0$  – собственным объемом вакансии. По аналогии с локальными плотностями числа частиц  $n_i(\mathbf{r})$  введем также локальную плотность числа вакансий  $n_0(\mathbf{r})$ . Тогда величина  $\omega_0 n_0(\mathbf{r})$  есть локальная доля объема, занимаемая вакансиями. Условие занятости каждой точки пространства (то ли частицей, то ли вакансией) представим в форме

$$\sum_{i=0}^m \omega_i n_i(\mathbf{r}) - 1 = 0. \quad (2)$$

Это соотношение будем называть условием упаковки.

Наряду с условием упаковки необходимо фиксировать число частиц каждого компонента системы. Закон сохранения может быть записан в следующем виде

$$\int_{(V)} n_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - N_i = 0, \quad (3)$$

где  $N_i$  – полное число частиц  $i$ -го компонента ( $i = 0, 1, \dots, m$ ), интегрирование осуществляется по объему системы  $V$ . Таким образом, любые модельные выражения для термодинамических функций следует находить при дополнительных условиях (2) и (3).

Рассмотрим  $m$ -компонентный раствор, распределения компонентов которого задаются локальными плотностями числа частиц  $n_1(r), n_2(r), \dots, n_m(r)$ . Функционал свободной энергии Гельмгольца данной термодинамической системы с учетом только парных взаимодействий запишем в виде

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m \int \int_{(V)} K_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') n_i(\mathbf{r}) n_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' + T \sum_{i=0}^m \int_{(V)} n_i(\mathbf{r}) \ln \left( \frac{n_i(\mathbf{r})}{\tilde{n}(\mathbf{r})} \right) d\mathbf{r}, \quad (4)$$

где первый член – конфигурационная часть свободной энергии в приближении самосогласованного поля,  $K_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  – потенциал парного взаимодействия частиц  $i$ -го и  $j$ -го компонентов, находящихся в точках  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$ ; второе слагаемое – энтропийный

член в приближении регулярных растворов,  $T$  – температура в энергетических единицах и

$$\tilde{n}(\mathbf{r}) = n_0(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r}) = \sum_{i=0}^m n_i(\mathbf{r}) - \quad (5)$$

суммарная плотность числа частиц и вакансий,  $n(\mathbf{r})$  – общая плотность числа частиц (без вакансий). Заметим, что вакансии дают вклад в свободную энергию только посредством энтропийного члена.

Равновесные распределения компонентов в системе определяются минимумом свободной энергии Гельмгольца (4) при дополнительных условиях (2) и (3). Для поиска экстремума свободной энергии введем соответствующий функционал Лагранжа

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\{n_i(\mathbf{r})\}, \{\Psi(\mathbf{r})\}, \mu_i) = \\ = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^m \int_{(V)} \int_{(V)} K_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') n_i(\mathbf{r}) n_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' + T \sum_{i=0}^m \int_{(V)} n_i(\mathbf{r}) \ln \left( \frac{n_i(\mathbf{r})}{\tilde{n}(\mathbf{r})} \right) d\mathbf{r} - \\ - \sum_{i=0}^m \mu_i \left[ \int_{(V)} n_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - N_i \right] - \int_{(V)} \Psi(\mathbf{r}) \left( \sum_{i=0}^m \omega_i n_i(\mathbf{r}) - 1 \right) d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\Psi(\mathbf{r})$  и  $\mu_i$  – неопределенные множители Лагранжа.

Минимизируя функционал (6) с учетом соотношений (2) и (3), найдем

$$\begin{cases} T \ln \left( \frac{n_i(\mathbf{r})}{\tilde{n}(\mathbf{r})} \right) + \sum_{j=1}^m \int_{(V)} K_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') n_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' - \omega_i \Psi(\mathbf{r}) - \mu_i = 0, \\ \sum_{i=0}^m \omega_i n_i(\mathbf{r}) - 1 = 0, \quad \int_{(V)} n_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - N_i = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Данная система является замкнутой, поскольку число уравнений совпадает с количеством неизвестных  $n_i(\mathbf{r})$ ,  $\mu_i$  и  $\Psi(\mathbf{r})$ . При этом решения системы (7) описывают равновесные распределения компонентов с учетом коротко- и дальнедействующих взаимодействий.

Параметры  $\mu_i$ , входящие в систему уравнений (7), очень напоминают химические потенциалы соответствующих компонентов, но таковыми не являются. Причина этого состоит в наличии вакансий. Действительно, химический потенциал  $i$ -го компонента определяется как вариационная производная функционала свободной энергии Гельмгольца  $F$  по локальной плотности  $n_i(\mathbf{r})$  этого компонента при фиксированных плотностях остальных компонентов, температуре  $T$  и объеме  $V$ . Перечисленные переменные не являются независимыми, а связаны между собой условием упаковки (2). Поэтому изменение плотности одного из компонентов при фиксированном объеме с неизбежностью ведет к замене извлеченных частиц соответствующим количеством вакансий. Это означает, что химические потенциалы следует вычислять по формуле

$$\tilde{\mu}_i = \left( \frac{\delta F}{\delta n_i(\mathbf{r})} \right)_{T,V,n_j(\mathbf{r})} + \int_{(V)} \left( \frac{\delta F}{\delta n_0(\mathbf{r}')} \right)_{T,V,n_j(\mathbf{r}')} \left( \frac{\delta n_0(\mathbf{r}')}{\delta n_i(\mathbf{r})} \right) d\mathbf{r}'. \quad (8)$$

Из условия упаковки следует тождество

$$(\delta n_0(\mathbf{r}')/\delta n_i(\mathbf{r})) = -(\omega_i/\omega_0) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (9)$$

подстановка которого в (8) даёт следующие выражения для химических потенциалов компонентов

$$\tilde{\mu}_i = T \left[ \ln \left( \frac{n_i(\mathbf{r})}{\tilde{n}(\mathbf{r})} \right) - \frac{\omega_i}{\omega_0} \ln \left( \frac{n_0(\mathbf{r})}{\tilde{n}(\mathbf{r})} \right) \right] + \sum_{j=1}^m \int_{(V)} K_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') n_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \mu_i - \frac{\omega_i}{\omega_0} \mu_0. \quad (10)$$

Эти соотношения устанавливают связь между параметрами  $\mu_i$  в функционале Лагранжа (6) и химическими потенциалами  $\tilde{\mu}_i$ .

Выполненная перенормировка химических потенциалов позволяет исключить функцию  $\Psi(r)$ , не имеющую ясного физического смысла. Уравнения (10) при заданных суммарных количествах частиц и вакансий, объеме и при дополнительном условии упаковки (2) определяют полное термодинамическое равновесие в системе:

$$\begin{cases} \tilde{\mu}_i = T \left[ \ln \left( \frac{n_i(\mathbf{r})}{\tilde{n}(\mathbf{r})} \right) - \frac{\omega_i}{\omega_0} \ln \left( \frac{n_0(\mathbf{r})}{\tilde{n}(\mathbf{r})} \right) \right] + \sum_{j=1}^m \int_{(V)} K_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') n_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \\ \sum_{i=0}^m \omega_i n_i(\mathbf{r}) - 1 = 0, \\ \int_{(V)} n_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} - N_i = 0, \quad (i = 0 \div m). \end{cases} \quad (11)$$

Эта система нелинейных интегральных уравнений (11) является замкнутой и описывает равновесные распределения компонентов в системе с учетом вакансий. Среди решений этой системы уравнений всегда существуют решения вида  $n_i(\mathbf{r}) \equiv \text{const}$ , соответствующие равномерному распределению компонентов. Однако это — не единственный тип решений.

## Термодинамические функции однофазной системы

### 1. Общие соотношения

Рассмотрим гомогенную  $m$ -компонентную систему, распределения компонентов которой задаются постоянными плотностями  $n_i$ . Тогда свободная энергия Гельмгольца (4) примет вид

$$F = \frac{1}{2V} (N, KN) + T \left[ N_0 \ln \left( \frac{N_0}{\tilde{N}} \right) + \sum_{i=1}^m N_i \ln \left( \frac{N_i}{\tilde{N}} \right) \right], \quad (12)$$

где  $N_i = V n_i$  — суммарное число частиц  $i$ -го сорта,  $(N, KN) = \sum_{i,j=1}^m N_i K_{ij}^{(0)} N_j$ ,  $K_{ij}^{(0)} = \int K_{ij}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ ,  $\tilde{N} = \sum_{i=0}^m N_i = N + N_0$  — суммарное число всех частиц и вакансий.

Произвольное изменение объема системы в данной модели при фиксированном числе частиц  $N_1, N_2, \dots, N_m$  обусловлено исключительно изменением числа вакансий. В связи с этим давление следует определить формулой

$$P = - \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T, N_1, \dots, N_m} = - \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T, N_0, N_1, \dots, N_m} - \left( \frac{\partial F}{\partial N_0} \right)_{V, T, N_1, \dots, N_m} \cdot \left( \frac{\partial N_0}{\partial V} \right)_{T, N_1, \dots, N_m}. \quad (13)$$

С другой стороны, изменение объема системы связано с изменением количества вакансий

$$dV = \omega_0 dN_0. \quad (14)$$

Использование соотношений (12)–(14) дает

$$P = \frac{1}{2V^2} (N, KN) + \frac{T}{\omega_0} \ln \left( \frac{N}{N_0} \right). \quad (15)$$

## 2. Конденсированная фаза

В конденсированной фазе доля объема занятая вакансиями мала и она может быть выбрана в качестве малого параметра, т.е.

$$\varepsilon = \omega_0 n_0 \ll 1. \quad (16)$$

Получим теперь выражение для свободной энергии Гиббса однородной конденсированной фазы. Для этого следует выполнить преобразование Лежандра от свободной энергии Гельмгольца (12) к энергии Гиббса.

Для конденсированной системы после преобразования энтропийного вклада с учётом малости параметра (16) свободная энергия Гельмгольца имеет вид:

$$F = \frac{(N, KN)}{2V} + TN \left\{ \frac{N_0}{N} \left[ \ln \left( \frac{N_0}{N} \right) - 1 \right] + \sum_{i=1}^m \frac{N_i}{N} \ln \left( \frac{N_i}{N} \right) \right\}. \quad (17)$$

Найдем давление в этом приближении:

$$P = \frac{1}{2V^2} (N, KN) - \frac{T}{\omega_0} \ln \left[ \frac{N_0}{N} \right]. \quad (18)$$

Таким образом, полное давление в конденсированной системе состоит из двух вкладов. Первый вклад обусловлен межатомными взаимодействиями и является несингулярным по отношению к малому параметру  $\varepsilon$ . Второй вклад связан с наличием вакансий в системе и является сингулярным по этому же параметру: при исчезающе малом  $\varepsilon$  он стремится к бесконечности. Поскольку

$$V = \sum_{i=1}^m \omega_i N_i + \omega_0 N_0 \approx \sum_{i=1}^m \omega_i N_i = (\omega, N), \quad (19)$$

то для конденсированной фазы имеем

$$P = \frac{(N, KN)}{2(\omega, N)^2} - \frac{T}{\omega_0} \ln \left[ \frac{N_0}{N} \right]. \quad (20)$$

Выразим число вакансий  $N_0$  через давление

$$N_0 = N \exp \left[ -\frac{\omega_0}{T} \left( P - \frac{(N, KN)}{2(\omega, N)^2} \right) \right]. \quad (21)$$

Отсюда легко получается зависимость объема системы от давления, температуры и состава конденсированной многокомпонентной системы

$$V(P, T, N_i) = (\omega, N) + \omega_0 N \exp \left[ -\frac{\omega_0}{T} \left( P - \frac{(N, KN)}{2(\omega, N)^2} \right) \right]. \quad (22)$$

Выполним преобразование Лежандра от свободной энергии Гельмгольца (12) к энергии Гиббса:

$$G(P, T, N_i) = F(V, T, N_i) - V \left( \frac{\partial F(V, T, N_i)}{\partial V} \right)_{T, N_1, \dots, N_m}. \quad (23)$$

Подставляя сюда выражение (22) для объема, найдем

$$\begin{aligned} G(P, T, N_i) = & \frac{(N, KN)}{2\{(\omega, N) + \omega_0 N \mathcal{E}(P, T, N_i)\}} + \\ & + TN \left\{ \sum_{i=1}^m \frac{N_i}{N} \ln \left( \frac{N_i}{N} \right) + \mathcal{E}(P, T, N_i) [\ln \mathcal{E}(P, T, N_i) - 1] \right\} + \\ & + P\{(\omega, N) + \omega_0 N \mathcal{E}(P, T, N_i)\}, \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\mathcal{E}(P, T, N_i) = \frac{N_0}{N} = \exp \left[ -\frac{\omega_0}{T} \left( P - \frac{(N, KN)}{2(\omega, N)^2} \right) \right] \ll 1. \quad (25)$$

Нетрудно проверить, что

$$\left( \frac{\partial G}{\partial P} \right)_{T, N_i} = V(P, T, N_i), \quad (26)$$

где  $V(P, T, N_i)$  определяется соотношением (22), что и требовалось.

### Заключение

Представлено описание обобщенной решетчатой модели многокомпонентных систем. Короткодействующие части межатомных потенциалов учитываются посредством условия плотной упаковки. Учитывается возможное различие атомных размеров компонентов. В приближении эффективного поля рассмотрены дальнедействующие части межатомных потенциалов. Выведены уравнения равновесного распределения компонентов. Установлена связь обобщенной решеточной модели с приближением Гинзбурга-Ландау. Получены уравнения временной эволюции распределения компонентов в многокомпонентных системах как для обобщенной решеточной модели, так и для приближения типа Гинзбурга-Ландау. Установлена также связь обобщенной решеточной модели с теорией Кана-Хилларда.

### Список литературы

1. Zakharov A. Yu., Zakharov M. A., Loginova O. V. Connection between generalized lattice model of multicomponent systems and Ginzburg-Landau theory // International Journal of Quantum Chemistry. 2004. 100(4). 435-441. DOI: 10.1002/qua.20064
2. Zakharov A. Yu., Zakharov M. A., Lebedev V. V. Generalized lattice model of multicomponent equilibrium and non-equilibrium systems // International Journal of Quantum Chemistry. 2005. 104(2). 126-132. DOI: 10.1002/qua.20409
3. Квасников И. А. Термодинамика и статистическая физика: в 2-х т. Т. 2: Теория равновесных систем. Статистическая физика. Москва: URSS, 2021. 584 с.

4. Klotz I. M., Rosenberg R. M. Chemical Thermodynamics: Basic Concepts and Methods. New York: John Wiley & Sons, 2008. 588 p.
5. Rankin W. J. Chemical Thermodynamics: Theory and Applications. Boca Raton: CRC Press, 2019. 344 p.

### References

1. Zakharov A.Yu., Zakharov M. A., Loginova O. V. Connection between generalized lattice model of multicomponent systems and Ginzburg-Landau theory // International Journal of Quantum Chemistry. 2004. 100(4). 435-441. DOI: 10.1002/qua.20064
2. Zakharov A. Yu., Zakharov M. A., Lebedev V. V. Generalized lattice model of multicomponent equilibrium and non-equilibrium systems // International Journal of Quantum Chemistry. 2005. 104(2). 126-132. DOI: 10.1002/qua.20409
3. Kvasnikov I. A. Termodinamika i statisticheskaya fizika [Thermodynamics and statistical physics]. In 2 vols. Vol. 2. Teoriya ravnovesnykh sistem. Statisticheskaya fizika [Equilibrium systems theory. Statistical physics]. Moscow, URSS Publ., 2021. 584 p.
4. Klotz I. M., Rosenberg R. M. Chemical Thermodynamics: Basic Concepts and Methods. New York, John Wiley & Sons, 2008. 588 p.
5. Rankin W. J. Chemical Thermodynamics: Theory and Applications. Boca Raton, CRC Press, 2019. 344 p.

### Информация об авторах

*Захаров Анатолий Юльевич* – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7850-0086, Anatoly.Zakharov@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru



# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

---

УДК 534:537.8:678.073

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).743-749

ГРНТИ 29.37.03+29.05.33+61.59.37

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОДОЛЬНО-СДВИГОВОЙ И КРУТИЛЬНОЙ МОД В НЕСИММЕТРИЧНЫХ СТРУКТУРАХ

Иванов С. В., Соколов О. В., Бичурин М. И., Захаров М. А., Петров Р. В.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В данной работе проведено теоретическое исследование возможности идентификации крутильной моды колебаний на фоне продольно-сдвиговой в несимметричных МЭ композитах Метглас / GaAs и Метглас / биморфный LN Zyl + 45°. Определено, что для изучения крутильной моды МЭ эффекта рекомендуется применять МЭ композиты с биморфным LN Zyl + 45° в качестве пьезоэлектрика. Обусловлено это тем, что МЭ композите с биморфным LN Zyl + 45° продольно-сдвиговая мода не возбуждается и МЭ коэффициент по напряжению определяется вкладом только крутильной моды колебаний.

**Ключевые слова:** магнитоэлектрический эффект, продольно-сдвиговая мода, крутильная мода, GaAs, биморфный LN Zyl + 45°

**Для цитирования:** Иванов С. В., Соколов О. В., Бичурин М. И., Захаров М. А., Петров Р. В. Исследование магнитоэлектрических продольно-сдвиговой и крутильной мод в несимметричных структурах // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 743-749. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).743-749

*Research Article*

## RESEARCH OF MAGNETOELECTRIC LONGITUDINAL-SHEAR AND TORSIONAL MODES IN ASYMMETRIC STRUCTURES

Ivanov S. V., Sokolov O. V., Bichurin M. I., Zakharov M. A., Petrov R. V.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The theoretical study of possibility for the torsional mode identification against the background of longitudinal-shear one in asymmetric ME composites Metglas / GaAs and Metglas / bimorph LN Zyl + 45° is carried out in this paper. It is determined that ME composites with bimorph LN Zyl + 45° are better to use as a piezoelectric to study the torsional mode of the ME effect. This is due to the fact that the longitudinal-shear mode is not excited in the ME composite with a bimorph LN Zyl + 45°, and the ME voltage coefficient depends only on the torsional mode.

**Keywords:** magnetoelectric effect, longitudinal-shear mode, torsional mode, GaAs, bimorph LN Zyl + 45°

**For citation:** Ivanov S. V., Sokolov O. V., Bichurin M. I., Zakharov M. A., Petrov R. V. Research of magnetoelectric longitudinal-shear and torsional modes in asymmetric structures // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 743-749. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).743-749

## Введение

В ранее выполненных исследованиях было определено, что в несимметричном магнитоэлектрическом (МЭ) композите при ориентации

постоянного и переменного магнитных полей, показанной на рисунке 1, возникают как продольно-сдвиговая, так и крутильная моды колебаний в ходе прямого МЭ эффекта. Причем резонансная частота колебаний продольно-сдвиговой моды и крутильной моды незначительно отличаются, а величина МЭ коэффициента по напряжению при продольно-сдвиговой моде на порядок больше, чем при крутильной.

В данной работе исследуется возможность идентификации крутильной моды колебаний на фоне продольно-сдвиговой в несимметричных МЭ композитах Метглас / GaAs и Метглас / биморфный LN Zyl + 45°.

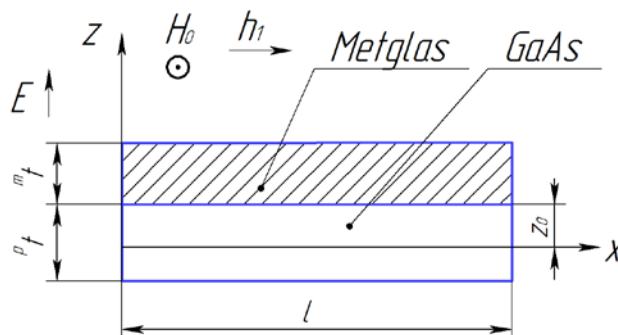


Рисунок 1. Несимметричный МЭ композит Метглас / GaAs

На рисунке 1:

$H_0$  – внешнее постоянное подмагничивающее поле.

$h_1$  – внешнее переменное магнитное поле,

$E$  – напряженность электрического поля, возникающая в МЭ композите,

$mt$  – толщина магнитострикционной фазы,

$pt$  – толщина пьезоэлектрической фазы,

$l$  – длина МЭ композита,

$z_0$  – положение оси вращения МЭ композита относительно магнитострикционной фазы при крутильной моде колебаний.

МЭ композит – это механически связанные друг с другом пьезоэлектрический и магнитострикционный материал, которые в совокупности индуцируют электрическое напряжение в пьезоэлектрической фазе или намагниченность в магнитострикционной фазе в ходе прямого и обратного МЭ эффектов соответственно [1]. МЭ композиты могут быть использованы при проектировании различных устройств, таких как датчики магнитного поля (переменного и (или) постоянного тока), преобразователи, фильтры, генераторы, фазовращатели, трансформаторы, гираторы, датчики тока, устройства преобразования мощности, низкочастотные антенны [2-11]. В качестве пьезоэлектрика применяются такие материалы как ЦТС, GaAs, PMN-PT, биморфный LN Zyl + 45° и т. д. В качестве магнитострикционных материалов часто применяются Метглас, Terfenol-D, никель, ЖИГ и т. д. Исследовано также множество конструкций МЭ композитов: в виде

тонкой прямоугольной пластинки с различными размерами и конфигурациями пьезоэлектрической и магнитострикционной фаз, конструкции типа Розен, тороидальной структуры и т. д.

Прямой МЭ коэффициент по напряжению и обратный МЭ коэффициент рассчитываются через материальные параметры магнитострикционной и пьезоэлектрической фаз композитов. К данным параметрам относятся: пьезоэлектрический коэффициент, псевдо-пьезомагнитный коэффициент, модули податливости и упругости, соотношение толщины пьезоэлектрической фазы к толщине магнитострикционной фазы композита и т. д. Подробно методика расчета МЭ коэффициентов по напряжению при продольно-сдвиговой и крутильной модах рассматривается в работе [12], по этой же методике далее рассчитываются частотные зависимости МЭ коэффициентов по напряжению для данных мод МЭ эффекта. Данные МЭ коэффициенты максимальны при резонансной частоте механических колебаний МЭ композита, которая также зависит от геометрических размеров и материальных параметров фаз композитов.

### Теоретические расчеты МЭ коэффициентов по напряжению

На рисунке 2 представлены результаты теоретических расчетов МЭ коэффициентов по напряжению для МЭ композита Метглас / GaAs с размерами  $l=23$  мм,  $t=29$  мкм,  $Pt=0,2$  мм при продольно-сдвиговой и крутильной модах.

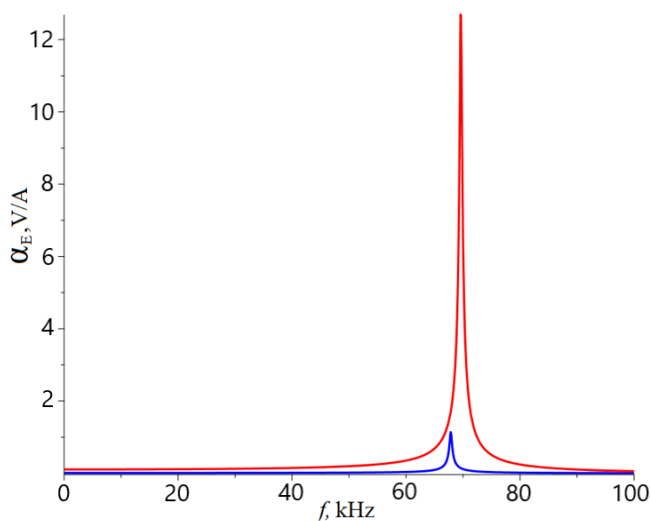


Рисунок 2. Теоретическая зависимость МЭ коэффициентов по напряжению от частоты переменного магнитного поля для несимметричного МЭ композита Метглас / GaAs. Красная линия — продольно-сдвиговая мода, синяя линия — крутильная мода

Так как в несимметричном МЭ композите Метглас / GaAs возникает одновременно и продольно-сдвиговая, и крутильная моды при ориентации магнитных полей, показанной на рисунке 1, то полный МЭ коэффициент по напряжению для композита Метглас / GaAs складывается из МЭ коэффициентов по напряжению при продольно-сдвиговой и крутильной модах.

На рисунке 3 представлен результат теоретического расчета суммы МЭ коэффициентов по напряжению при продольно-сдвиговой и крутильной модах для МЭ композита Метглас / GaAs.

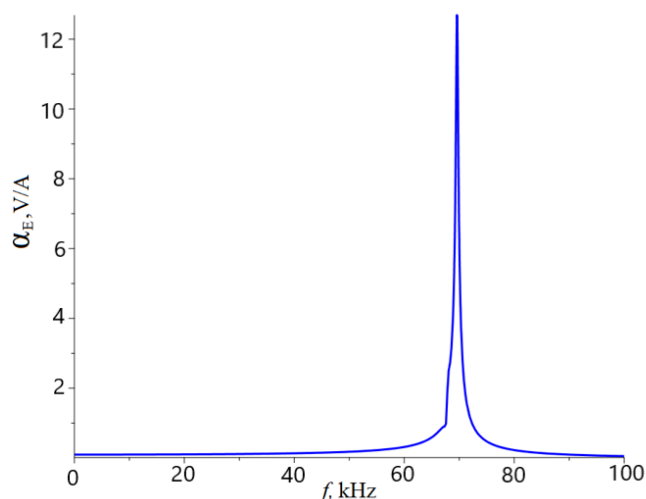


Рисунок 3. Теоретическая зависимость суммарного МЭ коэффициента по напряжению от частоты переменного магнитного поля для несимметричного МЭ композита Метглас / GaAs при продольно-сдвиговой и крутильной модах

Согласно теоретической зависимости на рисунке 3 вклад крутильной моды в суммарный МЭ коэффициент для несимметричного МЭ композита Метглас / GaAs практически незаметен, поэтому резонансную частоту и резонансное значение МЭ коэффициента по напряжению при крутильной моде в композитах, основанных на данных материалах трудно определить экспериментально.

Одним из возможных выходов из этой ситуации может быть применение в МЭ структуре в качестве пьезоэлектрической фазы биморфного LN Zyl + 45°, у которого 2 слоя одинаковой толщины поляризованы в противоположных направлениях вдоль толщины (см. рисунок 4). За счет противоположного направления поляризации в двух слоях биморфа значения пьезокоэффициентов  $h_{36}$  будут противоположны по знаку. Поэтому продольно-сдвиговая мода МЭ эффекта в такой МЭ структуре возбуждаться не будет. В этом случае в эксперименте может наблюдаться только МЭ эффектот крутильной моды. Таким образом, продольно-сдвиговая мода, мешающая наблюдению крутильной моды, будет устранена. Результаты теоретического расчета МЭ коэффициента по напряжению для крутильной моды для МЭ композита Метглас / биморфный LN Zyl + 45° представлены на рисунке 5. Размеры фаз композита Метглас / биморфный LN Zyl + 45°:  $l=23$  мм,  $mt=29$  мкм,  $pt=0,4$  мм.

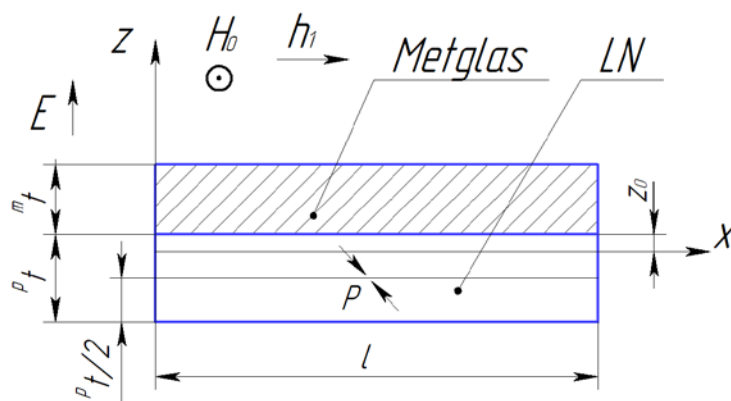


Рисунок 4. Несимметричный МЭ композит Метглас / биморфный LN Zyl + 45°

На рисунке 4:  $P$  – электрическая поляризация пластин биморфного LN Zyl + 45° по толщине, остальные обозначения те же, что и на рисунке 1.

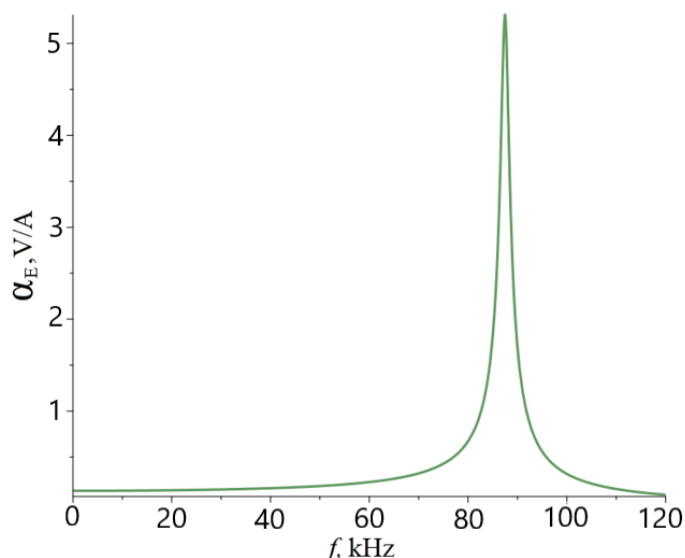


Рисунок 5. Теоретическая зависимость МЭ коэффициента по напряжению от частоты переменного магнитного поля для несимметричного МЭ композита Метглас / биморфный LN Zyl + 45° для крутильной моды

### Обсуждение результатов

По результатам расчетов на рисунках 2 и 5 резонансная частота прямого МЭ эффекта на крутильной моде колебаний для МЭ композита Метглас / GaAs равна примерно 68 кГц, а для МЭ композита Метглас / биморфный LN Zyl + 45° равна примерно 87 кГц. При этом продольно-сдвиговая мода, маскирующая крутильную моду в МЭ композите Метглас / GaAs, в МЭ композите Метглас / биморфный LN Zyl + 45° не возникает. В связи с этим для изучения крутильной моды МЭ эффекта рекомендуется применять МЭ композиты с биморфным LN Zyl + 45° в качестве пьезоэлектрика.

### Заключение

В работе приведены результаты вычислений амплитуд и резонансных частот продольно-сдвиговой и крутильной мод в МЭ композите Метглас / GaAs. Показано, что идентификация крутильной моды может быть выполнена участием биморфной структуры в композите Метглас / биморфный LN Zyl + 45°.

### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22–29–00950, <https://rscf.ru/project/22-29-00950/>.

### Список литературы

1. Nan C.-W., Bichurin M.I., Dong S., Viehland D., Srinivasan G. Multiferroic magnetoelectric composites: Historical perspectives, status, and future directions // Journal of Applied Physics. 2008. 103(3). 031101. DOI: 10.1063/1.2836410

2. Liang X., Chen H., Sun N. X. Magnetoelectric materials and devices // *APL Materials*. 2021. 9(4). 041114. DOI: 10.1063/5.0044532
3. Марков И. Ю., Ивашева Е. Е., Соколов О. В., Леонтьев В. С., Бичурин М. И. Магнитоэлектрический эффект в тороидальных структурах Metglas/PZT/Metglas // *Вестник НовГУ*. 2023. 1(130). 186-191. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).186-191
4. Zhang J., Zhu W. I., Filippov D. A., He W., Chen D., Li K., Geng S., Zhang Q., Jiang L., Cao L., Timilsina R., Srinivasan G. Highly efficient power conversion in magnetoelectric gyrators with high quality factor // *Review of Scientific Instruments*. 2019. 90(1). 015004. DOI: 10.1063/1.5082833
5. Gao J., Jiang Z., Zhang S., Mao Z., Shen Y., Chu Z. Review of Magnetoelectric Sensors // *Actuators*. 2021. 10(6). 109-132. DOI: 10.3390/act10060109
6. Lin H., Page M. R., McConney M., Jones J., Howe B., Sun N. X. Integrated magnetoelectric devices: Filters, pico-Tesla magnetometers, and ultracompact acoustic antennas // *MRS Bulletin*. 2018. 43(11). 841-847. DOI: 10.1557/mrs.2018.257
7. Dong C., He Y., Li M., Tu C., Chu Z., Liang X., Chen H., Wei Y., Zaeimbashi M., Wang X., Lin H., Gao Y., Sun N. X. A Portable Very Low Frequency (VLF) Communication System Based on Acoustically Actuated Magnetoelectric Antennas // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2020. 19(3). 398-402. DOI: 10.1109/LAWP.2020.2968604
8. Jung S.-X., Lee G., wan Kim T., Kim S.-J., Koh J.-X. Rosen-Type Piezoelectric Transformers Based on 0.5Ba(Zr0.2Ti0.8)O3–0.5(Ba0.7Ca0.3)TiO3 Ceramic and Doped with Sb2O3 // *Materials*. 2023. 16(18). 6201. DOI: 10.3390/ma16186201
9. Chu Z., Annapureddy V., Pourhosseini Asl M., Palneedi H., Ryu J., Dong S. Dual-stimulus magnetoelectric energy harvesting // *Materials for Energy Harvesting*. 2018. 43(3). 199-205. DOI: 10.1557/mrs.2018.31
10. Лобекин В. Н., Снисаренко Д. В., Татаренко А. С., Бичурин М. И. Исследование магнитоэлектрического СВЧ вентиля на основе феррит-пьезоэлектрических структур // *Вестник НовГУ*. 2018. 1(107). 74-76.
11. Леонтьев В. С., Петров Р. В., Божков С. Т. Исследование датчика положения коленчатого вала на основе композитной структуры LiNbO3 // *Вестник НовГУ*. 2020. 2(118). 36-39. DOI: 10.34680/2076-8052.2020.2(118).36-39
12. Bichurin M., Sokolov O., Ivanov S., Leontiev V., Petrov D., Semenov G., Lobekin V. Physics of Composites for Low-Frequency Magnetoelectric Devices // *Sensors*. 2022. 22(13). 4818. DOI: 10.3390/s22134818

## References

1. Nan C.-W., Bichurin M.I., Dong S., Viehland D., Srinivasan G. Multiferroic magnetoelectric composites: Historical perspectives, status, and future directions // *Journal of Applied Physics*. 2008. 103(3). 031101. DOI: 10.1063/1.2836410
2. Liang X., Chen H., Sun N. X. Magnetoelectric materials and devices // *APL Materials*. 2021. 9(4). 041114. DOI: 10.1063/5.0044532
3. Markov I. Iu., Ivasheva E. E., Sokolov O. V., Leont'ev V. S., Bichurin M. I. Magnitoelektricheskiy effekt v toroidal'nykh strukturakh Metglas/PZT/Metglas [Magnetoelectric effect in Metglas/PZT/Metglas toroidal structures] // *Vestnik NovSU*. 2023. 1(130). 186-191. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).186-191
4. Zhang J., Zhu W. I., Filippov D. A., He W., Chen D., Li K., Geng S., Zhang Q., Jiang L., Cao L., Timilsina R., Srinivasan G. Highly efficient power conversion in magnetoelectric gyrators with high quality factor // *Review of Scientific Instruments*. 2019. 90(1). 015004. DOI: 10.1063/1.5082833

5. Gao J., Jiang Z., Zhang S., Mao Z., Shen Y., Chu Z. Review of Magnetoelectric Sensors // *Actuators*. 2021. 10(6). 109-132. DOI: 10.3390/act10060109
6. Lin H., Page M. R., McConney M., Jones J., Howe B., Sun N. X. Integrated magnetoelectric devices: Filters, pico-Tesla magnetometers, and ultracompact acoustic antennas // *MRS Bulletin*. 2018. 43(11). 841-847. DOI: 10.1557/mrs.2018.257
7. Dong C., He Y., Li M., Tu C., Chu Z., Liang X., Chen H., Wei Y., Zaeimbashi M., Wang X., Lin H., Gao Y., Sun N. X. A Portable Very Low Frequency (VLF) Communication System Based on Acoustically Actuated Magnetoelectric Antennas // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*. 2020. 19(3). 398-402. DOI: 10.1109/LAWP.2020.2968604
8. Jung S.-X., Lee G., wan Kim T., Kim S.-J., Koh J.-X. Rosen-Type Piezoelectric Transformers Based on 0.5Ba(Zr0.2Ti0.8)O3–0.5(Ba0.7Ca0.3)TiO3 Ceramic and Doped with Sb2O3 // *Materials*. 2023. 16(18). 6201. DOI: 10.3390/ma16186201
9. Chu Z., Annapureddy V., PourhosseiniAsl M., Palneedi H., Ryu J., Dong S. Dual-stimulus magnetoelectric energy harvesting // *Materials for Energy Harvesting*. 2018. 43(3). 199-205. DOI: 10.1557/mrs.2018.31
10. Lobekin V. N., Snisarenko D. V., Tatarenko A. S., Bichurin M. I. Issledovanie magnitoelektricheskogo SVCh ventilia na osnove ferrit-p'ezoelektricheskikh struktur [Research of a magnetoelectric microwave isolator based on ferrite-piezoelectric structures] // *Vestnik NovSU*. 2018. 1(107). 74-76.
11. Leont'ev V. S., Petrov R. V., Bozhkov S. T. Issledovanie datchika polozheniia kolenchatogo vala na osnove kompozitnoi struktury LiNbO3 [Crankshaft position sensor based on the composite structure of LiNbO3] // *Vestnik NovSU*. 2020. 2(118). 36-39. DOI: 10.34680/2076-8052.2020.2(118).36-39
12. Bichurin M., Sokolov O., Ivanov S., Leontiev V., Petrov D., Semenov G., Lobekin V. Physics of Composites for Low-Frequency Magnetoelectric Devices // *Sensors*. 2022. 22(13). 4818. DOI: 10.3390/s22134818

#### Информация об авторах

*Иванов Сергей Вадимович* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0003-8581-9575, s243962@std.novsu.ru

*Соколов Олег Владимирович* – кандидат физико-математических наук, инженер-исследователь, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-3041-9537, Oleg.Sokolov@novsu.ru

*Бичурин Мирза Имамович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-0650-4712, Mirza.Bichurin@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru

*Петров Роман Валерьевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, Roman.Petrov@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

УДК 681.7.013:621.396.6

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).750-761

ГРНТИ 59.41+47.49

Специальность ВАК 1.3.4

Научная статья

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ В УСЛОВИЯХ ОПТИЧЕСКОЙ ЛОКАЦИИ ЛАТЕНТНЫХ ДЕФЕКТОВ ТЕПЛОВЫХ ТРУБ

Карачинов В. А.<sup>1</sup>, Петров Д. А.<sup>1,2</sup>, Шергин С. С.<sup>1,3</sup>, Гаврушко В. В.<sup>1</sup>,  
Быстров Н. Е.<sup>1</sup>, Петров В. М.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)

<sup>2</sup>ОАО «ОКБ Планета» (Великий Новгород, Россия)

<sup>3</sup>АО «Аскольд» (Великий Новгород, Россия)

**Аннотация** Современные тепловые трубы (ТТ), являясь специальными устройствами охлаждения, эффективно обеспечивают непрерывный отвод тепловой энергии. В настоящее время в РЭС широкое применение получил класс ТТ, корпуса которых изготовлены в виде профилей специальной конструкции из алюминиевых сплавов. Для получения компьютерной модели были разработаны геометрическая, тепловая и математическая модели ТТ. Так же выполнена серия расчетов, которые позволили визуализировать морфологию теплового поля ТТ и выявить влияние дефектов разных типов. В рамках бесконтактной технологии диагностики качества ТТ разработана новая компьютерная модель теплового поля, обеспечивающая объективность трактовки сигнала при тепловизионной диагностике качества.

**Ключевые слова:** тепловая труба, компьютерная модель, тепловое поле, дефект, диагностика качества

**Для цитирования:** Карачинов В. А., Петров Д. А., Шергин С. С., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е., Петров В. М. Моделирование теплового поля в условиях оптической локализации латентных дефектов тепловых труб // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 750-761. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).750-761

Research Article

### MODELING OF THE THERMAL FIELD IN CONDITIONS OF OPTICAL LOCATION OF LATENT DEFECTS IN HEAT PIPES

Karachinov V. A.<sup>1</sup>, Petrov D. A.<sup>1,2</sup>, Shergin S. S.<sup>1,3</sup>, Gavrushko V. V.<sup>1</sup>,  
Bystrov N. E.<sup>1</sup>, Petrov V. M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>2</sup>JSC OKB Planeta (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>3</sup>Askold JSC (Veliky Novgorod, Russia)

**Abstract** Modern heat pipes (HP), being special cooling devices, effectively provide continuous removal of thermal energy. Currently, the HP class the bodies of which have a specially designed shape and are made of aluminum alloys, is widely used in radio-electronic equipment engineering. The geometric, thermal, and mathematical models of HP were developed for computer simulation. A series of calculations were also performed, which made it possible to visualize the morphology of the thermal field of HP and identify the influence of defects of different types. As part of the contactless HP quality diagnostics technology, a new computer model of the thermal field has been developed to ensure the integrity of the signal interpretation during the thermal imaging quality diagnostics.



**Keywords:** heat pipe, computer model, thermal field, defect, quality diagnostics

**For citation:** Karachinov V. A., Petrov D. A., Shergin S. S., Gavrushko V. V., Bystrov N. E., Petrov V. M. Modeling of the thermal field in conditions of optical location of latent defects in heat pipes // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 750-761. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).750-761

## **Введение**

Совершенствование таких технических характеристик современных радиолокационных систем большой мощности, как, разрешающая способность, точность, помехозащищенность, устойчивость к ионизации атмосферы обусловлено функционированием их в высокочастотных диапазонах [1-4]. В то же время повышение рабочей частоты неизбежно ведет к увеличению плотности тепловых потоков, реализующихся в процессе работы приемо-передающих модулей, росту температуры эксплуатации наиболее критичных ЭРЭ и снижению надежности [5-6]. Решение отмеченной проблемы с учетом особенностей конструкций РЛС известно, и оно напрямую связано с возможностью применения специальных систем охлаждения на основе тепловых труб (ТТ). Современные ТТ плоские и профильные, являясь специальными устройствами охлаждения, эффективно обеспечивают непрерывный отвод тепловой энергии от АФАР РЛС как в бортовом, так и наземном исполнении [1, 6-8]. При серийном изготовлении ТТ, адаптированных к конструкции изделия, также важной проблемой становится выявление технологических дефектов еще на стадии производства, их анализ и устранение факторов, вызвавших дефект. Традиционно в решении этих задач значительная роль принадлежит методам визуализации на основе экспериментально регистрируемых рентгеновского и теплового контрастов с последующей цифровой обработкой изображений [9, 10]. Научный и практический интерес представляют также компьютерные методы визуализации морфологии теплового поля ТТ не требующие проведения натурных экспериментов [11]. Для того чтобы оценить степень влияния латентных дефектов пассивного и активного типов на диагностируемые характеристики теплового поля ТТ, требуется разработать новую компьютерную модель (КМ). Вопросам решения поставленной задачи и посвящена данная работа.

## **Методика исследований**

### *Описание конструкции профильных ТТ*

В настоящее время в РЭС широкое применение получил класс ТТ, корпуса которых изготовлены в виде профилей специальной конструкции из алюминиевых сплавов (АД-31 по российскому стандарту ГОСТ 4784-74 или сплавов 6060, 6061, 6063 по американскому стандарту AMS 4116) методом экструзии, одноканальные или двухканальные, а в качестве капиллярно-пористой структуры используются продольные канавки, сформированные в едином технологическом цикле (рисунок 1).

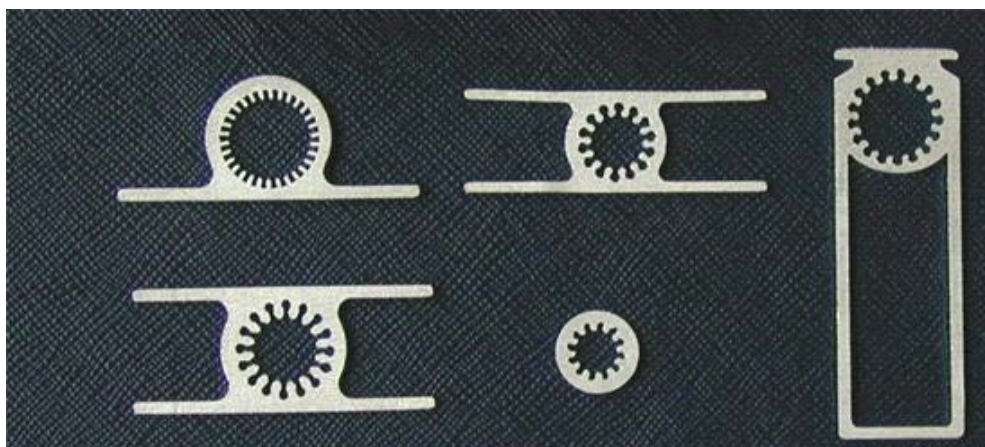


Рисунок 1. Виды профилей алюминиевых ТТ

В качестве теплоносителя (рабочего тела) в таких низкотемпературных ТТ наиболее часто применяют ацетон и аммиак высокой чистоты [9]. В целом номенклатура выпускаемых отечественной промышленностью ТТ с аксиальными канавками достаточно широка и разнообразна. Так, по температурному диапазону она простирается от криогенных до высокотемпературных. Типичные значения их термического сопротивления составляют от 0,01 до 0,12 К/Вт, а плотность подводимого теплового потока от 0,01 до 20 Вт/см<sup>2</sup>. Оребренные профильные ТТ, являясь достаточно изученными объектами, обладают симметричной структурой и поэтому в данной работе рассматривались как модельные при решении сформулированных задач. Кроме того, принцип оребрения ТТ был реализован нами для разработки нового запатентованного метода диагностики качества таких труб, изготовленных из алюминиевого сплава [10]. В этом методе в качестве объекта измерений используется пространство между ребрами ТТ, которое представляет собой полость в виде модели абсолютно черного тела. Поэтому контролируемая поверхность тепловой трубы между ребрами обладает большим значением коэффициента излучения, нежели на плоском участке трубы, что способствует улучшению качества, регистрируемого ИК – яркостного контраста теплового поля (повышается информативность и достоверность) и увеличению коэффициента поглощения поверхности, что имеет важное значение и при фотонном методе нагрева алюминиевого сплава. Исходя из отмеченного, методика компьютерного моделирования тепловых полей, представленная в данном разделе была адаптирована к новому методу диагностики качества ТТ.

Известно, что любая конструкция ТТ может содержать различного рода дефекты, которые в значительной степени определяют не только ее прочностные характеристики, но и оказывают влияние на тепловой режим [9]. Природа дефектов разнообразна и их появление в основном обусловлено как несовершенством технологии изготовления (включения второй фазы, зерна, локализованные в корпусе), так и условиями эксплуатации ТТ. Например, различного рода поры,

трещины могут образовываться за счет усталостных процессов при длительной эксплуатации ТТ в условиях изменяющегося давления (температуры) теплоносителя или вибрационных воздействий. Окисные островки на поверхности корпуса изменяют численные значения коэффициентов отражения (излучения) материала. Газовые полости внутри парового канала, чаще всего, возникают при протекании химических реакций с участием теплоносителя и материала капиллярно-пористой структуры. В рамках компьютерного эксперимента несомненный интерес представляют исследования, показывающие влияние дефектов на динамику морфологии температурного поля корпуса ТТ. В таблице 1 приведены только основные сведения по использованным в расчетах моделям дефектов.

Таблица 1. Виды дефектов конструкции ТТ. Модельное представление

| Вид дефекта                             |   | Геометрическая форма дефекта |      |      |         |         |
|---|---|------------------------------|------|------|---------|---------|
| Пассивный<br>( $q = 0 \text{ Вт/м}^2$ ) |   | Точка                        | Нить | Круг | Квадрат | Сегмент |
| Активный                                | Источник (ИТП)<br>( $q = q_i, \text{ Вт/м}^2$ ) | Точка                        | Нить | Круг | Квадрат | Сегмент |
|   | Сток (СТП)<br>( $q = -q_i, \text{ Вт/м}^2$ )    | Точка                        | Нить | Круг | Квадрат | Сегмент |

### Геометрическая модель ТТ

В качестве исходного варианта была выбрана геометрическая модель оребренной профильной ТТ с симметричной структурой, изображенной на рисунке 2 а.

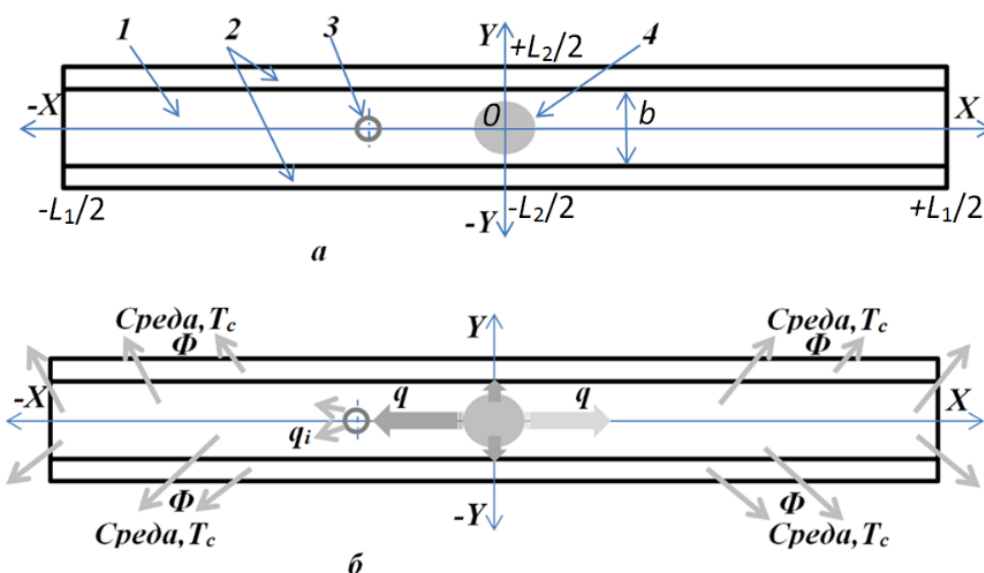


Рисунок 2. Геометрическая (а) и тепловая (б) модели профильной ТТ с дефектом круглой формы. Пример: активный дефект (источник теплового потока, теплопроизводительность, “+”  $q_i, \text{ Вт/м}^2$ ). 1 – Корпус; 2 – Ребра; 3 – Дефект; 4 – ИТП

Геометрические параметры ТТ в моделях в среднем соответствовали промышленно выпускаемым ТТ из алюминиевых сплавов и составляли: длина  $L_1 \approx 150 \div 400$  мм; ширина  $L_2 \approx 30$  мм; расстояние между ребрами  $b \approx 5 \div 10$  мм; средняя глубина полости между ребрами  $h \approx 9$  мм. В центре корпуса ТТ между ребрами располагался индуцированный светом источник теплового потока (ИТП). При проведении расчетов использовались модели ИТП круглой формы, а также точечный.

Кроме ИТП корпус также содержал элемент – «дефект» (3) (рисунок 2 а). Его форму и размер можно было изменять в ходе компьютерного эксперимента, а для наглядности и удобства в методическом плане дефект располагался на оси ТТ. Пространственной ориентацией геометрической модели ТТ была горизонтальная.

### *Тепловая модель ТТ*

В качестве базового варианта была разработана нестационарная тепловая модель ТТ, состоящая из четырех тел: корпус ТТ (ограниченный горизонтальный стержень); импульсный источник теплового потока (ИИТП); дефект; окружающая среда. В качестве модели пускового режима ТТ рассматривался равномерный пуск ( $\tau = 0 \div 360$  с). Для данной тепловой модели были сформулированы следующие упрощения: 1) идеальный тепловой контакт ИИТП с поверхностью ТТ; 2) не учитывалась аккумуляция тепловой энергии в ИИТП; 3) не учитывалось контактное тепловое сопротивление между дефектом и корпусом ТТ (идеальный тепловой контакт), а тело дефекта рассматривалось как изотропная среда; 4) активные дефекты в тепловой модели были представлены как независимые ИТП с изотермическими поверхностями, при этом не учитывался отвод тепла с поверхности дефекта в окружающую среду. Таким образом, ИИТП формирует по выделенным направлениям стержня тепловой поток с одинаковой плотностью  $q_j, \text{Вт/м}^2$ . В рамках модели был предусмотрен переход от изотропного стержня к анизотропному, путем задания соответствующих коэффициентов теплопроводности  $\lambda_x$  и  $\lambda_y$ . Следует отметить, что основными механизмами рассеяния теплового потока ( $\Phi, \text{Вт}$ ) с поверхности стержня в воздушную (газовую) среду с температурой  $T_c$  являлись свободная (естественная) конвекция при нормальном давлении и тепловое излучение [12]. Пример нестационарной тепловой модели ТТ приведен на рисунке 2 б.

### *Математическая модель*

Для нестационарной задачи в плоскопараллельной постановке исходное уравнение теплопроводности (1) с учетом сформулированных ограничений можно записать в виде:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q_0 \quad (1)$$

где:  $c_p$  и  $\rho$  – удельная теплоемкость и плотность материала;  $\lambda_x, \lambda_y$  – коэффициенты теплопроводности;  $q_o$  – теплопроизводительность единицы объема источников (стоков) тепловой энергии;  $T$  – температура;  $x, y$  – координаты.

Для разработанной базовой тепловой модели использовались следующие начальные и граничные условия:

1) В начальный момент времени для ребер всех тел, входящих в модель, задавалось постоянство температуры [12]:

$$T_{i,T=0} = T_C = \text{const} \quad (2)$$

2) Для всех ребер ИИТП с учетом изотермичности поверхности задавалось условие первого рода [12]:

$$T = T_n \quad (3)$$

3) На ребрах корпуса модели ТТ задавалось условие третьего рода, которое описывает как конвективный, так и лучистый теплообмен с окружающей средой [12]:

$$\lambda_n \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n=\pm L_1/2, L_2/2} = \alpha_k (T - T_c) - \beta (T^4 - T_c^4) \quad (4)$$

$$n \rightarrow \{x, y\}$$

где:  $\beta$  – величина, равная произведению постоянной Стефана-Больцмана ( $\sigma_0 = 5,7 \cdot 10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>) на коэффициент излучательности поверхности материала зонда;  $\alpha_k$  – коэффициент теплоотдачи конвекции. Численные значения коэффициента  $\alpha_k$  были получены из предварительных расчетов с использованием известного метода подобия [12]. Отвод теплового потока через кондуктивные связи крепежа ТТ не учитывался.

Система уравнений (1-4) решалась численным методом (метод конечных элементов) на ПЭВМ [13]. При этом учитывались температурные зависимости коэффициентов теплопроводности  $\lambda_x, \lambda_y = f(T)$  и теплоемкостей  $c_p = f(T)$  материалов конструкции ТТ.

## Результаты исследований

### Классификация компьютерной модели

В соответствии с ГОСТ Р 57700.22-2020 разработанная в данной работе КМ теплового поля ТТ была классифицирована по признакам приведенным в таблице 2.

Таблица 2. Классификация КМ теплового поля ТТ

| Признак                                    | Класс     | Характеристика  |
|--|-----------|---|
| по используемой в КМ математической модели | численная | Описывает свойства и поведение теплового поля ТТ системой уравнений, решение которых осуществляется с использованием методов вычислительной математики - методов конечных элементов |

|   |   |   |
|---|---|---|
| по структуре  | составная (комплексная)                     | Состоит из взаимосвязанных CAD, тепловой и математической моделей, описывающих один объект моделирования - тепловое поле ТТ (по ГОСТ Р 57412) |
| по назначению   | модель инженерного анализа                  | Предназначена для описания свойств и поведения теплового поля ТТ с учетом физических процессов  |
| по степени приближения представления                    | точная                                      | Используется при проведении виртуальных экспериментов (например, реализуется метод скользящей изотермы)                                       |
| по совокупности исследуемых свойств                     | простая                                     | Исследуется морфология теплового поля ТТ  |
| по пространственной размерности области моделирования   | двумерная                                   | Моделируется динамика изменения изотермических поверхностей на двумерной плоскости  |
| по способу дискретизации по пространственным переменным | конечно-элементная                          |   |
| по методам решения дифференциальных уравнений           | детерминистская                             |   |
| по зависимости свойств КМ от времени                    | нестационарная (динамическая)               | Моделируются нестационарные «переходные» процессы работы ТТ   |
| по моделируемому физическому процессу                   | КМ теплопроводности                         |   |
| по скорости выполнения моделирования КМ                 | Работает не в реальном масштабе времени     |   |
| по использованию результатов моделирования              | при разработке ТТ и проведении их испытаний |   |

### *Визуализация морфологии теплового поля ТТ. Примеры*

Была выполнена серия расчетов, которые позволили визуализировать морфологию теплового поля ТТ и выявить влияние дефектов пассивного и активного типа на группы определяющих геометрических характеристик в виде: расстояния от центра ТТ (ИИТП) до фронта изотермической линии ( $L$ ); периметра (длины) контура изотермической линии ( $\Gamma$ ); площади поверхности ТТ в пределах изотермической линии ( $S$ ), а также коэффициентов асимметрии по перечисленным признакам. Примеры результатов исследований приведены на рисунках 3, 4.

В качестве обобщающего результата следует отметить предельные значения группы определяющих геометрических характеристик теплового поля ТТ с дефектами, которые представлены в таблице 3.

В рамках проведенных компьютерных экспериментов они показывают, что выбранная группа характеристик  $L$ ,  $\Gamma$ ,  $S$  проявляет значимую чувствительность к локальным искажениям теплового поля ТТ.

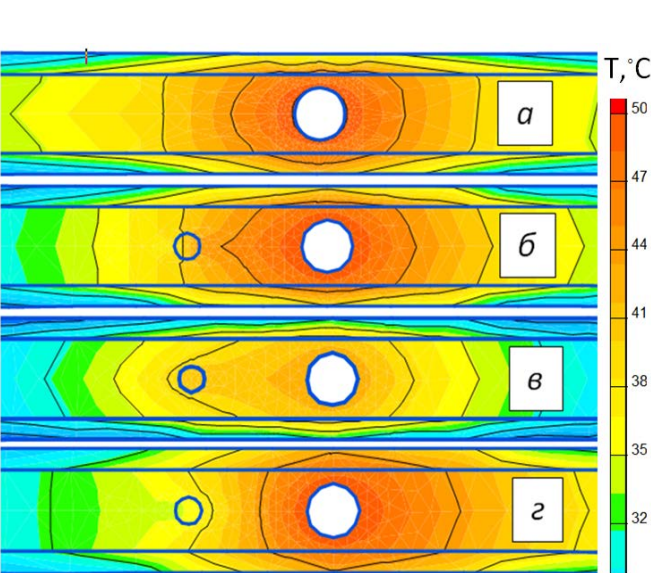


Рисунок 3. Морфология теплового поля в режиме изолиний профильной ТТ в условиях импульсного фотонного нагрева: температура ИИТП  $T_{и}=50^{\circ}\text{C}$ ,  $\tau = 0,5$  с. ПО «ELCUT».  
а – ТТ без искусственных дефектов;  
б – ТТ с пассивным дефектом (воздушная пора);  
в – ТТ с дефектом ИТП,  $q=5\cdot 10^{-9}\text{ Вт/м}^3$ ;  
г – ТТ с дефектом СТП,  $q=-5\cdot 10^{-9}\text{ Вт/м}^3$

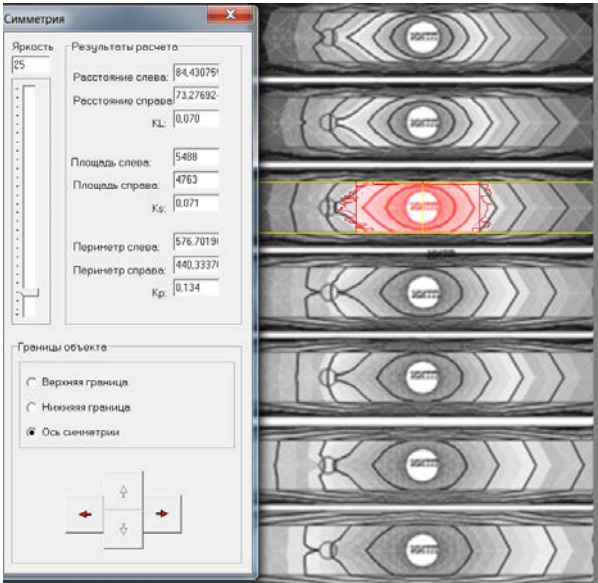


Рисунок 4. Компьютерная технология измерения группы геометрических характеристик теплового поля ТТ. ПО «Пласт1.0».  
Пример: ТТ с дефектом корпуса в виде воздушной поры

Таблица 3. Предельные относительные значения геометрических характеристик теплового поля ТТ с дефектами круглой формы ( $d = 2$  мм) в режиме скользящей изотермы. Пример

| Геометрические характеристики теплового поля                |     | Тип дефекта |       |       |
|---|-----|-------------|-------|-------|
|   |     | Пассивный   | ИТП   | СТП   |
| Расстояние от центра ТТ до фронта изотермы $\Delta L/L, \%$ | min | 9           | 16,6  | 0,38  |
|   | max | 24          | 66,3  | 79,7  |
| Коэффициент асимметрии, $A^L_s$                             | max | 0,14        | 0,249 | 0,663 |
| Периметр изотермы $\Delta P/P, \%$                          | min | 1,0         | 4,7   | 0,39  |
|   | max | 14          | 31,9  | 79,7  |
| Коэффициент асимметрии, $A^P_s$                             | max | 0,075       | 0,082 | 0,663 |
| Площадь поля внутри изотермы $\Delta S/S, \%$               | min | 9,3         | 14,7  | 0,0   |
|   | max | 24,0        | 66,4  | 79,7  |
| Коэффициент асимметрии, $A^S_s$                             | max | 0,137       | 0,249 | 0,663 |



### Проверка адекватности компьютерной модели

Была рассмотрена КМ, характеризующая зависимость коэффициентов асимметрии ( $Y_i$ ) температурного поля ТТ от условной яркости ( $X$ ).

$Y_i$  – коэффициенты асимметрии по признакам:  $A^L_S$ ,  $A^P_S$ ,  $A^S_S$ ;

$X$  - условная яркость  $B_{\text{усл}}$  определяет границы температурного поля (ПО “Пласт1.0”).

При проведении расчетов использовались предварительно обработанные статистические данные (средние значения), полученные на основании экспериментов натурального - партии из десяти ТТ (пять штук эталонных и пять штук с пассивными дефектами корпуса) и компьютерного эксперимента. Выборки по условной яркости для каждой ТТ составляли двадцать значений.

Для оценки гипотезы об адекватности КМ применялась известная методика с использованием критерия Фишера [14]. Расчеты выполнялись с помощью ПО «Microsoft Excel – 2010». Пример расчетов приведен в таблице 4.

Таблица 4. Результаты расчетов для оценки адекватности КМ теплового поля ТТ с пассивным дефектом корпуса по критерию Фишера

| №<br>п/п | Показатели   | 1           |         |         | 2       |         |         |
|----------|--|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|
|          |  | Эксперимент |         |         | Модель  |         |         |
|          |  | $A^L_S$     | $A^S_S$ | $A^P_S$ | $A^L_S$ | $A^S_S$ | $A^P_S$ |
| 1        | $r$  | 20          | 20      | 20      | 20      | 20      | 20      |
| 2        | $f_{\text{эксн}} = r - 1$  | 19          | 19      | 19      | 19      | 19      | 19      |
| 3        | $S_{\text{эксн}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^r (y_i - \bar{y})^2}{f_{\text{эксн}}}$         | 0,0503      | 0,0502  | 0,0151  | 0,0309  | 0,0366  | 0,0623  |
| 4        | $F_{f_{\text{теор}}, f_{\text{эксн}}} = \frac{S_{\text{теор}}^2}{S_{\text{эксн}}^2}$ | 1,6284      | 1,3711  | 0,2424  | -       | -       | -       |
| 5        | $F_{\text{кр}}$  | 2,63        |         |         |         |         |         |
| 6        | $F_{f_{\text{теор}}, f_{\text{эксн}}}, F_{\text{кр}}$                                | <           | <       | <       |         |         |         |
| 7        | Адекватность   | да          | да      | да      |         |         |         |

Результаты проверки адекватности КМ по критериям Фишера демонстрируют высокую степень достоверности разработанных моделей.



## Вывод

В рамках бесконтактной технологии диагностики качества профильных ТТ с симметричной структурой по коэффициенту асимметрии разработана новая компьютерная модель теплового поля ТТ, отличающаяся условием нагрева ТТ поверхностным источником теплового потока, индуцированным светом и использованием физических моделей латентных дефектов пассивного и активного типов, локализованных в корпусе между ребрами и обеспечивающая объективность трактовки информации (сигнала) при тепловизионной диагностики качества.

## Список литературы

1. Боев С. Ф., Савченко В. П. Инновационные решения при разработке станций дальнего обнаружения метрового диапазона // Радиооптические технологии в приборостроении: сборник докладов научно-технической конференции, п. Небуг, Краснодарский край, 1-7 сентября. 2013. Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. С. 4-10.
2. Белоус А. И., Мерданов М. К., Шведов С. В СВЧ-электроника в системах радиолокации и связи: техническая энциклопедия. В 2-х кн. Москва: ТЕХНОСФЕРА, 2016. 728 с.
3. Боев С. Ф., Рахманов А. А., Линкевичиус А. П., Якубовский С. В., Володин П. В. Создание и эксплуатация радиолокационных станций дальнего обнаружения // Вопросы радиоэлектроники. 2020. 5. 35-48. DOI: 10.21778/2218-5453-2020-5-35-48
4. Поздышев В. Ю., Якубовский С. В., Зюзин А. В., Тимошенко А. В. Обнаружение радиолокационных целей на фоне активных помех по определителю поляризационной матрицы рассеяния // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. 14(9). 4-9. DOI: 10.36724/2072-8735-2020-14-9-4-9
5. Савченко В. А. Основы теории надежности и диагностика. Рязань: РВАИ, 2005. 410 с.
6. Поляков П. О. Обеспечение тепловых режимов радиолокационных систем летательных аппаратов с применением плоских тепловых труб: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Москва, 2020. 20 с.
7. Крахин О. И., Радченко В. П., Венценосцев Д. Методы создания системы отвода тепла теплонагруженных частей ФАР // Радиотехника. 2011. 10. 88-94.
8. Гончаров К. А., Двирный В. В. Опыт разработки и применения тепловых труб для космических аппаратов в научно-производственном объединении имени С. А. Лавочкина // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева. 2008. 1(18). 123-127.
9. Карачинов В. А., Петров Д. А., Килиба Ю. В. Анализ методов контроля качества тепловых труб // Вестник НовГУ. 2019. 2(114). 14-18. DOI: 10.34680/2076-8052.2019.2(114).14-18
10. Карачинов В. А., Петров Д. А., Килиба Ю. В., Ионов А. С. Патент № 2685804 Российская Федерация, МПК F28D 15/02(2006.01), G01M 3/20 (2006.01). Способ контроля качества тепловой трубы: № 2018116914: заявл. 05.07.2018: опубл. 04.23.2019 / Патентообладатель АО «ОКБ-Планета». 9 с.
11. Petrov D. A., Karachinov V. A. Modeling the influence of heat sinks on the morphology of the temperature field of a profile heat pipe // Journal of Physics: Conference

Series. 2022. 2388. 012118. DOI: 10.1088/1742-6596/2388/1/012118

12. Дульнев Г. Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. – Москва: Радио и связь. 1984. 47 с.

13. ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов: руководство пользователя. Версия 6.6. Санкт-Петербург: ООО «Тор». Санкт-Петербург, 2018. 291 с. URL: [https://elcut.ru/downloads/manual\\_r.pdf](https://elcut.ru/downloads/manual_r.pdf). (Дата обращения: 01.11.2023).

14. Андронов А. М., Копытов Е. А., Гринглаз Л. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Санкт-Петербург: Питер, 2004. 461 с.

## References

1. Boev S. F., Savchenko V. P. Innovatsionnye resheniia pri razrabotke stantsii dal'nego obnaruzheniia metrovogo diapazona [Innovative solutions in the development of the VHF early-warning stations] // Radioopticheskie tekhnologii v priborostroenii: sbornik dokladov nauchno-tekhnicheskoi konferentsii [Proc. Sci. Thech. Conf. "Radio-optical technologies in instrumentation"]. Moscow, Bauman University Publishing House, 2013. P. 4-10.

2. Belous A. I., Merdanov M. K., Shvedov S. V. SVCh-elektronika v sistemakh radiolokatsii i svyazi [Microwave electronics in radar and communication systems]. In 2 vols. Moscow, TEKhNOSFERA Publ., 2016. 728 p.

3. Boev S. F., Rakhmanov A. A., Linkevichius A. P., Iakubovskii S. V., Volodin P. V. Sozdanie i ekspluatatsiia radiolokatsionnykh stantsii dal'nego obnaruzheniia [Creation and operation of long-range detection radar] // Voprosy radioelektroniki. 2020. 5. 35-48. DOI: 10.21778/2218-5453-2020-5-35-48

4. Pozdyshev V. Iu., Iakubovskii S. V., Ziuzin A. V., Timoshenko A. V. Obnaruzhenie radiolokatsionnykh tselei na fone aktivnykh pomekh po opredelitel'iu poliarizatsionnoi matritsy rasseianiia [Detection of radar targets on the background of active interference by the detector of the polarization matter of the scattering] // T-Comm: Telekommunikatsii i transport. 2020. 14(9). 4-9. DOI: 10.36724/2072-8735-2020-14-9-4-9

5. Savchenko V. A. Osnovy teorii nadezhnosti i diagnostika [Fundamentals of reliability theory and diagnostics]. Ryazan, RVAI Publ., 2005. 410 p.

6. Poliakov P. O. Obespechenie teplovykh rezhimov radiolokatsionnykh sistem letatel'nykh apparatov s primeneniem ploskikh teplovykh trub [Providing thermal modes of radar systems of aircraft using flat heat pipes]. Moscow, MAI Publ., 2020. 20 p.

7. Krakhin O. I., Radchenko V. P., Ventsenostsev D. Metody sozdaniia sistemy otvoda tepla teplonagruzhennykh chastei FAR [Methods of creation of heat removal system of phased array antenna heatloaded parts] // Radiotekhnika. 2011. 10. 88-94.

8. Goncharov K. A., Dvirnyi V. V. Opyt razrabotki i primeneniia teplovykh trub dlia kosmicheskikh apparatov v nauchno-proizvodstvennom ob"edinenii imeni S. A. Lavochkina [Experience of development and application of heat pipes for space vehicles at S. A. Lavochkin's Scientific-Industrial Enterprise] // Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta imeni akademika M. F. Reshetneva. 2008. 1(18). 123-127.

9. Karachinov V. A., Petrov D. A., Kiliba Iu. V. Analiz metodov kontrolya kachestva teplovykh trub [Analysis of quality control methods of heat pipes] // Vestnik NovSU. 2019. 2(114). 14-18. DOI: 10.34680/2076-8052.2019.2(114).14-18

10. Karachinov V. A., Petrov D. A., Kiliba Iu. V., Ionov A. S. Sposob kontrolya kachestva teplovoi trub [Method of quality control of a heat pipe]. Patent RF, no. 2685804, 2019.

11. Petrov D. A., Karachinov V. A. Modeling the influence of heat sinks on the morphology of the temperature field of a profile heat pipe // Journal of Physics: Conference Series. 2022. 2388. 012118. DOI: 10.1088/1742-6596/2388/1/012118
12. Dul'nev G. N. Teplo- i massoobmen v radioelektronnoi apparature [Heat and mass transfer in electronic equipment]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1984. 247 p.
13. ELCUT. Modelirovanie dvumernykh polei metodom konechnykh elementov. Rukovodstvo pol'zovatel'ia. Versiia 6.6 [ELCUT. Modeling of two-dimensional fields by the finite element method. User's Guide. Version 6.6]. Saint Petersburg, LLC "Tor" Publ., 2018. 291 p. Available at: [https://elcut.ru/downloads/manual\\_r.pdf](https://elcut.ru/downloads/manual_r.pdf) (Accessed: 01.11.2023)
14. Andronov A. M., Kopytov E. A., Gringlaz L. Ia. Teoriia veroiatnostei i matematicheskaia statistika [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. Saint Petersburg, Piter Publ., 2004. 461 p.

### **Информация об авторах**

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, эксперт, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

*Петров Дмитрий Александрович* – соискатель, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого; инженер, ОАО «ОКБ Планета» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0004-5133-9829, petrovda@okbplaneta.ru

*Шергин Степан Сергеевич* – магистр, аспирант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого; сотрудник, АО «Аскольд» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-3250-1929, stepan.shergin@mail.ru

*Гаверушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru

*Петров Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7733-1030, Vladimir.Petrov@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 681.7.013:004.93

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).762-772

ГРНТИ 59.41+28.17.33

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### АНАЛИЗ ИНФОРМАТИВНОСТИ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ В УСЛОВИЯХ ФОТОННОГО НАГРЕВА ТЕПЛОВЫХ ТРУБ

Карачинов В. А.<sup>1</sup>, Петров Д. А.<sup>1,2</sup>, Шергин С. С.<sup>1,3</sup>, Гаврушко В. В.<sup>1</sup>,  
Быстров Н. Е.<sup>1</sup>, Петров В. М.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)

<sup>2</sup>ОАО «ОКБ Планета» (Великий Новгород, Россия)

<sup>3</sup>АО «Аскольд» (Великий Новгород, Россия)

**Аннотация** В рамках генерации и селекции морфологических признаков теплового поля и информационного принципа были разработаны и реализованы для тепловых труб методики расчета информативности. Первая методика отличается применением энергетического принципа и обеспечивает повышенную чувствительность к локальным искажениям теплового поля профильной тепловой трубы. Вторая методика реализована по методу накопленных частот и Шеннона, отличается применением как теоретических, так и экспериментальных выборок.

**Ключевые слова:** тепловая труба, температурное поле, признак, методика

**Для цитирования:** Карачинов В. А., Петров Д. В., Шергин С. С., Гаврушко В. В., Быстров Н. Е., Петров В. М. Анализ информативности морфологических признаков теплового поля в условиях фотонного нагрева тепловых труб // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 762-772. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).762-772

*Research Article*

### ANALYSIS OF THE INFORMATIVE VALUE OF MORPHOLOGY OF THE TEMPERATURE FIELD FOR HEAT PIPES IN CONDITIONS OF PHOTONIC HEATING

Karachinov V. A.<sup>1</sup>, Petrov D. A.<sup>1,2</sup>, Shergin S. S.<sup>1,3</sup>, Gavrushko V. V.<sup>1</sup>,  
Bystrov N. E.<sup>1</sup>, Petrov V. M.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>2</sup>JSC OKB Planeta (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>3</sup>Askold JSC (Veliky Novgorod, Russia)

**Abstract** Within the framework of generation and selection of morphological features of the temperature field and the information principle, methods for calculating informative value have been developed and implemented for heat pipes. The first technique consists in the application of energy principle and provides increased sensitivity to local distortions of the temperature field of a shaped heat pipe. The second technique is implemented using the method of accumulated frequencies and Shannon coding. It is characterized by the use of both theoretical and experimental samples.

**Keywords:** heat pipe, temperature field, feature, methodology

**For citation:** Karachinov V. A., Petrov D. V., Shergin S. S., Gavrushko V. V., Bystrov N. E., Petrov V. M. Analysis of the informative value of morphology of the temperature field for heat pipes in conditions of photonic heating // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 762-772. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).762-772

## Введение

Важнейшей целью распознавание образов в рамках диагностики качества изделий в гермооболочках является классификация объектов – в нашем случае тепловых труб (ТТ) по нескольким категориям или классам [1-5]. В данном случае под классом следует понимать совокупность множества ТТ, выделенных по какому-либо признаку. Поэтому задача распознавания образов состоит в том, чтобы отнести новый распознаваемый объект к конкретному классу, а именно, ТТ, не содержащая дефект (например, *класс-1*), тогда ТТ, содержащая дефект (*класс-2*). При этом визуализация морфологии теплового поля ТТ как в ходе компьютерного, так и тепловизионного эксперимента и дальнейший переход к количественным оценкам позволяют сформировать вектор признаков или совокупность признаков. Тогда в рамках задачи распознавания, которая для ТТ в данной работе решалась впервые, будет считаться, что каждой ТТ (образу) ставится в соответствие единственное значение вектора признаков и наоборот – каждому значению вектора признаков соответствует единственная ТТ. Следовательно, чтобы классифицировать «неизвестную» ТТ, то есть распознать образ, необходимо будет определить, к какому классу относится ТТ, на основании анализа значений ее признаков.

Вопросам разработки методики решения поставленной задачи и посвящена данная работа.

## Методика и результаты исследований

### *Постадийная методика диагностики качества профильных ТТ*

Проведенные нами исследования показали [6, 7], что процедура распознавания образа становится определяющей при диагностике качества профильных ТТ. При этом может быть реализована следующая методика:

**Стадия 1:** Генерация признаков – выявление признаков, которые наиболее полно описывают морфологию теплового поля ТТ;

**Стадия 2:** Селекция признаков – выявление признаков, которые имеют наилучшие классификационные свойства для выявления дефектов ТТ;

**Стадия 3:** Построение классификатора или решающего правила отнесения ТТ к одному из классов (качественная/некачественная) на основании его вектора признаков;

**Стадия 4:** Оценка классификатора. Нахождение ошибок классификации и оценка эффективности выбранного метода.

### *Выбор (генерация и селекция) морфологических признаков температурного поля ТТ. Энергетический принцип*

Известно, что суть выбора признаков в задаче диагностики качества ТТ заключается в выделении признаков, которые приводят к большим расстояниям между классами и к малым внутри классов [2]. При этом возникает мотивация, направленная на уменьшение вычислительной сложности, которая способствует

сокращению числа признаков. Возможные варианты развития ситуации встречаются в литературе по теории информации [2-5]. Например, наряду с признаками, имеющими низкие классификационные способности, высока вероятность появления двух признаков с почти равными классифицирующими способностями, сильно коррелированных между собой и др.

Анализ морфологии температурного поля профильных ТТ, выполненный методом полевых характеристик, позволил для режима изолиний выделить группу определяющих геометрических характеристик (признаков) в составе: 1) расстояние от центра ТТ (ИИТП) до фронта изотермической линии ( $L$ ); 2) периметр (длина) контура изотермической линии ( $\Pi$ ); 3) площадь поверхности ТТ в пределах изотермической линии ( $S$ ) [8]. Научный и прикладной интерес для развития диагностических методов представляют исследования, показывающие степень изменчивости данной группы в условиях присутствия в ТТ между ребрами дефектов различного типа. Были проведены целенаправленные компьютерные эксперименты, в ходе которых осуществлялись измерения данных характеристик. Методика измерений включала формирование файлов изображений (формат \*.bmp) морфологии температурного поля ТТ в режиме скользящей изотермы и непосредственные измерения с помощью программы «Пласт 1.0» [8-10].

В качестве обобщающего результата исследований следует отметить предельные относительные значения группы определяющих геометрических характеристик ТТ с дефектами (таблица 1).

Таблица 1. Предельные относительные значения геометрических характеристик теплового поля ТТ с дефектами круглой формы в режиме скользящей изотермы. Пример

| Тип дефекта<br>круглой формы<br>(диаметр $D = 2$ мм) |     | Пассивный | Источник<br>теплового<br>потока,<br>ИТП | Сток<br>теплового<br>потока,<br>СТП |
|--|-----|-----------|---|-------------------------------------|
| Расстояние до фронта<br>$\Delta L/L, \%$             | min | 9         | 16,6                                    | 0,38                                |
|  | max | 24        | 66,3                                    | 79,7                                |
| Периметр<br>$\Delta \Pi/\Pi, \%$                     | min | 1,0       | 4,7                                     | 0,39                                |
|  | max | 14        | 31,9                                    | 79,7                                |
| Площадь<br>$\Delta S/S, \%$                          | min | 9,3       | 14,7                                    | 0,0                                 |
|  | max | 24,0      | 66,4                                    | 79,7                                |

В рамках проведенных компьютерных экспериментов они показывают, что выбранная группа характеристик  $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$  проявляет значимую чувствительность к локальным искажениям температурного поля ТТ. В то же время для построения научных основ предложенного метода диагностики ТТ необходимым этапом исследований является обоснование информативности выбранных признаков, что позволит выбрать наиболее важные признаки для составления простого решающего правила по ним и проведения классификации в дальнейшем. С этой целью в работе использовался метод накопленных частот (МНЧ) и метод Шеннона [2].

## Расчет информативности морфологических признаков $L$ , $P$ , $S$ методом накопленных частот

Применительно к задаче анализа морфологии температурного поля ТТ сущность метода накопленных частот состоит в том, что если имеются две выборки, например, признака  $L$ , принадлежащие двум различным классам – ТТ без дефекта и ТТ с дефектом, то по обеим выборкам в одних координатных осях строятся эмпирические распределения признака  $L$  и подсчитываются так называемые накопленные частоты  $M_{i,j}$ . Согласно [2] накопленная частота показывает, какая доля элементов выборки не превышает данного значения. Накопленные частоты получаются из относительных (является дробным числом из промежутка от 0 до 1 и показывает, какую долю данное значение составляет от всего объема выборки) накопительным суммированием. Последняя накопленная частота всегда равна единице. Необходимо отметить, что накопленные частоты, так же, как и относительные, иногда измеряют в процентах.

Для оценки информативности признака  $I(L)$  служил модуль максимальной разности накопленных частот  $|M_{1,j} - M_{2,j}|$ . Эмпирические и накопленные частоты часто изображаются графически – в виде гистограммы распределения признака  $L$  и графиков [2].

Впервые для ТТ была разработана и реализована постадийная методика расчета информативности признаков теплового поля:

**Стадия 1:** Формирование таблицы исходных данных (таблица 2).

Таблица 2. Численные значения геометрических характеристик теплового поля ТТ

| № объекта               | Признак, $x_i$   | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | N        |
|-------------------------|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Класс-1, ТТ без дефекта | $L_{1j}$ , пикс. | $L_{11}$ | $L_{12}$ | $L_{13}$ | $L_{14}$ | $L_{15}$ | $L_{1N}$ |
|                         | $P_{1j}$ , пикс. | $P_{11}$ | $P_{12}$ | $P_{13}$ | $P_{14}$ | $P_{15}$ | $P_{1N}$ |
|                         | $S_{1j}$ , пикс. | $S_{11}$ | $S_{12}$ | $S_{13}$ | $S_{14}$ | $S_{15}$ | $S_{1N}$ |
| Класс-2, ТТ с дефектом  | $L_{2j}$ , пикс. | $L_{21}$ | $L_{22}$ | $L_{23}$ | $L_{24}$ | $L_{25}$ | $L_{2N}$ |
|                         | $P_{2j}$ , пикс. | $P_{21}$ | $P_{22}$ | $P_{23}$ | $P_{24}$ | $P_{25}$ | $P_{2N}$ |
|                         | $S_{2j}$ , пикс. | $S_{21}$ | $S_{22}$ | $S_{23}$ | $S_{24}$ | $S_{25}$ | $S_{2N}$ |

**Стадия 2:** Построение эмпирических распределений признака  $x_i$  по каждой выборке в одних координатных осях:

**2.1) Признак  $L$ :**

**2.1.1)** Определяются минимальное  $L_{min}$  и максимальное  $L_{max}$  значения признака  $L$  по двум выборкам;

**2.1.2)** Определяется размах значений признака:  $L_{max} - L_{min}$ ;

**2.1.3)** Выбирается количество интервалов распределения:  $n$ ;

**2.1.4)** Рассчитывается величина интервала распределения:

$$K = (L_{max} - L_{min}) / n \quad (1)$$

**2.1.5)** Определяются границы каждого  $j$ -го интервала из соотношения:

$$d_j = L_{min} + j \cdot K, \quad (2)$$

где  $j = 0, 1, \dots, n$ .

**2.1.6)** Рассчитывается количество попаданий признака  $L_1$  в каждый интервал, исходя из соотношения  $d_{j-1} < L_1 \leq d_j$ ;

**2.1.7)** Рассчитывается количество попаданий признака  $L_2$  в каждый интервал, исходя из соотношения  $d_{j-1} < L_2 \leq d_j$ .

**Стадия 3:** Рассчитывается накопленная частота для класса-1 и текущего интервала  $M_{1j}$ :

$$M_{1j} = m_{10} + \sum_{j=1}^n m_{1j}, \quad (3)$$

где:  $M_{10} = m_{10}$

**Стадия 4:** Рассчитывается накопленная частота для класса-2 и текущего интервала  $M_{2j}$ :

$$M_{2j} = m_{20} + \sum_{j=1}^n m_{2j}, \quad (4)$$

где:  $M_{20} = m_{20}$

**Стадия 5:** Вычисляется модуль разности накопленных частот  $|M_{1j} - M_{2j}|$ ;

**Стадия 6:** Определяется информативность признака  $L$  из анализа сводной таблицы 3.

Таблица 3. Результаты расчета информативности признака  $L$

| №<br>п/п | Интервалы<br>$d_j$ | Класс-1, ТТ без дефекта |                               | Класс-2, ТТ с дефектом |                               | Информативность $I(L)$<br>$ M_{1j} - M_{2j} $ |
|----------|--------------------|-------------------------|-------------------------------|------------------------|-------------------------------|---|
|          |                    | Частоты,<br>$m_{1j}$    | Накопленные частоты, $M_{1j}$ | Частоты,<br>$m_{2j}$   | Накопленные частоты, $M_{2j}$ |   |
| 1        | $0 \div d_1$       | $m_{11}$                | $M_{11}$                      | $m_{21}$               | $M_{21}$                      | $ M_{11} - M_{21} $                           |
| 2        | $d_1 \div d_2$     | $m_{12}$                | $M_{1,2}$                     | $m_{22}$               | $M_{22}$                      | $ M_{12} - M_{22} $                           |
| 3        | $d_2 \div d_3$     | $m_{13}$                | $M_{13}$                      | $m_{23}$               | $M_{23}$                      | $ M_{13} - M_{23} $                           |
| ...      | $\dots \div \dots$ | ...                     | ...                           | ...                    | ...                           | ...   |
| n        | $d_{n-1} \div d_n$ | $m_{1n}$                | $M_{1n}$                      | $m_{2n}$               | $M_{2n}$                      | $ M_{1n} - M_{2n} $                           |

**Стадия 7:** Построение гистограммы и графиков накопленных частот для признака  $L$ .

Аналогичным образом методика реализуется для признаков  $\Pi$  и  $S$ .

**Пример. Расчет информативности признаков по результатам натурного эксперимента исследования теплового поля ТТ с пассивным дефектом (воздух) корпуса**

В этой части работы продемонстрирована методика расчета информативности на примере признака  $L$ . Исходные данные, полученные из эксперимента, приведены в таблице 4, а результаты расчета информативности в таблице 5. Дополнительная информация представлена на рисунке 1.



Таблица 4. Средние значения геометрических характеристик теплового поля ацетоновой ТТ с пассивным дефектом (воздух) корпуса

| № объекта               | Признак, $x_i$  | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7     | 8     |
|-------------------------|-----------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| Класс-1, ТТ без дефекта | $L_1$ , пикс.   | 30   | 44   | 57   | 66   | 85   | 104  | 135   | 152   |
|                         | $\Pi_1$ , пикс. | 1288 | 362  | 338  | 322  | 344  | 384  | 475   | 464   |
|                         | $S_1$ , пикс.   | 2398 | 3442 | 4465 | 5165 | 6683 | 8214 | 10659 | 12004 |
| Класс-2, ТТ с дефектом  | $L_2$ , пикс.   | 19   | 30   | 41   | 41   | 64   | 79   | 100   | 115   |
|                         | $\Pi_2$ , пикс. | 299  | 282  | 305  | 294  | 318  | 348  | 384   | 415   |
|                         | $S_2$ , пикс.   | 1496 | 2404 | 3233 | 3225 | 5034 | 6260 | 7909  | 9104  |

Таблица 5. Информативность признака  $L$ . Расчет

| № п/п | Интервалы      | Класс-1, ТТ без дефекта |                               | Класс-2, ТТ с дефектом |                               | $ M_{1j} - M_{2j} $ |
|-------|----------------|-------------------------|-------------------------------|------------------------|-------------------------------|---------------------|
|       |                | Частоты, $m_{1j}$       | Накопленные частоты, $M_{1j}$ | Частоты, $m_{2j}$      | Накопленные частоты, $M_{2j}$ |                     |
| 1     | $0 \div 19$    | 0                       | 0                             | 1                      | 1                             | 1                   |
| 2     | $19 \div 85$   | 1                       | 1                             | 3                      | 4                             | 3                   |
| 3     | $85 \div 151$  | 2                       | 3                             | 0                      | 4                             | 1                   |
| 4     | $151 \div 213$ | 2                       | 5                             | 2                      | 6                             | 1                   |
| 5     | $213 \div 283$ | 2                       | 7                             | 1                      | 7                             | 0                   |
| 6     | $283 \div 349$ | 0                       | 7                             | 1                      | 8                             | 1                   |
| 7     | $349 \div 415$ | 2                       | 9                             | 0                      | 8                             | 1                   |

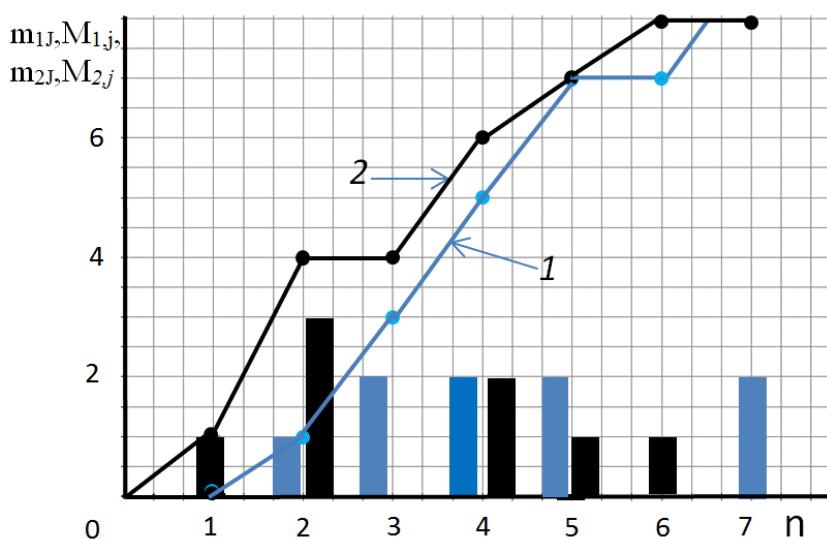


Рисунок 1. Графики и гистограммы распределения эмпирических  $m_{ij}$  и накопленных  $M_{ij}$  частот для признака  $L$ . Пример: Профильная ацетоновая ТТ с пассивным дефектом (воздух) корпуса. (1- класс-1; 2- класс-2). ■ - класс-1 (без дефекта) ■ - класс-2 (с дефектом)

Как следует из таблицы 5, информативность признака  $L$  равна трем. В качестве обобщающего результата необходимо отметить полученные с помощью МНЧ значения информативности группы диагностических признаков  $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$ , представленные в итоговой таблице 6. Наиболее информативный признак определялся по максимальным модулям разности накопленных частот соответствующих классов.

Таблица 6. Информативность диагностических признаков  $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$ . Пример. Профильная ТТ

| № п/п | Признак, $x_i$ | Информативность, $I(x_i)$ |             |                      |             |                      |             |
|-------|----------------|---------------------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|
|       |                | Пассивный дефект          |             | Активный дефект, ИТП |             | Активный дефект, СТП |             |
|       |                | Расчет                    | Эксперимент | Расчет               | Эксперимент | Расчет               | Эксперимент |
| 1     | $L$            | 0                         | 3           | 3                    | -           | 1                    | -           |
| 2     | $\Pi$          | 1                         | 3           | 3                    | -           | 1                    | -           |
| 3     | $S$            | 1                         | 2           | 3                    | -           | 2                    | -           |

Согласно таблице 6 таким признаком являлась площадь поверхности ТТ в пределах изотермической линии ( $S$ ). Следует также отметить, что оценка информативности признаков по экспериментальным выборкам в МНЧ, показывала более высокие значения модулей, например, для класса с пассивным дефектом ТТ.

### **Расчет информативности морфологических признаков $L$ , $\Pi$ , $S$ методом Шеннона**

С учетом того, что информативность признаков  $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$  в МНЧ не является нормированной – она относительная, в данной работе для оценки информативности, как абсолютной величины, предложен и реализован метод Шеннона [2, 9, 10]. Следует отметить, что метод Шеннона дает оценку информативности  $I(x_i)$  признаков в виде нормированной величины, которая принимает значения в интервале от нуля до единицы. При этом чем ближе значение  $I(x_i)$  к единице, тем выше информативность признака  $x_i$  и, наоборот, чем ближе к нулю, тем ниже информативность признака  $x_i$ .

Впервые в рамках метода Шеннона для ТТ с центрально локализованным вариантом расположения ИТП была разработана и реализована постадийная методика расчета информативности признаков теплового поля.

**Стадия 1:** Формирование таблицы исходных значений признаков  $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$  в двух классах ТТ без дефекта (эталон) (таблица 7).

Таблица 7. Численные значения геометрических характеристик теплового поля ТТ без дефекта

| № объекта                              | Признак, $x_i$     | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | N          |
|--|--------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Класс-1, ТТ без дефекта (левая часть)  | $L_{1j}$ , пикс.   | $L_{11}$   | $L_{12}$   | $L_{13}$   | $L_{14}$   | $L_{15}$   | $L_{1N}$   |
|  | $\Pi_{1j}$ , пикс. | $\Pi_{11}$ | $\Pi_{12}$ | $\Pi_{13}$ | $\Pi_{14}$ | $\Pi_{15}$ | $\Pi_{1N}$ |
|  | $S_{1j}$ , пикс.   | $S_{11}$   | $S_{12}$   | $S_{13}$   | $S_{14}$   | $S_{15}$   | $S_{1N}$   |
| Класс-2, ТТ без дефекта (правая часть) | $L_{2j}$ , пикс.   | $L_{21}$   | $L_{22}$   | $L_{23}$   | $L_{24}$   | $L_{25}$   | $L_{2N}$   |
|  | $\Pi_{2j}$ , пикс. | $\Pi_{21}$ | $\Pi_{22}$ | $\Pi_{23}$ | $\Pi_{24}$ | $\Pi_{25}$ | $\Pi_{2N}$ |
|  | $S_{2j}$ , пикс.   | $S_{21}$   | $S_{22}$   | $S_{23}$   | $S_{24}$   | $S_{25}$   | $S_{2N}$   |

**Стадия 2:** Формирование таблицы исходных значений признаков  $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$  в двух классах ТТ с дефектом (таблица 8).

Таблица 8. Численные значения геометрических характеристик теплового поля ТТ с дефектом

| № объекта               | Признак, $x_i$     | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | N          |
|-------------------------|--------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Класс-1, ТТ без дефекта | $L_{1j}$ , пикс.   | $L_{11}$   | $L_{12}$   | $L_{13}$   | $L_{14}$   | $L_{15}$   | $L_{1N}$   |
|                         | $\Pi_{1j}$ , пикс. | $\Pi_{11}$ | $\Pi_{12}$ | $\Pi_{13}$ | $\Pi_{14}$ | $\Pi_{15}$ | $\Pi_{1N}$ |
|                         | $S_{1j}$ , пикс.   | $S_{11}$   | $S_{12}$   | $S_{13}$   | $S_{14}$   | $S_{15}$   | $S_{1N}$   |
| Класс-2, ТТ с дефектом  | $L_{2j}$ , пикс.   | $L_{21}$   | $L_{22}$   | $L_{23}$   | $L_{24}$   | $L_{25}$   | $L_{2N}$   |
|                         | $\Pi_{2j}$ , пикс. | $\Pi_{21}$ | $\Pi_{22}$ | $\Pi_{23}$ | $\Pi_{24}$ | $\Pi_{25}$ | $\Pi_{2N}$ |
|                         | $S_{2j}$ , пикс.   | $S_{21}$   | $S_{22}$   | $S_{23}$   | $S_{24}$   | $S_{25}$   | $S_{2N}$   |

**Стадия 3:** Выбор значения критерия равенства  $A_s \leq A_{ср}$ , ( $ср.$  – среднее значение коэффициента асимметрии изотермы по признаку);

**Стадия 4:** Расчет частоты появления каждой градации  $j$  в каждом  $k$  классе ( $m_{jk}$ );

Таблица 9. Результаты расчета частоты появления каждой градации  $j$  в каждом  $k$  классе ТТ

| № градации признака, $j$ | Значение градации признака | Номер класса               |                  |
|--------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------|
|                          |                            | Без/деф.(1)                | С деф.(2)        |
|                          |                            | Частоты появления градаций |                  |
| 1                        | $L1=L2$ (0)                | $m_{11} = \dots$           | $m_{12} = \dots$ |
| 2                        | $L1 \neq L2$ (1)           | $m_{21} = \dots$           | $m_{22} = \dots$ |

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= (m_{11} + m_{12}) / N \\ P_2 &= (m_{21} + m_{22}) / N \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

**Стадия 5:** Вычисление вероятности каждой градации  $P_j$ :

**Стадия 6:** Вычисление вероятности каждой градации в каждом классе  $P_{j,k}$

$$\left. \begin{aligned} P_{11} &= m_{11} / (m_{11} + m_{12}) \\ P_{12} &= m_{12} / (m_{11} + m_{12}) \\ P_{21} &= m_{21} / (m_{21} + m_{22}) \\ P_{22} &= m_{22} / (m_{21} + m_{22}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

**Стадия 7:** Определение информативности  $I(X_i)$  признаков  $L, \Pi, S$ :

$$I(X_i) = 1 + P_1(P_{11} \cdot \log_2 P_{11} + P_{12} \cdot \log_2 P_{12}) + P_2(P_{21} \cdot \log_2 P_{21} + P_{22} \cdot \log_2 P_{22}), \quad (7)$$

где:  $\log_2 P = \ln P / \ln 2$ ,

**Стадия 8:** Формирование итоговой таблицы информативности признаков ТТ (таблица 10).

Таблица 10. Примеры расчета информативности признаков  $L, \Pi, S$  ТТ по результатам экспериментальных исследований

| Значение информативности, $I(X_i)$ | Признак                                |       |      |
|------------------------------------|--|-------|------|
|                                    | $L$                                    | $\Pi$ | $S$  |
|                                    | АмТТ: дефект парового канала (штифт)   |       |      |
|                                    | 0,21                                   | 0,21  | 0,21 |
|                                    | АцТТ: дефект корпуса (воздушная пора). |       |      |
|                                    | 0,46                                   | 0,84  | 0,47 |

Значения информативности, представленные в таблице 10 были рассчитаны по результатам обработки с помощью ПО «Пласт 1.0» изображений тепловизионного контраста теплонагруженных аммиачных (Ам) и ацетоновых (Ац) профильных ТТ. При этом был выбран критерий равенства в виде коэффициента асимметрии изотермы по признакам:  $A_s \leq 0,05$ . Необходимо отметить, что при диагностике АмТТ со штифтовым дефектом парового канала информативность признаков  $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$  оказалась одинаковой и составила в среднем:  $I(L)=I(\Pi)=I(S)=0,21$ .

### Выводы

1) В рамках генерации и селекции морфологических признаков теплового поля ( $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$ ), была разработана и реализована новая методика расчета информативности тепловой трубы, отличающаяся применением энергетического принципа и обеспечивающая повышенную чувствительность к локальным искажениям теплового поля профильной ТТ;

2) В рамках информационного принципа впервые для профильных ТТ были разработаны и реализованы новые постадийные методики расчета информативности признаков ( $L$ ,  $\Pi$ ,  $S$ ) по методу накопленных частот и Шеннона, отличающиеся применением как расчетных (теоретических), так и экспериментальных выборок, а также критерия равенства в виде коэффициента асимметрии изотермических линий и обеспечивающие повышенную достоверность.

### Список литературы

1. Карачинов В. А. Защита РЭС в экстремальных условиях. Специальные устройства охлаждения: учебное пособие. Великий Новгород: НовГУ, 2007. 134 с.
2. Местецкий Л. М. Математические методы распознавания образов: курс лекций. Москва: Изд-во МГУ, 2004. 85 с.
3. Сагдуллаев Т. Ю., Сагдуллаев Ю. С. Информативность телевизионных изображений в системах видеонаблюдения объектов // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2009. 2. 41-51.
4. Зюзин А. В., Кныш М. В., Разиньков С. Н., Тимошенко А. В. Обоснование путей построения и оценка эффективности применения пространственно распределенной системы информационных сенсоров для мониторинга обстановки // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. 22(3). 600-609. DOI: 10.17586/2226-1494-2022-22-3-600-609
5. Козодеров В. В., Косолапов В. С., Садовничий В. А. и др. Космическое землеведение: информационно-математические основы. Москва: МГУ, 1998. 571 с.
6. Karachinov V. A., Evstigneev D. A., Abramov A. M., Petrov D. A. Diagnostics of thermal pipes with symmetric structure thermal impact method // Machines. Technologies. Materials: International Scientific Journal. 2019. 13(2). 83-85.
7. Petrov D. A., Karachinov V. A. Modeling the influence of heat sinks on the morphology of the temperature field of a profile heat pipe // Journal of Physics: Conference Series. 2022. 2388. 012118. DOI: 10.1088/1742-6596/2388/1/012118
8. Karachinov V. A., Petrov A. V., Ionov A. S., Evstigneev D. A. Features of the thermal imaging method for quality control of profile heat pipes // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. 734. 12058. DOI: 10.1088/1757-899X/734/1/012058

9. Выбор информативных признаков. Оценка информативности / составитель И. С. Голованова. Томск: Изд. ТПУ, 2003. 18 с.

10. Тарасов Е. М., Герус В. Л., Тарасова А. Е. Исследование информативности признаков при распознавании состояний рельсовых линий // Вестник Мордовского университета. 2018. 28(2). 191-206. DOI: 10.15507/0236-2910.028.201802.191-206

### References

1. Karachinov V. A. Zashchita RES v ekstremal'nykh usloviakh. Spetsial'nye ustroystva okhlazhdeniia [Protection of radio-electronic equipment in extreme conditions. Special cooling devices]. Veliky Novgorod, NovSU, 2007. 134 p.

2. Mestetskii L. M. Matematicheskie metody raspoznavaniia obrazov. Kurs lektsii [Mathematical methods of pattern recognition. Series of lectures]. Moscow, Izd-vo MGU, 2004. 85 p.

3. Sagdullaev T. Iu. Informativnost' televizionnykh izobrazhenii v sistemakh videonabludenii ob"ektov [Information content of the television images in video observation systems] // Voprosy radioelektroniki. Seriya: Tekhnika teledeniia. 2009. 2. 41-51.

4. Zyuzin A.V., Knysh M.V., Razinkov S.N., Tymoshenko A.V. Obosnovanie putei postroeniia i otsenka effektivnosti primeneniia prostranstvenno raspredelennoi sistemy informatsionnykh sensorov dlia monitoringa obstanovki [Substantiation of construction and evaluation ways of the application efficiency for spatially distributed system of information sensors to provide environment monitoring] // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2022. 22(3). 600–609. DOI: 10.17586/2226-1494-2022-22-3-600-609

5. Kozoderov V. V., Kosolapov V. S., Sadovnichii V. A. et al; Kosmicheskoe zemlevedenie: informatsionno-matematicheskie osnovy [Space Earth science: information and mathematical foundations] / Ed. A. A. Sadovnichii. Moscow, Izd-vo MGU, 1998. 571 p.

6. Karachinov V. A., Evstigneev D. A., Abramov A. M., Petrov D. A. Diagnostics of thermal pipes with symmetric structure thermal impact method // Machines. Technologies. Materials: International Scientific Journal. 2019. 13(2). 83-85

7. Petrov D. A., Karachinov V. A. Modeling the influence of heat sinks on the morphology of the temperature field of a profile heat pipe // Journal of Physics: Conference Series. 2022. 2388. 012118. DOI: 10.1088/1742-6596/2388/1/012118

8. Karachinov V. A., Petrov A. V., Ionov A. S., Evstigneev D. A. Features of the thermal imaging method for quality control of profile heat pipes // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. 734. 12058. DOI: 10.1088/1757-899X/734/1/0120589

9. Golovanova I. S., comp. Vybor informativnykh priznakov. Otsenka informativnosti [Selection of informative features. Evaluation of informativeness] Tomsk, Izd. TPU, 2003. 18 p.

10. Tarasov E. M., Gerus V. L., Tarasova A. E. Issledovanie informativnosti priznakov pri raspoznavanii sostoianii rel'sovykh linii [Study of informative value of features in rail condition monitoring] // Mordovia University Bulletin. 2018. 28(2). 191-206. DOI: 10.15507/0236-2910.028.201802.191-206

### Информация об авторах

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, эксперт, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

*Петров Дмитрий Александрович* – соискатель, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого; инженер, ОАО «ОКБ Планета» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0004-5133-9829, petrovda@okbplaneta.ru

*Шергин Степан Сергеевич* – магистр, аспирант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого; сотрудник, АО «Аскольд» (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-3250-1929, stepan.shergin@mail.ru

*Гаверушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru

*Петров Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7733-1030, Vladimir.Petrov@novsu.ru

# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

---

УДК 621.372:537.874

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).773-779

ГРНТИ 47.43+29.35.19

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СДВИГА ЛИНИИ ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА ОТ ПАРАМЕТРОВ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКОВ

Лобекин В. Н., Бичурин М. И., Кафаров Р. Г., Петров Р. В.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В данной работе исследована зависимость сдвига линии ферромагнитного резонанса в слоистых структурах на основе железо-иттриевого граната (ЖИГ) на подложке гадолиний-галлиевого граната (ГГГ) от величины внешнего электрического поля и параметров различных пьезоэлектриков (цирконат-титанат свинца (ЦТС), Лангасит). Активное развитие современной СВЧ-техники приводит к исследованию и созданию новых слоистых структур из материалов, обладающих различными физическими свойствами, которые можно комбинировать: магнитные и сегнетоэлектрические, магнитные и полупроводниковые и т.д. В результате исследования получены зависимости сдвигов линии ферромагнитного резонанса от параметров пьезоэлектриков (в основном, от величины диэлектрической проницаемости) в слоистых структурах ЖИГ-ГГГ-ЦТС, ЖИГ-ГГГ-Лангасит. Полученные результаты показывают, что эффект сдвига линии ферромагнитного резонанса можно использовать для разработки новых управляемых СВЧ-устройств, принцип работы которых основан на электронной перестройке резонансных характеристик с помощью электрического поля и выборе типа пьезоэлектрика.

**Ключевые слова:** сдвиг резонансной линии, ферромагнитный резонанс, пьезоэлектрик, железо-иттриевый гранат

**Для цитирования:** Лобекин В. Н., Бичурин М. И., Кафаров Р. Г., Петров Р. В. Исследование зависимости сдвига линии ферромагнитного резонанса от параметров пьезоэлектриков // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 773-779. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).773-779

*Research Article*

## INVESTIGATION OF THE DEPENDENCE OF THE SHIFT OF THE FERROMAGNETIC RESONANCE LINE ON THE PARAMETERS OF PIEZOELECTRIC

Lobekin V. N., Bichurin M. I., Kafarov R. G., Petrov R. V.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** In this research, we study the dependence of the shift of the ferromagnetic resonance line in layered structures based on yttrium iron garnet (YIG) on a gadolinium gallium garnet (GGG) substrate, on the magnitude of the external electric field and on the parameters of various piezoelectrics (plumbum zirconate titanate (PZT), Langasite)). The intense development of modern microwave technology leads to the study and creation of new layered structures of materials with different physical properties that can be combined: magnetic and ferroelectric, magnetic and semiconductor, etc. As a result of the study, we obtained the dependences of the shifts of the ferromagnetic resonance line on the parameters of piezoelectrics (mainly, on the magnitude of the dielectric constant) in the layered structures YIG-GGG-PZT, YIG-GGG-Langasite. The obtained results show that the ferromagnetic resonance line shift effect can be used to develop new controllable microwave devices, the operating principle of which is based on the electronic tuning of resonance characteristics by means of an electric field and the choice of the type of piezoelectric.

**Keywords:** resonance line shift, ferromagnetic resonance, piezoelectric, yttrium iron garnet

**For citation:** Lobekin V. N., Bichurin M. I., Kafarov R. G., Petrov R. V. Investigation of the dependence of the shift of the ferromagnetic resonance line on the parameters of piezoelectric // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 773-779. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).773-779

## Введение

Разработка управляемых СВЧ-устройств на основе слоистых феррит-пьезоэлектрических структур, принцип работы которых основан на электронной перестройке резонансных характеристик с помощью электрического поля, является перспективным и актуальным направлением в конструировании и технологии СВЧ-техники [1]. За счет приложения электрического поля к пьезоэлектрической фазе слоистой структуры происходит деформация пьезоэлектрика, которая в свою очередь приводит к деформации ферромагнитного материала, в результате чего наблюдается сдвиг линии ферромагнитного резонанса [2].

Ферромагнитный резонанс (ФМР), одна из разновидностей электронного магнитного резонанса, проявляется в избирательном поглощении ферромагнетиком энергии электромагнитного поля при частотах, совпадающих с собственными частотами прецессии магнитных моментов электронной системы ферромагнитного образца во внутреннем эффективном магнитном поле  $H_{эф}$ . ФМР в более узком смысле — возбуждение колебаний типа однородной (во всем объеме образца) прецессии вектора намагниченности  $J$  (спиновых волн с волновым вектором  $k=0$ ), вызываемое магнитным СВЧ-полем  $H$ , перпендикулярным постоянному намагничивающему полю  $H_0$  [3].

Использование данного эффекта позволяет перейти к разработке большого ряда активных и пассивных СВЧ-устройств.

## Структуры

В качестве резонаторов использованы слоистые феррит-пьезоэлектрические структуры. В качестве магнитострикционной фазы использовался феррит ЖИГ на подложке ГГГ, в качестве пьезоэлектрической фазы – пьезокерамика ЦТС-19 и кристаллический пьезоэлектрик Лангасит. Структуры представлены на рисунке 1.

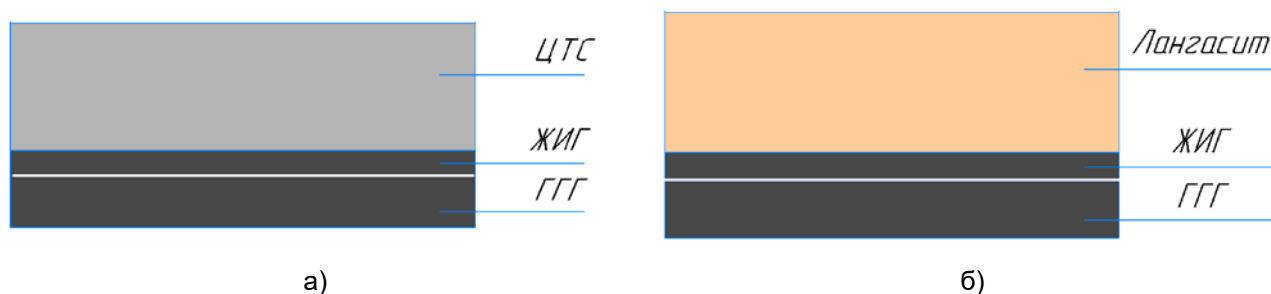


Рисунок 1. Слоистые феррит-пьезоэлектрические структуры:  
а) структура ЖИГ-ГГГ-ЦТС, б) структура ЖИГ-ГГГ-Лангасит

В таблице 1 представлены размеры исследуемых структур.



Таблица 1. Размеры слоистых феррит-пьезоэлектрических структур

| № структуры | Размеры феррита, диск         | Размеры пьезоэлектрика, пластина |
|-------------|-------------------------------|----------------------------------|
| 1           | ЖИГ-ГГГ, s=0,35 мм; D=1,82 мм | ЦТС, 5x5x0,5 мм                  |
| 2           | ЖИГ-ГГГ, s=0,37 мм; D=2,76 мм | ЦТС, 5x5x0,5 мм                  |
| 3           | ЖИГ-ГГГ, s=0,35 мм; D=1,82 мм | Лангасит, 10x5x0,2 мм            |
| 4           | ЖИГ-ГГГ, s=0,37 мм; D=2,76 мм | Лангасит, 10x5x0,5 мм            |

К магнитоотрицательной фазе слоистой феррит-пьезоэлектрической структуры прикладывалось постоянное магнитное поле  $H_0$ , в результате чего наблюдается ферромагнитный резонанс. К пьезоэлектрической фазе прикладывалось постоянное электрическое поле, в результате чего происходит деформация пьезоэлектрической фазы, которая передается на магнитоотрицательную фазу, в результате чего происходит изменение резонансного магнитного поля. Сдвиг резонансного магнитного поля для слоистых структур ЖИГ-ГГГ-ЦТС определяется выражением [4]:

$$\delta H_E = \frac{3\lambda_{111} m_{T3}}{M_0} = A E_3, \quad (1)$$

где магнитоэлектрическая константа определяется формулой:

$$A = \frac{3\lambda_{111}}{M_0} \frac{\left( \frac{2 p_{c13} e_{31}}{p_{c11} + p_{c12}} e_{33} \right)}{\left[ 1 + \frac{m_v}{p_v} \left( \frac{1}{3 m_{c44}} + \frac{1}{3 (m_{c11} + 2 m_{c12})} \right) \left( p_{c33} - 2 \left( \frac{p_{c13}^2}{p_{c11} + p_{c12}} \right) \right) \right]} \quad (2)$$

$M_0$  – намагниченность насыщения магнитоотрицательного слоя.

### Исследование зависимости сдвига линии ферромагнитного резонанса от параметров пьезоэлектриков

Исследование проводилось на измерительном стенде, представленном на рисунке 2, состоящем из спектрометра MS5000X и компьютера, с установленным программным обеспечением для работы со спектрометром.

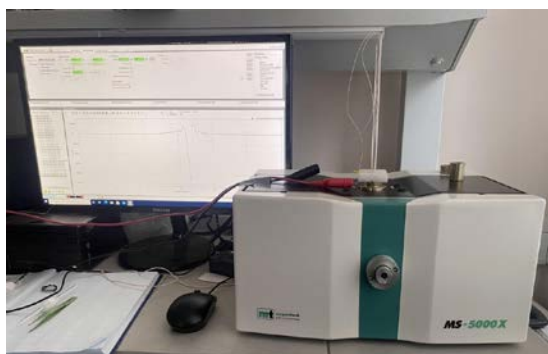
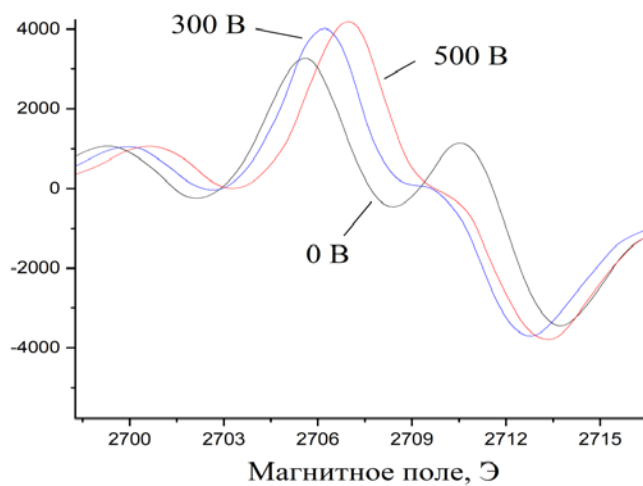


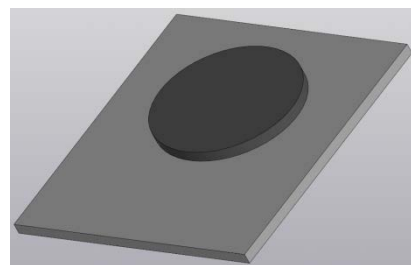
Рисунок 2. Стенд для исследований, спектрометр MS5000X и компьютер

Слоистые феррит-пьезоэлектрические структуры помещались в резонатор спектрометра. К пьезоэлектрической фазе слоистых структур прикладывалось электрическое поле с помощью источников питания.

В результате исследования получены зависимости сдвига линии ФМР от величины внешнего электрического поля,  $E=10$  кВ/см, представленные на рисунках 3-6.

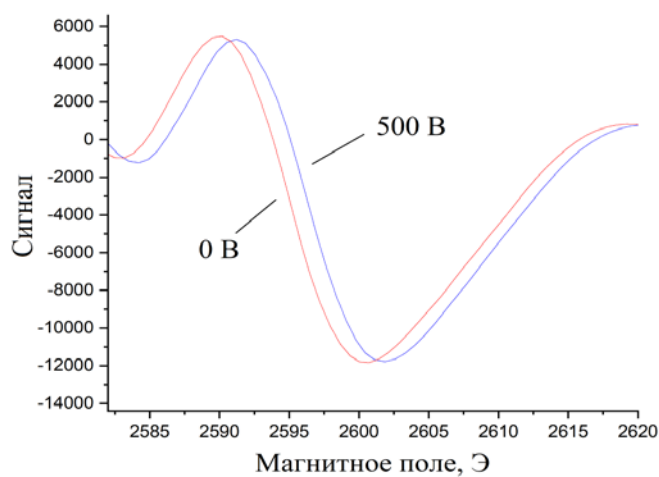


а)

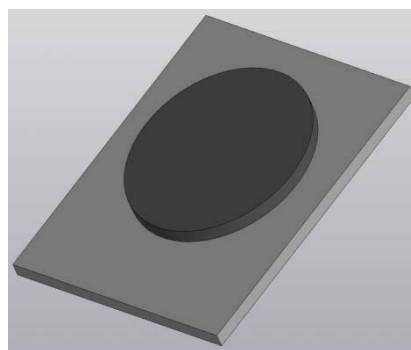


б)

Рисунок 3. Структура № 1: а) зависимость сдвига линии ФМР от величины внешнего электрического поля, б) структура ЖИГ-ГГГ ( $s=0,35$  мм;  $D=1,82$  мм) – ЦТС ( $5 \times 5 \times 0,5$  мм)

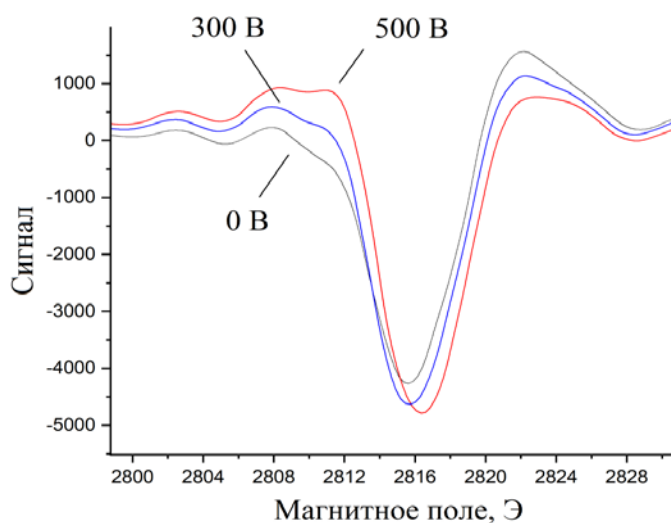


а)

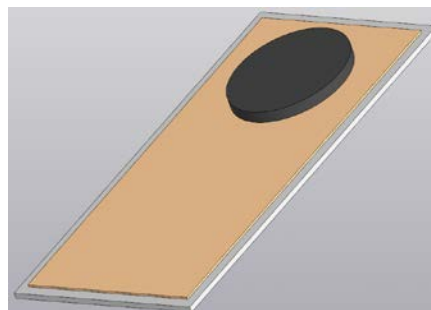


б)

Рисунок 4. Структура № 2: а) зависимость сдвига линии ФМР от величины внешнего электрического поля, б) структура ЖИГ-ГГГ ( $s=0,37$  мм;  $D=2,76$  мм) – ЦТС ( $5 \times 5 \times 0,5$  мм)



а)



б)

Рисунок 5. Структура № 3: а) зависимость сдвига линии ФМР от величины внешнего электрического поля, б) структура ЖИГ-ГГГ ( $s=0,35$  мм;  $D=1,82$  мм) – Лангасит ( $20 \times 5 \times 0,2$  мм)

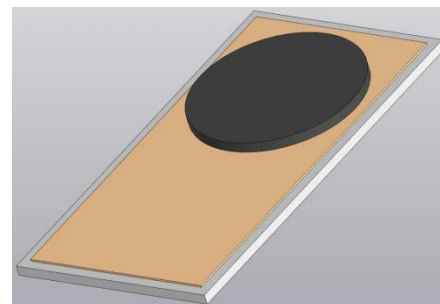
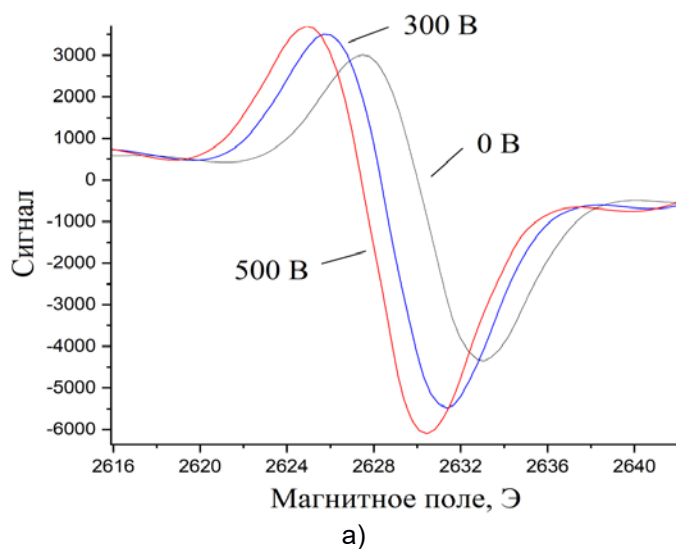


Рисунок 6. Структура № 4: а) зависимость сдвига линии ФМР от величины внешнего электрического поля, б) структура ЖИГ-ГГГ ( $s=0,37$  мм;  $D=2,76$  мм) – Лангасит ( $20 \times 5 \times 0,5$  мм)

Полученные результаты доказывают, что при приложении внешнего электрического поля наблюдается сдвиг линии ФМР. В структурах № 1, 2 и 4, соотношение толщин магнитострикционной и пьезоэлектрических фаз 1:1, наблюдается более выраженный сдвиг линии ФМР, по сравнению со структурой № 3, в которой соотношение толщин магнитострикционной и пьезоэлектрической фаз 2:1. В структурах № 1 и № 2, ЖИГ-ГГГ-ЦТС, пластины ЦТС поляризованы в направлении, перпендикулярном плоскости пластины, поэтому в них наблюдается линейный пьезоэлектрический эффект, в структуре №4, ЖИГ-ГГГ-Лангасит, пластины Лангасит Y-среза, в которых наблюдается квадратичный эффект за счет эффекта электрострикции, поэтому эффект сдвига незначительный. Значительный эффект сдвига будет наблюдаться, когда магнитное и электрическое поле приложены вдоль оси поляризации пьезоэлектрического слоя, совпадающего с осью магнитострикционного слоя, поэтому интересны структуры Лангасита с пластинами X-среза.

Полученные результаты сдвигов линии ФМР от величины внешнего электрического поля можно использовать для выбора оптимального пьезоэлектрика для разработки новых управляемых СВЧ-устройств, принцип работы которых основан на электронной перестройке резонансных характеристик с помощью магнитного поля [5-11].

### Заключение

В статье представлены результаты исследования зависимостей сдвига линии ФМР в слоистых феррит-пьезоэлектрических структурах от параметров пьезоэлектриков. В качестве пьезоэлектриков были выбраны керамический сегнетоэлектрик ЦТС-19 и кристаллический пьезоэлектрик Лангасит. Структуры с соотношением толщин магнитострикционной и пьезоэлектрической фаз 1:1,

являются оптимальными, так как в них наблюдается наибольший сдвиг линии ФМР. В структуре № 4, ЖИГ-ГГГ-Лангасит наблюдается незначительный эффект сдвига из-за квадратичного эффекта, вызванного электрострикцией.

В дальнейшем планируется провести исследование слоистых структур, ЖИГ-ГГГ-Лангасит, Х-среза, ЖИГ (монокристалл)-Лангасит, Х-среза и ЖИГ (монокристалл)-ЦТС с соотношением толщин фаз 1:1, а также провести исследование сдвига линии ФМР в слоистых структурах с применением других пьезоэлектриков, ЖИГ-ГГГ-PMN-PT и ЖИГ-ГГГ-Кварц.

### **Благодарности**

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант № 22-25-20224.

### **Список литературы**

1. Bichurin M. I., Petrov V. M., Petrov R. V., Tatarenko A. S. *Magnetoelectric Composites*. Singapore: Pan Stanford Publishing Pte. Ltd., 2019. 280 p.
2. Petrov V. M., Bichurin M. I., Saplev A. F., Tatarenko A. S., Lobekin V. N. Electric field induced broadening of magnetic resonance line in ferrite/piezoelectric bilayer // *Journal of Applied Physics*. 2017. 121(22). 224103. DOI: 10.1063/1.4985069
3. Лобекин В. Н., Снисаренко Д. В., Татаренко А. С., Бичурин М. И. Исследование магнитоэлектрического СВЧ вентиля на основе феррит-пьезоэлектрических структур // *Вестник НовГУ*. 2018. 1(107). 74-76.
4. Бичурин М. И., Петров В. М., Филиппов Д. А., Сринивасан Г. Магнитоэлектрический эффект в композиционных материалах. Великий Новгород: НовГУ им. Ярослава Мудрого, 2005. 226 с.
5. Хаванова М. А., Юхно И. М., Лобекин В. Н., Кузьмин Е. В., Петров Р. В. Исследование характеристик печатной антенны на основе магнитоэлектрических композитов // 28-я Международная Крымская конференция «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо'2018): материалы конференции, Севастополь, 09–15 сентября 2018 года. Т. 3. Севастополь: Севастопольский государственный университет, 2018. 646-651.
6. Лобекин В. Н., Бичурин М. И. Моделирование метаструктуры на основе сплит-кольцевых резонаторов с включением ферритовых элементов // *Вестник НовГУ*. 2022. 3(128). 91-95. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).91-95
7. Лобекин В. Н., Кафаров Р. Г., Татаренко А. С., Муравьев В. Е. Исследование связи резонаторов микроволнового магнитоэлектрического полосового фильтра с помощью компьютерного моделирования // *Вестник НовГУ*. 2022. 3(128). 96-101. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).96-101
8. Лаврентьева Д. В., Татаренко А. С. Магнитоэлектрический управляемый копланарный СВЧ вентиль-аттенюатор // *Вестник НовГУ*. 2014. 81. 55-58.
9. Татаренко А. С. Микрополосковая СВЧ антенна на композитной магнитоэлектрической подложке // *Вестник НовГУ*. 2013. 75(1). 37-39.
10. Татаренко А. С., Бичурин М. И., Филиппов А. В., Сринивасан Г. СВЧ фазовращатель на основе феррит-пьезоэлектрических композиционных материалов // *Вестник НовГУ*. 2004. 28. 156-158.
11. Татаренко А. С., Бичурин М. И., Сринивасан Г. Магнитоэлектрические фильтрующие СВЧ устройства // *Вестник НовГУ*. 2004. 26. 168-172.

### **References**

1. Bichurin M. I., Petrov V. M., Petrov R. V., Tatarenko A. S. *Magnetoelectric Composites*. Singapore, Pan Stanford Publishing Pte. Ltd., 2019. 280 p.

2. Petrov V. M., Bichurin M. I., Saplev A. F., Tatarenko A. S., Lobekin V. N. Electric field induced broadening of magnetic resonance line in ferrite/piezoelectric bilayer // Journal of Applied Physics. 2017. 121(22). 224103. DOI: 10.1063/1.4985069
3. Lobekin V. N., Snisarenko D. V., Tatarenko A. S., Bichurin M. I. Issledovanie magnitoelektricheskogo SVCh ventilia na osnove ferrit-p'ezoelektricheskikh struktur [Research of a magnetoelectric microwave isolator based on ferrite-piezoelectric structures] // Vestnik NovSU. 2018. 1(107). 74-76.
4. Bichurin M. I., Petrov V. M., Filippov D. A., Srinivasan G. Magnitoelektricheskii effekt v kompozitsionnykh materialakh [Magnetoelectric effect in composite materials]. Veliky Novgorod, NovSU Publ., 2005. 226 p.
5. Khavanova M. A., Iukhno I. M., Lobekin V. N., Kuz'min E. V., Petrov R. V. Issledovanie kharakteristik pechatnoi anteny na osnove magnitoelektricheskikh kompozitov [Research of characteristics of patch antenna based on magnetoelectric composites] // 28-ia Mezhdunarodnaia Krymskaia konferentsiia «SVCh-tekhnika i telekommunikatsionnye tekhnologii» (KryMiKo'2018) [Proc.28 Int. Crimean Conf. "Microwave and telecommunication technology" (CriMiCo'2018)]. Sevastopol, Sevastopol State University Publ., 2018. 646-651.
6. Lobekin V. N., Bichurin M. I. Modelirovanie metastruktury na osnove split-kol'tsevykh rezonatorov s vklucheniem ferritovykh elementov [Modeling of a metastructure based on split-ring resonators including the ferrite elements] // Vestnik NovSU. 2022. 3(128). 91-95. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).91-95
7. Lobekin V. N., Kafarov R. G., Tatarenko A. S., Murav'ev V. E. Issledovanie svyazi rezonatorov mikrovolnovogo magnitoelektricheskogo polosovogo fil'tra s pomoshch'iu komp'iuternogo modelirovaniia [Research of the coupling of resonators of a microwave magnetoelectric band-pass filter using computer simulation] // Vestnik NovSU. 2022. 3(128). 96-101. DOI: 10.34680/2076-8052.2022.3(128).96-101
8. Lavrent'eva D. V., Tatarenko A. S. Magnitoelektricheskii upravliaemyi koplanarnyi SVCh ventil'-atteniuator [Controlled magnetoelectric coplanar microwave isolator-attenuator] // Vestnik NovSU. 2014. 81. 55-58.
9. Tatarenko A. S. Mikropoloskovaia SVCh antenna na kompozitnoi magnitoelektricheskoi podlozhke [A microwave microstrip antenna on a substrate of magnetoelectric composite] // Vestnik NovSU. 2013. 75(1). 37-39.
10. Tatarenko A. S., Bichurin M. I., Filippov A. V., Srinivasan G. SVCh fazovrashchatel' na osnove ferrit-p'ezoelektricheskikh kompozitsionnykh materialov [SHF phaserotator on basis of ferrite-piezo-electric composite materials] // Vestnik NovSU. 2004. 28. 156-158.
11. Tatarenko A. S., Bichurin M. I., Srinivasan G. Magnitoelektricheskii fil'truiushchie SVCh ustroistva [The SHF magnetoelectric filter device] // Vestnik NovSU. 2004. 26. 168-172.

#### Информация об авторах

*Лобекин Вячеслав Николаевич* – инженер, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-4896-2191, slavalobekin@gmail.com

*Бичурин Мирза Имамович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-0650-4712, Mirza.Bichurin@novsu.ru

*Кафаров Руслан Гайдарович* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0002-3707-1585, s247012@std.novsu.ru

*Петров Роман Валерьевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, Roman.Petrov@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

УДК 621.372:621.317.4:616.12-073.7

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).780-787

ГРНТИ 45.53.49+76.13.15

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ХАРВЕСТЕР В СИСТЕМЕ МАГНИТОКАРДИОГРАФА

Лобекин В. Н.<sup>1</sup>, Ивашева Е. Е.<sup>1</sup>, Кафаров Р. Г.<sup>1</sup>,  
Карачинов В. А.<sup>1</sup>, Кондрашов А. Г.<sup>2</sup>, Бичурин М. И.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)

<sup>2</sup>АО "НПО "КВАНТ" (Великий Новгород, Россия)

**Аннотация** В данной работе исследован магнитоэлектрический харвестер для биомедицины на основе магнитострикционно-пьезоэлектрической композитной структуры АМАГ-ЦТС. Активное развитие современной электроники приводит к комплексному теоретическому и экспериментальному исследованию новых материалов, в которых проявляется связь между их магнитными и электрическими свойствами, а именно – магнитоэлектрический эффект (МЭ). МЭ харвестер для биомедицины, подключенный параллельно МЭ датчику, является частью полноценного высокочувствительного устройства для магнитокардиографии и выполняет роль резервного источника питания, собирая и запасая энергию для питания генератора, являющегося источником переменного магнитного поля для МЭ датчика магнитного поля. Было проведено экспериментальное исследование МЭ эффекта в магнитострикционно-пьезоэлектрической композитной структуре харвестера, получены зависимости выходного напряжения и МЭ коэффициента композитной структуры от частоты.

**Ключевые слова:** магнитоэлектрический эффект, харвестер, композитная структура, магнитокардиография, биомедицина

**Для цитирования:** Лобекин В. Н., Ивашева Е. Е., Кафаров Р. Г., Карачинов В. А., Кондрашов А. Г., Бичурин М. И. Магнитоэлектрический харвестер в системе магнитокардиографа // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 780-787. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).780-787

*Research Article*

### MAGNETOELECTRIC HARVESTER IN THE MAGNETOCARDIOGRAPH SYSTEM

Lobekin V. N.<sup>1</sup>, Ivasheva E. E.<sup>1</sup>, Kafarov R. G.<sup>1</sup>,  
Karachinov V. A.<sup>1</sup>, Kondrashov A. G.<sup>2</sup>, Bichurin M. I.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>2</sup>AO Research and Production Association Kvant (Veliky Novgorod, Russia)

**Abstract** In this work, a magnetoelectric harvester for biomedicine based on the AMAG-PZTS magnetostrictive-piezoelectric composite structure is investigated. The intense development of modern electronics leads to a comprehensive theoretical and experimental study of new materials in which the connection between their magnetic and electrical properties is manifested, namely the magnetoelectric effect (ME). The ME harvester for biomedicine, connected in parallel to the ME sensor, is part of a full-fledged highly sensitive device for magnetocardiography and acts as a backup power source, collecting and storing energy to power the generator which is a source of alternating magnetic field for the ME magnetic field sensor. An experimental study of the ME effect in the magnetostrictive-piezoelectric composite structure of the harvester was carried out, and the dependences of the output voltage and ME coefficient of the composite structure on frequency were obtained.

**Keywords:** magnetoelectric effect, harvester, composite structure, magnetocardiography, biomedicine  
magnetoelectric effect, harvester, composite structure, magnetocardiography, biomedicine

**For citation:** Lobekin V. N., Ivasheva E. E., Kafarov R. G., Karachinov V. A., Kondrashov A. G., Bichurin M. I. Magnetoelectric harvester in the magnetocardiograph system // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 780-787. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).780-787

### Введение

За последнее десятилетие значительные достижения в микроэлектронике стимулировали развитие в разработке биомедицинских устройств, которые могут улучшить качество человеческой жизни. Исследованию МЭ датчиков для биомедицины и электронных устройств, которые могут применяться для магнитокардиографии или магнитоэнцефалографии, посвящено большое количество работ.

Датчики произвели революционные изменения в области биомедицинской диагностики и применения электроники в медицине и оказывают положительное влияние на качество жизни человека в XXI веке. Обзор неинвазивных методов и магнитных датчиков, применяемых в биомедицине, представлен в [1]. Обзор композитных структур магнитоэлектрических датчиков, применяемых, в том числе, и в биомедицине представлен в [2]. В [3] представлены результаты исследований биомедицинских датчиков и измерений на их основе, в том числе МЭ датчики, способные преобразовывать биологические сигналы человеческого организма в легко измеряемые электрические сигналы. В [4, 5] рассмотрен МЭ магнитокардиограф – малогабаритное высокочувствительное устройство, способное регистрировать изменения во времени магнитной составляющей электродвижущей силы сердца. Магнитоэлектрический датчик для магнитокардиографических исследований представлен в [6, 7].

Помимо интереса к исследованию и разработке биомедицинских устройств различного применения, особый интерес уделяется исследованию и разработке харвестеров – устройств сбора энергии, с возможностью применения данных устройств в биомедицине. В работе [9] рассмотрены пьезоэлектрические харвестеры для биомедицинских применений: преобразование механических движений человеческого тела, таких как, колебания легких/сердца, кровообращения и сокращения мышц, в электрическую энергию; в датчиках артериального давления в качестве автономного питания; в датчиках кардиологических исследований (электрокардиография и магнитокардиография); в датчиках пульса в качестве автономного питания; в акустическом датчике для биомиметических искусственных волосковых клеток; в датчиках давления и тензодатчиках и др.

В данной работе рассмотрен МЭ харвестер для биомедицины, как часть высокочувствительного устройства (магнитокардиографа). В качестве чувствительного элемента МЭ харвестера рассматривается магнитострикционно-пьезоэлектрическая структура АМАГ-ЦТС, проведено экспериментальное исследование МЭ эффекта в данной структуре, проведен сравнительный анализ полученных экспериментальных данных.



### Магнитоэлектрический магнитокардиограф

Еще в 1963 г. была записана первая магнитокардиограмма (МКГ) Baule and McFee [8]. Способ измерения магнитного поля сердца человека осуществлялся с помощью пары медных индукционных катушек вокруг ферромагнитного сердечника при комнатной температуре в неэкранированном окружении. В настоящее время бесконтактная визуализация или мониторинг биологических объектов с помощью детектирования слабых магнитных полей стали новой областью развития МЭ датчиков. По сравнению с широко используемыми сверхпроводящими устройствами квантовой интерференции (SQUID), требующими охлаждения жидким гелием и магнитометрами с оптической накачкой (OPM), страдающими от пропускной способности и масштабируемости, магнитоэлектрические датчики магнитного поля предлагают пассивное и, следовательно, маломощное обнаружение, высокую чувствительность, компактную структуру, а также большой динамический диапазон.

МЭ магнитокардиограф представляет собой устройство, состоящее из измерительного блока (МЭ датчик магнитного поля, МЭ харвестер, малошумящий усилитель); блока цифровой обработки сигнала (преобразователи сигнала, пиковый детектор, программируемый генератор сигналов, быстродействующие операционные усилители, инструментальный усилитель и АЦП); блока беспроводной связи (приемная и передающая антенна). МЭ датчик магнитного поля за счет своей высокой чувствительности детектирует изменяемую во времени магнитную составляющую электродвижущей силы сердца и передает эти данные на малошумящий усилитель. Усиленный сигнал передается на блок цифровой обработки сигнала и за счет блока беспроводной связи передается в интерфейс LabView.

Структурная схема магнитоэлектрического магнитокардиографа с МЭ харвестером представлена на рисунке 1.

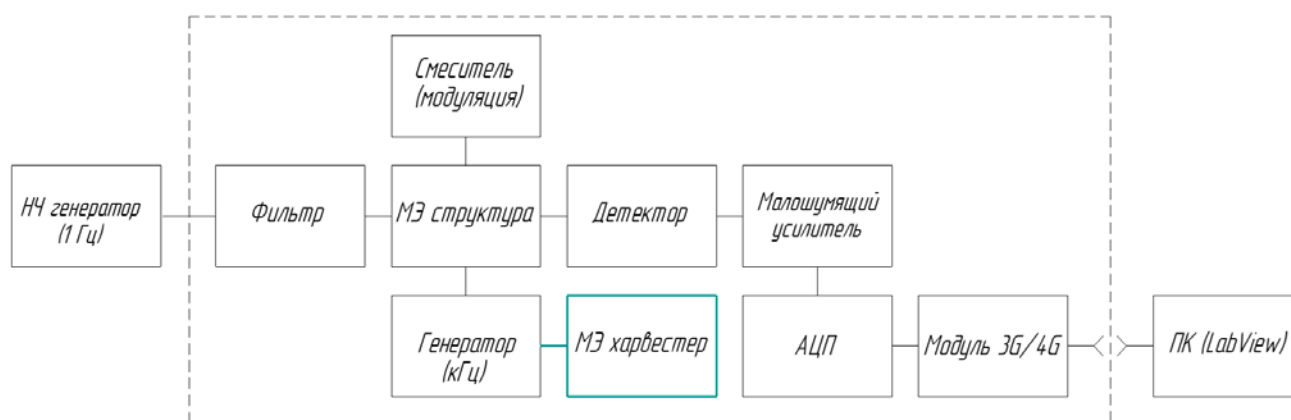


Рисунок 1. Структурная схема МЭ магнитокардиографа с МЭ харвестером



### Магнитоэлектрический харвестер

МЭ харвестер в системе МЭ магнитокардиографа может выполнять функцию резервного и автономного питания. За счет сильной связи между магнитострикционным и пьезоэлектрическим материалами МЭ композитные структуры можно рассматривать как сборщики различной энергии, в частности энергии магнитного поля. Принцип работы МЭ харвестера заключается в воздействии внешнего магнитного поля на магнитострикционно-пьезоэлектрическую структуру, за счет чего на электродах пьезоэлектрика индуцируется электрическое напряжение. Благодаря пьезоэлектрическому эффекту внешнее механическое давление также приводит к появлению на электродах пьезоэлектрика электрического напряжения. В результате выходное напряжение оказывается пропорционально как внешнему магнитному полю, так и внешнему механическому давлению. При этом величина выходного напряжения максимальна, если частота внешних воздействий совпадает с частотой электромеханического резонанса МЭ структуры.

МЭ харвестеры в будущем смогут заменить аккумуляторы, которые на текущий момент являются наиболее надежным источником питания для носимых и имплантируемых биомедицинских устройств, но из-за ограничений современной технологии трудно достичь максимального уровня миниатюризации аккумуляторных систем. Также ограниченный срок службы батарей является важной проблемой. Например, срок службы батарей, используемых для генерации электрических импульсов в кардиостимуляторах составляет от 3 до 5 лет, что в дальнейшем подразумевает замену аккумулятора. МЭ харвестеры могут решить данные проблемы. К тому же применение МЭ структуры в харвестере может снизить потери энергии благодаря своей высокой добротности.

Чувствительным элементом МЭ харвестера является структура на основе магнитострикционного аморфного материала на основе железа-никеля – АМАГ 225 и пьезоэлектрического керамического материала ЦТС-19. Размер структуры – 30х10х0,5 мм, 14 слоев АМАГ 225, по 7 с каждой стороны пластины ЦТС-19, соединенные клеем БФ-2. В процессе создания производилась сушка образца под прессом при температуре 100 °С в течение часа. Структура представлена на рисунке 2.

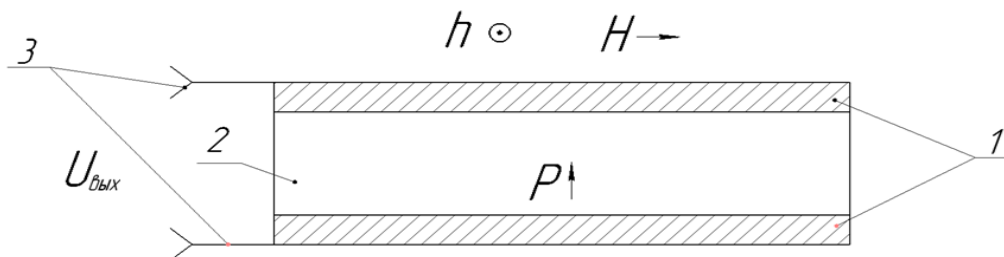


Рисунок 2. Магнитострикционно-пьезоэлектрическая структура МЭ харвестера: 1 – магнитострикционный материал АМАГ 225; 2 – пьезоэлектрический материал ЦТС-19; 3 – электроды

Было проведено экспериментальное исследование МЭ эффекта в магнитострикционно-пьезоэлектрической структуре, получены зависимости выходного напряжения и МЭ коэффициента композитной структуры от частоты, представленные на рисунках 3 и 4.

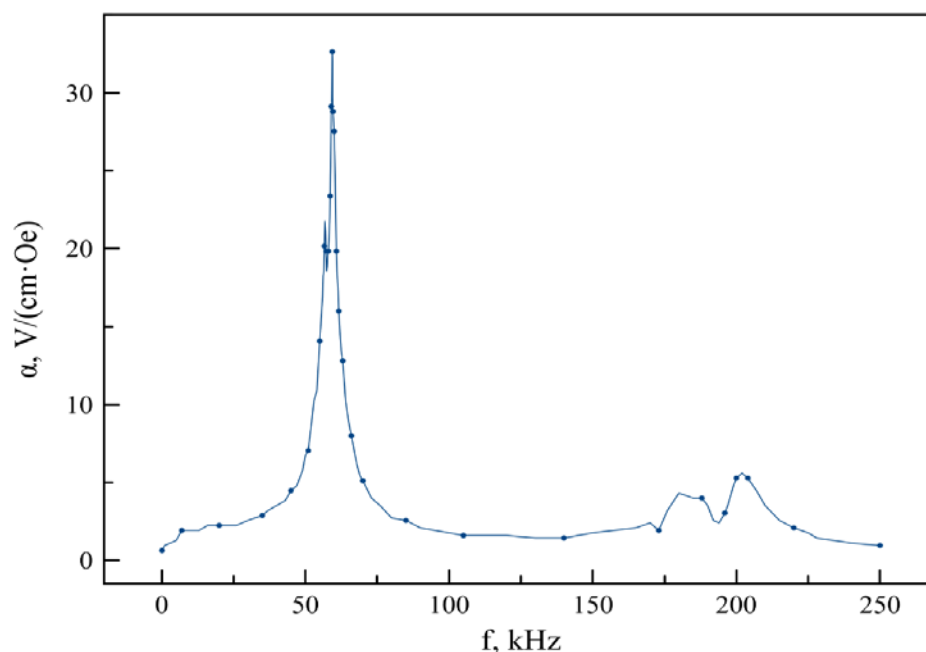


Рисунок 3. Зависимость магнитоэлектрического коэффициента от частоты

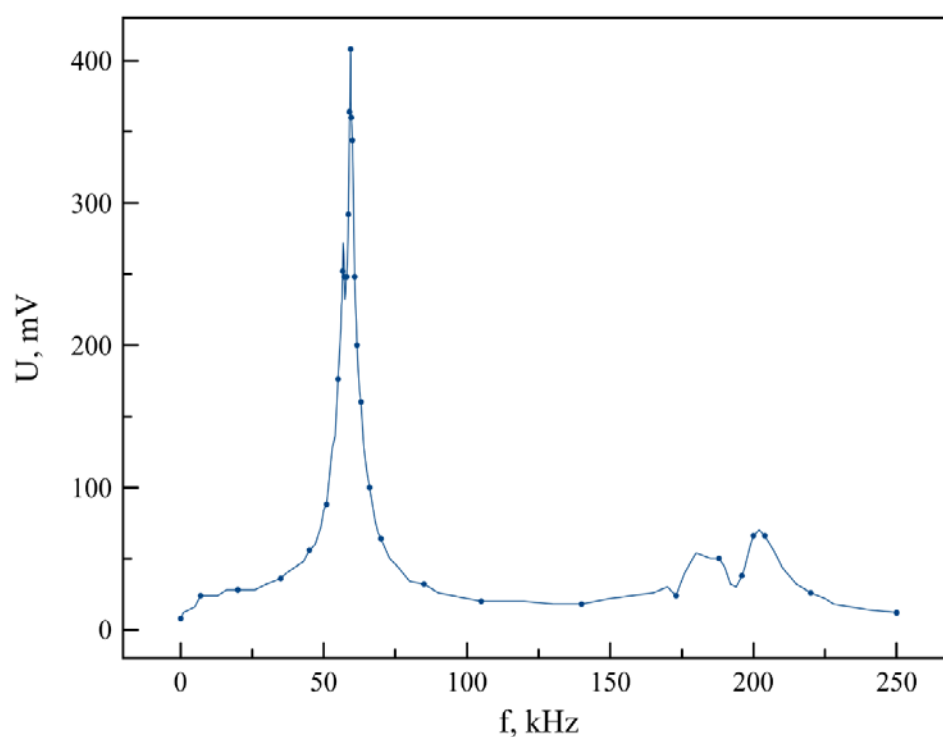


Рисунок 4. Зависимость выходного напряжения от частоты

Экспериментальные зависимости получены на резонансной частоте  $f=59,4$  кГц. Максимальное выходное напряжение составило  $U=0,4$  мВ, а МЭ коэффициент  $\alpha=32,64$  В/(см\*Э).

Зная средние электромагнитные характеристики сердечных колебаний [10] и полученные значения МЭ коэффициента, необходимо в схему харвестера включить конденсатор для запасаения энергии от сердечных колебаний пациента, тем самым МЭ харвестер сможет выполнять функцию резервного источника питания.

Поскольку экспериментальные зависимости получены на резонансной частоте  $f=59,4$  кГц, а частота магнитного поля сердца располагается в диапазоне  $0,1$  Гц –  $1$  Гц, для эффективного взаимодействия частотных сигналов структуры МЭ харвестера и сердечной деятельности, необходимо использовать методы модуляции, а именно – электрическую модуляцию сигнала. Для этого необходимо в систему МЭ харвестера добавить малощумящий операционный усилитель в конфигурации с единичным коэффициентом усиления, для предварительного усиления выходного сигнала, а также использовать демодуляционный фильтр, что даст возможность использования приведенной структуры МЭ харвестера для сбора и хранения энергии магнитного поля сердца.

### **Заключение**

В статье рассмотрен МЭ харвестер для системы магнитокардиографа, чувствительным элементом которого является магнитострикционно-пьезоэлектрическая структура АМАГ – ЦТС. Проведено экспериментальное исследование МЭ эффекта в данной структуре, получены зависимости магнитоэлектрического коэффициента и выходного напряжения от частоты. Полученные результаты показывают возможность сбора энергии переменного магнитного поля сердечных колебаний с помощью магнитострикционно-пьезоэлектрической структуры. С учетом развития современных тенденций электроники, очевидно, что необходимо искать новые пути получения электрической энергии. Одним из таких устройств как раз является МЭ харвестер. Активное изучение и внедрение такого типа устройств открывает широкие возможности применения МЭ харвестеров в биомедицине, в частности, в магнитокардиографии.

В дальнейшем планируется провести дополнительное исследование других магнитострикционных и пьезоэлектрических материалов с использованием градиентной структуры Ni-АМАГ для увеличения магнитной чувствительности и снижения магнитных шумов МЭ харвестера.

### **Благодарности**

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант № 22-25-20224.

### Список литературы

1. Li Y., Cheng H., Alhalili Z., Xu G., Gao G. The progress of magnetic sensor applied in biomedicine: A review of non-invasive techniques and sensors // Journal Chinese Chemical Society Taipei. 2021. 68(24). 216-227. DOI: 10.1002/jccs.202000353
2. Bichurin M., Petrov R., Sokolov O., Leontiev V., Kuts V., Kiselev D., Wang Y. Magnetoelectric Magnetic Field Sensors: A Review // Sensors. 2021. 21(18). 6232. DOI: 10.3390/s21186232
3. Wang P., Liu Q. Biomedical Sensors and Measurement. Advanced Topics in Science and Technology in China. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. 300 p. DOI: 10.1007/978-3-642-19525-9
4. Leontiev V. S., Lobekin V. N., Saplev A. F., Ivasheva E. E., Zueva E. A., Bichurin M. I. Application of magnetoelectric sensors in biomedicine // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012022. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012022
5. Лобекин В. Н. Магнитоэлектрический магнитокардиограф // Сборник тезисов, материалы Двадцать шестой Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых (ВНКСФ-26.2): материалы конференции, тезисы докладов, Ростов-на-Дону, 25-26 марта 2022 г.: в 2 т. Т. 2. Ростов-на-Дону, 2022. С. 51-52.
6. Jahns R., Knöchel R., Greve H., Woltermann E., Lage E., Quandt E. Magnetoelectric sensors for biomagnetic measurements // IEEE International Symposium on Medical Measurements and Applications, 30-31 May 2011. Bari, Italy, 2011. P. 107-110. DOI: 10.1109/MEMEA.2011.5966676
7. Reermann J., Durdaut P., Salzer S., Demming T., Piorra A., Quandt E., Frey N., Höft M., Schmidt G. Evaluation of magnetoelectric sensor systems for cardiological applications // Measurement. 2018. 116. 230-238. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.09.047
8. Alia F., Razab W., Lic X., Guld H., Kime K.-H. Piezoelectric Energy Harvesters for Biomedical Applications // Nano Energy. 2019. 57. 879-902. DOI: 10.1016/j.nanoen.2019.01.012
9. Baule G., McFee R. Detection of the magnetic field of the heart // American Heart Journal. 1963. 66(1). 95-96. DOI: 10.1016/0002-8703(63)90075-9
10. Newmarker C. The Secrets of Harnessing Electricity from a Beating Heart // MD+DI: website. 2014. URL: <https://www.mddionline.com/secrets-harnessing-electricity-beating-heart> (Дата обращения: 16.10.2023).

### References

1. Li Y., Cheng H., Alhalili Z., Xu G., Gao G. The progress of magnetic sensor applied in biomedicine: A review of non-invasive techniques and sensors // Journal Chinese Chemical Society Taipei. 2021. 68(24). 216-227. DOI: 10.1002/jccs.202000353
2. Bichurin M., Petrov R., Sokolov O., Leontiev V., Kuts V., Kiselev D., Wang Y. Magnetoelectric Magnetic Field Sensors: A Review // Sensors. 2021. 21(18). 6232. DOI: 10.3390/s21186232
3. Wang P., Liu Q. Biomedical Sensors and Measurement. Advanced Topics in Science and Technology in China. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. 300 p. DOI: 10.1007/978-3-642-19525-9

4. Leontiev V. S., Lobekin V. N., Saplev A. F., Ivasheva E. E., Zueva E. A., Bichurin M. I. Application of magnetoelectric sensors in biomedicine // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012022. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012022
5. Lobekin V. N. Magnitoelektricheskii magnitokardiograf [Magnetoelectric magnetocardiograph] // Sbornik tezisov, materialy Dvadsat' shestoi Vserossiiskoi nauchnoi konferentsii studentov-fizikov i molodykh uchenykh (VNKSF-26.2) [Proc. 26th All-Russian Sci. Conf. of Physics Students and Young Scientists (VNKSF-26.2)]. In 2 vols. Vol. 2. Rostov-on-Don, 2022. P. 51-52.
6. Jahns R., Knöchel R., Greve H., Woltermann E., Lage E., Quandt E. Magnetoelectric sensors for biomagnetic measurements // IEEE International Symposium on Medical Measurements and Applications, 30-31 May 2011. Bari, Italy, 2011. P. 107-110. DOI: 10.1109/MEMEA.2011.5966676
7. Reermann J., Durdaut P., Salzer S., Demming T., Piorra A., Quandt E., Frey N., Höft M., Schmidt G. Evaluation of magnetoelectric sensor systems for cardiological applications // Measurement. 2018. 116. 230238. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.09.047
8. Alia F., Razab W., Lic X., Guld H., Kime K.-H. Piezoelectric Energy Harvesters for Biomedical Applications // Nano Energy. 2019. 57. 879-902. DOI: 10.1016/j.nanoen.2019.01.012
9. Baule G., McFee R. Detection of the magnetic field of the heart // American Heart Journal. 1963. 66(1). 95-96. DOI: 10.1016/0002-8703(63)90075-9
10. Newmarker C. The Secrets of Harnessing Electricity from a Beating Heart // MD+DI: website. 2014. Available at: <https://www.mddionline.com/secrets-harnessing-electricity-beating-heart> (Accessed: 16.10.2023).

#### **Информация об авторах**

*Лобекин Вячеслав Николаевич* – инженер, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-4896-2191, s203878@std.novsu.ru

*Ивашева Елена Евгеньевна* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-4492-4137, s246709@std.novsu.ru

*Кафаров Руслан Гайдарович* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0002-3707-1585, s247012@std.novsu.ru

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

*Кондрашов Андрей Геннадьевич* – генеральный директор АО "НПО "КВАНТ" (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9846-2489, kondrashovag@mail.ru

*Бичурин Мирза Имамович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-0650-4712, Mirza.Bichurin@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 681.586.783

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).788-799

ГРНТИ 50.09.37

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ДАТЧИКИ ТОКА: ОБЗОР

Марков И. Ю.<sup>1</sup>, Бурбах А. В.<sup>1</sup>, Кондрашов А. Г.<sup>2</sup>, Петров В. М.<sup>1</sup>, Бичурин М. И.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)

<sup>2</sup>АО "НПО "КВАНТ" (Великий Новгород, Россия)

**Аннотация** В статье приведен обзор различных магнитоэлектрических композитов, которые исследовались в режиме измерения тока. В последнее время проводятся исследования со структурами как разомкнутого, так и замкнутого типов. Приводится сравнение существующих на данный момент МЭ датчиков тока. Исследование замкнутых МЭ структур позволит в будущем использовать их в качестве датчиков тока и реализовать на их основе бесконтактную систему измерения как больших, так и малых токов.

**Ключевые слова:** магнитоэлектрический эффект, магнитоэлектрический датчик, замкнутая структура, датчик тока, бесконтактный измеритель тока

**Для цитирования:** Марков И. Ю., Бурбах А. В., Кондрашов А. Г., Петров В. М., Бичурин М. И.. Магнитоэлектрические датчики тока: обзор // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 788-799. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).788-799

*Research Article*

### MAGNETOELECTRIC CURRENT SENSORS: A REVIEW

Markov I. Yu.<sup>1</sup>, Burbakh A. V.<sup>1</sup>, Kondrashov A. G.<sup>2</sup>, Petrov V. M.<sup>1</sup>, Bichurin M. I.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)

<sup>2</sup>AO Research and Production Association Kvant (Veliky Novgorod, Russia)

**Abstract** The article provides a review of various magnetoelectric composites that were studied in the current measurement mode. Recent studies have been conducted with both open- and closed-type structures. A comparison of the currently available ME current sensors is given. The study of closed ME structures will make it possible in the future to use them as current sensors and implement on their basis a contactless system for measuring both high and low currents.

**Keywords:** magnetoelectric effect, magnetoelectric sensor, closed structure, current sensor, contactless current meter

**For citation:** Markov I. Yu., Burbakh A. V., Kondrashov A. G., Petrov V. M., Bichurin M. I. Magnetoelectric current sensors: a review // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 788-799. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).788-799

### Введение

Магнитоэлектрические (МЭ) композиты сегодня привлекают особое внимание благодаря своей multifunctionality, которая открывает широкие возможности для их применения в разных устройствах, таких как датчики тока, датчики магнитного поля, трансформаторы, гираторы и др. [1]. Такой особенностью они обладают

благодаря тому, что данные материалы могут демонстрировать электрическую поляризацию, индуцированную приложенным магнитным полем, или, наоборот, намагниченность, индуцированную приложенным электрическим полем [2]. Поскольку МЭ эффект в однофазных материалах проявляется незначительно и при низких температурах, МЭ композиты привлекли больше внимания из-за их значительно более высокого МЭ коэффициента по напряжению [3].

Несмотря на то, что МЭ датчики тока имеют небольшие размеры, вес и высокую чувствительность, им уделялось относительно мало внимания в публикациях по сравнению с МЭ датчиками магнитного поля.

Перспективными задачами на данный момент является разработка бесконтактного датчика тока, способного измерять большие постоянные токи в диапазоне от 1 до 10 кА с погрешностью менее 1%, и системы, которая сможет осуществлять удаленное, беспроводное и надежное измерение тока. Для бесконтактного измерения больших токов сегодня используются устройства, базирующиеся на принципах электромагнитной индукции – измерительные трансформаторы тока, которые имеют свои недостатки из-за больших габаритных размеров, сложной структуры изоляции, высокой стоимости, риска обрыва вторичной цепи. Трансформаторы тока имеют классы точности в диапазоне от 0,1 до 5%. Предполагается, что МЭ датчики тока замкнутого типа позволят устранить недостатки измерения и будут иметь преимущества по сравнению с существующими способами измерения как больших, так и малых токов.

### **Магнитоэлектрические (МЭ) датчики тока**

Оценить величину тока, протекающего в проводнике, можно путем измерения соответствующего магнитного поля, которое создается вокруг этого проводника. Обозреваемые датчики тока используют МЭ эффект в качестве основы для своих измерений. Отметим, что существующие МЭ датчики тока бывают разомкнутого и замкнутого типов, причем МЭ датчики тока разомкнутого типа в основном используют слоистые МЭ композиты и могут измерять переменный, постоянный и импульсный токи, а замкнутые обладают сильной защитой от помех и больше подходят для мониторинга сети энергосистем.

В статье Lu и др. [4] представлен датчик переменного тока, использующий несимметричный прямоугольный МЭ композит Metglas/PZT (рисунок 1). Было экспериментально исследовано влияние толщины Metglas на выходное напряжение в резонансе. Максимальное напряжение достигалось при 4-х слоях Metglas и составляло 223 мВ на частоте 190,2 Гц и при постоянном магнитном поле 16 Э. Резонансную частоту уменьшили с помощью груза до 50 Гц, где выходное напряжение составляло 211 мВ при таком же магнитном поле, а чувствительность к току была 114,2 мВ/А. Обладая высокой линейностью при измерении переменных

магнитных полей частотой 50 Гц, этот датчик подходит для измерения тока на линиях электропередач.

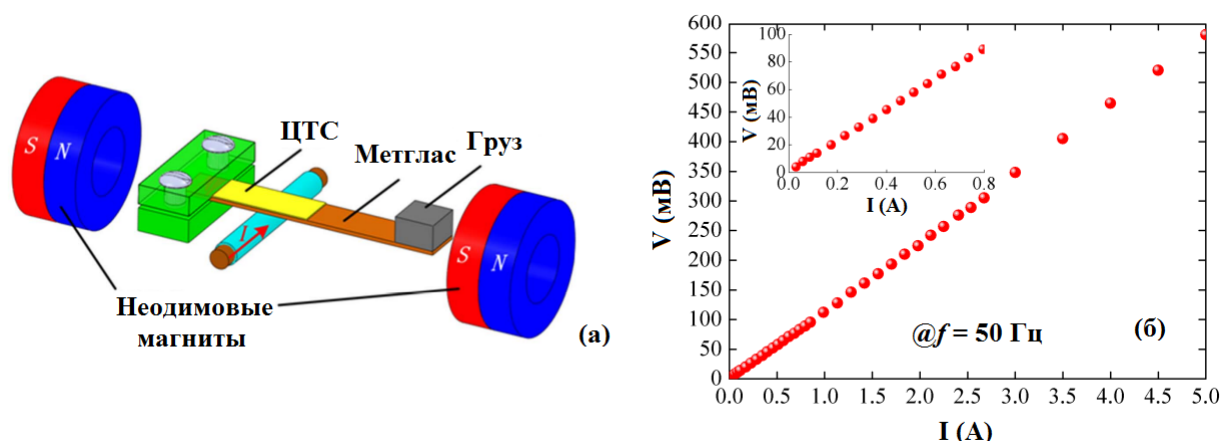


Рисунок 1. Иллюстрация МЭ датчика тока (а) и его выходные характеристики (б)

Похожая структура, только уже симметричная, использовалась в работе Bichurin и др. [5]. Были представлены два датчика тока с прямоугольным МЭ композитом Metglas/PZT/Metglas, работающие в резонансном и нерезонансном режимах и измеряющие постоянный ток. Датчики состояли из токовой и модулирующей катушек, постоянного магнита и МЭ композита (рисунок 2). Эксперименты показали, что нерезонансный датчик в рабочем диапазоне до 5 А имел чувствительность 0,34 В/А, а для резонансного датчика тока в том же рабочем диапазоне чувствительность составляла 0,53 В/А. Нелинейность зависимости выходного напряжения от измеряемого тока в обоих случаях была менее 1%.

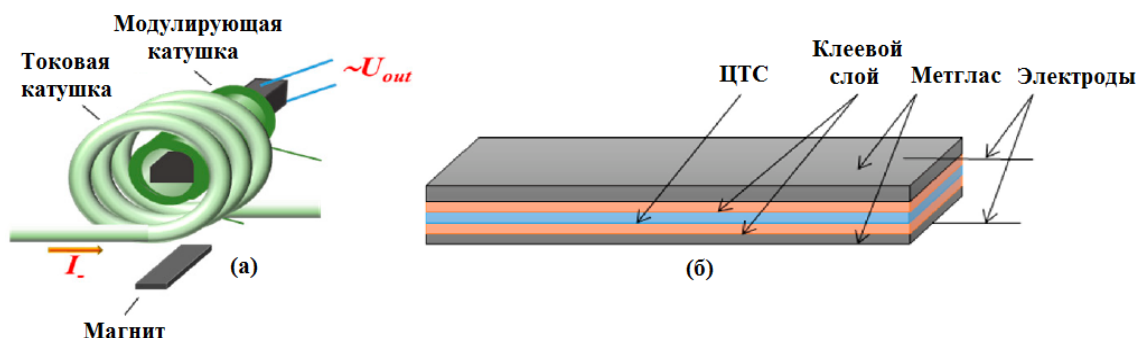


Рисунок 2. Иллюстрация МЭ датчика тока (а) и его прямоугольный МЭ элемент Metglas/PZT/Metglas (б)

Недостатком предыдущих датчиков является то, что для обеспечения высокой линейности необходимо было использовать поле подмагничивания, создаваемого с помощью постоянных магнитов. Представленный в статье [6] датчик постоянного тока работает по такому же принципу, что и ранее разработанный датчик тока, однако значительным отличием является чувствительный элемент устройства – магнитоstrictionно-пьезоэлектрическая структура, состоящая из бидоменного ниобата лития, никеля и Metglas (рисунок 3). Данная градиентная структура обладает внутренним полем подмагничивания и позволяет выйти на линейный участок без использования постоянного магнита. Датчик обладает довольно



хорошей линейностью 99,8% и способен измерять токи до 10 А и более. Чувствительность составила 0,9 В/А.

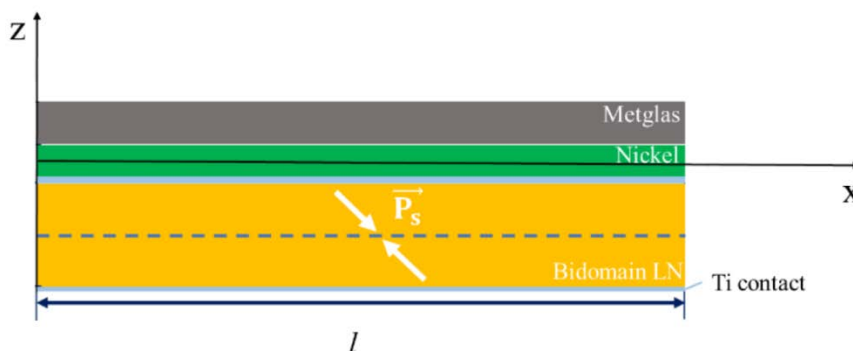


Рисунок 3. Схематичное изображение МЭ градиентной структуры

В работе Ou и др. [7] сообщалось о датчике переменного тока на основе градиентной структуры  $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}/\text{FeCuNbSiB}/\text{PZT}$  (рисунок 4). Магнитотвердый материал  $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$  с большим коэрцитивным полем создает внутреннее поле смещения магнитострикционных слоев  $\text{FeCuNbSiB}$ . За счет создания вихревого магнитного поля вокруг токоведущего кабеля предлагаемый МЭ датчик обладает большим выходным напряжением без дополнительных источников постоянного магнитного поля, чувствительностью 198,91 мВ/А, а выходная характеристика демонстрирует высокую линейность 99,9% для токов до 5 А частотой 50 Гц.



Рисунок 4. МЭ композит  $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}/\text{FeCuNbSiB}/\text{PZT}$

В работе Castro и др. [8] представлен бесконтактный датчик постоянного тока на основе прямоугольного МЭ композита, состоящего из поливинилденфторида (PVDF) с  $\beta$ -фазной структурой и аморфного сплава Metglas. Датчик демонстрировал максимальный МЭ коэффициент по напряжению, равный 34,48 В/(см $\cdot$ Э), линейность 99,7% и чувствительность 6,7 мВ/А. С помощью усилителя, преобразователя и микроконтроллера удалось увеличить выходное напряжение максимум до 2320 мВ, повысить чувствительность до 476,5 мВ/А и сохранить линейность.

Все эти результаты обеспечивают значительный прогресс в применении слоистых МЭ композитов для мониторинга линий электропередач. Однако необходимо тем или иным способом закрепить эти композиты на токоведущем кабеле так, чтобы магнитный поток равномерно распределялся в магнитострикционной фазе МЭ композита и относительное положение кабеля и МЭ

элемента мало влияло на результаты измерений. Одним из таких решений стало реализация МЭ датчиков с замкнутым контуром.

В статье Lou и др. [9] представлен замкнутый МЭ датчик постоянного тока, состоящий из С-образного магнитопровода, изготовленного из ферритового материала с высокой проницаемостью, обмотанной вокруг магнитопровода катушки, пропускающей небольшой переменный ток, пары неодимовых магнитов и дискового МЭ композита (рисунок 5 а). Провод с измеряемым постоянным током проходит через центр магнитопровода. В статье приводится трехмерное моделирование распределения плотности магнитного потока в программе COMSOL Multiphysics (рисунок 5 б) и делаются следующие выводы: 1) магнитный поток, создаваемый измеряемым током и магнитами, почти полностью концентрируется в МЭ композите из-за высокой магнитной проницаемости магнитопровода, обеспечивая стабильное поле смещения; 2) изменение положения проводящего провода не оказывает влияния на плотность магнитного потока в магнитопроводе, что обеспечивает практичность датчика в реальных условиях. Экспериментальная установка и выходная зависимость показаны на рисунке 5 в, г. Результаты экспериментов показали, что на резонансной частоте чувствительность по току составляет 2,38 мВ/А в диапазоне токов от 0 до 500 А, а линейность – 99,6%. Датчик

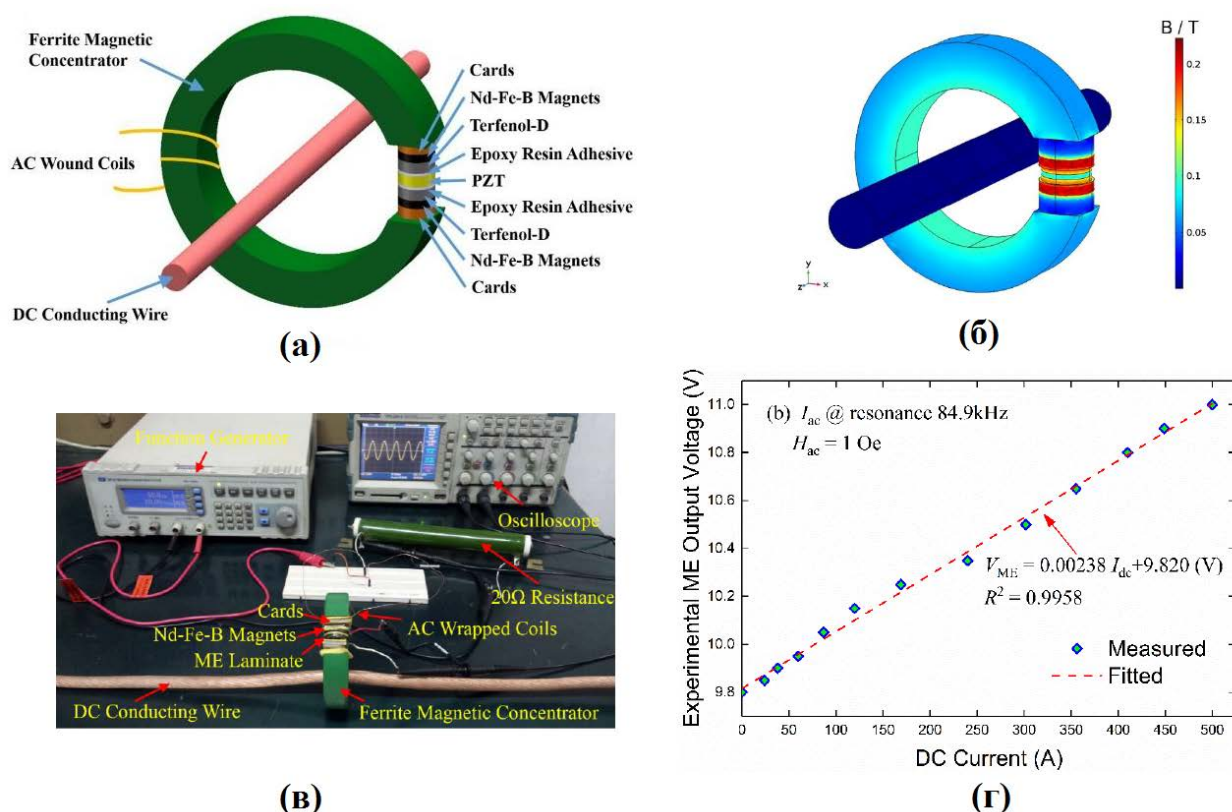


Рисунок 5. (а) Структура замкнутого МЭ датчика постоянного тока; (б) Трехмерное моделирование распределения плотности магнитного потока; (в) Экспериментальная установка для измерения постоянного тока; (г) Выходная характеристика датчика при работе на резонансной частоте 84,9 кГц и переменном магнитном поле 1 Э в диапазоне от 0 до 500

обеспечивает широкодиапазонное измерение постоянного тока. Для измерения меньшего тока датчик должен работать на резонансной частоте для получения высокого выходного напряжения, в то время как для измерения большего тока его можно переключить на работу в надлежащей рабочей точке при нерезонансной частоте для получения приемлемой выходной мощности.

Однако предложенный МЭ датчик с замкнутым контуром невозможно установить на работающую линию электропередачи, так как его конструкция является неразборной. Кроме того, текущий сигнал, измеренный датчиком, нельзя контролировать дистанционно. В работе [10] был предложен МЭ датчик переменного тока с разборным магнитопроводом, состоящий из симметричного прямоугольного композита Terfenol-D/PZT/Terfenol-D, 3 магнитных сердечника, пары постоянных магнитов и упаковочной оболочки. МЭ композит и три магнитных сердечника соединены последовательно, образуя замкнутое магнитное кольцо (рисунок 6). В практическом применении датчик может крепиться на токоведущий кабель и сниматься. Эксперимент показал, что чувствительность обнаружения достигла 52,79 мВ/А при линейности 99,88% в диапазоне от 10 А до 1 кА при частоте тока 50 Гц. Этот результат указывает на то, что датчик можно использовать для реального измерения больших токов до 1 кА. Также для реализации беспроводного и автономного измерения тока в этой работе предложена беспроводная система измерения тока, объединяющая МЭ датчик тока, модуль обнаружения RMS, модуль 4G-RTU, сборщик энергии с трансформатором тока и платформу мониторинга. Система не ограничена дальностью передачи и энергоснабжением и может осуществлять надежный онлайн-мониторинг тока. В пределах допустимого диапазона погрешностей предлагаемая измерительная система может осуществлять беспроводное измерение тока частотой 50 Гц.

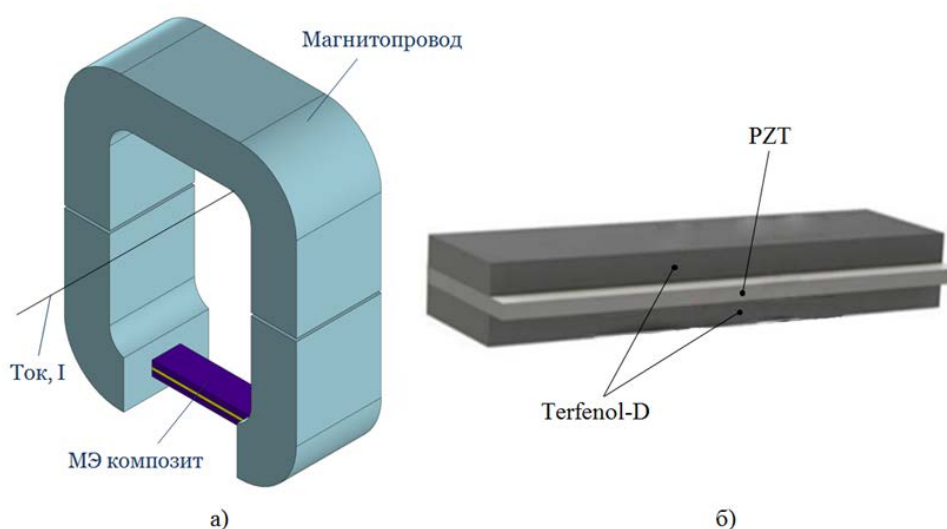


Рисунок 6. (а) Структура МЭ датчика тока с разборным магнитопроводом и (б) прямоугольный МЭ композит Terfenol-D/PZT/Terfenol-D

Кольцевые (тороидальные) МЭ композиты представляют собой замкнутые структуры, которые способны концентрировать в себе весь магнитный поток без использования отдельных магнитных сердечников. Так, Leung и др. в своей статье [11] представляют замкнутый МЭ датчик переменного тока на основе композита кольцевого типа, предназначенный для обнаружения вихревых магнитных полей токоведущих кабелей или проводников. На рисунке 7 показана структура этого датчика. Аксиально поляризованное пьезоэлектрическое кольцо PZT расположено между двумя намагниченными по окружности, скрепленными эпоксидной смолой кольцами Terfenol-D/NdFeB. Встроенные неодимовые магниты устранили необходимость во внешнем источнике постоянного магнитного поля смещения.

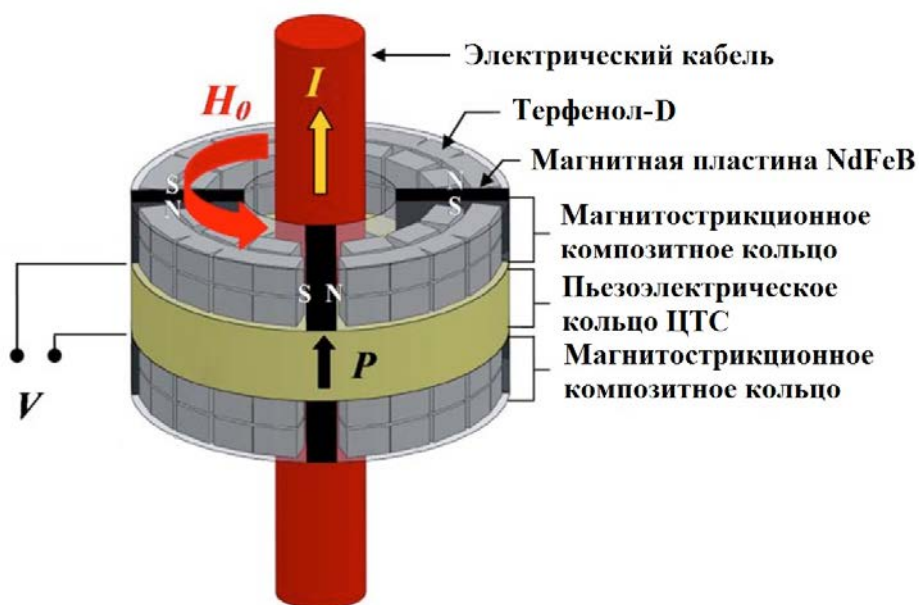


Рисунок 7. Структура кольцевого МЭ датчика переменного тока Terfenol-D/PZT/ Terfenol-D

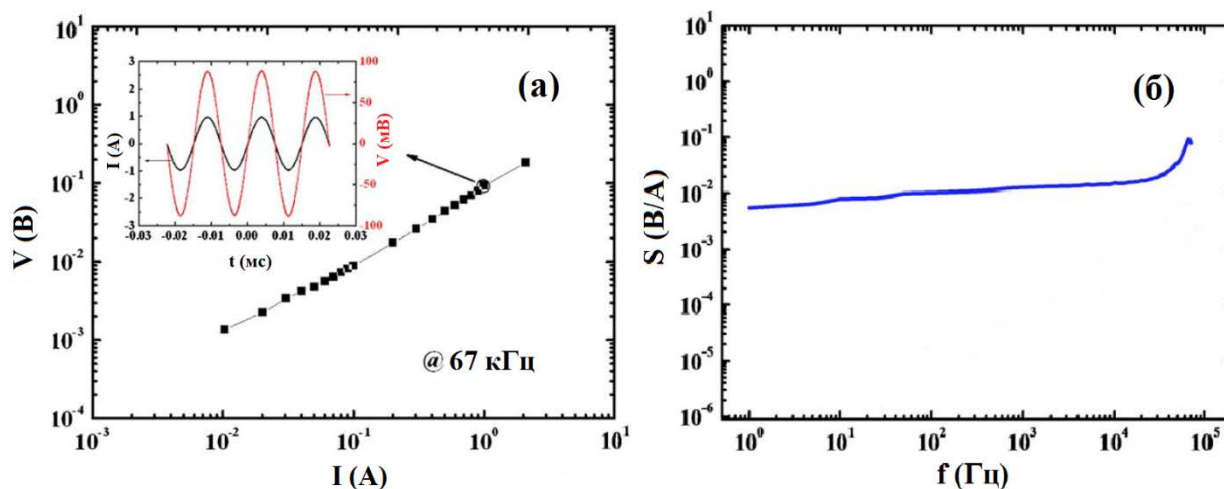


Рисунок 8. Экспериментальные зависимости (а) выходного напряжения от тока на резонансной частоте 67 кГц и (б) чувствительности от частоты переменного тока в кабеле

На рисунке 8 показаны полученные экспериментальные зависимости (а) амплитуды выходного напряжения от амплитуды тока, подаваемого на электрический кабель, на частоте 1 кГц, и (б) чувствительности  $S$  датчика от частоты переменного электрического тока амплитудой 1 А. Видно, что выходное напряжение обладает высокой линейностью, а чувствительность датчика остается постоянной в диапазоне от 1 Гц до 30 кГц. Полученные в работе результаты продемонстрировали наличие в датчике нерезонансной чувствительности – 12,6 мВ/А в диапазоне частот от 1 Гц до 30 кГц и резонансной чувствительности – 92,2 мВ/А при частоте 67 кГц.

Giang и др. [12] исследовали кольцевые композиты (О-типа) на основе Metglas и PZT. Параллельно также рассматривался соответствующий прямоугольный датчик (I-типа). Образцы О-типа имели одинаковую ширину стенки 1,5 мм и различные средние диаметры  $D$  в диапазоне от 6 мм до 22 мм. МЭ композиты получали путем склеивания одного (single sandwich — SS) или двух (double sandwich — DS) слоев Metglas как на верхней, так и на нижней поверхностях кольца PZT (рисунок 9).

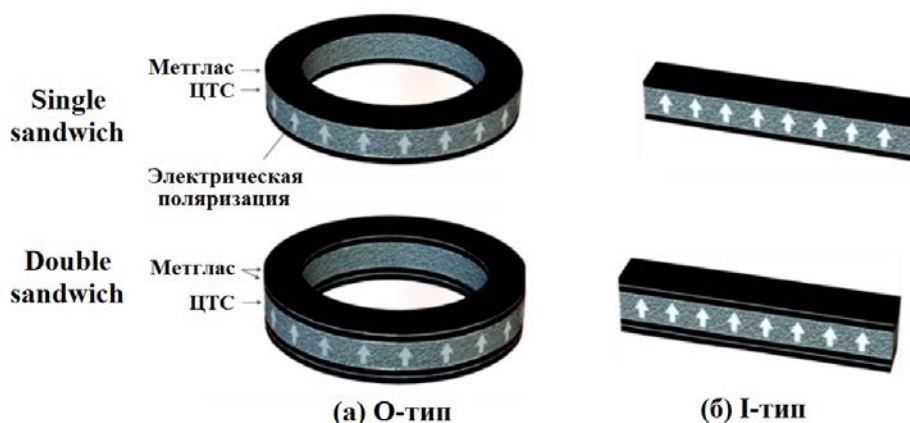


Рисунок 9. DS и SS МЭ композиты (а) О-типа и (б) I-типа

Полученные частотные зависимости выходного напряжения для композитов О-типа представлены на рисунке 10 а. Видно, что для композитов меньшего диаметра резонансная частота примерно на 5% выше, чем у композитов большего диаметра. При переходе от SS к DS выходное напряжение увеличилось почти вдвое для образцов  $D = 10$  и  $14$  мм, соответственно, что объясняется увеличением объемной доли магнитострикционной фазы. Частотная зависимость выходного напряжения для SS и DS композитов I-типа с размерами  $L \times W = 15 \text{ мм} \times 1,5 \text{ мм}$  представлена на рисунке 10 (б). Между этими двумя резонансными линиями существует небольшое различие: резонансная частота и сигнал при резонансе слегка сдвинуты с 103 кГц до 108 кГц и с 2,45 мВ до 2,24 мВ для структур SS и DS соответственно. Можно сделать вывод, что преимуществом использования в качестве датчика тока кольцевых композитов перед прямоугольными является увеличение выходного напряжения вместе с увеличением объемной доли



магнитострикционной фазы, а резонансной частотой можно управлять при помощи изменения среднего диаметра композита.

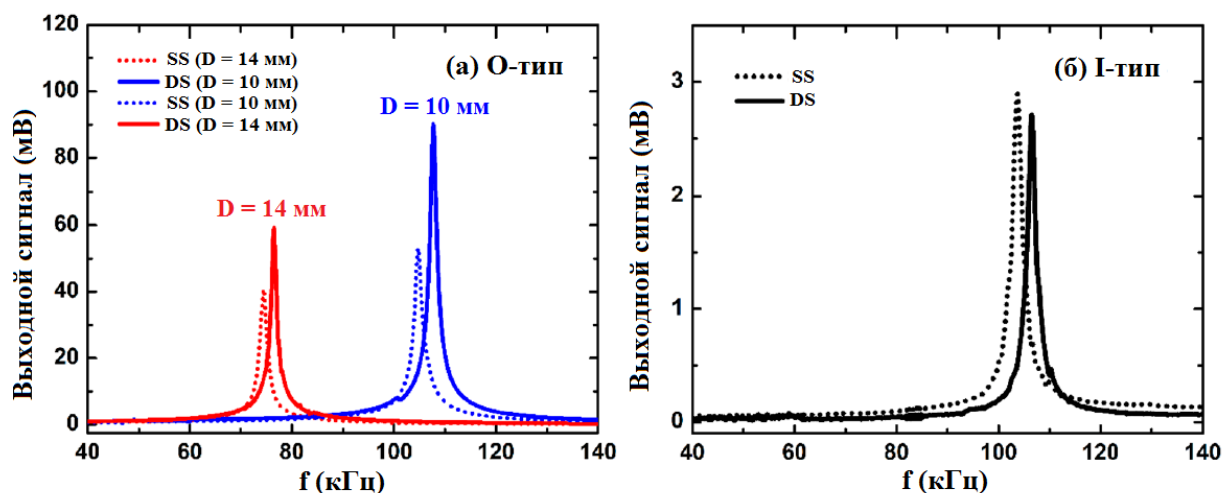


Рисунок 10. Частотная зависимость выходного напряжения для композитов SS и DS (а) О-типа и (б) I-типа

Полученные вольт-амперные характеристики в резонансном режиме представлены на рисунке 11 для МЭ датчиков на основе SS и DS О-типа. Как видно из рисунка, полученный сигнал датчика демонстрирует линейное поведение в исследуемом диапазоне токов. Чувствительность датчиков на основе SS и DS О-типов достигает 2,940 В/А и 5,426 В/А, соответственно. Эти чувствительности в десятки раз выше, чем у ранее рассмотренных датчиков.

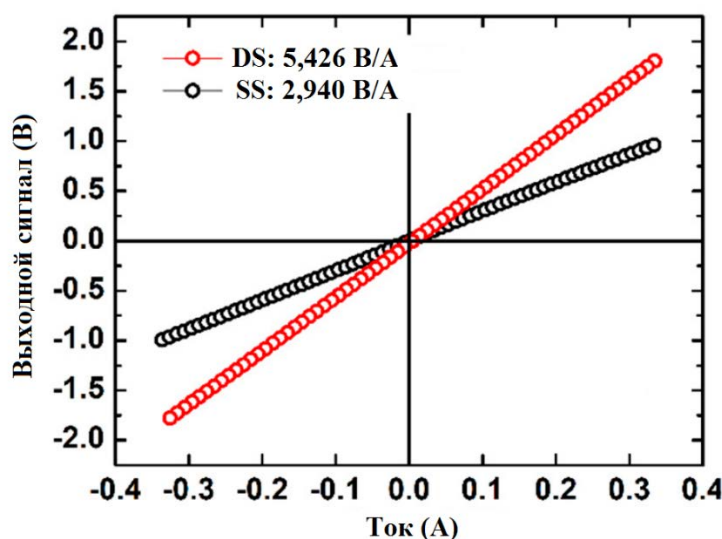


Рисунок 11. Выходные характеристики изготовленных датчиков на основе SS и DS О-типа

При изготовлении данных композитов использовалась клеевая технология. МЭ эффект в магнитострикционно-пьезоэлектрических структурах, где используется клей, зависит и от толщины клеевой прослойки: с увеличением ее толщины наблюдается уменьшение МЭ эффекта [13]. Если в дальнейшем увеличивать в кольцевой структуре количество слоев Metglas, как показано в статье Маркова и

др. [14], можно наблюдать уменьшение выходного напряжения из-за увеличения объемной доли клея в структуре. Максимальное выходное напряжение наблюдалось при трёх слоях Metglas как на верхней, так и на нижней поверхностях кольца PZT. При дальнейшем увеличении слоев выходное напряжение уменьшалось.

### Заключение

Анализируя характеристики рассмотренных МЭ датчиков тока, приведенных в таблице 1, можно сделать выводы, что датчик [10] обладает самым большим диапазоном измеряемых токов, кольцевой датчик [12] имеет рекордную чувствительность к току, а самой высокой линейностью обладает датчик [7].

Таблица 1. Сравнение характеристик МЭ датчиков тока

| МЭ датчики (композиты)  | Диапазон измерения, А | Чувствительность, В/А | Линейность, % | Статья |
|---|-----------------------|-----------------------|---------------|--------|
| Metglas/PZT (прямоугольный)                                       | 0 – 5                 | 0,114                 | –             | [4]    |
| Metglas/PZT/Metglas (прямоугольный)                               | 0 – 5                 | 0,53                  | –             | [5]    |
| LiNbO <sub>3</sub> /Ni/Metglas (прямоугольный)                    | 0 – 10                | 0,9                   | 99,8          | [6]    |
| SrFe <sub>12</sub> O <sub>19</sub> /FeCuNbSiB/PZT (прямоугольный) | 0 – 5                 | 0,2                   | 99,9          | [7]    |
| Metglas/PVDF (прямоугольный)                                      | 0 – 5                 | 0,48                  | 99,7          | [8]    |
| Terfenol-D/PZT/ Terfenol-D (дисковой)                             | 0 – 500               | 0,0024                | 99,6          | [9]    |
| Terfenol-D/PZT/Terfenol-D (прямоугольный)                         | 10 – 1000             | 0,053                 | 99,88         | [10]   |
| Terfenol-D/PZT/ Terfenol-D (кольцевой)                            | –                     | 0,092                 | –             | [11]   |
| Metglas/PZT/Metglas (кольцевой)                                   | 0 – 5                 | 5,426                 | –             | [12]   |

Малое энергопотребление или его отсутствие, высокая чувствительность и широкий диапазон измеряемых токов делают МЭ датчики тока перспективными для мониторинга электрических токов в токоведущих кабелях в режиме реального времени.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (№ 22-29-00950).

### Список литературы

1. Liang X., Chen H., Sun N. Magnetoelectric materials and devices // APL Materials. 2021. 9(4). 041114. DOI: 10.1063/5.0044532
2. Wang Y., Li J., Viehland D. Magnetoelectrics for magnetic sensor applications: status, challenges and perspectives // Materials Today. 2014. 17(6). 269-275. DOI: 10.1016/j.mattod.2014.05.004

3. Zhai J., Xing Z., Dong S., Li J., Viehland D. Magnetolectric Laminate Composites: An Overview // *Journal of the American Ceramic Society*. 2008. 91(2). 351-358. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2008.02259.x
4. Lu C., Li P., Wen Y., Yang A., Yang C., Wang D., He W., Zhang J. Magnetolectric Composite Metglas/PZT-Based Current Sensor // *IEEE Transactions on Magnetics*. 2014. 50(11). 1-4. DOI: 10.1109/TMAG.2014.2326193
5. Bichurin M., Petrov R., Leontiev V., Semenov G., Sokolov O. Magnetolectric Current Sensors // *Sensors*. 2017. 17(6). 1271. DOI: 10.3390/s17061271
6. Bichurin M., Petrov R., Leontiev V., Sokolov O., Turutin A., Kuts V., Kubasov I., Kislyuk A., Temirov A., Malinkovich M., Parkhomenko Y. Self-Biased Bidomain LiNbO<sub>3</sub>/Ni/Metglas Magnetolectric Current Sensor // *Sensors*. 2020. 20(24). 7142. DOI: 10.3390/s20247142
7. Ou Z., Lu C., Yang A., Zhou H., Cao Z., Zhu R., Gao H. Self-biased magnetolectric current sensor based on SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub>/FeCuNbSiB/PZT composite // *Sensors and Actuators A Physical*. 2019. 290(6). 8-13. DOI: 10.1016/j.sna.2019.03.008
8. Castro N., Reis S., Silva M. P., Correia V., Lanceros-Mendez S., Martins P. Development of a contactless DC current sensor with high linearity and sensitivity based on the magnetolectric effect // *Smart Materials and Structures*. 2018. 27(6). 065012. DOI: 10.1088/1361-665X/aab969
9. Lou G., Yu X., Ban R. A wide-range DC current sensing method based on disk-type magnetolectric laminate composite and magnetic concentrator // *Sensors and Actuators A Physical*. 2018. 280. 535-542. DOI: 10.1016/j.sna.2018.08.029
10. Lu C., Zhou H., Li L., Yang A., Xu C., Ou Z., Wang J., Wang X., Xin M. Split-core magnetolectric current sensor and wireless current measurement application // *Measurement*. 2021. 188(4). DOI: 10.1016/j.measurement.2021.110527
11. Leung C. M., Or S. W., Zhang S., Ho S. L. Ring-type electric current sensor based on ring-shaped magnetolectric laminate of epoxy-bonded Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>1.92</sub> short-fiber/NdFeB magnet magnetostrictive composite and Pb(Zr, Ti)O<sub>3</sub> piezoelectric ceramic // *Journal of Applied Physics*. 2010. 107(9). 09D918. DOI: 10.1063/1.3360349
12. Giang D. T. H., Tam H. A., Khanh V. T. N., Vinh N. T., Tuan P. A., Tuan N. V., Ngoc N. T., Duc N. H. Magnetolectric Vortex Magnetic Field Sensors Based on the Metglas/PZT Laminates // *Sensors*. 2020. 20(10). P. 2810. DOI: 10.3390/s20102810
13. Ивашева Е. Е., Леонтьев В. С., Коваленко Д. В., Бичурин М. И. Методы увеличения магнитоэлектрического эффекта в композитных структурах: обзор // *Вестник НовГУ*. 2023. 3(132). 462-469. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.3(132).462-469
14. Марков И. Ю., Ивашева Е. Е., Соколов О. В., Леонтьев В. С., Бичурин М. И. Магнитоэлектрический эффект в тороидальных структурах Metglas/PZT/Metglas // *Вестник НовГУ*. 2023. 1(130). 186-191. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).186-191

### References

1. Liang X., Chen H., Sun N. Magnetolectric materials and devices // *APL Materials*. 2021. 9(4). 041114. DOI: 10.1063/5.0044532
2. Wang Y., Li J., Viehland D. Magnetolectrics for magnetic sensor applications: status, challenges and perspectives // *Materials Today*. 2014. 17(6). 269-275. DOI: 10.1016/j.mattod.2014.05.004
3. Zhai J., Xing Z., Dong S., Li J., Viehland D. Magnetolectric Laminate Composites: An Overview // *Journal of the American Ceramic Society*. 2008. 91(2). 351-358. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2008.02259.x
4. Lu C., Li P., Wen Y., Yang A., Yang C., Wang D., He W., Zhang J. Magnetolectric Composite Metglas/PZT-Based Current Sensor // *IEEE Transactions on Magnetics*. 2014. 50(11). 1-4. DOI: 10.1109/TMAG.2014.2326193



5. Bichurin M., Petrov R., Leontiev V., Semenov G., Sokolov O. Magnetolectric Current Sensors // *Sensors*. 2017. 17(6). 1271. DOI: 10.3390/s17061271
6. Bichurin M., Petrov R., Leontiev V., Sokolov O., Turutin A., Kuts V., Kubasov I., Kislyuk A., Temirov A., Malinkovich M., Parkhomenko Y. Self-Biased Bidomain LiNbO<sub>3</sub>/Ni/Metglas Magnetolectric Current Sensor // *Sensors*. 2020. 20(24). 7142. DOI: 10.3390/s20247142
7. Ou Z., Lu C., Yang A., Zhou H., Cao Z., Zhu R., Gao H. Self-biased magnetolectric current sensor based on SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub>/FeCuNbSiB/PZT composite // *Sensors and Actuators A Physical*. 2019. 290(6). 8-13. DOI: 10.1016/j.sna.2019.03.008
8. Castro N., Reis S., Silva M. P., Correia V., Lanceros-Mendez S., Martins P. Development of a contactless DC current sensor with high linearity and sensitivity based on the magnetolectric effect // *Smart Materials and Structures*. 2018. 27(6). 065012. DOI: 10.1088/1361-665X/aab969
9. Lou G., Yu X., Ban R. A wide-range DC current sensing method based on disk-type magnetolectric laminate composite and magnetic concentrator // *Sensors and Actuators A Physical*. 2018. 280. 535-542. DOI: 10.1016/j.sna.2018.08.029
10. Lu C., Zhou H., Li L., Yang A., Xu C., Ou Z., Wang J., Wang X., Xin M. Split-core magnetolectric current sensor and wireless current measurement application // *Measurement*. 2021. 188(4). DOI: 10.1016/j.measurement.2021.110527
11. Leung C. M., Or S. W., Zhang S., Ho S. L. Ring-type electric current sensor based on ring-shaped magnetolectric laminate of epoxy-bonded Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>1.92</sub> short-fiber/NdFeB magnet magnetostrictive composite and Pb(Zr, Ti)O<sub>3</sub> piezoelectric ceramic // *Journal of Applied Physics*. 2010. 107(9). 09D918. DOI: 10.1063/1.3360349
12. Giang D. T. H., Tam H. A., Khanh V. T. N., Vinh N. T., Tuan P. A., Tuan N. V., Ngoc N. T., Duc N. H. Magnetolectric Vortex Magnetic Field Sensors Based on the Metglas/PZT Laminates // *Sensors*. 2020. 20(10). 2810. DOI: 10.3390/s20102810
13. Ivasheva E. E., Leontiev V. S., Kovalenko D. V., Bichurin M. I. Metody uvelicheniia magnitoelektricheskogo effekta v kompozitnykh strukturakh: obzor [Methods for increasing the magnetolectric effect in composite structures: a review] // *Vestnik NovSU*. 2023. 3(132). 462-469. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.3(132).462-469
14. Markov I. Yu., Ivasheva E. E., Sokolov O. V., Leontiev V. S., Bichurin M. I. Magnitoelektricheskii effekt v toroidal'nykh strukturakh Metglas/PZT/Metglas [Magnetolectric effect in Metglas/PZT/Metglas toroidal structures] // *Vestnik NovSU*. 2023. 1(130). 186-191. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.1(130).186-191

#### Информация об авторах

*Марков Иван Юрьевич* – лаборант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия). ORCID: 0009-0006-0918-5023, s247011@std.novsu.ru

*Бурбах Андрей Витальевич* – аспирант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия). ORCID: 0009-0004-2061-8876, Andrej-burbakh@yandex.ru

*Кондрашов Андрей Геннадьевич* – генеральный директор АО "НПО "КВАНТ" (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9846-2489, kondrashovag@mail.ru

*Петров Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия). ORCID: 0000-0002-7733-1030, Vladimir.Petrov@novsu.ru.

*Бичурин Мирза Имамович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия). ORCID: 0000-0003-0650-4712, Mirza.Bichurin@novsu.ru

## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.382:004.94

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).800-806

ГРНТИ 29.19+29.19.31+28.17.19

Специальность ВАК 1.3.4; 2.2.2

*Научная статья*

### ВЛИЯНИЕ МЕЖСЛОЕВОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СВЯЗИ В МУЛЬТИФЕРРОИКЕ НА МУЛЬТИКАЛОРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

Петров В. М., Карачинов В. А., Гаврушко В. В.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Влияние одноосного сжимающего напряжения на электрокалорический эффект в двухслойной структуре на основе титаната бария исследовано при помощи термодинамического подхода Ландау-Гинзбурга. В качестве модельного материала использован титанат бария. Показано, что электрокалорический эффект можно регулировать с помощью одноосного сжимающего напряжения. Применение сжимающего напряжения является эффективным подходом для повышения электрокалорического эффекта в сегнетоэлектрической керамике. Сжимающее напряжение в рассматриваемой двухслойной магнитострикционно-сегнетоэлектрической структуре является следствием механически связанных слоев сегнетоэлектрика и магнитострикционного материала.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, электрокалорический эффект, магнитокалорический эффект, барокалорический эффект, мультиферроик

**Для цитирования:** Петров В. М., Карачинов В. А., Гаврушко В. В. Влияние межслоевой механической связи в мультиферроике на мультикалорический эффект // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 800-806. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).800-806

*Research Article*

### INFLUENCE OF INTERLAYER MECHANICAL COUPLING IN MULTIFERROIC ON MULTICALORIC EFFECT

Petrov V. M., Karachinov V. A., Gavrushko V. V.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The influence of uniaxial compression on the electrocaloric effect in a barium titanate-based bilayer was studied using the Landau-Ginzburg thermodynamic approach. Barium titanate was used as a model material. It was shown that the electrocaloric effect can be controlled by uniaxial compression. Application of compressive stress is an effective approach to enhance the electrocaloric effect in ferroelectric ceramics. The compressive stress in the considered magnetostrictive-ferroelectric bilayer is a result of mechanical coupling between ferroelectric and magnetostrictive phases.

**Keywords:** mathematical modeling, electrocaloric effect, magnetocaloric effect, barocaloric effect, multiferroic

**For citation:** Petrov V. M., Karachinov V. A., Gavrushko V. V. Influence of interlayer mechanical coupling in multiferroic on multicaloric effect // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 800-806. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).800-806

### Введение

Устройства для охлаждения широко используются в повседневной жизни, в частности для обеспечения надежности электронных устройств. Широко

используемые механизмы, действие которых основано на охлаждении методом циклического сжатия и расширения газа имеют ряд недостатков: низкая возможность интеграции, вредное воздействие на окружающую среду при использовании летучих материалов. В качестве альтернативы указанного метода охлаждения в настоящее время рассматриваются три эффекта в твердом теле [1, 5]. Эти эффекты основаны на явлении изменении энтропии, связанного с переходом между упорядоченным и неупорядоченным состояниями, причем этот переход индуцируется внешним воздействием. Первый эффект заключается в том, что внешнее магнитное поле вызывает изменение намагниченности магнитного материала. Этот эффект известен под названием магнитокалорический эффект (МКЭ). В случае второго эффекта, известного как электрокалорический эффект (ЭКЭ) внешнее электрическое поле вызывает изменение поляризации сегнетоэлектрического материала. Третий эффект – барокалорический эффект (БКЭ) заключается в воздействии на материал гидростатического давления или эластокалорический эффект (ЭлКЭ), при котором материал подвергается одноосному механическому напряжению. При этом переход в упорядоченное состояние вызывает повышение температуры, а переход в неупорядоченное состояние вызывает понижение температуры.

Для достижения высоких характеристик ЭКЭ в области комнатных температур важным инструментом является использование фазовых переходов, поскольку самый сильный ЭКЭ обычно наблюдается в области фазового перехода. Кроме того, для оптимизации характеристик ЭКЭ могут быть использованы такие приемы, как адаптация толщины пленки [1, 6-9], легирование [10], изменение анизотропии материала [11], приложение одноосного механического напряжения, [12], или гидростатическое давление.

В настоящее время перед физическим материаловедением стоит задача по разработке новых сегнетокерамических материалов, не содержащих в своем составе свинца, и постепенном вытеснении из керамической промышленности материалов, содержащих свинец. К таким материалам, относится керамика цирконата-титаната свинца  $\text{Pb}(\text{Zr,Ti})\text{O}_3$  (ЦТС), широко используемая в разнообразных устройствах электронной техники. Необходимость перехода на бессвинцовые материалы обусловлена тем, что свинец является экологически загрязняющим химическим элементом. Среди множества возможных вариантов значительное внимание исследователей привлекла керамика на основе  $(\text{Na,K})\text{NbO}_3$  (НKN) (например, твердый раствор  $\text{HKN-LiNbO}_3$ ,  $\text{HKN-LiTaO}_3$ ,  $\text{HKN-BaTiO}_3$  и др.) привлекли главным образом по двум причинам: (i) пьезоэлектрические свойства существуют широкий диапазон температур и (ii) существует несколько возможностей замены и добавления. Интересная возможность возникает из-за того, что если можно найти бессвинцовую керамику с высоким ЭКЭ и объединить ее с магнитным материалом с высокими МКЭ, то можно получить значительный суммарный мультикалорический эффект.

## Моделирование сегнетоэлектрического материала

Рассмотрим слоистую структуру, состоящую из слоев сегнетоэлектрического материала и магнитоупорядоченного материала, имеющих идеальный механический контакт. Рассмотрим одномерную модель слоистого материала [13], при этом полагаем, что размеры образца вдоль осей  $X$  и  $Y$  по сравнению с размером вдоль оси  $Z$ . В этом случае только одна компонента напряжения  $\sigma_3$  будет отлична от нуля.

Плотность свободной энергии сегнетоэлектрика определяется следующим выражением [12]:

$$F = F_f + F_e + F_{es} + F_E, \quad (1)$$

где  $F_f$  – энергия сегнетоэлектрического упорядочения,  $F_e$  – упругая энергия,  $F_{es}$  – энергия электрострикции,  $F_E$  – энергия сегнетоэлектрика во внешнем электрическом поле.

В качестве примера рассмотрим бессвинцовый сегнетоэлектрический материал – титанат бария. С точностью до восьмой степени компонентов поляризации энергия сегнетоэлектрического упорядочения приобретает форму:

$$F_f = a_1 P_3^2 + a_{11} P_3^4 + a_{111} P_3^6 + a_{1111} P_3^8 \quad (2)$$

В уравнении (2) используются обозначения:  $P$  – поляризация,  $a_1, \dots, a_{1111}$  – коэффициенты диэлектрической жесткости.

Упругая энергия определяется выражением:

$$F_e = \frac{c_{11}}{2} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) + c_{12} (S_1 S_2 + S_1 S_3 + S_2 S_3) \quad (3)$$

где  $S_i$  – компонента тензора напряжений,  $c_{11}$  и  $c_{12}$  – коэффициенты жесткости.

Энергия электрострикции имеет вид

$$F_{es} = -q_{11} S_3 P_3^2 - q_{12} (S_1 + S_2) P_3^2, \quad (4)$$

где  $q_{11}$  и  $q_{12}$  коэффициенты электрострикции.

Энергия сегнетоэлектрика во внешнем электрическом поле определяется выражением:

$$F_E = - P_3 E_3. \quad (5)$$

где  $E$  – внешнее электрическое поле.

Компоненты механических напряжений и деформаций можно определить, используя граничные условия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial S_1} &= 0, \\ \frac{\partial F}{\partial S_2} &= 0, \\ \frac{\partial F}{\partial S_3} &= \sigma_3. \end{aligned} \quad (6)$$

В выражениях (6) через  $\sigma_3$  обозначено механическое напряжение в сегнетоэлектрической фазе двухслойной структуры.

Подстановка решений системы уравнений (6) в уравнение (1) приводит к следующему выражению:

$$F = a_1 P_3^2 + b P_3^4 + a_{111} P_3^6 + a_{1111} P_3^8 - E_3 P_3, \quad (7)$$

где

$$b = \frac{2a_{11}c_{11}^2 + 2c_{11}a_{11}c_{12} - c_{11}q_{11}^2 - 2c_{11}q_{12}^2 + 4q_{12}c_{12}q_{11} - q_{11}^2c_{12} - 4a_{11}c_{12}^2}{2(c_{11} + 2c_{12})(c_{11} - c_{12})}.$$

Из уравнения (7) видно, что учет граничных условий ведет к перенормировке коэффициента сегнетоэлектрической жесткости для четвертого порядка поляризации в плотности свободной энергии.

Для нахождения равновесной поляризации следует использовать уравнение:

$$\frac{\partial F}{\partial P_3} = -E_3. \quad (8)$$

В уравнении (8)  $F$  определяется выражением (7).

Равновесная поляризация опреляется выражением:

$$P_3 = \frac{1}{2\sqrt{3}a_{1111}} \left( r_1 - \frac{3(8ba_{1111} - 3a_{111}^2)}{r_1} - 3a_{111} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

где

$$r_1 = \{108a_{1111}(ba_{111} - 2a_1a_{1111}) - 27a_{111}^3 + 12\sqrt{3}[32b^3a_{1111} - 9b^2a_{111}^2 - 108a_1a_{1111}(ba_{111} - a_1a_{1111}) + 27a_1a_{111}^3]^{1/2}a_{1111}\}^{1/3}.$$

### Применение модели для двухслойной магнитоэлектрической структуры

Численные оценки для титаната бария выполнены для температуры  $T=25^\circ\text{C}$ . Полученные оценки основаны на следующих значениях коэффициентов в выражении для плотности свободной энергии [10, 12, 14]:  $a_1=4.124 \cdot 10^5 \cdot (T - 115)$ ,  $a_{11}=5.328 \cdot 10^8$ ,  $a_{111}=1.294 \cdot 10^9$ ,  $a_{1111}=3.863 \cdot 10^{10}$ ,  $c_{11}=1.755 \cdot 10^{11}$ ,  $c_{12}=8.464 \cdot 10^{10}$ ,  $q_{11}=1.203 \cdot 10^{10}$ ,  $q_{12}=-1.878 \cdot 10^9$ .

$$\Delta T_E = - \int_0^E \frac{T}{C_E} \frac{\partial P_3}{\partial T} dE$$

где  $C_E$  – теплоемкость при постоянном электрическом поле. Производная от поляризации по температуре вычисляется при постоянных электрическом поле и механическом напряжении.

Из данных рисунка 1 следует, что сжимающее напряжение 3 ГПа в двухслойной структуре на основе титаната бария приводит к увеличению ЭКЭ

приблизительно в 7 раз по сравнению со свободно стоящим слоем титаната бария в отсутствие сжимающего напряжения.

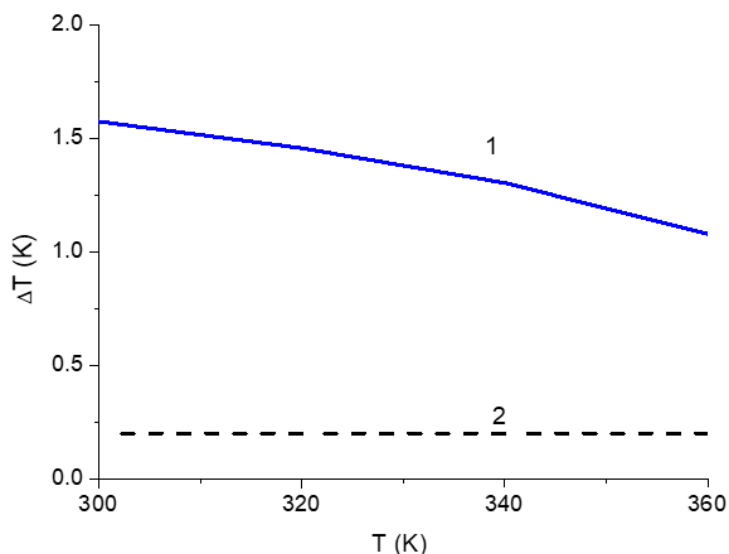


Рисунок 1. Электрокалорический эффект в двухслойной структуре на основе титаната бария и магнитоупорядоченного материала для сжимающего напряжения в сегнетоэлектрической компоненте -3 ГПа (1) и в отдельно стоящем слое титаната бария в отсутствие сжимающего напряжения (2). Напряженность электрического поля равна 100 кВ/см

### Заключение

Влияние одноосного сжимающего напряжения на электрокалорический эффект в двухслойной структуре на основе титаната бария исследовано при помощи термодинамического подхода Ландау-Гинзбурга. В качестве модельного материала использован титанат бария. Показано, что электрокалорический эффект можно регулировать с помощью одноосного сжимающего напряжения. Применение сжимающего напряжения является эффективным подходом для повышения электрокалорического эффекта в сегнетоэлектрической керамике. Сжимающее напряжение в рассматриваемой двухслойной магнитострикционно-сегнетоэлектрической структуре является следствием механически связанных слоев сегнетоэлектрика и магнитострикционного материала. Предполагается продолжить работу для выбора магнитной компоненты оптимального состава, позволяющую создать в сегнетоэлектрическом титанате бария необходимое механическое напряжение. Магнитная компонента должна обладать магнитокалорическим эффектом, а двухслойная структура при этом будет обладать повышенным мультикалорическим эффектом.

### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-20119, <https://rscf.ru/project/22-21-20119/>.

### Список литературы

1. Electrocaloric Materials / Editors T. Correia, Qi Zhang. Springer, Berlin, 2014. 243 p.
2. Es'kov A., Anokhin A., Pakhomov O., Semenov A., Fadeev E., Dedyk A., Kholkin A., Tselev A., Baranov I. V., Lähderanta E. Multiferroic properties of barium strontium titanate ceramics doped with gadolinium and iron // *Ferroelectrics*. 2021. 574(1). 109-114. DOI: 10.1080/00150193.2021.1888054
3. Старков А. С., Старков И. А. Мультикалорический эффект в твердом теле: новые аспекты // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2014. 146(2). 297-303. DOI: 10.7868/S0044451014080082
4. Sokolovskiy V., Fayzullin R., Buchelnikov V. D., Droboseuk M. Theoretical treatment and direct measurements of magnetocaloric effect in Ni<sub>2.19</sub>-xFe<sub>x</sub>Mn<sub>0.81</sub>Ga Heusler alloys // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2013. 343. 6-12. DOI: 10.1016/j.jmmm.2013.04.069
5. Xiao F., Fukuda T., Kakeshita T. Significant elastocaloric effect in a Fe-31.2Pd (at. %) single crystal // *Applied Physics Letters*. 2013. 102. 161914. DOI: 10.1063/1.4803168
6. Cui J., Wu Y., Muehlbauer J., Hwang Y., Radermacher R., Fackler S., Wuttig M., Takeuchi I. Demonstration of high efficiency elastocaloric cooling with large  $\Delta T$  using NiTi wires // *Applied Physics Letters*. 2012. 101. 073904. DOI: 10.1063/1.4746257
7. Bechtold C., Chluba C., Lima de Miranda R., Quandt E. High cyclic stability of the elastocaloric effect in sputtered TiNiCu shape memory films // *Applied Physics Letters*. 2012. 101. 091903. DOI: 10.1063/1.4748307
8. Mañosa L., Jarque-Farnos S., Vives E., Planes A. Large temperature span and giant refrigerant capacity in elastocaloric Cu-Zn-Al shape memory alloys // *Applied Physics Letters*. 2013. 103. 211904. DOI: 10.1063/1.4832339
9. Lisenkov S., Ponomareva I. Giant elastocaloric effect in ferroelectric Ba<sub>0.5</sub>Sr<sub>0.5</sub>TiO<sub>3</sub> alloys from first-principles // *Physical Review*. 2012. B 86. 104103. DOI: 10.1103/PhysRevB.86.104103
10. Lisenkov S., Mani B. K., Chang C.-M., Almand J., Ponomareva I. Multicaloric effect in ferroelectric PbTiO<sub>3</sub> from first principles // *Physical Review*. 2013. B 87. 224101. DOI: 10.1103/PhysRevB.87.224101
11. Liu Y., Infante I. C., Lou X. J., Bellaiche L., Scott J. F., Dkhil B. Giant room-temperature elastocaloric effect in ferroelectric ultrathin films // *Advanced Materials*. 2014. 26(35). 6132-5137. DOI: 10.1002/adma.201401935
12. Bichurin M., Petrov V., Zakharov A., Kovalenko D., Chul Yang S., Maurya D., Bedekar V., Priya S. Magnetoelectric Interactions in Lead-Based and Lead-Free Composites // *Materials*. 2011. 4(4). 651-702. DOI: 10.3390/ma4040651
13. Bichurin M. I., Petrov V. M. Modeling of Magnetoelectric Effects in Composites. Springer Dordrecht, 2014. 108 p.
14. Wang X. X., Tang X. G., Chan H. L. Electromechanical and ferroelectric properties of (Bi<sub>1/2</sub>Na<sub>1/2</sub>)TiO<sub>3</sub>-(Bi<sub>1/2</sub>K<sub>1/2</sub>)TiO<sub>3</sub>-BaTiO<sub>3</sub> lead-free piezoelectric ceramics // *Applied Physics Letters*. 2004. 85. 91-93. DOI: 10.1063/1.1767592

### References

1. Electrocaloric Materials / Editors T. Correia, Qi Zhang. Springer, Berlin, 2014. 243 p.
2. Es'kov A., Anokhin A., Pakhomov O., Semenov A., Fadeev E., Dedyk A., Kholkin A., Tselev A., Baranov I. V., Lähderanta E. Multiferroic properties of barium

strontium titanate ceramics doped with gadolinium and iron // *Ferroelectrics*. 2021. 574(1). 109-114. DOI: 10.1080/00150193.2021.1888054

3. Starkov A. S., Starkov I. A. Multicaloric effect in a solid: New aspects // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2014. 119(2). 258-263. DOI: 10.1134/S1063776114070097

4. Sokolovskiy V., Fayzullin R., Buchelnikov V. D., Droboseuk M. Theoretical treatment and direct measurements of magnetocaloric effect in  $\text{Ni}_{2.19}\text{-xFe}_{\text{x}}\text{Mn}_{0.81}\text{Ga}$  Heusler alloys // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2013. 343. 6-12. DOI: 10.1016/j.jmmm.2013.04.069

5. Xiao F., Fukuda T., Kakeshita T. Significant elastocaloric effect in a Fe-31.2Pd (at. %) single crystal // *Applied Physics Letters*. 2013. 102. 161914. DOI: 10.1063/1.4803168

6. Cui J., Wu Y., Muehlbauer J., Hwang Y., Radermacher R., Fackler S., Wuttig M., Takeuchi I. Demonstration of high efficiency elastocaloric cooling with large  $\Delta T$  using NiTi wires // *Applied Physics Letters*. 2012. 101. 073904. DOI: 10.1063/1.4746257

7. Bechtold C., Chluba C., Lima de Miranda R., Quandt E. High cyclic stability of the elastocaloric effect in sputtered TiNiCu shape memory films // *Applied Physics Letters*. 2012. 101. 091903. DOI: 10.1063/1.4748307

8. Mañosa L., Jarque-Farnos S., Vives E., Planes A. Large temperature span and giant refrigerant capacity in elastocaloric Cu-Zn-Al shape memory alloys // *Applied Physics Letters*. 2013. 103. 211904. DOI: 10.1063/1.4832339

9. Lisenkov S., Ponomareva I. Giant elastocaloric effect in ferroelectric  $\text{Ba}_{0.5}\text{Sr}_{0.5}\text{TiO}_3$  alloys from first-principles // *Physical Review*. 2012. B 86. 104103. DOI: 10.1103/PhysRevB.86.104103

10. Lisenkov S., Mani B. K., Chang C.-M., Almand J., Ponomareva I. Multicaloric effect in ferroelectric  $\text{PbTiO}_3$  from first principles // *Physical Review*. 2013. B 87. 224101. DOI: 10.1103/PhysRevB.87.224101

11. Liu Y., Infante I. C., Lou X. J., Bellaiche L., Scott J. F., Dkhil B. Giant room-temperature elastocaloric effect in ferroelectric ultrathin films // *Advanced Materials*. 2014. 26(35). 6132-5137. DOI: 10.1002/adma.201401935

12. Bichurin M., Petrov V., Zakharov A., Kovalenko D., Chul Yang S., Maurya D., Bedekar V., Priya S. Magnetoelectric Interactions in Lead-Based and Lead-Free Composites // *Materials*. 2011. 4(4). 651-702. DOI: 10.3390/ma4040651

13. Bichurin M. I., Petrov V. M. Modeling of Magnetoelectric Effects in Composites. Springer Dordrecht, 2014. 108 p.

14. Wang X. X., Tang X. G., Chan H. L. Electromechanical and ferroelectric properties of  $(\text{Bi}_{1/2}\text{Na}_{1/2})\text{TiO}_3$ – $(\text{Bi}_{1/2}\text{K}_{1/2})\text{TiO}_3$ – $\text{BaTiO}_3$  lead-free piezoelectric ceramics // *Applied Physics Letters*. 2004. 85. 91-93. DOI: 10.1063/1.1767592

#### Информация об авторах

*Петров Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7733-1030, Vladimir.Petrov@novsu.ru

*Карачинов Владимир Александрович* – доктор технических наук, профессор, профессор, ведущий научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9252-2233, Vladimir.Karachinov@novsu.ru

*Гаврушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru



## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.382

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).807-814

ГРНТИ 47.09.29

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### ВЛИЯНИЕ МАГНИТОСТРИКЦИОННОЙ ФАЗЫ НА МУЛЬТИКАЛОРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В МАГНИТОСТРИКЦИОННО-СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КОМПОЗИТЕ

Петров В. М., Саплев А. Ф., Гаврушко В. В.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Изучена зависимость мультикалорического эффекта в двухслойной структуре на основе титаната бария и феррита кобальта от объемной доли сегнетоэлектрика при использовании термодинамического подхода Ландау-Гинзбурга. Показано, что электрокалорический эффект можно регулировать с помощью объемной доли сегнетоэлектрика. Приложение магнитного поля является эффективным подходом для повышения мультикалорического эффекта в магнитоэлектрической структуре. Выбор магнитной компоненты оптимального состава, позволяющей создать в сегнетоэлектрическом слое необходимое механическое напряжение и обладающей магнитокалорическим эффектом в соответствующем диапазоне температур, позволит повысить мультикалорический эффект в двухслойной структуре.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, электрокалорический эффект, магнитокалорический эффект, эластокалорический эффект, мультиферроик

**Для цитирования:** Петров В. М., Саплев А. Ф., Гаврушко В. В. Влияние магнитоэлектрической фазы на мультикалорический эффект в магнитоэлектрично-сегнетоэлектрическом композите // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 807-814. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).807-814

*Research Article*

### MAGNETOSTRICTIVE PHASE INFLUENCE ON MULTICALORIC EFFECT IN MAGNETOSTRICTIVE-FERROELECTRIC COMPOSITE

Petrov V. M., Saplev A. F., Gavrushko V. V.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The ferroelectric volume fraction dependence of the multicaloric effect in a bilayer of barium titanate and cobalt ferrite was studied using the Landau-Ginzburg thermodynamic approach. It is shown that the electrocaloric effect can be controlled using the volume fraction of the ferroelectric. Magnetic field application is an effective tool to enhance the multicaloric effect in a magnetoelectric structure. The choice of an optimal magnetic component which has a magnetocaloric effect in the appropriate temperature range and enables generating the necessary mechanical stress in ferroelectric layer, will increase the multicaloric effect in a bilayer.

**Keywords:** mathematical modeling, electrocaloric effect, magnetocaloric effect, elastocaloric effect, multiferroic

**For citation:** Petrov V. M., Saplev A. F., Gavrushko V. V. Magnetoelectric phase influence on multicaloric effect in magnetoelectric-ferroelectric composite // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 807-814. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).807-814

### Введение

В качестве альтернативы используемого в настоящее время метода охлаждения, основанного на циклическом сжатии и расширении газа, исследуются

эффекты в твердом теле. Эти эффекты связаны с изменением энтропии, обусловленным переходом из упорядоченного в неупорядоченное состояние. При этом указанный переход происходит под влиянием внешних полей. К таким эффектам относится магнитокалорический эффект (МКЭ) [1-4], заключающийся в изменении намагниченности магнитоупорядоченного материала во внешнем магнитном поле. Это приводит к нагреву или охлаждению магнитного материала в условиях адиабатического процесса.

Известен также электрокалорический эффект (ЭКЭ) [6], который состоит в том, что внешнее электрическое поле вызывает изменение поляризации сегнетоэлектрического материала. Кроме того, существует барокалорический эффект (БКЭ) заключается в изменении энтропии при воздействии на материал гидростатического давления и эластокалорический эффект (ЭлКЭ) при воздействии на материал одноосного механического напряжения [7]. При воздействии на материал гидростатического давления или одноосного механического напряжения наблюдается повышение температуры, если имеет место переход в упорядоченное состояние.

Для достижения больших значений ЭКЭ необходимо использовать фазовые переходы, так как наиболее сильный ЭКЭ наблюдается в области фазового перехода. Для дополнительного увеличения ЭКЭ могут быть использованы такие приемы, как подбор толщины пленки [6, 8-11], модифицирование химического состава, изменение анизотропии материала, приложение механического напряжения [10, 12].

### Моделирование электрострикционного слоя

Рассмотрим слоистую магнитоэлектрично-сегнетоэлектрическую структуру, слои которой имеют идеальный механический контакт. Будем считать, что внешние электрическое и магнитное поля приложены вдоль оси Z.

Обозначим через  $F_f$  энергию сегнетоэлектрического упорядочения, через  $F_e$  упругую энергию, через  $F_{es}$  энергию электрострикции и через  $F_E$  энергию сегнетоэлектрика во внешнем электрическом поле. Плотность свободной энергии сегнетоэлектрика определяется следующим выражением [2, 12-14]:

$$F = F_f + F_e + F_{es} + F_E, \quad (1)$$

В качестве примера рассмотрим бессвинцовый сегнетоэлектрический материал – титанат бария. Энергия сегнетоэлектрического упорядочения титаната бария может быть представлена в виде разложения по четным степеням компонентов поляризации:

$$F_f = a_1 P_3^2 + a_{11} P_3^4 + a_{111} P_3^6 + a_{1111} P_3^8 \quad (2)$$

В уравнении (2) используются обозначения:  $P$  – поляризация,  $a_1, a_{11}, a_{111}, a_{1111}$  – коэффициенты диэлектрической жесткости.

Будем использовать для записи упругой энергии стандартное выражение:

$$F_e = \frac{c_{11}}{2}(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) + c_{12}(S_1S_2 + S_1S_3 + S_2S_3) \quad (3)$$

где  $S_i$  – компонента тензора напряжений,  $c_{11}$  и  $c_{12}$  – коэффициенты жесткости.

Энергия электрострикции сегнетоэлектрического слоя определяется известным соотношением

$$F_{es} = -q_{11}S_3P_3^2 - q_{12}(S_1 + S_2)P_3^2, \quad (4)$$

В уравнении (4) через  $q_{11}$  и  $q_{12}$  обозначены коэффициенты электрострикции.

Энергия сегнетоэлектрика во внешнем электрическом поле  $E_3$  определяется выражением:

$$F_E = -P_3 E_3. \quad (5)$$

Компоненты механических напряжений и деформаций можно определить, используя граничные условия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial S_1} &= \sigma_{p1}, \\ \frac{\partial F}{\partial S_2} &= \sigma_{p2}, \\ \frac{\partial F}{\partial S_3} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

В выражениях (6) через  $\sigma_p$  обозначен тензор механического напряжения в сегнетоэлектрической фазе двухслойной структуры.

Подстановка решений системы уравнений (6) в уравнение (1) приводит к следующему выражению:

$$F = a_1P_3^2 + b P_3^4 + a_{111}P_3^6 + a_{1111}P_3^8 - E_3P_3, \quad (7)$$

где

$$b = \frac{2a_{11}c_{11}^2 + 2c_{11}a_{11}c_{12} - c_{11}q_{11}^2 - 2c_{11}q_{12}^2 + 4q_{12}c_{12}q_{11} - q_{11}^2c_{12} - 4a_{11}c_{12}^2}{2(c_{11} + 2c_{12})(c_{11} - c_{12})}.$$

Из уравнения (7) видно, что учет граничных условий ведет к перенормировке коэффициента сегнетоэлектрической жесткости для четвертого порядка поляризации в плотности свободной энергии.

Для нахождения равновесной поляризации следует использовать уравнение:

$$\frac{\partial F}{\partial P_3} = -E_3. \quad (8)$$

В уравнении (8)  $F$  определяется выражением (7).

### Моделирование магнитоэлектрического слоя

Энергия ферритового кристалла записывается в виде

$$W = W_H + W_a + W_S + W_m + W_K. \quad (9)$$

Первый член в правой части выражения (9) – это энергия Зеемана

$$W_H = -\mathbf{M} \times \mathbf{H}_i, \quad (10)$$

где  $\mathbf{H}_i$  – внутреннее магнитное поле, включающее в себя размагничивающие поля.

Второй член представляет собой обменную энергию, которая для кубических кристаллов имеет вид

$$W_a = \frac{1}{2M_s} q \sum_i (\nabla M_i)^2, \quad (11)$$

где  $M_i$  – компоненты вектора намагниченности,  $q$  – константа неоднородного обмена, задаваемая выражением

$$q = H_a a^2, \quad (12)$$

где  $a$  – постоянная решетки,  $H_a$  – феноменологическое обменное поле.

Третий член в (9) соответствует упругой энергии

$$W_S = \frac{1}{2} {}^m c_{ijkl} {}^m S_{ij} {}^m S_{kl}. \quad (13)$$

Магнитоупругая энергия

$$W_m = \frac{1}{M_s^2} (b_{ij})_{\nu\mu} M_\nu M_\mu {}^m S_{ij}, \quad (14)$$

где  $b$  – константы магнитоупругой связи.

Будем считать, что кристаллическая решетка магнестрикционного слоя имеет кубическую симметрию. В этом случае для констант магнитоупругой связи и модулей упругости с целью упрощения вычислений можно ввести обозначения

$$B_1 = \frac{1}{3} b_{iiii}, \quad B_2 = \frac{1}{6} b_{ijij}, \quad c_{11} = \frac{1}{3} c_{iiii}, \quad c_{12} = \frac{1}{6} c_{iijj}, \quad c_{44} = \frac{1}{6} c_{ijij} \quad (15)$$

Для случая, когда оси координат направлены вдоль ребер куба, сумма энергии анизотропии  $W_K$ , магнитоупругой и упругой энергии запишется в виде:

$$\begin{aligned} W_S + W_m + W_K = & \frac{K_1}{M_s^4} (M_x^2 M_y^2 + M_y^2 M_z^2 + M_z^2 M_x^2) + \frac{K_2}{M_s^6} M_x^2 M_y^2 M_z^2 + \\ & \frac{B_1}{M_s^2} (M_x^2 {}^m S_1 + M_y^2 {}^m S_2 + M_z^2 {}^m S_3) + \\ & + \frac{B_2}{M_s^2} (M_y M_z {}^m S_4 + M_z M_x {}^m S_5 + M_x M_y {}^m S_6) + \\ & + \frac{1}{2} {}^m c_{11} ({}^m S_1^2 + {}^m S_2^2 + {}^m S_3^2) + \frac{1}{2} {}^m c_{44} ({}^m S_4^2 + {}^m S_5^2 + {}^m S_6^2) + \\ & {}^m c_{12} ({}^m S_1 {}^m S_2 + {}^m S_2 {}^m S_3 + {}^m S_3 {}^m S_1). \end{aligned} \quad (16)$$

В этом выражении симметричный тензор деформации  ${}^m S_{ij}$  преобразован к виду  $1 \times 6$ .

Нужно подчеркнуть, что в уравнениях магнестрикционный материал считается однородно намагниченным монокристаллом кубической симметрии, грани которого параллельны координатным осям и поверхностям композита. Именно в

этой связи тензор анизотропии формы имеет диагональный вид. Это используется при нахождении равновесной намагниченности.

### **Применение модели для расчета мультикалорического эффекта в двухслойной магнитострикционно-сегнетоэлектрической структуре**

Уравнения (7) и (16) представляют собой систему, описывающую двухслойный композит. Математически связь между слоями реализуется в граничных условиях для слоистой структуры. В нашей задаче эти условия заключаются в равенствах смещений и усилий на границе раздела фаз:

$$\begin{aligned} {}^m\mathbf{U}|_{\Omega_0} &= {}^p\mathbf{U}|_{\Omega_0}, \\ {}^m\mathbf{T}|_{\Omega_0} &= {}^p\mathbf{T}|_{\Omega_0}, \\ {}^m\mathbf{T}|_{\Omega_m} &= 0, \\ {}^p\mathbf{T}|_{\Omega_p} &= 0, \end{aligned} \tag{17}$$

где  $\Omega_0$ ,  $\Omega_m$ ,  $\Omega_p$  – граничные поверхности, соответственно, раздела фаз, ферритовой фазы и пьезоэлектрической фазы.

Уравнения (17) с учетом (7) и (16) позволяют определить компоненты механических напряжения в магнитострикционном и сегнетоэлектрическом слоях, индуцируемые при приложении внешних электрического и магнитного полей. Механические напряжения могут оказывать существенное влияние на ЭКЭ в сегнетоэлектрике [15, 16] и МКЭ в магнитострикционном слое. Таким образом, наличие механического контакта между компонентами слоистой структуры может привести к усилению мультикалорического эффекта.

В качестве примера рассмотрим слоистую структуру, состоящую из бессвинцового сегнетоэлектрика титаната бария и феррита кобальта. Численные оценки выполнены для температуры.  $T=25^\circ\text{C}$ . Полученные оценки основаны на следующих значениях коэффициентов в выражении для плотности свободной энергии в единицах СИ [10, 12, 14]:  $a_1=4.124\cdot 10^5\cdot (T - 115)$ ,  $a_{11}=5.328\cdot 10^8$ ,  $a_{111}=1.294\cdot 10^9$ ,  $a_{1111}=3.863\cdot 10^{10}$ ,  $c_{11}=1.755\cdot 10^{11}$ ,  $c_{12}=8.464\cdot 10^{10}$ ,  $q_{11}=1.203\cdot 10^{10}$ ,  $q_{12}=-1.878\cdot 10^9$ ,  $M_s = 2800$  Гс,  ${}^m c_{44} = 0,25\cdot 10^{11}$  Дж/м<sup>3</sup>,  $B_2 = 7,4\cdot 10^6$  Э<sup>2</sup>.

$$\Delta T_E = - \int_0^E \frac{T}{C_E} \frac{\partial P_3}{\partial T} dE,$$

где  $C_E$  – теплоемкость при постоянном электрическом поле. Производная от поляризации по температуре вычисляется при постоянных электрическом поле и механическом напряжении.

Из данных рисунка 1 следует, что механический контакт в двухслойной структуре на основе титаната бария и феррита кобальта приводит к увеличению ЭКЭ приблизительно в 7 раз по сравнению со свободно стоящим слоем титаната

бария. К сожалению, МКЭ в феррите кобальта имеет максимум на другой температуре, не совпадающей с максимумом ЭКЭ в титанате бария. Подбор параметров магнитострикционного слоя с частичным замещением кобальта позволит получить увеличение мультикалорического эффекта за счет повышения вклада МКЭ в ферритовом слое.

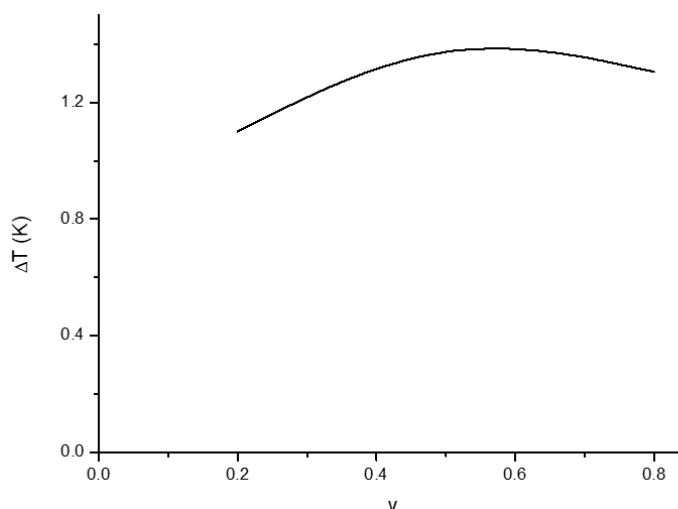


Рисунок 1. Электрокалорический эффект в двухслойной структуре на основе титаната бария и феррита кобальта как функция объемной доли сегнетоэлектрической компоненты. Напряженность электрического поля равна 100 кВ/см, напряженность магнитного поля равна 4000 Э, температура равна 320 К

### Заключение

Влияние объемной доли сегнетоэлектрика на мультикалорический эффект в двухслойной структуре на основе титаната бария и феррита кобальта изучено при помощи термодинамического подхода Ландау-Гинзбурга. Показано, что электрокалорический эффект можно регулировать с помощью объемной доли сегнетоэлектрика. Сжимающее напряжение в рассматриваемой двухслойной магнитострикционно-сегнетоэлектрической структуре является следствием механически связанных слоев сегнетоэлектрика и магнитострикционного материала. Выбор магнитной компоненты оптимального состава, позволяющей создать в сегнетоэлектрическом титанате бария необходимое механическое напряжение и обладающей магнитокалорическим эффектом в соответствующем диапазоне температур, позволит повысить мультикалорический эффект в двухслойной структуре.

### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-20119, <https://rscf.ru/project/22-21-20119/>.

### Список литературы

1. De Oliveira N. A., von Ranke P. J. Theoretical aspects of the magnetocaloric effect // Physics Reports. 2010. 489(4/5). 89-159. DOI: 10.1016/j.physrep.2009.12.006

2. Planes A., Castán T., Saxena A. Thermodynamics of multicaloric effects in multiferroic materials: application to metamagnetic shape-memory alloys and ferrotoroidics // *Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences*. 2016. 374(2016). 20150304. DOI: 10.1098/rsta.2015.0304
3. Hou H., Qian S., Takeuchi I. Materials, physics and systems for multicaloric cooling // *Nature Reviews Materials*. 2022. 7. 633-652. DOI: 10.1038/s41578-022-00428-x
4. Hao J.-Z., Hu F.-X., Yu Z.-B., Shen F.-R., Zhou H.-B., Gao Y.-H., Qiao K.-M., Li J., Zhang C., Liang W.-H., Wang J., He J., Sun J.-R., Shen B.-G. Multicaloric and coupled-caloric effects // *Chinese Physics B*. 2020. 29(4). 047504. DOI: 10.1088/1674-1056/ab7da7
5. Vopson M. M. The multicaloric effect in multiferroic materials // *Solid State Communications*. 2012. 152(23). 2067-2070. DOI: 10.1016/j.ssc.2012.08.016
6. *Electrocaloric Materials*. Springer, Berlin, 2014. 253 p.
7. Старков А. С., Старков И. А. Мультикалорический эффект в твердом теле: новые аспекты // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2014. 146(2). 297-303. DOI: 10.7868/S0044451014080082
8. Cui J., Wu Y., Muehlbauer J., Hwang Y., Radermacher R., Fackler S., Wuttig M., Takeuchi I. Demonstration of high efficiency elastocaloric cooling with large  $\Delta T$  using NiTi wires // *Applied Physics Letters*. 2012. 101(7). 073904. DOI: 10.1063/1.4746257
9. Bechtold C., Chluba C., Lima de Miranda R., Quandt E. High cyclic stability of the elastocaloric effect in sputtered TiNiCu shape memory films // *Applied Physics Letters*. 2012. 101(9). 091903. DOI: 10.1063/1.4748307
10. Mañosa L., Jarque-Farnos S., Vives E., Planes A. Large temperature span and giant refrigerant capacity in elastocaloric Cu-Zn-Al shape memory alloys // *Applied Physics Letters*. 2013. 103(21). 211904. DOI: 10.1063/1.4832339
11. Lisenkov S., Mani B. K., Chang C.-M., Almand J., Ponomarev I. Multicaloric effect in ferroelectric PbTiO<sub>3</sub> from first principles // *Physical review. B, Condensed matter*. 2013. B 87(22). 224101. DOI: 10.1103/PhysRevB.87.224101
12. Es'kov A. V., Anokhin A. S., Pakhomov O. V., Semenov A. Multiferroic properties of barium strontium titanate ceramics doped with gadolinium and iron // *Ferroelectrics*. 2021. 574(1). 109-114. DOI: 10.1080/00150193.2021.1888054
13. Sokolovskiy R. R., Fayzullin V. D., Buchelnikov S. V., Taskaev S., Drobosyuk M., Khovaylo V. Theoretical treatment and direct measurements of magnetocaloric effect in Ni<sub>2.19</sub>-xFeMn<sub>0.81</sub>Ga Heusler alloys // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2013. 343. 6-12. DOI: 10.1016/j.jmmm.2013.04.069
14. Bichurin M., Petrov V., Zakharov A., Kovalenko D., Yang S. C., Maurya D., Bedekar V., Priya S. Magnetoelectric Interactions in Lead-Based and Lead-Free Composites // *Materials*. 2011. 4(4). 651-702. DOI: 10.3390/ma4040651
15. Xiao F., Fukuda T., Kakeshita T. Significant elastocaloric effect in a Fe-31.2Pd (at. %) single crystal // *Applied Physics Letters*. 2013. 102(16). 161914. DOI: 10.1063/1.4803168
16. Liu Y., Infante I. C., Lou X. J., Bellaiche L., Scott J. F., Dkhil B. Giant room-temperature elastocaloric effect in ferroelectric ultrathin films // *Advanced Materials*. 2014. 26(35). 6132-6137. DOI: 10.1002/adma.201401935

## References

1. De Oliveira N. A., von Ranke P. J. Theoretical aspects of the magnetocaloric effect // *Physics Reports*. 2010. 489(4/5). 89-159. DOI: 10.1016/j.physrep.2009.12.006
2. Planes A., Castán T., Saxena A. Thermodynamics of multicaloric effects in multiferroic materials: application to metamagnetic shape-memory alloys and ferrotoroidics

- // Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences. 2016. 374(2016). 20150304. DOI: 10.1098/rsta.2015.0304
3. Hou H., Qian S., Takeuchi I. Materials, physics and systems for multicaloric cooling // Nature Reviews Materials. 2022. 7. 633-652. DOI: 10.1038/s41578-022-00428-x
  4. Hao J.-Z., Hu F.-X., Yu Z.-B., Shen F.-R., Zhou H.-B., Gao Y.-H., Qiao K.-M., Li J., Zhang C., Liang W.-H., Wang J., He J., Sun J.-R., Shen B.-G. Multicaloric and coupled-caloric effects // Chinese Physics B. 2020. 29(4). 047504. DOI: 10.1088/1674-1056/ab7da7
  5. Vopson M. M. The multicaloric effect in multiferroic materials // Solid State Communications. 2012. 152(23). 2067-2070. DOI: 10.1016/j.ssc.2012.08.016
  6. Electrocaloric Materials. Springer, Berlin, 2014. 253 p.
  7. Starkov A. S., Starkov I. A. Multicaloric effect in a solid: New aspects // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 2014. 119(2). 258-263. DOI: 10.1134/S1063776114070097
  8. Cui J., Wu Y., Muehlbauer J., Hwang Y., Radermacher R., Fackler S., Wuttig M., Takeuchi I. Demonstration of high efficiency elastocaloric cooling with large  $\Delta T$  using NiTi wires // Applied Physics Letters. 2012. 101(7). 073904. DOI: 10.1063/1.4746257
  9. Bechtold C., Chluba C., Lima de Miranda R., Quandt E. High cyclic stability of the elastocaloric effect in sputtered TiNiCu shape memory films // Applied Physics Letters. 2012. 101(9). 091903. DOI: 10.1063/1.4748307
  10. Mañosa L., Jarque-Farnos S., Vives E., Planes A. Large temperature span and giant refrigerant capacity in elastocaloric Cu-Zn-Al shape memory alloys // Applied Physics Letters. 2013. 103(21). 211904. DOI: 10.1063/1.4832339
  11. Lisenkov S., Mani B. K., Chang C.-M., Almand J., Ponomarev I. Multicaloric effect in ferroelectric PbTiO<sub>3</sub> from first principles // Physical review. B, Condensed matter. 2013. B 87(22). 224101. DOI: 10.1103/PhysRevB.87.224101
  12. Es'kov A. V., Anokhin A. S., Pakhomov O. V., Semenov A. Multiferroic properties of barium strontium titanate ceramics doped with gadolinium and iron // Ferroelectrics. 2021. 574(1). 109-114. DOI: 10.1080/00150193.2021.1888054
  13. Sokolovskiy R. R., Fayzullin V. D., Buchelnikov S. V., Taskaev S., Drobosyuk M., Khovaylo V. Theoretical treatment and direct measurements of magnetocaloric effect in Ni<sub>2</sub>19-xFexMn<sub>0.81</sub>Ga Heusler alloys // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2013. 343. 6-12. DOI: 10.1016/j.jmmm.2013.04.069
  14. Bichurin M., Petrov V., Zakharov A., Kovalenko D., Yang S. C., Maurya D., Bedekar V., Priya S. Magnetoelectric Interactions in Lead-Based and Lead-Free Composites // Materials. 2011. 4(4). 651-702. DOI: 10.3390/ma4040651
  15. Xiao F., Fukuda T., Kakeshita T. Significant elastocaloric effect in a Fe-31.2Pd (at. %) single crystal // Applied Physics Letters. 2013. 102(16). 161914. DOI: 10.1063/1.4803168
  16. Liu Y., Infante I. C., Lou X. J., Bellaiche L., Scott J. F., Dkhil B. Giant room-temperature elastocaloric effect in ferroelectric ultrathin films // Advanced Materials. 2014. 26(35). 6132-6137. DOI: 10.1002/adma.201401935

#### Информация об авторах

*Петров Владимир Михайлович* – доктор технических наук, профессор, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7733-1030, Vladimir.Petrov@novsu.ru

*Саплев Алексей Фёдорович* – преподаватель, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0008-9052-7987, Alexey.Saplev@novsu.ru

*Гаврушко Валерий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-8704-6751, Valery.Gavrushko@novsu.ru



# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

---

УДК 621.565.83:621.396.6

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).815-823

ГРНТИ 55.39.41+47.47

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОСМОСА ДЛЯ ТЕПЛОВЫХ ТРУБ

Петров Р. В., Килиба Ю. В., Захаров М. А., Эминов С. И.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Статья посвящена исследованию проблемы применения электроосмоса в пористых и капиллярных системах тепловых труб, предназначенных для использования в системах охлаждения радиоаппаратуры. Использование электроосмоса в тепловых трубах уменьшит гравитационную зависимость теплового сопротивления тепловой трубы и позволит контролировать ее производительность. В статье представлены результаты практической реализации электроосмотических насосов, используемых в системах охлаждения. В заключении рассмотрены перспективы использования электроосмоса в тепловых трубах.

**Ключевые слова:** электроосмос, тепловые трубы, системы охлаждения

**Для цитирования:** Петров Р. В., Килиба Ю. В., Захаров М. А., Эминов С. И. Исследование электрического осмоса для тепловых труб // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 815-823. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).815-823

*Research Article*

## INVESTIGATION OF ELECTRIC OSMOSIS FOR HEAT PIPES

Petrov R. V., Kiliba Yu. V., Zakharov M. A., Eminov S. I.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Annotation** The article is devoted to the study of the problem of the electroosmosis application in porous and capillary systems of heat pipes intended for use in cooling systems of radio equipment. The use of electroosmosis in heat pipes will reduce the gravitational dependence of thermal resistance of a heat pipe and will allow you to control its performance. The article presents the results of the practical implementation of electroosmotic pumps used in cooling systems. In conclusion, the prospects of using electroosmosis in heat pipes are considered.

**Keywords:** electroosmosis, heat pipes, cooling systems

**For citation:** Petrov R. V., Kiliba Yu. V., Zakharov M. A., Eminov S. I. Investigation of electric osmosis for heat pipes // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 815-823. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).815-823

## Введение

Радиоэлектронная аппаратура, энергетические установки, автоматические комплексы и прочие инженерные разработки практически всегда требуют больших энергетических затрат. Значительная энергетическая мощность таких систем и комплексов, требует определённых инженерных методов по отводу тепла от теплонагруженных элементов конструкции. Одним из таких методов, который широко применяют на практике в настоящее время в сочетании с принудительно обдуваемым радиатором, является быстрый отвод тепла из опасной тепловой зоны

с использованием тепловых труб. Увеличение надёжности работы радиоэлектронных систем и комплексов в целом, повышение эффективности применяемых полупроводниковых приборов, необходимость непрерывной работы может быть обеспечена с использованием средств для охлаждения опасных зон перегрева в устройствах, например, таких как тепловые трубы.

Тепловую трубу можно рассматривать как конструктивный элемент системы охлаждения. Принцип действия их основан на явлениях фазовых переходов (кипение, испарение, конденсация) теплоносителя, помещенного в трубу. Например, в закрытых металлических трубах, выполненных из теплопроводящего металла, может находиться легкокипящая жидкость [1]. В этом случае при нагреве одной из сторон, так называемой зоны испарения тепловой трубы, в которой происходит кипение жидкости и далее испарение, теплоноситель в виде пара переносится в зону охлаждения. Пар движется по нейтральной зоне в сторону холодной стороны трубы в зону конденсации. Здесь он конденсируется, опять превращаясь в жидкость и стекая обратно в зону испарения по фитилю. Увеличение эффективности работы тепловых труб возможно достигнуть с помощью применения эффекта электрического осмоса [2]. Статья посвящена рассмотрению принципа действия и возможности применения на практике электрического осмоса в тепловых трубах для охлаждения в том числе и радиоэлектронной аппаратуры.

### Электрический осмос в тепловых трубах

Тепловые трубы известны как высокоэффективные проводники тепла. Теплопроводность тепловой трубы превышает в 100 раз теплопроводность металлического прутка, площадь поперечного сечения которого равна площади поперечного сечения такой тепловой трубы. Еще одно достоинство тепловых труб заключается в отсутствии движущихся и изнашивающихся элементов, что определяет их высокую надежность при правильном расчете с учетом условий эксплуатации и соблюдении технологии производства.

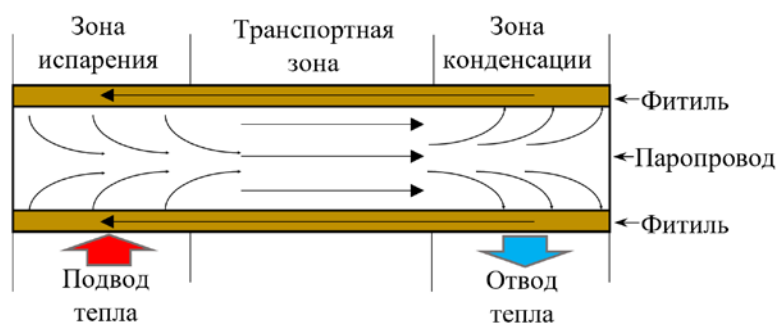


Рисунок 1. Принцип функционирования тепловой трубы

На рисунке 1 показан разрез тепловой трубы. Она состоит из герметичного корпуса из теплопроводящего материала. На внутренней поверхности корпуса с обеспечением теплового контакта с корпусом размещён фитиль. Внутри трубы после

удаления воздуха залит теплоноситель, при этом фитиль должен быть насыщен теплоносителем и допускается небольшой избыток теплоносителя в зоне испарения.

При подводе тепловой энергии в зону испарения жидкий теплоноситель испаряется с поверхности фитиля. Пар из-за разности давлений между зоной испарения и зоной конденсации теплоносителя по паропроводу движется в зону конденсации через транспортную зону, которая не участвует в теплообмене. Температура в зоне конденсации ниже температуры пара, что приводит к конденсации паров теплоносителя на поверхности фитиля в зоне конденсации. Таким образом, в зоне конденсации в фитиле возникает избыток теплоносителя, а в зоне испарения количество жидкости в фитиле из-за испарения уменьшается. Благодаря капиллярному напору и градиенту количества теплоносителя в фитиле жидкий теплоноситель движется из зоны конденсации в зону испарения.

Для повышения эффективности работы тепловой трубы необходимо выбирать теплоноситель химически нейтральный к материалам корпуса и фитиля, жидкость должна смачивать фитиль. Плотность насыщенных паров теплоносителя, давление насыщенного пара теплоносителя и скрытая теплота парообразования должны иметь максимальные значения, а вязкость теплоносителя в диапазоне рабочих температур тепловой трубы должна иметь минимальное значение.

Для температурных границ работы электронной аппаратуры оптимальными теплоносителями являются: аммиак, вода, спирты и ацетон. Материалы для изготовления корпуса тепловой трубы: медь, алюминий, керамика. Известны оптимальные пары теплоносителя и материала тепловой трубы [3], например: медь-вода, аммиак-алюминий, ацетон-алюминий, спирт-алюминий.

Но тепловые трубы обладают одним существенным недостатком – гравитационной зависимостью. На рисунке 2 а показано нормальное рабочее положение тепловой трубы в условиях гравитации: жидкий теплоноситель под воздействием гравитации и капиллярных сил перемещается в зону испарения. Например, экспериментально установлено, что для нормальной работы тепловой трубы диаметром 12 мм алюминий-аммиак с артериальным фитилем угол  $\alpha$  должен находиться в диапазоне от  $3^0$  до  $177^0$  [4], то есть зона испарения должна располагаться ниже зоны конденсации. На рисунке 2 б показано «неправильное» положение тепловой трубы, в котором она полностью неработоспособна, либо передаваемая ею мощность падает до уровня 1...2% от номинала [4]. Жидкий теплоноситель под действием гравитации скапливается в зоне конденсации, при этом происходит осушение фитиля в зоне испарения, что приводит к неработоспособности тепловой трубы в случае, когда зона испарения находится выше зоны конденсации. Как правило неправильное положение тепловой трубы может возникнуть при эксплуатации переносной аппаратуры, либо аппаратуры, устанавливаемой на транспортных средствах.

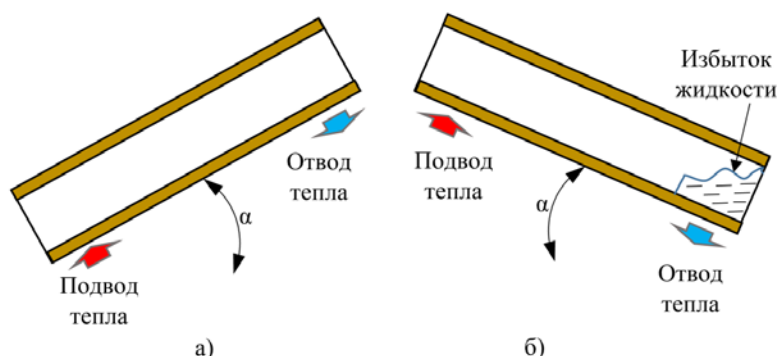


Рисунок 2. Гравитационная зависимость тепловой трубы: а) рабочее положение тепловой трубы, б) тепловая труба неработоспособна

Для устранения либо уменьшения гравитационной зависимости тепловой трубы предлагается в конструкцию классической тепловой трубы ввести насос, что позволит уменьшить, или совсем устранить влияние гравитации на производительность тепловой трубы. В основе такого насоса может быть явление электрического осмоса, заключающееся в прохождении жидкости через капилляры под воздействием внешнего электрического поля [5].

Явление электроосмоса используется в различных областях, таких как химия, медицина, геофизика, энергетика. К ним относятся: капиллярная электрохроматография [6], дренирование и регенерация [7], откачка [8]. Электроосмотическое течение описывается простой моделью профиля скорости жидкости, а отсутствие движущихся частей, простота реализации и эксплуатации обеспечивают высокую повторяемость и надежность [5].

Механизм действия электроосмоса заключается в возникновении двойного электрического слоя. При контакте нерастворимого материала стенки с жидкостью происходит диссоциация ионов, внутренняя обкладка двойного электрического слоя образуется на стенке, а ионы противоположного знака располагаются в диффузионном слое жидкости, что объясняется ионизацией поверхностных молекул твердых частиц либо избирательной адсорбцией поверхностью частиц одного из ионов электролита, находящегося в растворе (рисунок 3). При этом заряд на стенке и заряд жидкости имеют противоположные знаки, но одинаковы по абсолютной величине. Двойной электрический слой представляется в виде плоского конденсатора, одна обкладка которого стенка, а вторая обкладка жидкость. Толщина такого конденсатора равна радиусу потенциалопределяющих ионов.

На рисунке 3 показан разрез капилляра. При приложении внешнего напряжения от источника питания 5, возникает электрическое поле, направленное вдоль стенки, ионы, располагающиеся в диффузионном слое жидкости 2 начинают двигаться к противоположно заряженному электроду. Движение ионов вдоль стенки вызывает в свою очередь движение жидкости в пограничной области по всему периметру капилляра 3, и за счет вязкого трения начинает двигаться весь объем жидкости 4, находящейся в капилляре, при этом чем больше напряженность

электрического поля, чем больше толщина диффузионного слоя и чем меньше диаметр капилляра, тем интенсивнее будет происходить электроосмотический перенос жидкости.

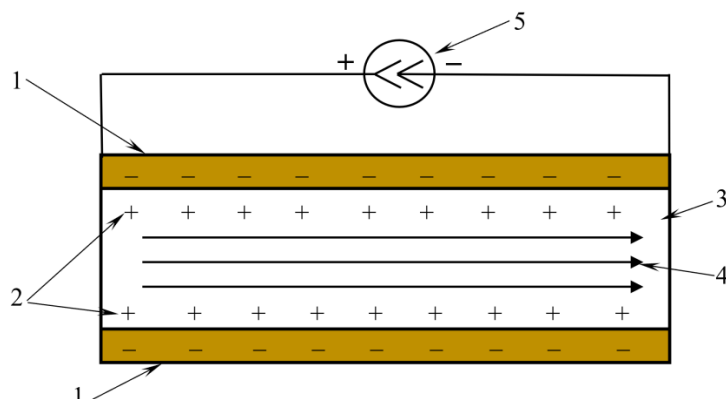


Рисунок 3. Возникновение двойного электрического слоя и движение жидкости в капилляре под действием внешнего электрического поля. 1. Стенка. 2. Диффузионный слой. 3. Капилляр. 4. Поток жидкости в капилляре. 5. Источник питания

Электрический осмос описывается уравнением Гельмгольца-Смолуховского (1), которое описывает скорость дисперсной среды под влиянием приложенного электрического поля.

$$V = \frac{\xi \times \varepsilon \times \varepsilon_0 \times E_{\text{вн}}}{\eta}, \quad (1)$$

где:  $\xi$  – электрокинетический потенциал,

$\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,

$\varepsilon_0$  – электрическая постоянная:  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м,

$E_{\text{вн}}$  – разность потенциалов на концах капилляра,

$\eta$  – вязкость среды.

Зная скорость движения жидкости по капилляру можно рассчитать такие важные для электроосмотического насоса параметры, как расход жидкости, давление и их зависимость от приложенного напряжения.

Также электроосмотическое течение в микро- и наносистемах теоретически изучалось методами численного моделирования. Внутренний потенциал для плоской поверхности описывается уравнением Пуассона, которое можно линеаризовать при малых значениях электрического потенциала с помощью приближения Дебая–Хюккеля. Из-за малых размеров микроканалов получение экспериментальных данных обычно затруднено. Фитиль тепловой трубы, по которому движется жидкий теплоноситель, представляет собой пористую среду, что позволит применить результаты исследований электроосмотического течения для расчета фитиля не только по капиллярному давлению и силе тяжести, но и для учета электроосмотического давления. Для практического применения основной интерес при расчете электроосмотических насосов представляют следующие два параметра: массовый расход жидкого теплоносителя в единицу времени, что даёт

оценку возможности насоса при транспортировке тепловой энергии и давление жидкости на выходе насоса, что позволяет оценить возможности насоса по преодолению гидравлического сопротивления всей системы охлаждения.

Наиболее эффективным для формирования электроосмотического потока является комбинированный механизм, заключающийся в одновременном действии электрического и магнитного полей на электропроводящую жидкость. Электромагнитная гидродинамика описывает поток жидкости, на который воздействует электрическое и магнитное поле, индуцирующее силу Лоренца. Средняя скорость электромагнитных гидродинамических течений в микроканальных насосах может быть увеличена за счет воздействия слабого магнитного поля. Известен микронасос переменного тока, в котором раствор электролита приводится в движение силой Лоренца.

Тепловая труба с электроосмотическим насосом представлена на рисунке 4. При наклоне тепловой трубы 1 таким образом, что зона испарения будет находиться выше зоны конденсации, в зоне конденсации начнет скапливаться жидкий теплоноситель 2. Через подводящую трубку 3 жидким теплоносителем заполняется корпус электроосмотического насоса 5, и пористая структура 6. При подаче напряжения от источника питания 7 на пористую структуру 6, пропитанную жидким теплоносителем, жидкость через отводящую трубку 4 будет подаваться в зону испарения тепловой трубы 1. Таким образом, работоспособность тепловой трубы будет поддерживаться непрерывно.

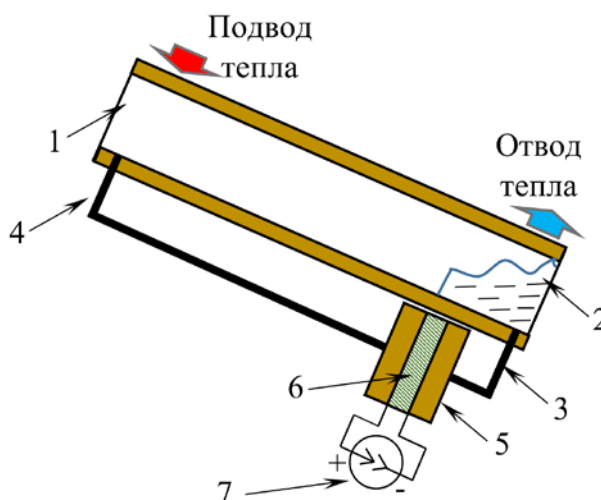


Рисунок 4. Тепловая труба с электроосмотическим насосом. 1. Тепловая труба. 2. Жидкость в зоне конденсации. 3. Подводящая трубка. 4. Отводящая трубка. 5. Электроосмотический насос. 6. Пористая структура. 7. Источник питания

Напряжение на пористую структуру может подаваться постоянно, что избавит от необходимости отслеживать положение тепловой трубы в пространстве. При заполнении пористой структуры жидкостью начнет работать электроосмотический насос, при отсутствии жидкости в пористой структуре работа по перемещению

жидкости выполняться не будет, и, соответственно, не будет потребления тока от источника питания.

В [6] описана жидкостная система охлаждения с электроосмотическим насосом. Производительность насоса, основанного на пористой структуре из стекла с порами 1 мкм диаметром 30 мм и толщиной 2 мм, составляла 0,02 литра/мин, при давлении на выходе 30 кПа и при напряженности электрического поля 60 В/мм. Перегрев охлаждающей жидкости в системе охлаждения составлял 60 °С. С учетом теплоемкости воды 4,18 кДж/кг электроосмотический насос обеспечивал отвод 5 кДж в минуту. Если такой-же насос будет работать с тепловой трубой, то с учетом нагрева воды до состояния кипения и полного испарения жидкости, количество теплоты парообразования для воды составляет 2258 кДж/кг, то система электроосмотический насос-тепловая труба обеспечит отвод тепловой энергии 50 кДж в минуту, что в десять раз превышает возможности жидкостной системы охлаждения с теми же энергозатратами.

Тепловые трубы уже давно не являются экзотикой, применяемой только в космической и военной технике. Например, сейчас тепловые трубы медь-вода в широко используются в компьютерной технике, они имеют малую длину и капиллярный напор фитильной структуры позволяет противодействовать гравитации. Но при увеличении длины тепловых труб начинает проявляться гравитационная зависимость, применение электроосмотических насосов позволит устранить снижение их тепловой производительности. Хотя при этом теряется главное достоинство тепловой трубы: отсутствие какого-либо питания, труба работает за счет тепловой энергии, которую необходимо отвести от тепловыделяющих элементов. Высокая эффективность систем охлаждения, основанных на цикле испарение-конденсация, превосходящая в 10 раз обычные жидкостные системы охлаждения и позволяет надеяться, что тепловые трубы с электроосмотическим насосом займут свою нишу во всем многообразии охлаждающих систем. Дальнейшее развитие тепловых труб с электроосмотическим насосом видится как гибрид кольцевой системы охлаждения с разделенными гладкими трубопроводами для жидкой и парообразной фаз теплоносителя, испарителем и конденсатором, которые содержат фитильную структуру не для транспортировки теплоносителя, а для увеличения площади испарения и конденсации.

### **Заключение**

Статья посвящена исследованию проблемы применения электроосмоса в пористых и капиллярных системах тепловых труб предназначенных для использования в системах охлаждения радиоаппаратуры. Использование электроосмоса в тепловых трубах уменьшит гравитационную зависимость теплового сопротивления тепловой трубы и позволит контролировать ее производительность. Тепловые трубы сейчас широко используются в компьютерных технологиях, а не

только в космической и военной технике. Например, медно-водяные тепловые трубки сейчас широко используются в ноутбуках, они имеют небольшую длину, а капиллярное давление фитильной структуры позволяет противодействовать силе тяжести. Но гравитационная зависимость начинает проявляться с увеличением длины тепловых труб. Использование электроосмотических насосов устранило снижение их тепловых характеристик. Хотя в этом случае теряется главное преимущество тепловой трубы – отсутствие какого-либо источника питания, труба работает только за счет тепловой энергии, которую необходимо отводить от тепловыделяющих элементов. Высокая эффективность систем охлаждения, основанных на цикле испарения-конденсации, которая в 10 раз выше, чем у обычных систем жидкостного охлаждения, позволяет предположить, что тепловые трубки с электроосмотическим насосом займут определенную коммерческую нишу. Дальнейшее развитие тепловых труб с электроосмотическим насосом предполагается как гибридная кольцевая система охлаждения с разделенными гладкими трубопроводами для жидкой и паровой фаз хладагента, испарителя и конденсатора, которые содержат фитильную конструкцию не для транспортировки хладагента, а для увеличения площади испарения и конденсации.

### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-29-10187, <https://rscf.ru/project/23-29-10187/>).

### Список литературы

1. Сергеев И. С., Белов И. А., Быстрова А. Г., Петров Р. В. Лабораторная технология изготовления тепловых труб для источников вторичного электропитания с повышенным КПД // Вестник Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого. Серия. Технические науки. 2020. №2(118). 56-61. DOI: 10.34680/2076-8052.2020.2(118).56-61
2. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Москва: Физматгиз, 1959. 699 с.
3. Дан П. Д., Рей Д. А. Тепловые трубы / перевод с английского Ю. А. Зейгарника. Москва: Энергия, 1979. 271 с. (Перевод издания: Dunn, P. D. Heat pipes / P. D. Dunn, D. A. Reay. Pergamon Press, Oxford-New York-Toronto-Sydney- Paris-Braunschweig, 1976).
4. Ивановский М. Н., Сорокин В. П. Физические основы тепловых труб. Москва: Атомиздат 1978. 256 с.
5. Килиба Ю. В., Киселев В. А., Петров Р. В., Татаренко А. С. Электрический осмос в тепловых трубах // Вестник НовГУ. 2021. 2(123). 27-30. DOI: 10.34680/2076-8052.2021.2(123).27-30
6. Liapis A. I., Grimes B. A. Modeling the velocity field of the electroosmotic flow in charged capillaries and in capillary columns packed with charged particles: interstitial and intraparticle velocities in capillary electrochromatography systems // Journal of Chromatography A. 2000. 877(1). 181-215. DOI: 10.1016/S0021-9673(00)00185-0
7. Chapman D. L. Li. A contribution to the theory of electrocapillarity // The London Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1913. 25(148). 475-481. DOI: 10.1080/14786440408634187



8. Berrouche Y., Avenas Y., Schaeffer C., Chang H. C., Wang P. Design of a porous electroosmotic pump used in power electronic cooling // IEEE Transactions on Industry Applications. 2009. 45(6). 2073-2079. DOI: 10.1109/TIA.2009.2031934

### References

1. Sergeev I.S., Belov I.A., Bystrova A.G., Petrov R.V. Laboratornaia tekhnologiya izgotovleniya teplovykh trub dlia istochnikov vtorichnogo elektropitaniia s povyshennym KPD [Laboratory technology for manufacturing heat pipes for secondary power sources with increased efficiency] // Vestnik NovSU. 2020. 2(118). 56-61. DOI: 10.34680/2076-8052.2020.2(118).56-61

2. Levich V. G. Fiziko-khimicheskaya gidrodinamika [Physico-chemical hydrodynamics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 699 p.

3. Dunn P. D., Reay D. A. Heat pipes. Pergamon Press, Oxford-New York-Toronto-Sydney-Paris-Braunschweig, 1976. (Russ. ed.: Dan P. D., Reay D. A. Teplovyye trubyy. Moscow, Energiya Publ., 1979. 271 p.)

4. Ivanovsky M. N., Sorokin V. P. Fizicheskie osnovy teplovykh trub [Physical foundations of heat pipes]. Moscow, Atomizdat Publ., 1978. 256 p.

5. Kiliba Yu. V., Kiselev V. A., Petrov R. V., Tatarenko A. S. Elektricheskii osmos v teplovykh trubakh [Electroosmosis in heat pipes] // Vestnik NovSU. 2021. 2(123). 27-30. DOI: 10.34680/2076-8052.2021.2(123).27-30

6. Liapis A. I., Grimes B. A. Modeling the velocity field of the electroosmotic flow in charged capillaries and in capillary columns packed with charged particles: interstitial and intraparticle velocities in capillary electrochromatography systems // Journal of Chromatography A. 2000. 877(1). 181-215. DOI: 10.1016/S0021-9673(00)00185-0

7. Chapman D. L. Li. A contribution to the theory of electrocapillarity // The London Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. 1913. 25(148). 475-481. DOI: 10.1080/14786440408634187

8. Berrouche Y., Avenas Y., Schaeffer C., Chang H. C., Wang P. Design of a porous electroosmotic pump used in power electronic cooling // IEEE Transactions on Industry Applications. 2009. 45(6). 2073-2079. DOI: 10.1109/TIA.2009.2031934

### Информация об авторах

*Петров Роман Валерьевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, Roman.Petrov@novsu.ru

*Килиба Юрий Владимирович* – кандидат технических наук, доцент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-7660-6039, Yury.Kiliba@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru

*Эминов Стефан Ильич* – доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9497-8234, Stefan.Eminov@novsu.ru

# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 621.396.677.31

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).824-832

ГРНТИ 47.45.29

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ДЛЯ АНТЕНН

Петров Р. В., Никитин А. О., Захаров М. А., Эминов С. И.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Статья посвящена моделированию магнитоэлектрического материала для антенн. В ней обсуждается эффект, наблюдаемый в магнитоэлектрических градиентных структурах. Градиентные магнитоэлектрические структуры представляют собой новый тип композитных структур, состоящий из магнитоэлектрического материала и искусственного диэлектрика. Рассматривается новый принцип управления волновыми свойствами антенны, основанный на геометрическом смещении точки возбуждения за счет приложения внешнего электрического поля. Использование искусственного диэлектрика в мультиферроидной структуре позволит более гибко управлять областями преобразования магнитостатической поверхностной волны в электромагнитную волну, что в практическом плане даст новые возможности для управления характеристиками антенн. В результате расчётов на основе разработанной модели путем подбора значений стационарных магнитного и электрического полей, и значений диэлектрической проницаемости слоя искусственного диэлектрика было получено заключение о возможности управляемого преобразования магнитостатической поверхностной волны в электромагнитную волну.

**Ключевые слова:** антенны, магнитоэлектрические градиентные структуры, диаграмма направленности

**Для цитирования:** Петров Р. В., Никитин А. О., Захаров М. А., Эминов С. И. Моделирование магнитоэлектрического материала для антенн // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 824-832. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).824-832

*Research Article*

## MODELING OF MAGNETOELECTRIC MATERIAL FOR ANTENNAS

Petrov R. V., Nikitin A. O., Zakharov M. A., Eminov S. I.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The paper is devoted to the modeling of magnetoelectric material for antennas. The effect observed in magnetoelectric gradient structures is discussed. Gradient magnetoelectric structures are a new type of composite structures consisting of a magnetoelectric material and an artificial dielectric. A new principle of controlling the antenna wave properties based on the geometric displacement of the excitation point due to the application of an external electric field is being considered. The use of an artificial dielectric in a multiferroic structure will make it possible to more flexibly control the areas of conversion of a magnetostatic surface wave into an electromagnetic wave, which in practical terms will give new opportunities for controlling the characteristics of antennas. The conclusion about the possibility of controlled conversion of a magnetostatic surface wave into an electromagnetic wave was obtained as a result of calculations based on the developed model by selecting the values of stationary magnetic and electric fields, and the values of the permittivity of the artificial dielectric layer.

**Keywords:** antennas, magnetoelectric gradient structures, radiation pattern

**For citation:** Petrov R. V., Nikitin A. O., Zakharov M. A., Eminov S. I. Modeling of magnetoelectric material for antennas // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 824-832. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).824-832

## **Введение**

В радиоэлектронных излучающих комплексах в настоящее время большое развитие и применение получили антенные решетки. Это продиктовано их существенными преимуществами, такими как максимальное количество энергии, излучаемой в главном лепестке при одновременном снижении энергии, излучаемой в боковых лепестках, далее быстрое управление лучом антенной решетки и, наконец, возможность излучать несколько лучей одновременно. В то же время такой тип антенных устройств не лишен недостатков, где ключевой проблемой является повышенное энергопотребление в целом. Так как большое количество элементов антенной решетки управляется независимо друг от друга, то цепей питания соответственно необходимо использовать пропорционально много, то есть управление происходит каждым отдельным элементом, а это гигантская нагрузка на энергетическое устройство системы в целом. Следовательно, существует потребность к переходу на управление излучающими элементами антенной решётки электрическим полем, и одним из решений этой проблемы может быть использование магнитоэлектрических (МЭ) градиентных структур.

Градиентные МЭ структуры представляют собой новый тип композитных структур [1]. Это сложный композит, состоящий из магнитоэлектрического мультиферроидного материала и искусственного диэлектрика (ИД). Комбинация структур такого типа позволила расширить возможности электронного управления МЭ СВЧ антенн [2, 3]. Обобщенный механизм расчёта, описанный в [4], где посредством управляющего воздействия электрическим полем происходит управление параметрами градиента диэлектрической проницаемости в слое ИД. Предметом рассмотрения статьи является способ управления диаграммой направленности микрополосковой антенны.

## **Моделирование магнитоэлектрического материала для антенн**

Рассмотрим как происходит управление диаграммы направленности простейшей полосковой антенны с ферритовой поверхностью. Во-первых, хорошо известна зависимость диаграммы направленности от геометрического положения точки возбуждения. Во-вторых, имеется эффект преобразования магнитостатической поверхностной волны (МСПВ) в электромагнитную волну (ЭМВ) [5]. Общий смысл последнего явления заключается в следующем: если длина волны увеличивается по мере распространения МСПВ в неоднородно намагниченных пленках железоиттриевого граната (ЖИГ), то в области поверхности пленки, где волновое число МСПВ становится близким к волновому числу ЭМВ смежного пространства, происходит преобразование МСПВ в ЭМВ (рисунок 1 а).

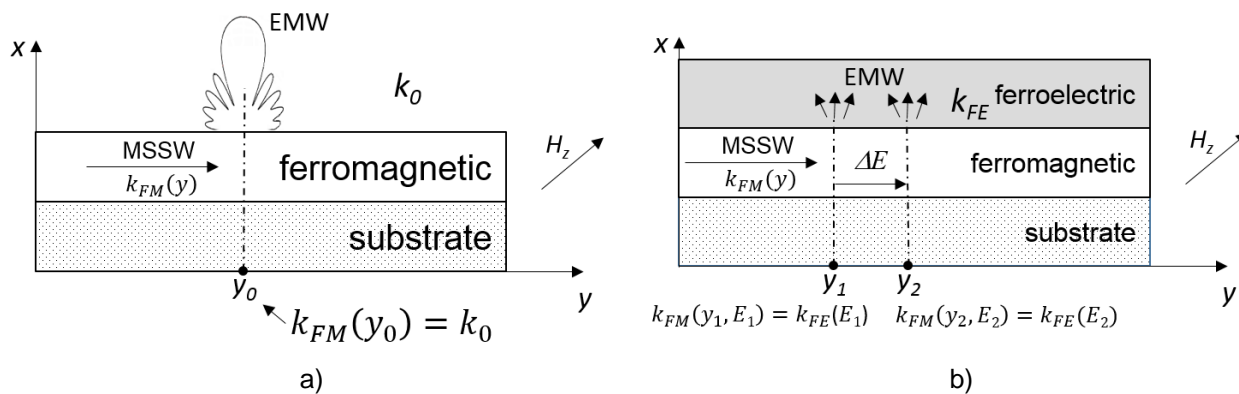


Рисунок 1. Графическое представление процесса преобразования МСПВ в ЭМВ: а) в свободном пространстве; б) в случае магнитоэлектрического композита

Добавление дополнительного слоя искусственного диэлектрика к мультиферроидной структуре позволит установить области преобразования МСПВ в ЭМВ за счёт искусственного распределения диэлектрической проницаемости слоя ИД, то есть за счёт контролируемого изменения эффективной диэлектрической проницаемости верхних слоев (рисунок 2).

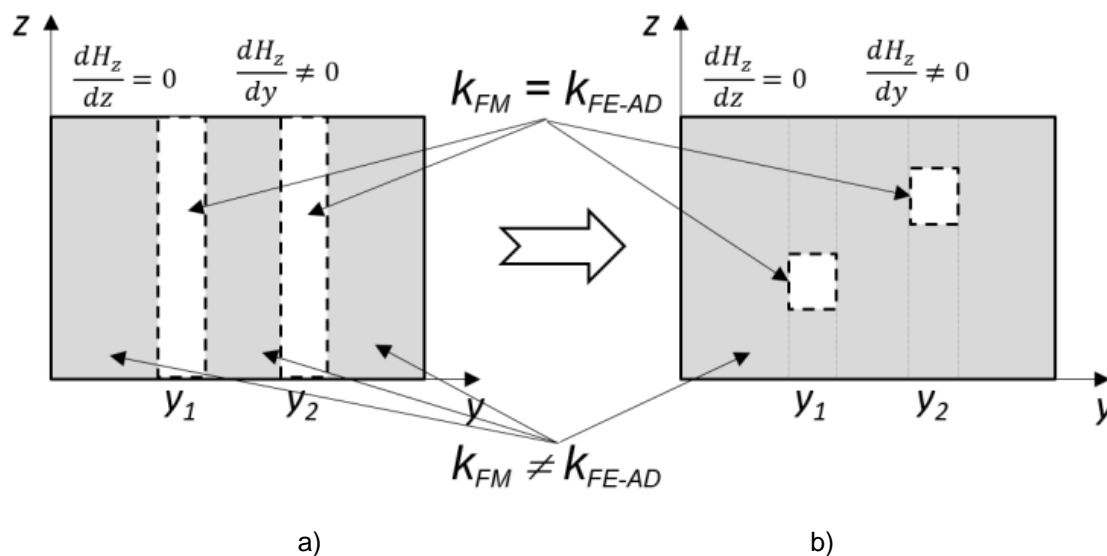


Рисунок 2. Мультиферроидная структура (вид сверху). Схематическое изображение области преобразования МСПВ в ЭМВ: а) структура без ИД; б) структура с ИД.

Этот сдвиг точки преобразования будет аналогичен сдвигу точки возбуждения полосковой антенны. В подтверждение вышеизложенного было проведено моделирование в программном комплексе электродинамического моделирования Ansys Electronics для модели антенны на подложке толщиной 1 мм размером 30 x 30 мм и размером излучающего участка 18 x 27 мм для различных геометрических положений точки возбуждения (рисунок 3).

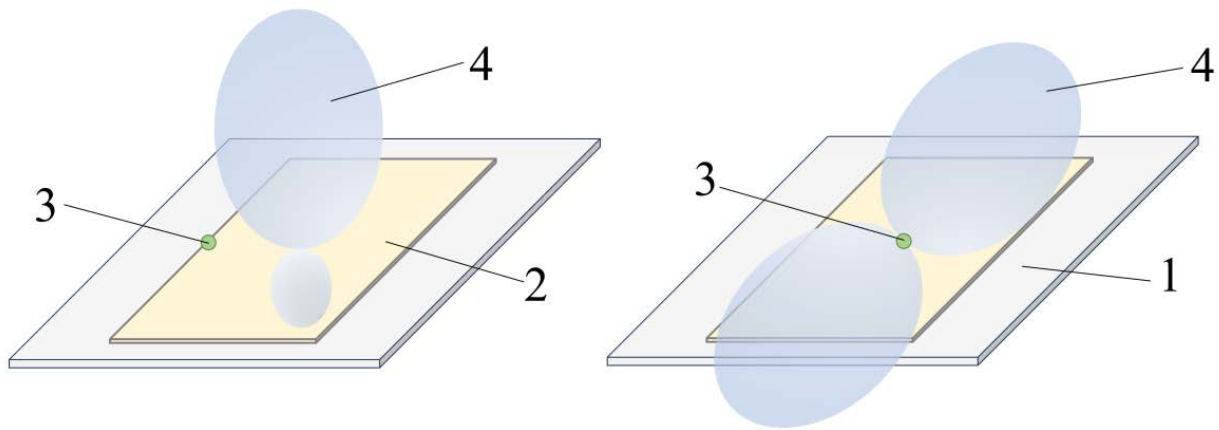


Рисунок 3. Графическое отображение зависимости диаграммы направленности модели полосковой антенны от положения точки возбуждения. 1 – основание антенны, 2 – металлизация, 3 – точка возбуждения, 4 – диаграмма направленности излучения антенны

Таким образом, зададимся целью применяя сложную многослойную структуру создавать управляемую область преобразования МСПВ в ЭМВ. Для моделирования была использована структура, представляющая собой градиентную МЭ структуру состоящую из последовательности слоёв: металлизация, подложка, ферромагнетик, сегнетоэлектрик, искусственный диэлектрик, металлизация.

Математическая модель такой структуры была построена в работе [1]. При моделировании было внесено следующее уточнение: были учтены эффективные размагничивающие факторы для случая распространения магнитостатических волн в тангенциально намагниченной структуре.

$$\omega_H = \gamma \sqrt{H_0(H_0 + 4\pi M_0)}, \quad (1)$$

$$H_0 = H_{e0} + M_0 \sum_i (N_{x,y}^i - N_z^i), \quad (2)$$

где  $N_{x,y,z}^i$  – эффективные размагничивающие факторы,  $H_{e0}$  – внешнее подмагничивающее поле,  $M_0$  – намагниченность насыщения.

Для расчета дисперсионных характеристик градиентной МЭ структуры были использованы следующие параметры: слой 1 – ИД толщиной  $d_1 = 100$  мкм; слой 2 – сегнетоэлектрический слой цирконат-титаната свинца (ЦТС) толщиной  $d_2$ , равной 100 мкм, относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_2(0)$  равна около 1870; ферромагнитный слой 3 представляет собой ЖИГ толщиной  $s$ , равной примерно 5 мкм, намагниченность насыщения  $M_0$  составляет около 1750 Гс, относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_3$  составляет 14, внешнее постоянное подмагничивающее поле  $H_{e0}$  составляет около 1930 Э; диэлектрический слой 4 представляет собой гадолиний-галлиевый гранат (ГГГ) толщиной  $w$ , равной 500 мкм, относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_4$  составляет 11. Математическое моделирование проводилось для следующих двух случаев: 1) феррит был заменен обычным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью равной

диэлектрической проницаемости ЖИГ, диэлектрическая проницаемость слоя ИД была взята равной диэлектрической проницаемости слоя ЦТС ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1870$ ); 2) диэлектрическая проницаемость слоев 1 и 2 была взята равной диэлектрической проницаемости вакуума ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$ ).

Был получен спектр собственных волн для этих двух случаев (рисунок 4).

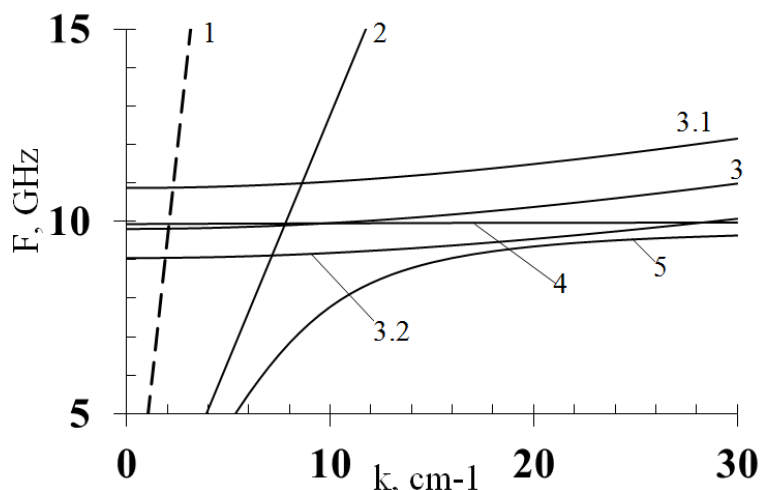


Рисунок 4. Спектр собственных волн исследуемой структуры

Как видно из рисунка 4, построенная математическая модель способна описать спектр волн, существующих в слоистой структуре: электромагнитных в диэлектрических слоях – дисперсионные ветви 2, 3, 3.1, 3.2; магнитостатических волн в ферромагнитном слое – дисперсионная ветвь 4; гибридных электромагнитных спиновых волн – дисперсионная ветвь рассеивания 5. Последний тип волн был достаточно полно описан в работах [6-9].

На рисунке 4 дисперсионная ветвь 2 определяется диэлектрическими свойствами ферритового слоя ЖИГ. В свою очередь, дисперсионная ветвь 3 определяется диэлектрическими свойствами верхних слоев структуры: слоя ИД и сегнетоэлектрического слоя ЦТС. Последнее подтверждается следующим: приложение внешнего электрического поля  $E = 40$  кВ/см приводит к сдвигу частоты (вверх по частоте) этой ветви из-за зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика ЦТС от величины приложенного электрического поля (дисперсионная ветвь 3.1 на рисунке 4). С другой стороны, изменение диэлектрической проницаемости слоя искусственного диэлектрика ( $\epsilon_1 = 3400$ ) приводит к снижению его частоты (дисперсионная ветвь 3.2 на рисунке 4). Дисперсионная ветвь 1 характеризует распространение электромагнитной волны в вакууме.

Давайте подробнее рассмотрим область пересечения дисперсионных ветвей 3 и 4 (рисунок 4) – область преобразования МСПВ в ЭМВ, используя пример МЭ градиентной структуры, помещенной в неоднородное магнитное поле (рисунок 5).

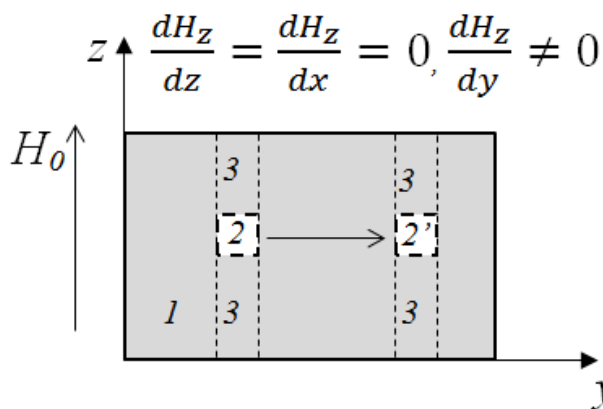


Рисунок 5. Сдвиг области преобразования МСПВ в ЭМВ в исследуемой МЭ градиентной структуре (вид сверху)

Объясним процессы, происходящие при преобразовании МСПВ в ЭМВ, и сдвиг этой области преобразования, основываясь на полученной дисперсионной характеристике (рисунок 6).

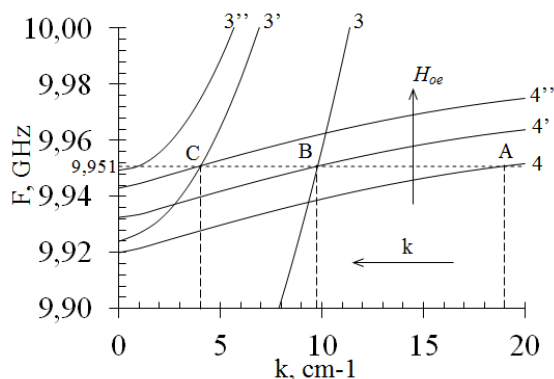


Рисунок 6. Иллюстрация местного сдвига в процессе трансформации МСПВ в ЭМВ

Предположим, что исследуемая МЭ градиентная структура находится в стационарном магнитном поле  $H_{e0}$ , которое монотонно увеличивается в направлении оси  $y$ . Как видно из рисунка 6, это приводит к изменению волновой характеристики структуры, а именно к увеличению дисперсионной ветви МСПВ (дисперсионная ветвь 4 соответствует полю  $H_{e0} = 1926$  Э; дисперсионная ветвь 4' – 1930 Э). Далее, мы предполагаем, что МСПВ на частоте  $f = 9,951$  ГГц также распространяется в направлении оси  $y$ . Увеличение стационарного магнитного поля приведет к уменьшению волнового числа этого МСПВ (от области точки А до области точки В). На рисунке 5 это соответствует области 1. При значении  $H_{e0} = 1930$  Э МСПВ принимает значение волнового числа, равного волновому числу ЭМВ, которое распространяется в верхних диэлектрических слоях структуры ( $k = 9,8$ ). В области этой точки происходит преобразование МСПВ в ЭМВ, и на рис. 6 это соответствует области 2. Преобразование происходит по всей ширине структуры из-за того, что поле неоднородно только в направлении одной координаты  $y$ . Чтобы ограничить



область преобразования, значение диэлектрической проницаемости ИД в области 3 было установлено равным  $\varepsilon_1 = 1625$ . При таком значении дисперсионная ветвь электромагнитной волны будет иметь форму 3' (рисунок 6). То есть условия для распространения электромагнитной волны будут сохранены, в то же время условия для преобразования МСПВ в ЭМВ будут отсутствовать.

Приложение внешнего электрического поля  $E = 5$  кВ/см к исследуемой структуре приводит, во-первых, к изменению дисперсионных характеристик магнитостатических волн из-за влияния МЭ эффекта, во-вторых, к изменению дисперсионных характеристик ЭМВ из-за существующей зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрика от величина приложенного электрического поля. Ветвь 3 дисперсионной характеристики сместится вверх по частоте (3'), а область преобразования МСПВ в ЭМВ из точки В переместится в область большего магнитного поля  $H_{e0} = 1933$  Э (ветвь 4' дисперсионной характеристики). В области точки С рисунка 6, которая соответствует зоне 2' на рисунке 5, условие для преобразования МСПВ в ЭМВ было получено для вышеуказанного значения приложенного электрического поля и установленного для этой области значения диэлектрической проницаемости ИД равного  $\varepsilon_1 = 1670$ . Также, чтобы ограничить область преобразования, было установлено значение диэлектрической проницаемости ИД в зонах 3 равное  $\varepsilon_1 = 1625$ .

В результате на основе разработанной модели было получено управляемое преобразование МСПВ в ЭМВ путем подбора значений стационарных магнитного и электрического полей, и значений диэлектрической проницаемости слоя ИД.

### Заключение

Введение искусственного диэлектрика в мультиферроидную структуру позволит более гибко управлять областями преобразования МСПВ в ЭМВ. Этот процесс аналогичен геометрическому сдвигу точки возбуждения. Таким образом, возможно электронное управление направлением излучения антенны сделанной на основе магнитоэлектрической градиентной структуры.

Антенное устройство с представленным типом управления за счет магнитоэлектрической градиентной структуры обладает следующими преимуществами, которые привносятся материалами входящими в композит: скорость перестройки (за счет сегнетоэлектрика); возможность управления электрическим полем, то есть энергоэффективность; широкий частотный диапазон (за счет ферромагнетика); возможность проектирования различных форм излучающей поверхности (благодаря искусственному диэлектрику).

### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №22-29-00085, <https://rscf.ru/project/22-29-00085/>).



### Список литературы

1. Nikitin A. O., Petrov R. V. Magnetolectric gradient structures // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012029. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012029
2. Petrov R. V., Nikitin A. O., Bichurin M. I., Srinivasan G. Magnetolectric antenna array // International Journal on Communications Antenna and Propagation (IRECAP). 2020. 10(6). 371-375. DOI: 10.15866/irecap.v10i6.18658
3. Nikitin A. O., Petrov R. V., Havanova M. A. Control of magnetolectric antenna by electric field // ITM Web of Conferences: 29th International Crimean Conference «Microwave & Telecommunication Technology» (CriMiCo'2019), Sevastopol, Russia, 08–14 September 2019. Sevastopol, Russia: EDP2019. Vol. 30(1). P. 05028. DOI: 10.1051/itmconf/20193005028
4. Никитин А. О. Симуляция магнитоэлектрической структуры в СВЧ диапазоне // Вестник НовГУ. 2018. 3(109). 27-31.
5. Vashkovskii A. V., Lokk E. G. On the parameters of patterns of radiation arising in the process of transformation of a magnetostatic surface wave into an electromagnetic wave // Journal of Communication Technology and Electronics. 2004. 49(8). 904-909.
6. Demidov V. E., Kalinikos B. A. The spectrum of dipole-exchange spin waves in tangentially-magnetized metal-ferroelectric-ferromagnet-ferroelectric-metal sandwich structures // Technical Physics Letters. 2000. 26(4). 273-275. DOI: 10.1134/1.1262815
7. Demidov V. E., Kalinikos B. A. Spectra of exchange dipole electromagnetic-spin waves in asymmetric metal-insulator-ferromagnetic-insulator-metal systems // Technical Physics. 2001. 46(2). 219-222. DOI: 10.1134/1.1349280
8. Nikitin A. A., Ustinov A. B., Semenov A. A., Kalinikos B. A. A microwave phase shifter based on a planar ferrite-ferroelectric thin-film structure // Technical Physics Letters. 2014. 40(4). 277-279. DOI: 10.1134/S1063785014040087
9. Ustinov A. B., Tiberkevich V. S., Srinivasan G., Slavin A. N., Semenov A. A., Karmanenko S. F., Kalinikos B. A., Mantese J. V., Ramer R. Electric field tunable ferrite-ferroelectric hybrid wave microwave resonators: Experiment and theory // Journal of Applied Physics. 2006. 100(9). 093905-093912. DOI: 10.1063/1.2372575

### References

1. Nikitin A. O., Petrov R. V. Magnetolectric gradient structures // Journal of Physics: Conference Series. 2021. 2052. 012029. DOI: 10.1088/1742-6596/2052/1/012029
2. Petrov R. V., Nikitin A. O., Bichurin M. I., Srinivasan G. Magnetolectric antenna array // International Journal on Communications Antenna and Propagation (IRECAP). 2020. 10(6). 371-375. DOI: 10.15866/irecap.v10i6.18658
3. Nikitin A. O., Petrov R. V., Havanova M. A. Control of magnetolectric antenna by electric field // ITM Web of Conferences: 29th International Crimean Conference «Microwave & Telecommunication Technology» (CriMiCo'2019), Sevastopol, Russia, 08–14 September 2019. Sevastopol, Russia: EDP2019. Vol. 30(1). P. 05028. DOI: 10.1051/itmconf/20193005028
4. Nikitin A. O. Simuliatsiia magnitoelektricheskoi struktury v SVCh diapazone [Magnetolectric structure simulation in the microwave range] // Vestnik NovSU. 2018. 3(109). 27-31.
5. Vashkovskii A. V., Lokk E. G. On the parameters of patterns of radiation arising in the process of transformation of a magnetostatic surface wave into an electromagnetic wave // Journal of Communication Technology and Electronics. 2004. 49(8). 904-909.
6. Demidov V. E., Kalinikos B. A. The spectrum of dipole-exchange spin waves in tangentially-magnetized metal-ferroelectric-ferromagnet-ferroelectric-metal sandwich

structures // Technical Physics Letters. 2000. 26(4). 273-275. DOI: 10.1134/1.1262815

7. Demidov V. E., Kalinikos B. A. Spectra of exchange dipole electromagnetic-spin waves in asymmetric metal-insulator-ferromagnetic-insulator-metal systems // Technical Physics. 2001. 46(2). 219-222. DOI: 10.1134/1.1349280

8. Nikitin A. A., Ustinov A. B., Semenov A. A., Kalinikos B. A. A microwave phase shifter based on a planar ferrite-ferroelectric thin-film structure // Technical Physics Letters. 2014. 40(4). 277-279. DOI: 10.1134/S1063785014040087

9. Ustinov A. B., Tiberkevich V. S., Srinivasan G., Slavin A. N., Semenov A. A., Karmanenko S. F., Kalinikos B. A., Mantese J. V., Ramer R. Electric field tunable ferrite-ferroelectric hybrid wave microwave resonators: Experiment and theory // Journal of Applied Physics. 2006. 100(9). 093905-093912. DOI: 10.1063/1.2372575

#### Информация об авторах

*Петров Роман Валерьевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, Roman.Petrov@novsu.ru

*Никитин Александр Олегович* – старший научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-0726-4047, nikitinao@okbplaneta.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru

*Эминов Стефан Ильич* – доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9497-8234, Stefan.Eminov@novsu.ru

# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

---

УДК 544.77:621.791

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).833-846

ГРНТИ 31.15.37+81.35.27

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## ПРИМЕНЕНИЕ НАНО- И УЛЬТРАДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ СТРУКТУРОЙ И СВОЙСТВАМИ МЕТАЛЛОВ В СОЕДИНИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ: МИРОВАЯ ПРАКТИКА (ОБЗОР)

Сапожков С. Б., Зернин Е. А., Петрова Е. Д., Петров Р. В., Захаров М. А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** В работе представлен обзор применения нано- и ультрадисперсных порошков в качестве функциональных добавок при различных способах дуговой сварки (наплавки) плавлением. Рассмотрены способы введения нано- и ультрадисперсных порошков в жидкую сварочную ванну. Приведены результаты экспериментальных исследований процессов пайки. Сформулированы задачи дальнейших исследований в области практического применения нано- и ультрадисперсных материалов для соединительных технологий.

**Ключевые слова:** нано- и ультрадисперсные порошки, модифицирование наплавленного металла, сварка, пайка

**Для цитирования:** Сапожков С. Б., Зернин Е. А., Петрова Е. Д., Петров Р. В., Захаров М. А. Применение нано- и ультрадисперсных материалов для управления структурой и свойствами металлов в соединительных технологиях: мировая практика (обзор) // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 833-846. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).833-846

*Research Article*

## THE USE OF NANO- AND ULTRAFINE MATERIALS FOR CONTROLLING THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF METALS IN CONNECTING TECHNOLOGIES: WORLD PRACTICE (REVIEW)

Sapozhkov S. B., Zernin E. A., Petrova E. D., Petrov R. V., Zakharov M. A.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** The paper presents an overview of the use of nano- and ultrafine powders as functional additives in various methods of arc welding (fusion surfacing). Methods for introducing nano- and ultrafine powders into a liquid weld pool are considered. The results of experimental studies of soldering processes are presented. The objectives of further research in the field of practical application of nano- and ultradisperse materials for connecting technologies are formulated.

**Keywords:** nano- and ultra-disperse powders, modification of deposited weld metal, welding, soldering

**For citation:** Sapozhkov S.B., Zernin E.A., Petrova E. D., Petrov R.V., Zakharov M. A. The use of nano- and ultrafine materials for controlling the structure and properties of metals in connecting technologies: world practice (review) // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 833-846. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).833-846

### Введение

В начале XXI века возникла необходимость повышения научно-технического уровня экономики во всём мире. Для решения этой задачи требуется проведение

обширных научных исследований, а также массовое внедрение новых прогрессивных технологий в промышленное производство. Согласно прогнозам многих авторитетных организаций, приоритетными являются работы в области создания и применения нано- и ультрадисперсных порошков, а также материалов на их основе. Именно они, в числе прочих, будут способствовать существенному повышению эффективности производства в таких сферах как металлургия, машиностроение, энергетика, строительство, сельское хозяйство, медицина и др. [1-3].

### **Применение нано- и ультрадисперсных порошков**

В последние годы наука о материалах в основном сосредоточена на разработке наноматериалов и нанопорошков. Главным преимуществом этих материалов является их применение в различных областях промышленности, так как их структура дает улучшенные свойства материалов, таких как твердость, прочность и пластичность. Тем не менее, производство наноматериалов и нанопорошков является довольно сложным [4].

В настоящее время в публикациях отмечают существенную роль модифицирования нанопорошками как фактор управления структурой и свойствами наплавленного металла. Основная часть исследований выполнена применительно к соединительным технологиям для низколегированных сталей. При этом образовавшиеся в наплавленном металле включения в виде оксидов, карбидов, нитридов рассматриваются как следствие химических соединений соответствующих элементов в процессе кристаллизации. Включения образуются разного размерного диапазона от 1 мкм до наноразмерного [4]. В работе [5] изучено влияние размера неметаллических включений на формирование структуры, состав и особенности распределения неметаллических включений при наличии различных оксидов.

В других случаях образование неметаллических включений являлось следствием ввода в сварочную ванну наноксидов или нанокарбидов [6]. Во всех случаях отмечается положительная роль нанодисперсных включений определенного состава и плотности распределения на структуру и свойства сварных соединений.

В современном мире процессы модифицирования наплавки занимают одно из важнейших мест в машиностроении, т.к. большинство изделий производится, в том числе, при помощи различных соединительных технологий. Поэтому становится актуальным вопрос о применении модификаторов, в том числе модификаторов с ультра- и наноразмерными частицами при наплавке. Это позволит управлять процессом кристаллизации металла жидкой сварочной ванны, прогнозировать структуру и свойства, а также повысить эксплуатационные и механические свойства наплавленного металла.

Получение модифицированной структуры при сварке позволяет главным образом повысить механические свойства в целом по сравнению со структурой, имеющей крупное зерно [7], повысить коррозионные характеристики за счет

введенных ультра- и нанодисперсных микродобавок редко- и щелочноземельных элементов [8].

Одним из недостатков модифицирования наплавленного металла является то, что при сварочном процессе температура в зоне действия дуги превышает температуру плавления многих наноструктурированных порошков, что приводит к их диссоциации и последующему растворению продуктов в расплаве сварочной ванны. В связи с этим большинство исследований посвящено изучению влияния на свойства тугоплавких сплавов карбида вольфрама, обладающего повышенной термической стабильностью, увеличенными значениями модуля упругости и меньшим коэффициентом термического расширения по сравнению с карбидами других металлов [9, 10].

Авторами работы [11] исследовано влияние режимов сварки (напряжения, силы тока и скорости сварки) на механические свойства, химический состав и микроструктуру сварных соединений, полученных самозащитной порошковой проволокой, в состав которой входили наноструктурированные порошки. Установлено положительное влияние применения наноструктурированных порошков на геометрические размеры валика и микроструктуру сварного соединения.

В работе [12] предложена технология модифицирования сварного соединения наноксидами алюминия через электроды с двойным покрытием, в которые входит нанодобавка оксида алюминия. Установлено, что оксид алюминия переходит в жидкую ванну и однородно распределяется без существенных скоплений, при этом происходит формирование сложного включения (алюминия, марганца, кремния, кислорода и углерода), а добавленные наноксиды ускоряют выделение других оксидов и сульфидов. При добавлении оксида алюминия происходит рафинирование металла.

Исследование в работе [13] направлено на улучшение микроструктуры и механических свойств сварных соединений, методом модифицирования жидкой сварочной ванны оксидами металлов через электрод. Результаты показали, что в металле шва были обнаружены включения со средним размером от 0,2-0,8 мкм. Эти включения эффективно способствовали образованию игольчатого феррита со средним размером от 1-2 мкм. Ударная вязкость сварного соединения увеличилась.

Основной целью исследования [14] являлось эффективное применение сварочных покрытых электродов для наплавки на основе наноструктуры. В статье рассмотрено влияния режимов сварки (сила тока, напряжение, скорость сварки) на геометрические размеры сварного шва и механические свойства сварного соединения. Были определены оптимальные параметры сварки и проведены экспериментальные исследования.

В работе [15] рассматривается применение оксида титана, введенного в покрытие сварочных электродов и его влияние на структуру, и механические свойства сварных соединений. Установлено влияние оксида титана на зарождение,

распределение и размер игольчатого феррита в сварных соединениях. Включения, образующиеся в процессе сварки, представляют собой несколько элементов титана, марганца, алюминия, кремния, кислорода и имеют размер в диапазоне от 0,2-0,8 мкм. Данные включения могут обеспечить активные центры зародышеобразования для игольчатого феррита, длина которого составляет 1 мкм. Также добавление оксида титана в сварочные электроды способствуют повышению ударной вязкости сварных соединений.

Целью исследования [16, 17] являлась разработка зависимости (эмпирической формулы) процентного соотношения наночастиц оксида хрома и оксида титана, растворенных в жидкой сварочной ванне, при дуговой сварке плавящимся электродом под слоем флюса от их размера. В данной работе изучено изменение режимов сварки (напряжение дуги, сила сварочного тока, расстояние между контактным наконечником и пластиной, скорость сварки). Результаты показали, что изменение размера наночастиц влияет на их растворимость в жидкой сварочной ванне. Прогнозируемые результаты были сопоставлены с экспериментальными данными.

Вновь разработанные порошковые проволоки для TIG наплавки представлены в работе [18]. Такие проволоки содержат различные наноструктурированные порошки-модификаторы в различном процентном содержании. Наномодифицированные покрытия наносились путем наплавки на образцы из конструкционной стали. Добавление частиц реализуется в область низкотемпературной сварочной ванны, таким образом, предотвращая их перегрев. Поверхностные слои, нанесенные разработанными проволоками, обладают повышенной твердостью, износостойкостью, коррозионной стойкостью. Процессы наложения поверхностных слоев также позволяют контролировать химический состав и содержание фазы полученных слоев.

В работе [19] приведены результаты получения упрочняющего покрытия с толщиной в несколько миллиметров с помощью аргонодуговой сварки неплавящимся электродом с применением наноструктурированных карбидов или боридов. Наименьшая толщина упрочняющего слоя приблизительно 100-300 нм. Данная технология позволяет контролировать структуру кристаллизующего металла шва. На основании результатов установлено влияние режимов сварки на толщину покрытия. Экспериментальные исследования показали, что добавление наноразмерных порошков в упрочняющее покрытие позволяет улучшить механические свойства, износостойкость и коррозионную стойкость. Потенциальное применение данных упрочняющих покрытий в области режущих инструментов, которые подвержены коррозии и износу.

Авторами работы [20] было исследовано влияние наночастиц, входящих в состав флюсов на микроструктуру и твердости сварного соединения. Добавки наночастиц фторида натрия или оксида титана 1% массовой доли, эффективно

повлияли на размер зерна и глубину проплавления. Значение твердости металла шва было близко к основному металлу на 99%, что говорит о равномерности механических свойств в сварном соединении. Просвечивающая электронная микроскопия показала, что наночастицы способствуют образованию мартенситной структуры.

Разработанная технология наплавки покрытия представлена в работе [21]. Технология основана на введении наноструктурированной добавки оксида иттрия. Данная добавка позволяет получать твердосплавное покрытие с повышенными механическими свойствами. Результаты показывают, что с увеличением нанодобавки, размер первичного аустенитного зерна постепенно уменьшается, а механические свойства покрытия увеличиваются. Оптимальная концентрация нанодобавки оксида иттрия составляет 0,76%, при этом первичное аустенитное зерно является наименьшим (средний диаметр 17 мкм), а все механические свойства являются наиболее высокими: твердость HRC 62,9; предел прочности на разрыв и предел текучести – 1209 МПа и 989 МПа соответственно.

Оригинальное техническое решение введения наноструктурированных волокон оксогидроксида алюминия в расплав сварочной ванны через защитный (транспортирующий) газ представлено в работе [22], где определена оптимальная концентрация волокон, обеспечивающая положительное влияние на структуру наплавки. В результате процесса модифицирования металла наплавленного слоя системы Fe–C–Cr–Ni–Ti средний размер дендрита по ширине уменьшается в 4,5 раза.

В работе [23] исследованы структурные характеристики в обеспечении оптимальных свойств материалов и их эксплуатационная надежность. Изучен фазовый состав и наноструктуры в сварных соединениях (зона термического воздействия, металл сварного шва) высокопрочной конструкционной стали, изготовленной с использованием передовых высокоскоростных технологий гибридной лазерно-дуговой сварки. С помощью аналитической сканирующей электронной микроскопии, оптической металлографии изучены структурные параметры, такие как размер зерен и субзерен, плотность дислокаций, наночастиц и фазовые изменения в сварных соединениях. Наиболее влиятельными структурными факторами выявлены диспергирование мартенситной и бейнитной субструктуры, равномерное распределение частиц структурных фаз и отсутствие протяженных скоплений дислокаций – зон зарождения и распространения трещин. Данная структура сварных соединений высокопрочной конструкционной стали, полученной методом лазерно-дуговой сварки, обеспечивает высокий комплекс прочностных свойств и трещиностойкость.

Параметры, влияющие на скорость удаления материала, шероховатость поверхности и время электроэрозионной обработки проволокой в качестве заготовки с использованием сварного наноструктурированного наплавочного материала изучено в работе [24]. Наплавочный слой был нанесен с помощью ручной дуговой сварки металлов. Для выявления влияния наплавки на характеристики

электроэрозионной обработки проволокой исследованы различные толщины наплавленного слоя. Кроме того, была проведена многоцелевая оптимизация с использованием методов компенсационной агрегации и главных компонентов для определения оптимальных параметров процесса. Для множества эксплуатационных характеристик в виде латунной проволоки и латунной проволоки с цинковым покрытием выбрано оптимальное сочетание входных технологических параметров.

В исследовании [25] был использован метод коллоидной обработки. Данный метод широко используется для получения керамических компонентов. С помощью метода коллоидной обработки керамические наночастицы ввели в суперсплав на основе кобальта и изучили затвердевание данного «нанокompозита». Затем с помощью плазменно-порошковой наплавки расплавили в форме уплотненных цилиндров четыре наполнителя (рисунок 1): стеллит 6 с 1% носителем  $\text{Fe-ZrO}_2$  с повышенным содержанием циркония (1; 2,5 и 7,5% по объему) и стеллит 6 без добавления циркония, называемые St 6 + 1%; St 6 + 2,5%; St 6 + 7,5%; и St 6, соответственно. В данной работе расплавленные материалы охарактеризованы с помощью оптической и сканирующей электронной микроскопии с полевой эмиссией, рентгеновской спектроскопией и микротвердостью по Виккерсу. Технология коллоидной обработки была эффективной для сращивания наночастиц оксида циркония к частицам носителя железа, которые были смешаны со стеллитом 6, а также взаимосвязаны с микроструктурой, фазами и микротвердостью после расплавления плазменной дуги.

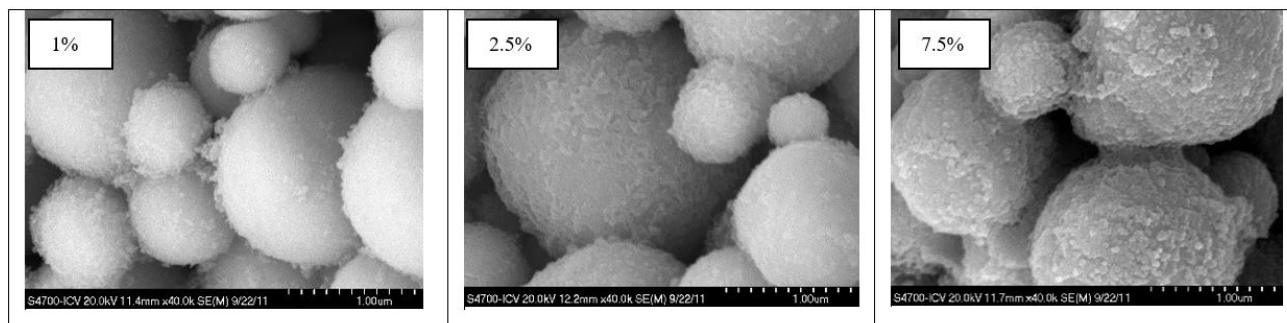


Рисунок 1. Носители  $\text{Fe-ZrO}_2$  с повышенным содержанием циркония [25]

Алюминиевый сплав качественно сварили дуговой сваркой без образования горячих трещин [26], применяя фазовый контроль с использованием наночастиц во время сварки. Соединения, сваренные присадочным стержнем алюминиевого сплава, представленные в работе [26], содержащим наночастицы карбида титана, не только имеют мелкие шаровидные зерна и модифицированную вторичную фазу, но и демонстрируют исключительную прочность на разрыв как в процессе сварки, так и после термической обработки. Изменение присадочного материала при сварке плавлением может применяться к широкому спектру материалов, подверженных образованию горячих трещин.

В работе [27] исследовано влияние размера наполнителя, температуры пайки



на межфазную микроструктуру и механические свойства соединений. Наноразмерный наполнитель уменьшает размер фаз и способствует однородному распределению микроструктуры, обеспечивая более высокую прочность соединения по сравнению с микромасштабным наполнителем. Повышение температуры пайки привело к ускорению растворения и диффузии титана, что привело к увеличению толщины слоя нестехиометрического оксида титана и дисилицида титана, прилегающего к керамике диоксида кремния, и зоны диффузионного слоя вблизи альфа-бета титанового сплава. Микроструктура диоксида кремния и альфа-бета титанового сплава представлена на рисунке 2.

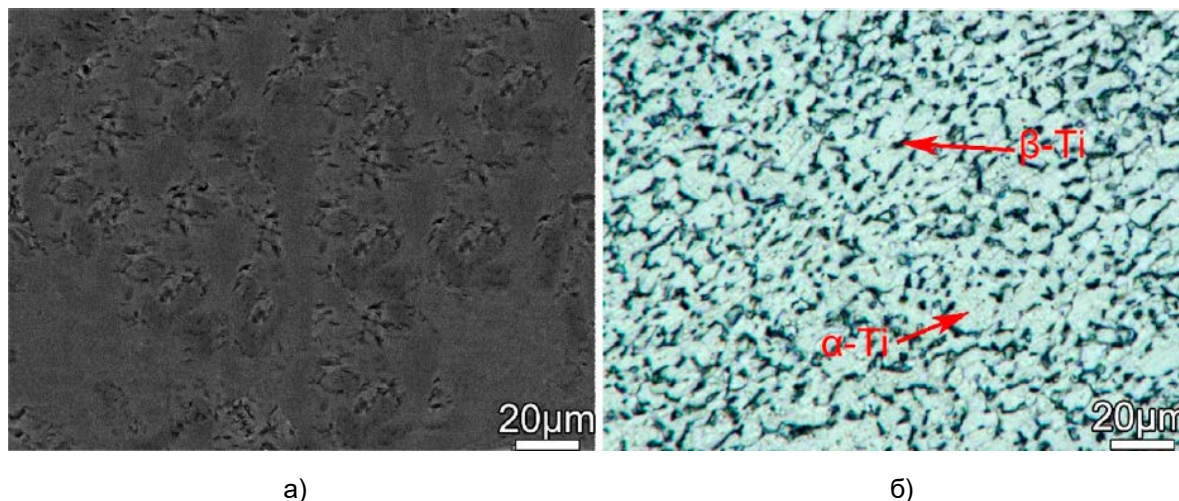


Рисунок 2. Микроструктуры базовых материалов [27]: а – диоксид кремния; б – альфа-бета титановый сплав

При этом в паяном шве образовалась доэвтектическая структура из-за высокого содержания титана. Максимальная прочность на сдвиг примерно 40 МПа была достигнута при температуре 950°С в течении 10 мин (рисунок 3).

Влияние наполнителя для пайки деталей на основе алюминия, усиленного наночастицами, на микроструктуру и паяемость алюминиевых сплавов рассмотрено в работе [28]. Проанализировав влияние различных факторов на процесс пайки, можно прийти к выводу, что наполнитель для пайки должен быть способен смачиваться и распределяться по всей поверхности соединения (рисунок 4). Нестабильные свойства алюминиевых сплавов, следует контролировать с помощью армирующих подходящих элементов. По сравнению с другими материалами пайка на алюминий требует более высокой точности контроля, поскольку разница между температурами плавления основного металла и наполнителя остается низкой даже после добавления добавок, снижающих температуру плавления, таких как кремний. Требуется разработка новых низкотемпературных присадочных металлов на основе алюминия. Механические свойства сплавов на основе алюминия могут быть улучшены введением в них наночастиц для уменьшения толщины кремния и интерметаллического соединения в матрице алюминия, улучшая наноструктуру.

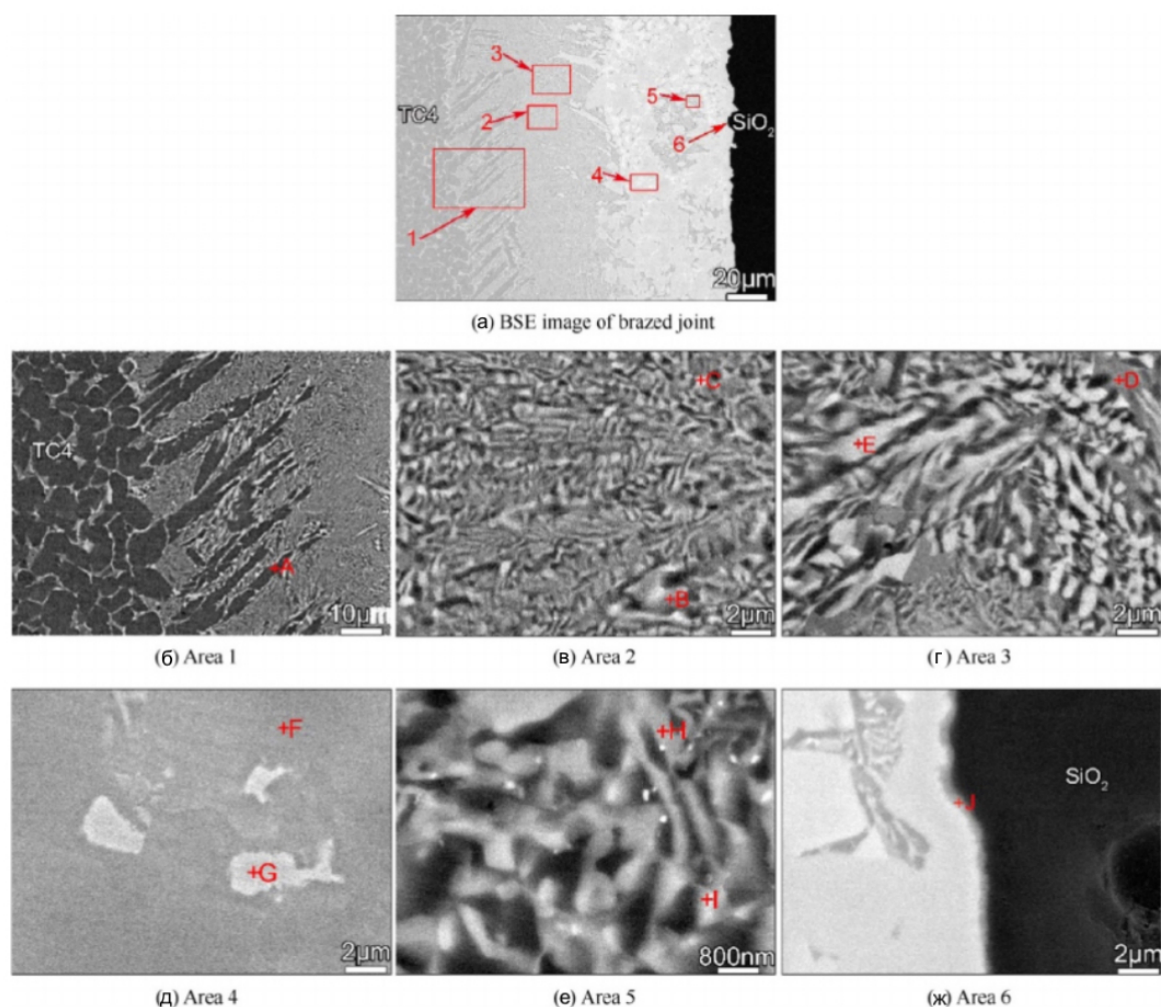


Рисунок 3. Микроструктура соединения диоксида кремния/альфа-бета титанового сплава, спаянного с использованием композитного наполнителя AgCuNi +Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> при температуре 950°C в течении 10 мин [27].

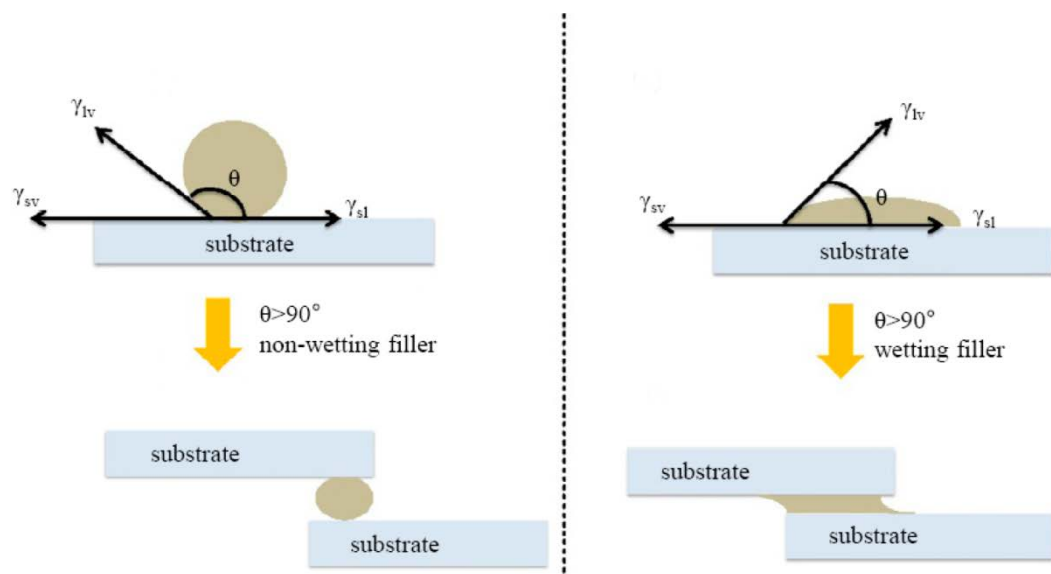


Рисунок 4. Смачиваемость и растекаемость присадок для пайки по поверхности подложки [28].

В работе [29] рассмотрена сварка между синтезированными дисперсиями однокомпонентного золота и бинарными химическими соединениями халькогенидных наночастиц. Процесс соединения привел к образованию асимметричных золото-халькогенидных гибридных наночастиц. Сварка разнородных наночастиц в дисперсии в основном обусловлена вызванной десорбцией лиганда комфортным контактом между наночастицами и диффузией золота в халькогенидные наночастицы. Процесс сварки происходил между наночастицами различной формы или с разными покрывающими агентами, или в разных средах растворителей. Для данного процесса был предложен двухэтапный механизм сборки-сварки, основанный на измерениях электронного спинового резонанса и моделировании молекулярной динамики.

Авторами работы [30] рассмотрены последние достижения в области надежности паяных соединений на основе олова и изучено влияние состояния материалов между слоями в процессе обработки поверхности безэлектродным никель-иммерсионным серебром, геополимерной керамики и технологии вращающегося магнитного поля. Трехмерная сетчатая структура пористых межслойных металлов (рисунок 5) и необходимые свойства никель-иммерсивного серебра продемонстрировали свою высокую эффективность при обновлении существующих бессвинцовых припоев, удовлетворяя потребности как при высокотемпературной эксплуатации, так и при низкотемпературной пайке.

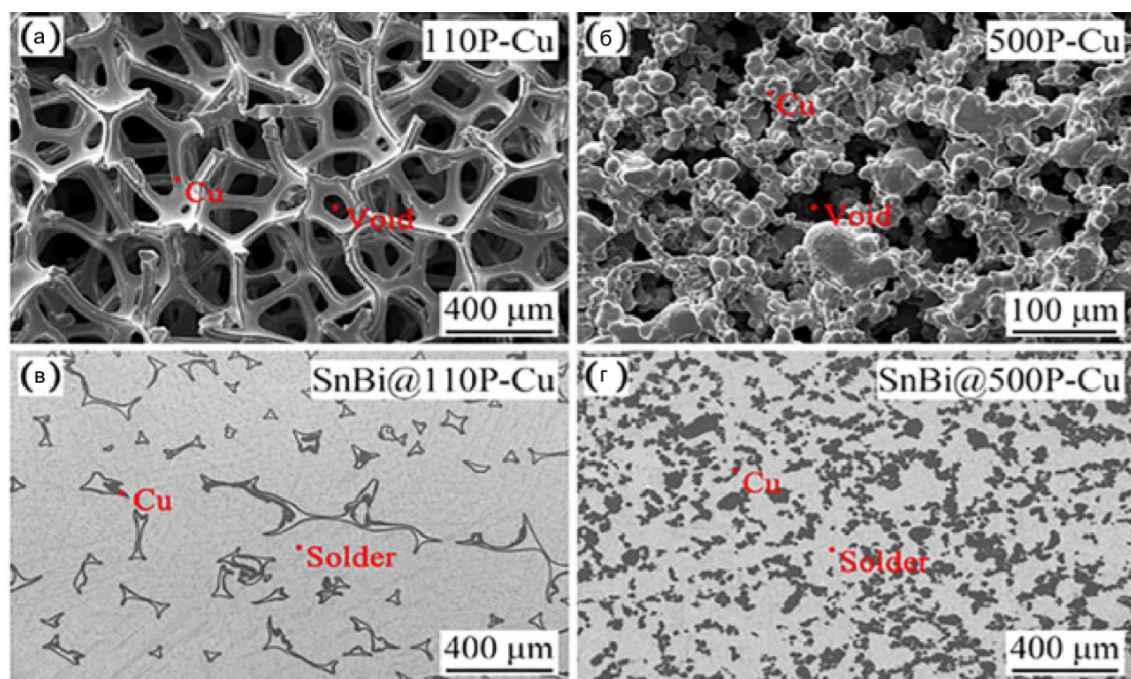


Рисунок 5. Микроструктуры листов пористой меди:  
а) 110 P-Cu; б) 500 P-Cu; в) SnBi@110P-Cu; г) SnBi@500P-Cu [30]

При этом показано, что технология соединения переменным током эффективна для предотвращения агломерации и всплывания наноразмерных усилителей в композитных припоях. Также в работе [30] обобщены новые

технологии для будущих направлений исследований, чтобы обеспечить дальнейшую теоретическую основу, необходимую для исследования надежности паяных соединений электронных устройств в процессе эксплуатации.

В исследовании [31] рассмотрены различные типы наполнителей для пайки, процессы изготовления соединений и технологии пайки, разработанные в последние десятилетия. Было определено, что при пайке возникали определенные проблемы с образованием интерметаллических соединений и остаточными напряжениями в соединениях при высоких температурах. Для контроля интерметаллических соединений были предложены наполнители, усиленные наночастицами. Однако, существовали и другие проблемы с диспергированием и сегрегацией частиц в соединениях. В завершении работы представлены новые разработки в области материалов для пайки и их конкретных применений. Изучены новые области пайки, включая новейшие модифицированные энтропией наполнители для пайки различных конструкционных и технологических областей.

В работе [32] исследовано добавление наночастиц оксида алюминия на микроструктуру и эрозионный износ покрытия сплава на основе никеля, который обусловлен наличием дисперсии твердых карбидов и боридов высокоскоростным кислородным горючим на подложке из нержавеющей стали. Проведен анализ частиц исходного сплава на основе никеля, который обусловлен наличием дисперсии твердых карбидов и боридов. Определено максимальное допустимое добавление наночастиц оксида алюминия при помощи использования модели «массовое соотношение смесей» с учетом размера и плотности частиц. Рассмотрены два случая и анализированы их эксплуатационные характеристики: максимальное добавление 1,4%, за которым следует добавление 0,17% наночастиц оксида алюминия и сплава на основе никеля. Для определения микроструктуры, состава материала и фазового спектра полученных покрытий использовались сканирующий электронный микроскоп, энергодисперсионная спектроскопия и рентгеноструктурный анализ. Наноструктурированное покрытие испытано на прочность сцепления при отрыве и эрозию твердыми частицами струей горячего воздуха (450°C) для параметров эксплуатационных характеристик. Обнаружено, что микротвердость покрытия высокоскоростным кислородным топливом сплава на основе никеля улучшилась с 576  $HV_{0,3}$  до 748  $HV_{0,3}$  при добавлении 1,4% наночастиц оксида алюминия. Наноструктурированное покрытие также проявило высокую эрозионную стойкость при трех углах удара от 30° до 90° с интервалом в 30°. При этом повышение стойкости к эрозионному износу обусловлено увеличением твердости в результате применения добавки наночастиц оксида алюминия.

### **Заключение**

Применение нано- и ультрадисперсных материалов в соединительных технологиях в основном направлено на управление структурой и свойствами



неразъемных соединений.

На основе проведенного анализа мирового опыта применения наноматериалов в соединительных технологиях и по данным, приведенным в работе [33], была проведена систематизация способов применения нано- и ультрадисперсных порошков при сварке (наплавке) плавлением (рисунок 7).

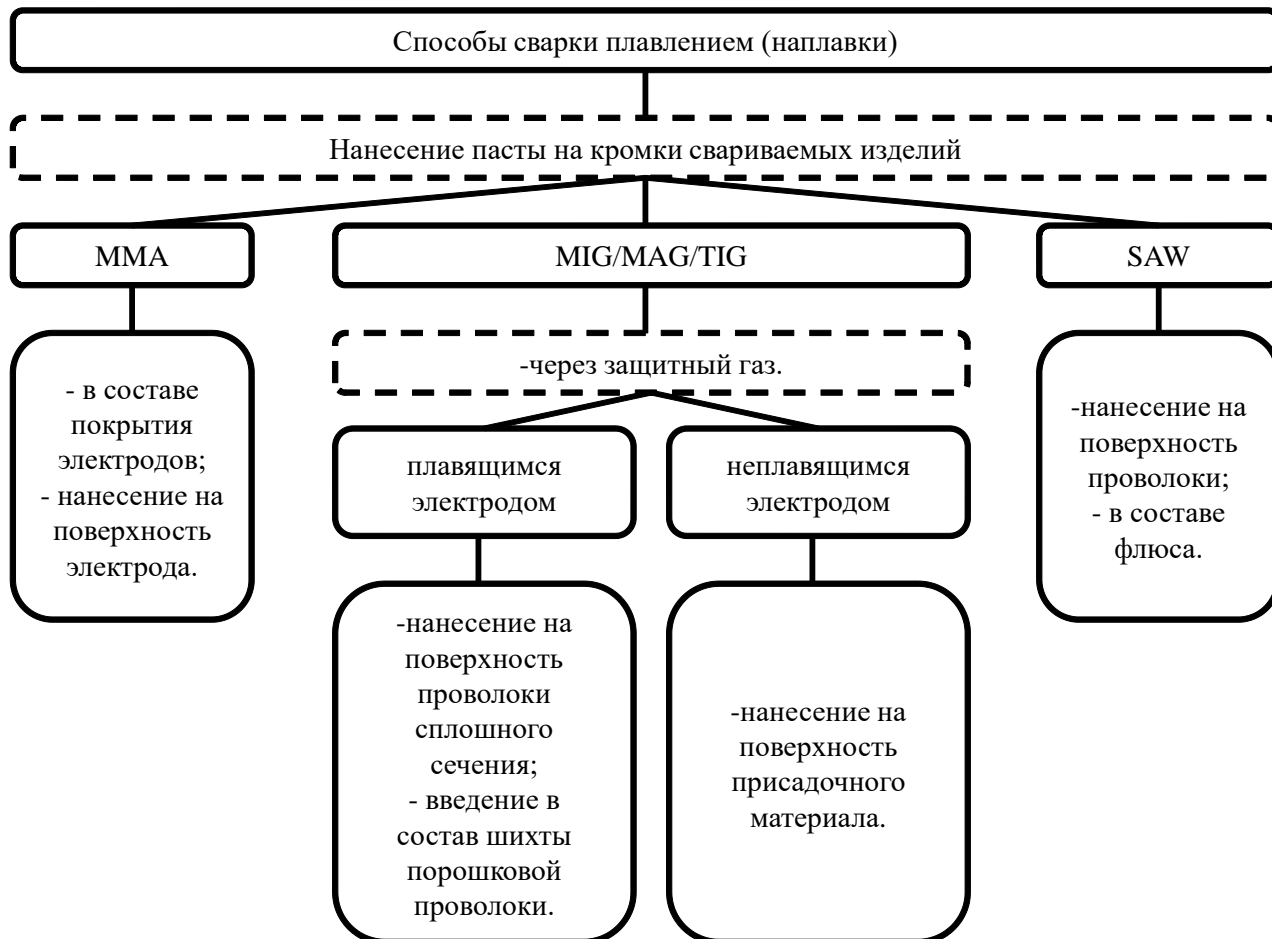


Рисунок 7. Применение нано- и ультрадисперсных порошков при дуговой сварке и наплавке

Необходимо отметить, что при большинстве способов сварки (наплавки) плавлением возможно внесение таких порошков в зону сварки через специализированные пасты, которые наносятся на кромки свариваемых изделий. А при MIG/MAG/TIG-сварке – через защитный газ.

Обзор применения нано- и ультрадисперсных материалов для управления структурой и свойствами металлов в соединительных технологиях показывает, что происходит активное развитие технологических решений в этой области. Такие решения построены, прежде всего, на создании новых материалов для соединительных технологий. Перспективным является развитие способов сварки и наплавки порошковой проволокой в состав которой будут входить нано- и ультрадисперсные материалы. В результате возможно повысить эксплуатационных

показатели наплавленных слоев на основе применения нано- и ультрадисперсных порошков. Для достижения цели необходимо будет решить следующие научные и практические задачи:

1. Разработать научно-обоснованные технологические решения применения нанопорошков в составе шихты порошковой проволоки для повышения свойств наплавленных слоев.

2. Исследовать макро- и микроструктуру наплавок, полученных с дополнительным введением нанопорошков в сварочную ванну с целью получения поверхностных слоев сталей и сплавов с особыми эксплуатационными показателями.

3. Исследовать влияние применения нано- и ультрадисперсных порошков на повышение механических, физических, химических, технологических, эксплуатационных показателей неразъемных соединений цветных металлов и сплавов на их основе.

4. Развить применение нанотехнологий в области соединения композиционных материалов.

### Список литературы / References

1. Paton B. E., Ishchenko A. Ya., Ustinov A. I. Application of nanotechnology of permanent joining of advanced light-weight metallic materials for aerospace engineering // The Paton Welding Journal. 2008. 12. 2-8.
2. Pal K., Mohan M. M., Thomas S. Dynamic application of novel electro-optic switchable device modulation by graphene oxide dispersed liquid crystal cell assembling CdS nanowires // Organic Electronics: physics, materials, applications. 2016. 39. 25-37. DOI: 10.1016/j.orgel.2016.09.019; 10.1016/j.orgel.2016.09.019
3. Reisgen U., Balashov B., Stein L., Geffers C. Nanophase hardfacing. New possibilities for functional surfaces // Materials Science Forum. 2010. 638/642. 870-875. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.638-642.870
4. Lee T. K., Kim H. J., Kang B. Y., Hwang S. K. Effect of Inclusion Size on the Nucleation of Acicular Ferrite in Welds // ISIJ International. 2000. 40(12). 1260-1268. DOI: 10.2355/isijinternational.40.1260
5. Seo J. S., Kim H. J., Lee C. Effect of Ti addition on weld microstructure and inclusion characteristics of bainitic GMA welds // ISIJ International. 2013. 53(5). 880-886. DOI: 10.2355/isijinternational.53.880
6. Vanovsek W., Bernhard C., Fiedler M., Posch G. Influence of aluminum content on the characterization of microstructure and inclusions in high-strength steel welds // Welding in the World. 2013. 57(1). 73-83. DOI: 10.1007/s40194-012-0008-0
7. Wang J.-Y., Chang T.-C., Chang L.-Z., Lee S. Effect of Al and Mn Content on the Mechanical Properties of Various ECAE Processed Mg-Li-Zn Alloys // Materials Transactions. 2006. 47(4). 971-976. DOI: 10.2320/matertrans.47.971
8. Klimpel A., Kik T. Erosion and abrasion wear resistance of GMA wire surfaced nanostructural deposits // Archives of Materials Science and Engineering. 2008. 30(2). 121-124.
9. Zhu Y., Yukimura K., Ding C. X., Zhang P. Y. Tribological properties of nanostructured and conventional WC-Co coatings deposited by plasma spraying // Thin Solid Films. 2001. 388(1-2). 277-282. DOI: 10.1016/S0040-6090(01)00805-7

10. Wu P., Du H. M., Chen X. L., Li Z. Q., Bai H. K., Jiang E. Y. Influens of WC particle behavior on the wear resistance properties of Ni-WC composite coatings // *Wear*. 2004. 257(1-2). 142-147. DOI: 10.1016/j.wear.2003.10.019
11. Gualco A., Svoboda H. G., Surian E. S. Effect of welding parameters on microstructure of Fe-based nanostructured weld overlay deposited through FCAW-S // *Welding International*. 2016. 30(8). 573-580. DOI: 10.1080/09507116.2015.1096533
12. Chen C. X., Peng H., Liu R., Li Y., Zhao P. Research on inclusions in low alloy steel welds with nano alumina addition // *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. 2012. 9(9). 1533-1536. DOI: 10.1166/jctn.2012.2239
13. Chen C., Xue H., Chen C., Han X., Tang H. Effect of nano oxide on microstructure and mechanical properties of low alloy high strength steel welds // *Hanjie Xuebao/Transactions of the China Welding Institution*. 2016. 37(9). 29-34.
14. Saha A., Mondal S. C. Multi-objective Optimization of Welding Parameters in MMAW for Nano-structured Hardfacing Material Using GRA Coupled with PCA // *Source of the Document Transactions of the Indian Institute of Metals*. 2016. 70. 1431-1502. DOI: 10.1007/s12666-016-0945-1
15. Liang X. S., Chen C. X., Peng H. F. Effect of nano-scale titanium oxide on the microstructure of weld deposits for high strength low alloyed steel // *Cailiao Kexue yu Gongyi/Material Science and Technology*. 2009. 17. 41-45.
16. Aghakhani M., Naderian P. Aghakhani M. Modeling and optimization of dilution in SAW in the presence of Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nano-particles // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2015. 78(9-12). 1665-1676. DOI: 10.1007/s00170-014-6733-3
17. Aghakhani M., Ghaderi M. R., Jalilian M. M., Derakhshan A. A. Predicting the combined effect of TiO<sub>2</sub> nano-particles and welding input parameters on the hardness of melted zone in submerged arc welding by fuzzy logic // *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2013. 27(7). 2107-2113. DOI: 10.1007/s12206-013-0523-y
18. Tashev P., Kirilov L., Petrov T., Koprinkova-Christova P., Lukarski Y. Optimization of the parameters for pulsed current tig remelting in nano modification of surface layers of structural steel parts // *Scientific proceedings*. 2016. 1(187). 118-121.
19. Reisgen U., Balashov B., Stein L., Geffers C. Nanophase hardfacing new possibilities for functional surfaces // *Materials Science Forum*. 2010. 638-642. 870-875. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.638-642.870
20. Hsu P. W., Chen R. S., Kao F. H., Tsai S.-Y., Duh J.-G., Wang S.-H., Yang J.-R. Martensite nucleation site and grain refinement in duplex titanium alloy weldment by active flux with nanoparticle addition // *Science and Technology of Welding and Joining*. 2011. 16(6). 514-521. DOI: 10.1179/1362171811Y.0000000038
21. Yang J., Hou X., Zhang P., Ren X., Yang Q. Mechanical properties of the hypereutectoid Fe-Cr-C hardfacing coatings with different nano-Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub> additives and the mechanism analysis // *Materials Science and Engineering a-Structural Materials Properties Microstructure and Processing*. 2016. 655. 346-354. DOI: 10.1016/j.msea.2015.12.087
22. Kuznetsov M. A., Zernin E. A., Danilov V. I., Zhuravkov S. P., Kryukov A. V. Optimization of the modification parameters of a deposited metal by nanostructural fibers of the aluminium oxyhydroxide // *Nanotechnologies in Russia*. 2018. 13(9-10). 521-530. DOI: 10.1134/S1995078018050087
23. Markashova L., Berdnikova O., Alekseenko T., Bernatskyi A., Sydorets V. Nanostructures in Welded Joints and Their Interconnection with Operation Properties // *Achievements in the field of thin films, nanostructured materials and coatings: selected reports of the 2018 International Conference "Nanomaterials: Applications and Properties"* / edited by A. D. Pogrebnyak, V. Novosad. Springer, Singapore, 2019. 119-128.

DOI: 10.1007/978-981-13-6133-3\_12

24. Saha A., Mondal S. C. Statistical Analysis and Optimization of Process Parameters in Wire Cut Machining of Welded Nanostructured Hardfacing Material // Silicon. 2019. 13(9-10). 1313-1326. DOI: 10.1007/s12633-018-9924-y

25. Bond D., Lussoli R. J., Rodrigues Neto J. B., D'Oliveira A. S. Co-based superalloy (Stellite 6) powder with added nanoparticles to be molten by PTA // Soldagem & Inspeção. 2020. 25(5). 2514. DOI: 10.1590/0104-9224/si25.14

26. Sokoluk M., Cao C., Pan S., Li X. Nanoparticle-enabled phase control for arc welding of unweldable aluminum alloy 7075 // Nature Communication. 2019. 10(1). 98. DOI: 10.1038/s41467-018-07989-y

27. Bian H., Song Y., Liu D., Lei Y., Cao J., Song X. Joining of SiO<sub>2</sub> ceramic and TC<sub>4</sub> alloy by nanoparticles modified brazing filler metal // Chinese Journal of Aeronautics. 2019. 33(1). 41-45. DOI: 10.1016/j.cja.2019.03.040

28. Furkan, Kim H.-J., Lee G.-h., Jung J. P. A Review of the Brazeability of Low-Temperature and Nano-Reinforced Al-Based Brazing Filler Metals// Journal of Welding and Joining. 2022. 40(3). 216-224. DOI: 10.5781/JWJ.2022.40.3.2

29. Huang Z., Zhao Z. J., Zhang Q., Xan L., Jiang X.-m., Li C., Perts cardenas M. T., Yuang P., Yin J.-J., Luo J., Gahg J., Nie Z. A welding phenomenon of dissimilar nanoparticles in dispersion // Nature Communication. 2019. 10(1). 219. DOI: 10.1038/s41467-018-08206-6

30. Dele-Afolabi T. T., Ansari M. N. M., Azmah Hanim M. A., Adeleke A. O., Ojokupoluyi O. J., Atiqah A. Recent advances in Sn-based lead-free solder interconnects for microelectronics packaging: Materials and technologies // Journal of Materials Research and Technology. 2023. 25(33). 4231-4263. DOI: 10.1016/j.jmrt.2023.06.193

31. Ahn, B. Recent Advances in Brazing Fillers for Joining of Dissimilar Materials // Metals. 2021. 11(7). 1037. DOI: 10.3390/met11071037

32. Praveen A. S., Arjunan A. Effect of nano-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> addition on the microstructure and erosion wear of HVOF sprayed NiCrSiB coatings // Materials Research Express. 2019. 7(1). 015006. DOI: 10.1088/2053-1591/ab5bda

33. Kuznetsov M. A., Zernin E. A. Nanotechnologies and nanomaterials in welding production (review) // Welding International. 2012. 26(4). 311-313. DOI: 10.1080/09507116.2011.606158

#### Информация об авторах

*Сапожков Сергей Борисович* – доктор технических наук, доцент, директор Политехнического института, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-6804-4454, ssb@novsu.ru

*Зернин Евгений Александрович* – кандидат технических наук, доцент, заместитель директора Инженерной школы диагностики и промышленной безопасности, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9176-0720, Eugeny.Zernin@novsu.ru

*Петрова Екатерина Дмитриевна* – аспирант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0002-2302-8359, s238309@std.novsu.ru

*Петров Роман Валерьевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, Roman.Petrov@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru



## РАДИОФИЗИКА

---

УДК 621.396.969.18

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).847-857

ГРНТИ 49.45.29+47.49.29+28.21.15

Специальность ВАК 1.3.4

*Научная статья*

### РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ РАДАРА С ВИРТУАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКОЙ НА ПЛАТФОРМЕ DIGILENT ZEDBOARD

Шахов Д. В., Жукова И. Н., Быстров Н. Е.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Технология MIMO позволяет создавать виртуальные антенные решётки, значительно сокращая количество приемных и передающих каналов по сравнению с классическими фазированными антенными решётками (ФАР). При этом сохраняются характеристики антенной системы (ширина диаграммы направленности, коэффициент усиления) и, как следствие, характеристики радара (угловое разрешение, дальность обнаружения). Уменьшение числа каналов приёма и передачи приводит к значительному снижению стоимости РЛС в целом. В статье описана математическая модель MIMO-радаров и ее программная реализация на платформе Digilent Zedboard. Приведены результаты моделирования и отработки аппаратно-программной реализации алгоритма обработки. Дана оценка степени загрузки кристалла Xilinx Zynq XC7Z020, стоящего на платформе Digilent Zedboard.

**Ключевые слова:** цифровая обработка сигналов, технология MIMO, радиолокационный сигнал, корреляционная функция, БПФ, передающие и приёмные антенны, программируемая логическая интегральная схема

**Для цитирования:** Шахов Д. В., Жукова И. Н., Быстров Н. Е. Разработка программного обеспечения радара с виртуальной антенной решеткой на платформе Digilent Zedboard // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 847-857. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).847-857

*Research Article*

### DEVELOPMENT OF SOFTWARE FOR A RADAR WITH A VIRTUAL ANTENNA ARRAY ON THE DIGILENT ZEDBOARD PLATFORM

Shakhov D. V., Zhukova I. N., Bystrov N. E.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** MIMO technology allows you to create virtual antenna arrays, significantly reducing the number of receiving and transmitting channels compared to classical phased antenna arrays (PAA). At the same time, the characteristics of the antenna system (width of the radiation pattern, gain factor) and, as a result, the characteristics of the radar (angular resolution, detection range) are preserved. Reducing the number of receiving and transmitting channels leads to a significant reduction in the cost of the radar as a whole. The article describes the process of developing a mathematical model and signal processing software based on the Digilent Zedboard platform. The results of modeling and testing of the hardware and software implementation of the processing algorithm are presented. The degree of loading of the Xilinx Zynq XC7Z020 crystal standing on the Digilent Zedboard platform is estimated.

**Keywords:** digital signal processing, MIMO technology, radar signal, correlation function, FFT, transmit and receive antennas, field programmable gate array

**For citation:** Shakhov D. V., Zhukova I. N., Bystrov N. E. Development of software for a radar with a virtual antenna array on the Digilent Zedboard platform // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 847-857. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).847-857

## Введение

Построение активных радиолокационных систем (РЛС) на основе технологии MIMO (Multiple Input – Multiple Output), пришедшей из радиосвязи, получило в последнее десятилетие широкое распространение. Принципы радиолокации с несколькими разнесенными передающими и приемными антенными модулями описаны в [1, 2]. Среди отечественных публикаций следует выделить работы В. В. Чапурского [3, 4]. К тому же классу систем относятся и многопозиционные РЛС, весьма подробно описанные работе В. С. Черняк [5].

Сегодня MIMO РЛС ведут наземное [6, 7] и морское [8] наблюдение, решают задачи интерферометрии [9], применяются для медицинской визуализации [10], устанавливаются на автомобилях [11, 12].

Особый интерес представляют MIMO РЛС с так называемыми совместно (близко) расположенными передающими и приемными антеннами [13], когда применение  $M$  передающих и  $N$  приемных антенн позволяет синтезировать виртуальную антенную решетку размера  $(M \cdot N)$ . Схема построения антенной системы в этом случае схожа с разреженной решеткой фазированной антенной решетки, в которой каждый излучатель имеет собственный приемопередающий модуль и собственный аналогово-цифровой преобразователь. Однако, в радиолокаторе с фазированной антенной решеткой каждый элемент излучает копию (возможно, со сдвигом во времени) зондирующего сигнала, который формируется в центральном генераторе сигналов. В MIMO РЛС передающие антенны излучают когерентные, но взаимно ортогональные сигналы. Приемные антенны принимают эти сигналы. Каждый эхо-сигнал может быть ассоциирован с соответствующим ему передатчиком. Организация в приемниках отдельных каналов обработки для сигналов передатчиков с последующей межканальной обработкой позволяет решить не только задачи обнаружения с измерением дальности и скорости цели, но и оценить ее угловое положение. В результате, используя меньшее число приемопередающих антенн, удастся получить разрешающую способность, сравнимую с активными фазированными антенными решетками (АФАР). MIMO РЛС также стали хорошей альтернативой радиолокационным системам с узкой диаграммой направленности антенны и последовательным сканированием пространства.

Несмотря на многочисленные теоретические и экспериментальные исследования, не многие публикации описывают специфику технической реализации обработки сигналов в MIMO РЛС.

В статье описана программная реализация на платформе Digilent Zedboard ранее разработанной [14] математической модели формирования и обработки сигналов MIMO РЛС. Приведены результаты отработки программной реализации и сопоставление полученных результатов с результатами математического моделирования.

## Модель формирования и обработки сигналов в МИМО РЛС

При использовании технологии МИМО возможны различные варианты пространственного расположения  $M$  передающих и  $N$  приемных антенн, в том числе, описанный в [15] и представленный на рисунке 1.

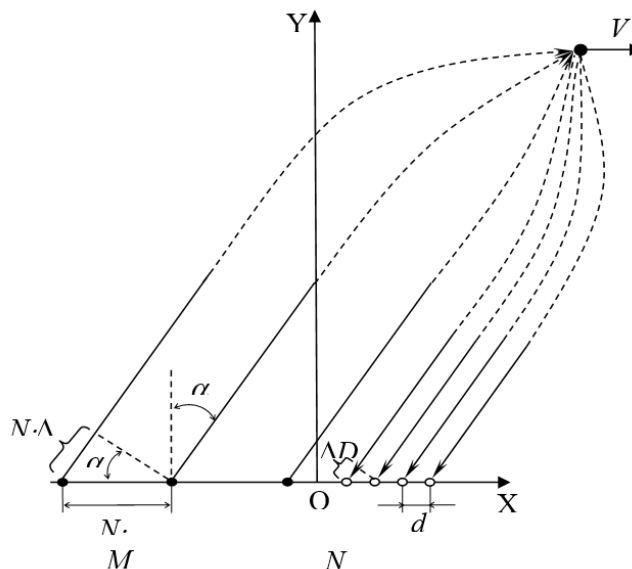


Рисунок 1. Пространственная модель распространения сигналов

В данной модели приемники располагаются на расстоянии  $d$  друг от друга. Передатчики – на расстоянии  $(d \cdot N)$ . Когда цель расположена относительно радиолокационной системы в дальней зоне, можно считать, что все сигналы излучаются и принимаются под одним и тем же углом  $\alpha$ .

С каждой  $(m, n)$ -ой парой «передатчик - приемник»,  $m=1..M$ ,  $n=1..N$ , может быть ассоциирован сигнал, распространяющийся от  $m$ -го передатчика до цели и обратно до  $n$ -го приемника.

Разность хода сигналов между двумя соседними приемниками будет равна  $\Delta D = d \cdot \sin(\alpha)$ . Между крайними приемниками она увеличивается до величины  $\Delta D_{\text{ПРМ}} = (N-1) \cdot d \cdot \sin(\alpha)$ . Между соседними передатчиками разность хода сигналов составляет  $\Delta D_{\text{ПРД}} = N \cdot d \cdot \sin(\alpha) = \Delta D_{\text{ПРМ}} + \Delta D$ . Тогда все пары передатчиков и приемников можно расположить в порядке, при котором разность хода сигналов, а следовательно, и набег фазы, будет изменяться по линейному закону. Такое упорядочение образует виртуальную решетку, которая эквивалентна  $(M \cdot N)$  приемопередающим антеннам, расположенным на расстоянии  $d$  друг от друга. Расстояние между крайними элементами антенной решетки равно  $[(M \cdot N - 1) \cdot d]$ , что много меньше разрешения по дальности. Изменение набег фаз между сигналами виртуальной решетки позволяет определить угловое положение цели. Для однозначных измерений расстояние  $d$  между приемниками должно быть равно половине длины волны. При выполнении данного условия, при любом положении цели разность фаз

сигналов, соотнесенных с соседними элементами виртуальной решетки, будет находиться в диапазоне  $[-\pi; \pi]$ .

Пусть передатчики, работающие от общего задающего генератора, обеспечивающего когерентность зондирующих сигналов, по очереди излучают фазоманипулированные импульсы, состоящие из 32 элементарных импульсов каждый.  $\tau_0$  – длительность элементарного импульса. Между излучениями существуют паузы, когда все передатчики выключены и идет прием отраженных сигналов всеми приемными антеннами. Фрагмент из 512 отсчетов комплексной огибающей сигнала, образованного суммой сигналов всех передатчиков и образующих один период зондирования,  $T=512\tau_0$ , представлен на рисунке 2. Ортогональность сигналов передатчиков достигается в данном случае временным разделением излучаемых ими сигналов. Отметим, что закон фазовой манипуляции отличен для разных передатчиков и изменяется от импульса к импульсу (от периода к периоду).

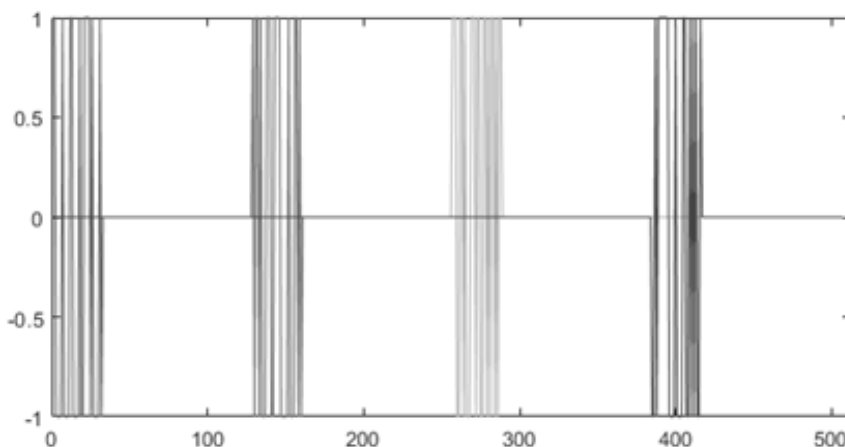


Рисунок 1. Фрагмент комплексных огибающих сигналов передатчиков

Сигнал, принятый каждым приемником, равен аддитивной смеси сигналов всех передатчиков, отраженных от каждой точечной цели. При дискретной обработке эхо-сигналов с частотой дискретизации, определяемой шириной спектра сигналов, влияет только на мгновенное значение фазы эхо-сигналов, так как размер антенной решетки много меньше разрешения по дальности. Дискретные задержки эхо-сигналов  $k$ -ой цели одинаковы. Будем полагать их постоянными на длительности когерентного накопления. Тогда комплексные огибающие сигналов,  $s_n(t)$ ,  $n=1..N$ , отраженных от  $K$  точечных целей, описываются выражением:

$$s_n(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M A_k \cdot u_m(t - \tau_k) \cdot \exp \left[ j \frac{2\pi}{\lambda} D_{m,n,k}(t) \right] + \varepsilon(t), \quad (1)$$

где  $A_k$ ,  $\tau_k$  – комплексная амплитуда и задержка сигналов  $k$ -ой цели,  $u_m(t)$  – сигнал  $m$ -ого передатчика,  $\varepsilon(t)$  – белый шум.  $D_{m,n,k}(t)$  – расстояние распространения сигналов от  $m$ -го передатчика до  $k$ -ой движущейся цели и обратно до  $n$ -ого приемника.

Отметим, что  $D_{m,n,k}(t)$  также описывает изменение во времени мгновенного значения фазы сигнала, вызванного перемещением цели с некоторой скоростью.

Обобщенная функциональная схема обработки сигналов по технологии ММО, представлена на рисунке 3.

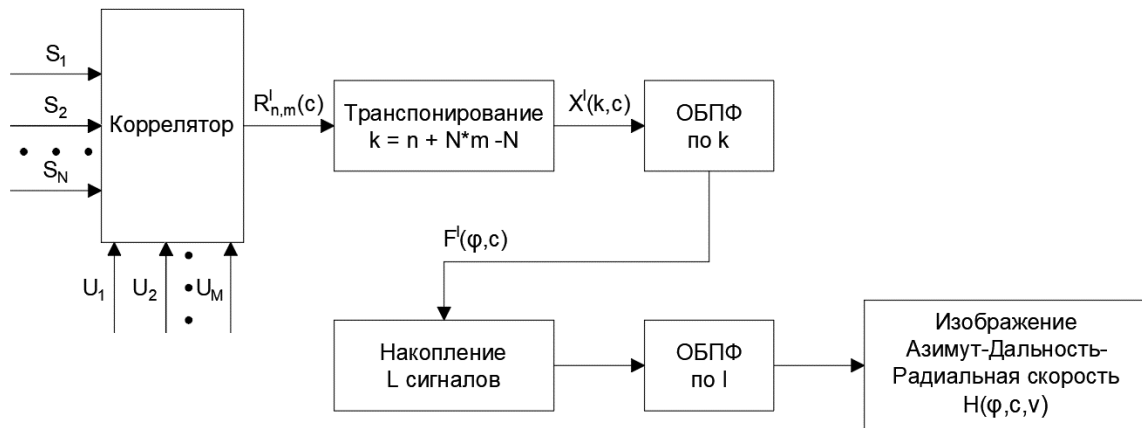


Рисунок 3. Функциональная схема модели обработки сигналов в ММО-радаре

Алгоритм обработки содержит несколько этапов:

1) Сжатие на корреляторе отдельных периодов длительностью  $T$  эхосигналов  $M$  передатчиков, принятых  $N$  приемниками.

$$R_{n,m}^l(c) = \int_0^T s_n(t + l \cdot T) u_m(t + l \cdot T - \tau_c), \quad (2)$$

где  $\tau_c$  – дискретная задержка  $c$ -ого дальномерного канала,  $c=1..C$ .

После обработки  $l$ -ого периода зондирования,  $l=0..V-1$  получается объем данных, равный  $(M \cdot N \cdot C)$ .

2) Транспонирование потока данных так, чтобы для одноименных задержек располагались в порядке набега фазы элементов виртуальной антенной решетки  $R_{n,m}^l(c) \rightarrow X^l(k, c)$ , где  $k=n+Nm-N$

3) Обратное преобразование Фурье над одноименными по  $c$  значениями  $X^l(k, c)$ :

$$F^l(\varphi, c) = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{k=0}^{M \cdot N - 1} X^l(k, c) \cdot \exp \left[ -j \frac{2\pi}{M \cdot N} \varphi \cdot k \right], \quad \varphi=0..(M \cdot N - 1). \quad (3)$$

Модуль функции  $F^l(\varphi, c)$  образует радиолокационное изображение «Азимут-Дальность» для  $l$ -ого периода зондирования. При этом

$$\alpha = \begin{cases} \arcsin \left( \frac{\lambda}{d \cdot M \cdot N} \varphi \right), & \varphi < \frac{M \cdot N}{2} \\ \arcsin \left( \frac{\lambda}{d \cdot M \cdot N} \varphi - 2 \right), & \varphi \geq \frac{M \cdot N}{2} \end{cases} \quad (4)$$

Угловое разрешение ухудшается по мере удаления от оси визирования ( $\alpha=0$ ). Наименьшее угловое разрешение  $\alpha_{\min}=\arcsin[\lambda/(d \cdot M \cdot N)]$  составит  $7.18^\circ$  при  $d=\lambda/2$  и  $(M \cdot N)=16$ .

4) После обработки согласно (3)  $V$  периодов зондирований выполнение обратных преобразований Фурье над одноименными по  $(\varphi, c)$  значениями  $F^l(\varphi, c)$

$$H(\varphi, c, v) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} F^l(\varphi, c) \cdot \exp \left[ -j \frac{2\pi}{V} v \cdot l \right], v=0 \dots V-1 \quad (5)$$

Модуль  $H(\varphi, c, v)$  образует радиолокационное изображение «Азимут-Дальность-Радиальная скорость»

Пример изображения при обнаружении трех движущихся с разными скоростями целей, расположенных на разных дальностях и пеленгах, изображен на рисунке 4. На рисунке 5 представлены проекции трехмерного изображения на плоскости «Азимут-Дальность» (рисунок 5 а) и «Радиальная скорость-Дальность» (рисунок 5 б).

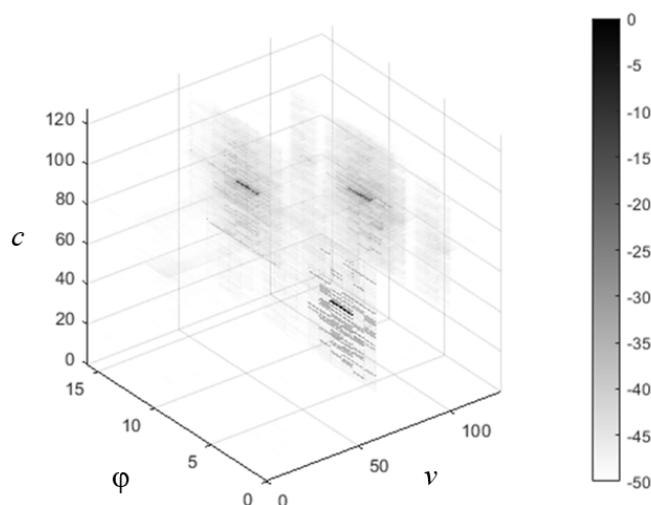


Рисунок 4. Изображение «Азимут-Дальность-Радиальная скорость»

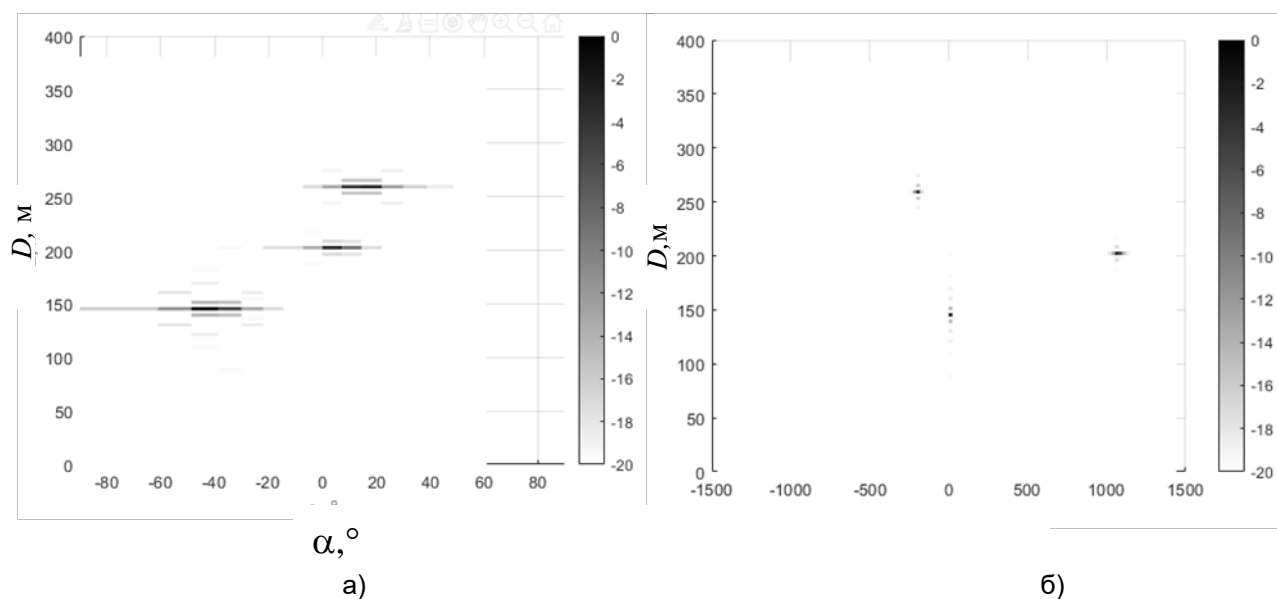


Рисунок 5. Проекция трехмерного изображения: а) изображение «Азимут-Дальность»; б) изображение «Радиальная скорость-Дальность»

Разработанная программная модель является основой планируемой аппаратно-программной реализации ММО-радаров, позволяющего строить радиолокационные изображения обнаруживаемого объекта на плоскости «Радиальная скорость-Дальность» и плоскости «Азимут – Дальность».

### **Реализация модели обработки сигналов ММО-радаром на платформе Digilent ZedBoard**

Рассмотренный выше алгоритм был реализован на стандартной отладочной платформе Digilent ZedBoard, включающей систему на кристалле Xilinx Zynq XC7Z020, [16]. Основные характеристики логической части:

- 1) количество программируемых логических ячеек – 85 тысяч;
- 2) объем оперативной памяти – 4,9 Мбит;
- 3) количество ячеек цифровой обработки сигналов (ячеек DSP) с 25×18 битным умножителем, 48 битным аккумулятором и предварительным сумматором – 220.

Основные характеристики процессорной части:

- 1) 2-ядерный ARM Cortex-A9 CoreSight с частотой тактирования до 866 МГц;
- 2) общее количество контактов ввода-вывода – 54;
- 3) количество каналов DMA – 8.

Типовые вычислительные операции, которые необходимо реализовать: сжатие периодов принятого сигнала и запись-чтение результатов с хранением до момента, когда будут подготовлен необходимый объем данных для вычисления быстрых преобразований Фурье (БПФ) требуемой размерности.

Быстродействие платы позволяет реализовать обработку на одной платформе сразу для четырех приемников. При этом все вычисления необходимо производить на частоте, в четыре раза большей частоты дискретизации принятого сигнала.

Данные представлены в памяти как действительная и мнимая части комплексного числа, каждая из которых является вещественным числом с плавающей точкой одинарной точности.

Отсчеты сигнала активного, излучающего в данный момент передатчика, а также сигналов приемников загружаются в блочную память (BRAM) объемом 5х36 Кбит. Функциональная схема алгоритма обработки изображена на рисунке 6.

С целью экономии вычислительных ресурсов корреляцию сигналов приемников целесообразно выполнять в частотной области. Над загруженными в память BRAM отсчетами выполняется БПФ размерности 128. Спектры входных сигналов приемников и опорного сигнала активного передатчика по очереди перемножаются. Выполняются обратные БПФ. Результаты записываются в BRAM. Объем BRAM рассчитан на заполнение результатов сжатия импульсов 4-х передатчиков в 4-х приемниках, т. е. 16-ти каналов виртуальной антенной решетки.

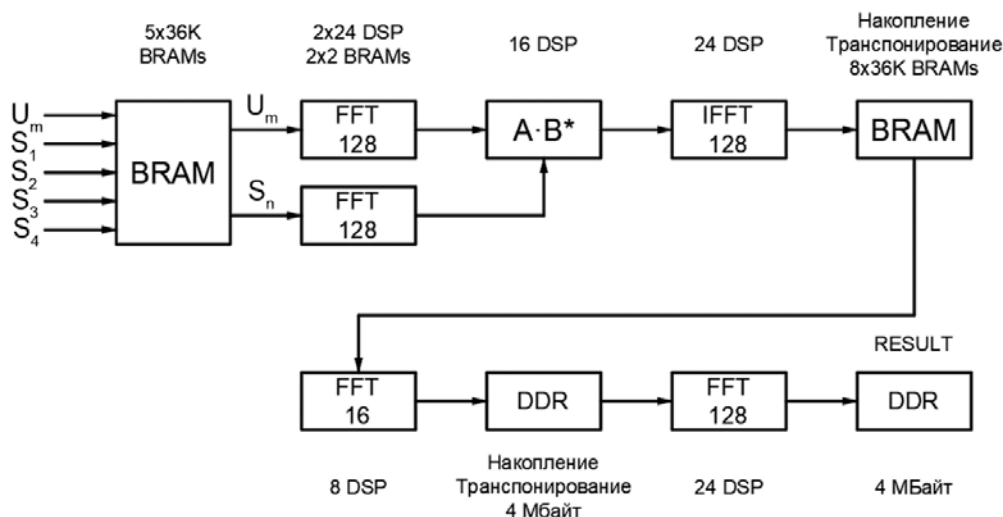


Рисунок 6. Функциональная схема алгоритма обработки на платформе Digilent ZedBoard

Затем выполняется БПФ размерности 16 над одноименными по задержке результатами сжатия сигналов в каналах виртуальной антенной решетки. Таким образом, получается радиолокационное изображение «Азимут – Дальность»

Для вычисления радиальной скорости необходимо произвести формирование слоёв данных изображений «Азимут – Дальность». Для хранения 128 таких изображений требуется 4 Мб памяти, что превышает доступное значение BRAM. В связи с этим накопление данных происходит в DDR. После чего производится БПФ над одноименным по азимуту и дальности данными. В результате получается радиолокационное изображение «Азимут – Дальность – Радиальная скорость», которое так же сохраняется в DDR, для дальнейшего использования.

Для отладки отсчеты модулирующих последовательностей  $u_m(t)$ , а также отсчеты комплексных огибающих входных сигналов приемников  $s_n(t)$ , вычисленные заранее, могут считываться из внешней памяти DDR платформы.

Оценим степень загрузки кристалла Xilinx Zynq XC7Z020. Реализация алгоритма обработки потребовала использовать:

- 1) 120 блоков DSP, из которых 24·4 блока израсходовано на выполнение БПФ размерности 128; 8 блоков – на выполнение БПФ размерности 16; 16 блоков – на умножение двух комплексных чисел;
- 2) 20,5 блоков BRAM, из которых 5 блоков потребовалось для накопления 128 отсчётов переданного и принимаемых сигналов; 2·2 блоков необходимы для записи-чтения результатов вычисления БПФ; 8 блоков BRAM – для организации вычислений 16 корреляционных функций, 3,5 блока израсходованы на прочие ядра.
- 3) 8 Мбайт внешней памяти DDR для хранения промежуточных и окончательных вычислений.

Описанный алгоритм обработки сигналов MIMO РЛС для платформы Digilent ZedBoard реализован в программе Xilinx Vivado.



Проверка работоспособности проверялась на отраженных сигналах, сформированных в ходе моделирования в примере рисунков 4, 5. Сигнальные последовательности были загружены в память DDR. Оттуда данные в реальном времени, с частотой 50 МГц, подавались на вход алгоритма обработки. Результат работы алгоритма полностью совпал с результатами, полученными в ходе моделирования.

### Заключение

Аппаратно-программная реализация на стандартной отладочной платформе Digilent ZedBoard продемонстрировала возможность реализации на одном кристалле обработки сигналов ММО РЛС. Степень загруженности кристалла позволит в дальнейшем разработать макетный образец устройства обработки сигналов с рабочими параметрами системы.

### Список литературы

1. Fishler E., Haimovich A., Blum R., Chizhik D., Cimini L., Valenzuela R. MIMO radar: An idea whose time has come // Proceedings of the IEEE Radar Conference, 26–29 April 2004. Philadelphia, 2004. P. 71-78. DOI: 10.1109/NRC.2004.1316398
2. Forsythe K. W., Bliss D. W., Fawsett G. S. Multiple-input multiple output (MIMO) radar: Performance issues // Conference Record of the Thirty-Eight Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers 2004, 7–10 Nov. Pacific Grove (CA), 2004. 1. 310-315. DOI: 10.1109/ACSSC.2004.1399143
3. Чапурский В. В. Функции неопределенности и пространственная разрешающая способность сверхширокополосных видеоимпульсных антенных решеток // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия: Приборостроение. 2005. 4. 94-108.
4. Чапурский В. В. Обработка сигналов в многочастотных радиолокационных системах антеннами из пространственно-распределенных передающих и приемных элементов // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия: Приборостроение. 2008. 3. 69-79.
5. Черняк В. С. Многопозиционная радиолокация. Москва: Радио и связь, 1993. 415 с.
6. Lesturgie M. Some relevant applications of MIMO to radar // IEEE Proceedings of the 2011 12th International Symposium on Radar (IRS), September 7-9, 2011. Leipzig, Germany, 2011. P.714-721.
7. Martinez-Vazquez A., Fortuny-Guasch J. UWB MIMO radar arrays for small area surveillance applications // 2nd European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2007), 11-16 Nov. 2007. Edinburgh, UK, 2007. P. 1-6. DOI: 10.1049/ic.2007.1076
8. Anderson S., Anderson W. A MIMO technique for enhanced clutter selectivity in a multiple scattering environment: Application to HF surface wave radar // International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, 20-24 September 2010. Sydney, Australia, 2010. P. 133-136. DOI: 10.1109/ICEAA.2010.5652215
9. Kim J.-H., Ossowska A., Wiesbeck W. Investigation of MIMO SAR for interferometry // European Radar Conference, 10-12 October 2007. Munich, Germany, 2007. P. 51-54. DOI: 10.1109/EURAD
10. Pancera E., Zwick T., Wiesbeck W. Ultra wideband radar imaging: An approach to monitor the water accumulation in the human body // IEEE International

Conference on Wireless Information Technology and Systems, 28 August 2010-03 September. Honolulu, USA, 2010. P. 1-4. DOI: 10.1109/ICWITS.2010.5611899

11. Lutz S., Baur K., Walter T. 77 GHz lens-based multistatic MIMO radar with colocated antennas for automotive applications // IEEE/MTT-S International Microwave Symposium Digest, 17-22 June 2012. Montreal, Canada, 2012. P. 1-3. DOI: 10.1109/MWSYM.2012.6259526

12. Schuler K., Younis M., Lenz R., Wiesbeck W. Array design for automotive digital beamforming radar system // IEEE International Radar Conference, 09-12 May 2005. Arlington, USA, 2005. P. 435-440. DOI: 10.1109/RADAR.2005.1435864

13. Li J., Stoica P. MIMO radar with colocated antennas // IEEE Signal Processing Magazine. 2007. 24(5). 106-114. DOI: 10.1109/MSP.2007.904812

14. Шахов Д. В., Крюков Д. В. Обработка сигналов при работе РЛС по технологии МИМО // Дни науки и инноваций НовГУ: материалы XXVIII научной конференции преподавателей, аспирантов и студентов НовГУ, Великий Новгород, 05–10 апреля 2021 года: 2-х ч. Ч. 2. Великий Новгород: Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого, 2021. С. 286-292. DOI: 10.34680/978-5-89896-757-4/2021.DN-2.49

15. Zhu Y., Su Y., Yu W. An ISAR Imaging Method Based on MIMO Technique // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2010. 48(8). 3290-3299. DOI: 10.1109/TGRS.2010.2045230

16. Калачёв А. Многоядерная конфигурируемая вычислительная платформа Zynq-7000 // Современная электроника. 2013. 1. 22-31.

## References

1. Fishler E., Haimovich A., Blum R., Chizhik D., Cimini L., Valenzuela R. MIMO radar: An idea whose time has come // Proceedings of the IEEE Radar Conference, 26–29 April 2004. Philadelphia, 2004. P. 71-78. DOI: 10.1109/NRC.2004.1316398

2. Forsythe K. W., Bliss D. W., Fawsett G. S. Multiple-input multiple output (MIMO) radar: Performance issues // Conference Record of the Thirty-Eight Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers 2004, 7–10 Nov. Pacific Grove (CA), 2004. 1. 310-315. DOI: 10.1109/ACSSC.2004.1399143

3. Chapurskii V. V. Funktsii neopredelennosti i prostranstvennaia razreshaiushchaia sposobnost' sverkhshirokopolosnykh videoimpul'snykh antennoykh reshetok [Uncertainty functions and spatial resolution of ultra wideband video pulse array antennas] // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering. 2005. 4. 94-108.

4. Chapurskii V. V. Obrabotka signalov v mnogochastotnykh radiolokatsionnykh sistemakh v antennami iz prostranstvenno-raspredelennykh peredaiushchikh i priemnykh elementov [Signal processing in multi-frequency radiolocation systems having antennae with spatially distributed transmitting and receiving elements] // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering. 2008. 3. 69-79.

5. Cherniak V. S. Mnogopozitsionnaia radiolokatsiia [Multilevel radiolocation]. Moscow, Radio i sviaz' Publ., 1993. 415 p.

6. Lesturgie M. Some relevant applications of MIMO to radar // IEEE Proceedings of the 2011 12th International Symposium on Radar (IRS), September 7-9, 2011. Leipzig, Germany, 2011. P.714-721.

7. Martinez-Vazquez A., Fortuny-Guasch J. UWB MIMO radar arrays for small area surveillance applications // 2nd European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2007), 11-16 Nov. 2007. Edinburgh, UK, 2007. P. 1-6. DOI: 10.1049/ic.2007.1076

8. Anderson S., Anderson W. A MIMO technique for enhanced clutter selectivity in a multiple scattering environment: Application to HF surface wave radar // International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, 20-24 September 2010. Sydney, Australia, 2010. P. 133-136. DOI: 10.1109/ICEAA.2010.5652215
9. Kim J.-H., Ossowska A., Wiesbeck W. Investigation of MIMO SAR for interferometry // European Radar Conference, 10-12 October 2007. Munich, Germany, 2007. P. 51-54. DOI: 10.1109/EURAD
10. Pancera E., Zwick T., Wiesbeck W. Ultra wideband radar imaging: An approach to monitor the water accumulation in the human body // IEEE International Conference on Wireless Information Technology and Systems, 28 August 2010-03 September. Honolulu, USA, 2010. P. 1-4. DOI: 10.1109/ICWITS.2010.5611899
11. Lutz S., Baur K., Walter T. 77 GHz lens-based multistatic MIMO radar with collocated antennas for automotive applications // IEEE/MTT-S International Microwave Symposium Digest, 17-22 June 2012. Montreal, Canada, 2012. P. 1-3. DOI: 10.1109/MWSYM.2012.6259526
12. Schuler K., Younis M., Lenz R., Wiesbeck W. Array design for automotive digital beamforming radar system // IEEE International Radar Conference, 09-12 May 2005. Arlington, USA, 2005. P. 435-440. DOI: 10.1109/RADAR.2005.1435864
13. Li J., Stoica P. MIMO radar with colocated antennas // IEEE Signal Processing Magazine. 2007. 24(5). 106-114. DOI: 10.1109/MSP.2007.904812
14. Shakhov D. V., Kriukov D. V. Obrabotka signalov pri rabote RLS po tekhnologii MIMO [Signal processing in MIMO radar] // Dni nauki i innovatsii NovGU: materialy XXVIII nauchnoi konferentsii prepodavatelei, aspirantov i studentov NovGU [Proc. 28th Sci. Conf. of Academicians and Students "Science and Innovation Days at NovSU"]. In 2 vols. Vol. 2, Veliky Novgorod, NovSU Publ., 2021. P. 286-292. DOI: 10.34680/978-5-89896-757-4/2021.DN-2.49
15. Zhu Y., Su Y., Yu W. An ISAR Imaging Method Based on MIMO Technique // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2010. 48(8). 3290-3299. DOI: 10.1109/TGRS.2010.2045230
16. Kalachev A. Mnogoiadernaia konfiguriruemaia vychislitel'naia platforma Zynq-7000 [Zynq-7000 multicore configurable computing platform] // Sovremennaya elektronika. 2013. 1. 22-31.

#### Информация об авторах

*Шахов Денис Валерьевич* – студент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0005-9594-9925, Denis.Shakhov@novsu.ru

*Жукова Ирина Николаевна* – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0003-0283-3711, Irina.Zhukova@novsu.ru

*Быстров Николай Егорович* – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0009-1998-8868, Nikolay.Bystrov@novsu.ru

# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

---

УДК 621.396:535.4:517.968

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).858-862

ГРНТИ 49.43.29+29.31.29+27.23.21

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## ТЕОРИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДИФРАКЦИИ НА НЕЗАМКНУТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Эминов С. И., Сочиллин А. В., Захаров М. А., Петров Р. В.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Предложен новый, математически эффективный метод решения векторного уравнения дифракции на незамкнутой цилиндрической поверхности. В основе метода лежит выделение главного оператора, определение функциональных пространств и сведение операторного уравнения к уравнению Фредгольма второго рода. В качестве пространств используются пространства Соболева, учитывающие условие Мейкснера на ребре. В выбранных пространствах главный оператор ограничен, обратим и обратный оператор также непрерывен. Развита проекционный метод решения операторных уравнений.

**Ключевые слова:** векторное уравнение дифракции, система интегро-дифференциальных уравнений, двумерная система, одномерная система, главный оператор, пространства Соболева, уравнение Фредгольма, численный метод, матрица оператора, диагональная матрица

**Для цитирования:** Эминов С. И., Сочиллин А. В., Захаров М. А., Петров Р. В. Теория интегральных уравнений дифракции на незамкнутой цилиндрической поверхности // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 858-862. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).858-862

*Research Article*

## THEORY OF INTEGRAL EQUATIONS OF DIFFRACTION ON AN OPEN CYLINDRICAL SURFACE

Eminov S. I., Sochilin A. V., Zakharov M. A., Petrov R. V.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** A new, mathematically efficient method for solving the vector equation of diffraction on an open cylindrical surface is proposed. The method is based on the allocation of the main operator, the definition of functional spaces and the reduction of the operator equation to the Fredholm equation of the second kind. Sobolev spaces are used as ones that take into account the Meixner condition on the edge. In the selected spaces, the main operator is bounded and invertible; the inverse operator is also bounded. A projection method for solving operator equations has been developed.

**Keywords:** vector diffraction equation, system of integro-differential equations, two-dimensional system, one-dimensional system, main operator, Sobolev spaces, Fredholm equation, numerical method, operator matrix, diagonal matrix

**For citation:** Eminov S. I., Sochilin A. V., Zakharov M. A., Petrov R. V. Theory of integral equations of diffraction on an open cylindrical surface // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 858-862. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).858-862

## Введение. Векторное уравнение электромагнитных волн на идеально-проводящей поверхности

Электродинамический анализ задач дифракции на идеально-проводящих поверхностях и вибраторных антеннах основан на решении интегральных уравнений относительно поверхностных токов. Пусть на идеально проводящую поверхность  $S$  падает произвольная электромагнитная волна  $\vec{E}^0, \vec{H}^0$ . В результате этого на поверхность  $S$  наводятся поверхностные токи с плотностью  $\vec{j}$ . Неизвестная функция поверхностных токов удовлетворяет векторному уравнению [1]

$$[-grad_P \iint (grad_Q G, \vec{j}) dS + k^2 \iint G \vec{j} dS, \vec{n}]_S = -i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} [\vec{E}^0, \vec{n}]_S. \quad (1)$$

Здесь интегрирование проводится по поверхности  $S$ ,  $P$  – точка наблюдения,  $Q$  – точка излучения,  $G = \frac{\exp(-ikR)}{4\pi kR}$  – функция Грина,  $R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$  – расстояние между точкой излучения и точкой наблюдения на поверхности  $S$ ,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость,  $\mu$  – магнитная проницаемость,  $k$  – волновое число.

## Система двумерных интегро-дифференциальных уравнений

На поверхности  $S$  введем криволинейные ортогональные координаты. Связь с декартовыми координатами в точке наблюдения  $S$  описывается равенствами  $x = x(v, \tau, q_0)$ ,  $y = y(v, \tau, q_0)$ ,  $z = z(v, \tau, q_0)$ , а в точке излучения  $Q$  соотношениями  $x' = x'(u, t, q_0)$ ,  $y' = y'(u, t, q_0)$ ,  $z' = z'(u, t, q_0)$ . Тогда векторное уравнение (1) относительно векторной функции  $\vec{j}(j_u, j_t)$  сведется к системе интегро-дифференциальных уравнений [2]

$$\begin{cases} \iint [K_u^v(v, u, \tau, t) j_u(u, t) + K_t^v(v, u, \tau, t) j_t(u, t)] dS = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_v^0(v, \tau), \\ \iint [K_u^t(v, u, \tau, t) j_u(u, t) + K_t^t(v, u, \tau, t) j_t(u, t)] dS = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_t^0(v, \tau), \end{cases} \quad (2)$$

где

$$K_u^v = \frac{H_t}{H_v} \frac{\partial^2 G}{\partial v \partial u} - k^2 G \vec{e}_u \cdot \vec{e}_v H_u H_t, K_t^v = \frac{H_u}{H_v} \frac{\partial^2 G}{\partial v \partial t} - k^2 G \vec{e}_t \cdot \vec{e}_v H_u H_t,$$

$$K_u^t = \frac{H_t}{H_\tau} \frac{\partial^2 G}{\partial \tau \partial u} - k^2 G \vec{e}_u \cdot \vec{e}_\tau H_u H_t, K_t^t = \frac{H_u}{H_\tau} \frac{\partial^2 G}{\partial \tau \partial t} - k^2 G \vec{e}_t \cdot \vec{e}_\tau H_u H_t,$$

$H_t, H_\tau, H_u, H_v$  – коэффициенты Ламе,  $\vec{e}_t, \vec{e}_\tau, \vec{e}_u, \vec{e}_v$  – орты координатных линий.

## Интегральные уравнения на цилиндрической поверхности

Систему уравнений (2) применим к задаче дифракции на цилиндрической поверхности. Ось  $z$  параллельна образующей цилиндрической поверхности  $S$ .

Контур  $\Gamma$ , образованный пересечением поверхности  $S$  с плоскостью  $z = 0$ , задается уравнениями  $x = \xi(\tau), y = \eta(\tau), -1 \leq \tau \leq 1$ . Рассмотрим случай, когда первичное поле не зависит от координаты  $z$ . Как следствие, поверхностные токи также не зависят от  $z$  и система (2) распадается на два независимых уравнения. Далее, двумерные ядра можно свести к одномерным. Для этого воспользуемся тождеством

$$\int_{-1}^1 \frac{\exp(-ikR)}{4\pi kR} dz' = \int_{-1}^1 \frac{\exp(-ik\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2})}{4\pi k\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} dz' =$$

$$= \int_{-1}^1 \frac{\exp(-ik\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + t^2})}{4\pi k\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + t^2}} dt = -\frac{i}{4k} H_0^{(2)}(k\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) = -\frac{i}{4k} H_0^{(2)}(kL), \quad (3)$$

где  $H_0^{(2)}(x)$  – функция Ханкеля второго рода и нулевого полрядка.

Для задачи дифракции  $E$  –поляризованных волн, когда первичное поле и токи параллельны оси  $z$ , из (2) получим интегральное уравнение

$$k \int_{-1}^1 H_0^{(2)}(kL) \sqrt{\xi'^2(\tau) + \eta'^2(\tau)} j_z(t) dt = 4 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_z^0(\tau). \quad (4)$$

В этом уравнении сделаем замену  $k \sqrt{\xi'^2(\tau) + \eta'^2(\tau)} j_z(t) dt = u(t)$ . Функция Ханкеля является линейной комбинацией функций Бесселя и Неймана:  $H_0^{(2)} = J_0 - iN_0$ , а функция  $N_0$  имеет логарифмическую особенность, точнее функция  $N_0(|x|) - \frac{2}{\pi} \ln|x|$  непрерывно дифференцируема. Выделяя логарифмическую особенность из (4), получим уравнение

$$2i(Lu)(\tau) + (Mu)(\tau) = 4 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_z^0(\tau), \quad (5)$$

где  $(Lu)(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 u(t) \ln \frac{1}{|\tau-t|} dt$ ,  $(Mu)(\tau) = \int_{-1}^1 \left( H_0^{(2)}(kL) - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{1}{|\tau-t|} \right) u(t) dt$ .

Решение уравнения будем искать в пространстве Соболева [3]  $H_{-\frac{1}{2}}(-1,1)$ , а правая часть принадлежит пространству  $\tilde{H}_{\frac{1}{2}}(-1,1)$ . Имеет место теорема [3].

**Теорема 1.** Оператор  $L$  непрерывно и взаимно однозначно отображает пространство  $H_{-\frac{1}{2}}(-1,1)$  на все пространство  $\tilde{H}_{\frac{1}{2}}(-1,1)$ , обратный оператор  $L^{-1}$  также непрерывен и задается формулой

$$(L^{-1}g)(\tau) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\tau^2}} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-t^2} g'(t)}{\tau-t} dt + \frac{1}{\pi \ln 2} \frac{1}{\sqrt{1-\tau^2}} \int_{-1}^1 \frac{g(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt. \quad (6)$$

Оператор  $L^{-1}M$  вполне непрерывен, а уравнение (5) эквивалентно уравнению Фредгольма второго рода. Уравнение (5) эффективно решается методом Галеркина с использованием функций

$$\psi_1(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi \ln 2}} \frac{1}{\sqrt{1-\tau^2}}, \psi_n(\tau) = \sqrt{\frac{2n}{\pi}} \frac{\cos(n \arccos(\tau))}{\sqrt{1-\tau^2}}, n = 2, 3, 4 \dots \quad (7)$$

Матрица оператора  $L$  в данном базисе является единичной.

А теперь рассмотрим задачу  $H$  – поляризации, когда поверхностные токи перпендикулярны образующей, оси  $z$  и направлены по касательной к контуру  $\Gamma$ . Плотность токов удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \frac{\partial^2 H_0^{(2)}(kL)}{\partial \tau \partial t} j_t(t) dt - \int_{-1}^1 H_0^{(2)}(kL) \left( k^2 (\xi'(\tau) \xi'(t) + \eta'(\tau) \eta'(t)) \right) j_t(t) dt = \\ = -4 k \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \sqrt{\xi'^2(\tau) + \eta'^2(\tau)} E_z^0(\tau). \end{aligned} \quad (8)$$

Выделяя логарифмическую особенность из (8), получим уравнение

$$2i(Aj_t)(\tau) + (Bj_t)(\tau) = -4 k \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \sqrt{\xi'^2(\tau) + \eta'^2(\tau)} E_z^0(\tau), \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} (Aj_t)(\tau) &= \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-1}^1 j_t(t) \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{1}{|\tau - t|} dt, \\ (Bj_t)(\tau) &= \int_{-1}^1 \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial t} \left( H_0^{(2)}(kL) - \frac{2i}{\pi} \ln \frac{1}{|\tau - t|} \right) j_t(t) dt - \\ &- \int_{-1}^1 H_0^{(2)}(kL) \left( k^2 (\xi'(\tau) \xi'(t) + \eta'(\tau) \eta'(t)) \right) j_t(t) dt. \end{aligned} \quad (10)$$

**Теорема 2.** Оператор  $A$  непрерывно и взаимно однозначно отображает пространство  $H_{\frac{1}{2}}(-1,1)$  на все пространство  $\tilde{H}_{-\frac{1}{2}}(-1,1)$ , обратный оператор  $A^{-1}$  также непрерывен и задается выражением

$$(A^{-1}f)(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f(t) \ln \left| \frac{\tau - t}{1 - \tau t + \sqrt{1 - \tau^2} \sqrt{1 - t^2}} \right| dt. \quad (11)$$

Оператор  $A^{-1}B$  вполне непрерывен, а уравнение (9) эквивалентно уравнению Фредгольма второго рода. Уравнение (9) эффективно решается методом Галеркина с использованием функций

$$\varphi_n(\tau) = \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \sin(n \arccos(\tau)), n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Матрица оператора  $A$  в данном базисе является единичной.

### Заключение

Таким образом, в работе развит общий метод вывода системы двумерных и одномерных интегро-дифференциальных уравнений на незамкнутой

цилиндрической поверхности. На основе логарифмической особенности ядра выведен и описан главный оператор задачи в пространствах Соболева. Главный оператор является ограниченным, взаимно-однозначным и отображает пространство решений на все пространство правых частей. Как следствие, главный оператор имеет ограниченный обратный оператор, а операторное уравнение эквивалентно уравнению Фредгольма второго рода. Развита численная методика решения операторного уравнения.

### Список литературы

1. Васильев Е. Н. Возбуждение тел вращения. Москва: Радио и связь, 1987. 272 с.
2. Давыдов А. Г., Захаров Е. В., Пименов Ю. В. Метод численного решения задач дифракции электромагнитных волн на незамкнутых поверхностях произвольной формы // Доклады Академии наук. 1984. 276(1). 96-100.
3. Эминов С. И. Аналитическое обращение операторной матрицы задачи дифракции на отрезке цилиндра в пространствах Соболева // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2021. 61(3). 450-456. DOI: 10.31857/S0044466921030054

### References

1. Vasil'ev E. N. Vozbuzhdenie tel vrashcheniia [Excitation of bodies of revolution]. Moscow, Radio i sviaz', 1987. 272 p.
2. Davydov A. G., Zakharov E. V., Pimenov Yu. V. Metod chislenno go resheniia zadach difraktsii elektromagnitnykh voln na nezamknutykh poverkhnostiakh proizvol'noi formy [A numerical method for solving the problems of electromagnetic wave diffraction on freeform open surfaces] // Doklady Akademii nauk. 1984. 276(1). 96-100.
3. Eminov S. I. Analytical inversion of the operator matrix for the problem of diffraction by a cylindrical segment in Sobolev spaces // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2021. 61(3). 424-430. DOI: 10.1134/S0965542521030052

### Информация об авторах

*Эминов Стефан Ильич* – доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9497-8234, Stefan.Eminov@novsu.ru

*Сочилин Андрей Викторович* – кандидат технических наук, доцент, доцент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0001-6857-7418, Andrey.Sochilin@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru

*Петров Роман Валерьевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, Roman.Petrov@novsu.ru



# ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

---

УДК 621.396:535.4:517.95

DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).863-870

ГРНТИ 49.37.29+29.31.29+27.29.23

Специальность ВАК 1.3.8

*Научная статья*

## ОПЕРАТОРНОЕ УРАВНЕНИЕ ДИФРАКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

Эминов С. И., Сочилин А. В., Петров Р. В., Захаров М. А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
(Великий Новгород, Россия)*

**Аннотация** Предложен новый, математически эффективный метод решения векторного уравнения дифракции на незамкнутой поверхности вращения. В основе метода лежит выделение главного оператора, определение функциональных пространств и сведение операторного уравнения к уравнению Фредгольма второго рода. В качестве пространств используются пространства Соболева, учитывающие условие Мейкснера на ребре. В выбранных пространствах главный оператор ограничен, обратим и обратный оператор также ограничен. Разработан проекционный метод решения операторных уравнений.

**Ключевые слова:** векторное уравнение дифракции, система интегро-дифференциальных уравнений, двумерная система, одномерная система, главный оператор, пространства Соболева, уравнение Фредгольма, численный метод, матрица оператора, диагональная матрица

**Для цитирования:** Эминов С. И., Сочилин А. В., Петров Р. В., Захаров М. А. Операторное уравнение дифракции на отрезке кругового цилиндра // Вестник НовГУ. 2023. 5(134). 863-870. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).863-870

*Research Article*

## OPERATOR EQUATION OF DIFFRACTION ON A SEGMENT OF A CIRCULAR CYLINDER

Eminov S. I., Sochilin A. V., Petrov R. V., Zakharov M. A.

*Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

**Abstract** A new, mathematically efficient method for solving the vector equation of diffraction on an open surface of rotation is proposed. The method is based on the allocation of the main operator, the definition of functional spaces and the reduction of the operator equation to the Fredholm equation of the second kind. Sobolev spaces are used as ones that take into account the Meixner condition on the edge. In the selected spaces, the main operator is bounded and invertible; the inverse operator is also bounded. A projection method for solving operator equations has been developed.

**Keywords:** vector diffraction equation, system of integro-differential equations, two-dimensional system, one-dimensional system, main operator, Sobolev spaces, Fredholm equation, numerical method, operator matrix, diagonal matrix

**For citation:** Eminov S. I., Sochilin A. V., Petrov R. V., Zakharov M. A. Operator equation of diffraction on a segment of a circular cylinder // Vestnik NovSU. 2023. 5(134). 863-870. DOI: 10.34680/2076-8052.2023.5(134).863-870

## Введение. Векторное уравнение электромагнитных волн на идеально-проводящей поверхности

Электродинамический анализ задач дифракции на идеально-проводящих поверхностях и вибраторных антенн основан на решении интегральных уравнений относительно поверхностных токов. Пусть на идеально проводящую поверхность  $S$  падает произвольная электромагнитная волна  $\vec{E}^0, \vec{H}^0$ . В результате этого на поверхности  $S$  наводятся поверхностные токи с плотностью  $\vec{j}$ . Неизвестная функция поверхностных токов удовлетворяет векторному уравнению [1]

$$[-grad_P \iint (grad_Q G, \vec{j}) dS + k^2 \iint G \vec{j} dS, \vec{n}]_S = -i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} [\vec{E}^0, \vec{n}]_S. \quad (1)$$

Здесь интегрирование проводится по поверхности  $S$ ,  $P$  – точка наблюдения,  $Q$  – точка излучения,  $G = \frac{\exp(-ikR)}{4\pi kR}$  – функция Грина,  $R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$  – расстояние между точкой излучения и точкой наблюдения на поверхности  $S$ ,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость,  $\mu$  – магнитная проницаемость,  $k$  – волновое число.

## Система двумерных интегро-дифференциальных уравнений

На поверхности  $S$  введем криволинейные ортогональные координаты. Связь с декартовыми координатами в точке наблюдения  $S$  описывается равенствами  $x = x(v, \tau, q_0)$ ,  $y = y(v, \tau, q_0)$ ,  $z = z(v, \tau, q_0)$ , а в точке излучения  $Q$  – соотношениями  $x' = x'(u, t, q_0)$ ,  $y' = y'(u, t, q_0)$ ,  $z' = z'(u, t, q_0)$ . Тогда векторное уравнение (1) относительно векторной функции  $\vec{j}(j_u, j_t)$  сведется к системе интегро-дифференциальных уравнений [2]

$$\begin{cases} \iint [K_u^v(v, u, \tau, t) j_u(u, t) + K_t^v(v, u, \tau, t) j_t(u, t)] dS = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_v^0(v, \tau), \\ \iint [K_u^\tau(v, u, \tau, t) j_u(u, t) + K_t^\tau(v, u, \tau, t) j_t(u, t)] dS = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_v^0(v, \tau), \end{cases} \quad (2)$$

где

$$K_u^v = \frac{H_t}{H_v} \frac{\partial^2 G}{\partial v \partial u} - k^2 G \vec{e}_u \cdot \vec{e}_v H_u H_t, K_t^v = \frac{H_u}{H_v} \frac{\partial^2 G}{\partial v \partial t} - k^2 G \vec{e}_t \cdot \vec{e}_v H_u H_t,$$

$$K_u^\tau = \frac{H_t}{H_\tau} \frac{\partial^2 G}{\partial \tau \partial u} - k^2 G \vec{e}_u \cdot \vec{e}_\tau H_u H_t, K_t^\tau = \frac{H_u}{H_\tau} \frac{\partial^2 G}{\partial \tau \partial t} - k^2 G \vec{e}_t \cdot \vec{e}_\tau H_u H_t,$$

$H_t, H_\tau, H_u, H_v$  – коэффициенты Ламе,  $\vec{e}_t, \vec{e}_\tau, \vec{e}_u, \vec{e}_v$  – орты координатных линий.

Систему уравнений (2) применим к задаче дифракции на отрезке кругового цилиндра. В цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$  поверхность  $S$  описывается соотношениями:  $-l \leq z \leq l, r = a, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ . Векторная функция поверхностных

токов  $\vec{j}$  имеет аксиальную составляющую  $j_z(z, \varphi)$  и азимутальную компоненту  $j_\varphi(z, \varphi)$ . Они удовлетворяют системе интегро-дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \iint \left[ j_z \left( \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial z'} - k^2 G \right) + j_\varphi \frac{\partial^2 G}{a \partial z \partial \varphi'} \right] dS = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_z^0, \\ \iint \left[ j_z \left( \frac{\partial^2 G}{a \partial z' \partial \varphi} \right) + j_\varphi \left( \frac{\partial^2 G}{a^2 \partial \varphi \partial \varphi'} - k^2 \cos(\varphi - \varphi') G \right) \right] dS = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_\varphi^0. \end{cases} \quad (3)$$

### Система одномерных интегро-дифференциальных уравнений

Система (3) является двумерной. Для сведения этой системы к одномерной разложим функцию Грина и все функции, входящие в систему (3), в ряды Фурье.

$$\begin{aligned} G &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp(-im(\varphi - \varphi')) S_m(z, z'), S_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G \exp(im(\varphi - \varphi')) d\varphi', \\ j_z(z, \varphi) &= \frac{1}{2\pi a} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp(-im\varphi) u_m(z), u_m = \int_0^{2\pi} j_z \exp(im\varphi) a d\varphi, \\ j_\varphi(z, \varphi) &= \frac{1}{2\pi a} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp(-im\varphi) v_m(z), v_m = \int_0^{2\pi} j_\varphi \exp(im\varphi) a d\varphi, \\ E_z^0 &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp(-im\varphi) E_z^m(z), E_\varphi^0 = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp(-im\varphi) E_\varphi^m(z). \end{aligned} \quad (4)$$

Используя разложение в ряды Фурье (4), сведем двумерную систему (3) к одномерной системе. Одновременно перейдем к безразмерным переменным по формулам  $z = l\tau, z' = lt$ . В результате получим систему

$$\begin{cases} \int_{-1}^1 \left[ u_m \left( \frac{1}{(kl)} \frac{\partial^2 S_m}{\partial \tau \partial t} - (kl) S_m \right) + v_m \frac{im}{(ka)} \frac{\partial S_m}{\partial \tau} \right] dt = \frac{i}{k} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_z^m, \\ \int_{-1}^1 \left[ u_m \frac{-im}{(ka)} \frac{\partial S_m}{\partial t} + v_m \left( \frac{m^2 (kl)}{(ka)^2} S_m - (kl) \frac{S_{m+1} + S_{m-1}}{2} \right) \right] dt = \frac{i}{k} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_\varphi^m. \end{cases} \quad (5)$$

Систему (5) необходимо решить для каждого значения  $m$ . При фиксированном  $m$  система (5) описывает задачу дифракции, в которой первичное поле определяется формулами:

$$E_z^0(z, \varphi) = \exp(-im\varphi) E_z^m(z), E_\varphi^0(z, \varphi) = \exp(-im\varphi) E_\varphi^m(z).$$

Поэтому исследование системы (5) имеет самостоятельный интерес.

### Операторная форма записи системы уравнений

Функция  $S_m(\tau, t)$  имеет логарифмическую особенность [3]

$$S_m(\tau, t) = \frac{1}{4\pi^2(ka)} \ln \frac{1}{|\tau - t|} + N_m(\tau, t). \quad (6)$$

Функция  $N_m(\tau, t)$  является непрерывной вместе с частными производными первого порядка. В соответствии с представлением (6) выделим главные части операторов, входящих в (5), и для их описания введем операторную матрицу

$$T = \begin{pmatrix} a_{11}Aa_{12}SL \\ a_{21}SAa_{22}L \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} (Au)(\tau) &= \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-1}^1 u(\tau) \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{1}{|\tau-t|} dt, \quad (SLv)(\tau) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-1}^1 v(\tau) \ln \frac{1}{|\tau-t|} dt, \\ (SAu)(\tau) &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 u(\tau) \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{1}{|\tau-t|} dt, \quad (Lv)(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 v(\tau) \ln \frac{1}{|\tau-t|} dt, \quad (8) \\ a_{11} &= \frac{1}{4\pi(kl)(ka)}, a_{12} = \frac{im}{4\pi(ka)^2}, a_{21} = -\frac{im}{4\pi(ka)^2}, a_{22} = \frac{(kl)}{4\pi(ka)} \left( \frac{m^2}{(ka)^2} - 1 \right). \end{aligned}$$

Интегральный оператор  $L$  имеет логарифмическую особенность в ядре. Операторы  $SA$  и  $SL$  получаются из оператора  $L$  в результате дифференцирования, и суть сингулярные операторы первого рода. Оператор  $A$  получается из оператора  $L$  двойным дифференцированием и является гиперсингулярным оператором. Теперь опишем операторную матрицу, соответствующую второму слагаемому (6)

$$B = \begin{pmatrix} B_{11}B_{12} \\ B_{21}B_{22} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} (B_{11}u)(\tau) &= \int_{-1}^1 u \left( \frac{1}{(kl)} \frac{\partial^2 N_m}{\partial \tau \partial t} - (kl)S_m \right) dt, \\ (B_{12}v)(\tau) &= \int_{-1}^1 v \frac{im}{(ka)} \frac{\partial N_m}{\partial \tau} dt, \quad (B_{21}u)(\tau) = \int_{-1}^1 u \frac{-im}{(ka)} \frac{\partial N_m}{\partial \tau} dt, \quad (10) \\ (B_{22}v)(\tau) &= \int_{-1}^1 v \left( \frac{m^2(kl)}{(ka)^2} N_m - (kl) \frac{N_{m+1} + N_{m-1}}{2} \right) dt. \end{aligned}$$

С учетом введенных операторов запишем систему (5) в операторной форме

$$T \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_m \\ g_m \end{pmatrix}, f_m = \frac{i}{k} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_z^m, g_m = \frac{i}{k} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_\varphi^m. \quad (11)$$

### Пространство решений. Эквивалентность операторного уравнения к уравнению Фредгольма второго рода

Введем основные определения функциональных пространств, в которых будем искать решения [4,5].  $H_s(R)$  пространство обобщенных функций  $u(\tau)$ , преобразование Фурье которых  $\tilde{u}(\xi)$  локально интегрируемо в смысле Лебега и удовлетворяет неравенству

$$\|u\|_s^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{u}(\xi)|^2 (1 + |\xi|)^{2s} d\xi < +\infty. \quad (12)$$

Выражение (12) определяет норму в пространстве  $H_s(R)$ . Пространство  $H_s(-1,1)$  определяется как подпространство  $\text{в} H_s(R)$ . Оно состоит из функций  $u(\tau)$  с носителем в промежутке  $[-1,1]$ . Финитные и бесконечно дифференцируемые функции  $C_0^\infty(-1,1)$  являются плотными в пространстве  $H_s(-1,1)$  по норме (12).  $\tilde{H}_s(-1,1)$  –пространство обобщенных функций  $f$ , допускающих продолжение  $lf$  на все  $R$ , принадлежащее  $H_s(R)$ . Норма в  $\tilde{H}_s(-1,1)$  определяется формулой

$$\|f\|_s = \inf_l \|lf\|_s. \quad (13)$$

По корневому закону, плотность аксиальных токов  $u_m$  обращается нуль на концах отрезка  $[-1,1]$ , а плотность азимутальных  $v_m$  – в бесконечность. Функцию  $u_m$  будем искать в пространстве  $H_{\frac{1}{2}}(-1,1)$ , а функцию  $v_m$  – в пространстве  $H_{-\frac{1}{2}}(-1,1)$ . Обозначим через  $H$  прямую сумму  $H_{\frac{1}{2}}(-1,1) \dot{+} H_{-\frac{1}{2}}(-1,1)$ , а через  $\tilde{H}$  прямую сумму  $\tilde{H}_{-\frac{1}{2}}(-1,1) \dot{+} \tilde{H}_{\frac{1}{2}}(-1,1)$ . Операторы  $T$  и  $B$  действуют из пространства  $H$  в пространство  $\tilde{H}$ .

Отметим важное свойство коэффициентов матрицы оператора  $T$ :

$$\begin{aligned} \Delta &= a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} = \\ &= \frac{1}{4\pi(kl)(ka)} \cdot \frac{(kl)}{4\pi(ka)} \left( \frac{m^2}{(ka)^2} - 1 \right) - \frac{im}{4\pi(ka)^2} \cdot (-) \frac{im}{4\pi(ka)^2} = \\ &= \frac{m^2}{16\pi^2(ka)^4} - \frac{1}{16\pi^2(ka)^2} - \frac{m^2}{16\pi^2(ka)^4} = -\frac{1}{16\pi^2(ka)^2} \neq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

При выполнении условия (14), как доказано в работе [6], справедлива.

**Теорема.** Ограниченный оператор  $T$  взаимно однозначно отображает пространство  $H$  на все пространство  $\tilde{H}$ . Обратный оператор  $T^{-1}$  существует, ограничен и взаимно однозначно отображает пространство  $\tilde{H}$  на все пространство  $H$ .

Применяя к обеим частям уравнения (11) оператор  $T^{-1}$ , получим

$$I \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \end{pmatrix} + T^{-1}B \begin{pmatrix} u_m \\ v_m \end{pmatrix} = T^{-1} \begin{pmatrix} f_m \\ g_m \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где  $I$  – единичный оператор.

Обратимся к соотношению (6). Функция  $N_m(\tau, t)$  не имеет особенностей при совпадении аргументов, в отличие от первого слагаемого. Из свойств функции  $S_m$ , полученных в работе [3], следует, что первые частные производные функции  $N_m(\tau, t)$  являются непрерывными, а вторые частные производные имеют логарифмическую особенность. На основании свойств функции  $N_m(\tau, t)$  можно доказать, что оператор  $T^{-1}$  является вполне непрерывным, а уравнение (15) – уравнение Фредгольма второго рода.

### Численный метод решения операторного уравнения

Пусть система функций  $\{\varphi_i\}_1^{+\infty}$  полна в пространстве  $H_{\frac{1}{2}}(-1,1)$ , а система функций  $\{\psi_i\}_1^{+\infty}$  полна в пространстве  $H_{-\frac{1}{2}}(-1,1)$ . Решение операторного уравнения (15) будем искать по формуле в виде

$$u_m = \sum_{i=1}^N c_i \varphi_i, v_m = \sum_{j=1}^N d_j \psi_j. \quad (16)$$

Подставим (16) в (11)

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N c_i (a_{11}A + B_{11})\varphi_i + \sum_{j=1}^N d_j (a_{12}SL + B_{12})\psi_j = f_m, \\ \sum_{i=1}^N c_i (a_{21}SA + B_{21})\varphi_i + \sum_{j=1}^N d_j (a_{22}L + B_{22})\psi_j = g_m, \end{cases} \quad (17)$$

затем умножим первое уравнение (17) скалярно в  $L_2[-1,1]$  на функцию  $\varphi_k (1 \leq k \leq N)$ , а второе уравнение (17) умножим на  $\varphi_l (1 \leq l \leq N)$ . В результате получим систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N c_i ((a_{11}A + B_{11})\varphi_i, \varphi_k) + \sum_{j=1}^N d_j ((a_{12}SL + B_{12})\psi_j, \varphi_k) = (f_m, \varphi_k), \\ \sum_{i=1}^N c_i ((a_{21}SA + B_{21})\varphi_i, \psi_l) + \sum_{j=1}^N d_j ((a_{22}L + B_{22})\psi_j, \psi_l) = (g_m, \psi_l), \end{cases} \quad (18)$$

$$1 \leq k \leq N, 1 \leq l \leq N.$$

Система (18) является линейной системой порядка  $2N$ . Обоснование численного метода для операторных уравнений, эквивалентных уравнению второго порядка, имеется в [7]. В работе [2] в качестве функций  $\varphi_i$  и  $\psi_j$  предложены кусочно-постоянные функции. Разработанный в [2] метод является универсальным, пригодным для любой поверхности. Для задачи дифракции на отрезке кругового цилиндра более эффективными являются базисные функции, учитывающие условие Мейкснера на ребре [3]. Они имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_n(\tau) &= \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \sin(n \arccos(\tau)), n = 1, 2, 3, \dots, \\ \psi_1(\tau) &= \frac{1}{\sqrt{\pi \ln 2}} \frac{1}{\sqrt{1-\tau^2}}, \psi_n(\tau) = \sqrt{\frac{2n}{\pi}} \frac{\cos(n \arccos(\tau))}{\sqrt{1-\tau^2}}, n = 2, 3, 4, \dots \end{aligned} \quad (19)$$

Матрицы интегральных и интегро-дифференциальных операторов  $L, SA, SL$  и  $A$  находятся аналитически, более того, они являются диагональными. Именно это свойство обеспечивает устойчивость численного метода. Матрицы операторов  $B_{ij} (i = 1, 2; j = 1, 2)$  эффективно вычисляются численными методами на ЭВМ.

### Заключение

Таким образом, в работе развит общий метод вывода системы двумерных и одномерных интегро-дифференциальных уравнений на незамкнутых поверхностях вращения. На основе логарифмической особенности ядра выведен и описан главный оператор задачи в пространствах Соболева. Главный оператор является

ограниченным, взаимно-однозначным и отображает пространство решений на все пространство правых частей. Как следствие, главный оператор имеет ограниченный обратный оператор, а операторное уравнение эквивалентно уравнению Фредгольма второго рода. Развита численный метод решения операторного уравнения.

### Список литературы

1. Васильев Е. Н. Возбуждение тел вращения. Москва: Радио и связь, 1987. 272 с.
2. Давыдов А. Г., Захаров Е. В., Пименов Ю. В. Метод численного решения задач дифракции электромагнитных волн на незамкнутых поверхностях произвольной формы // Доклады Академии наук. 1984. 276(1). 96-100.
3. Социлин А. В., Эминов С. И. Метод собственных функций сингулярных операторов в теории дифракции на толстом вибраторе // Журнал технической физики. 1998. 68(4). 96-101.
4. Ильинский А. С., Смирнов Ю. Г. Дифракция электромагнитных волн на проводящих тонких экранах: псевдодифференциальные операторы в задачах дифракции. Москва: ИПРЖР, 1996. 176 с.
5. Смирнов Ю. Г. Математические методы исследования задач электродинамики: монография. Пенза: Пензен. гос. ун-т, 2009. 266 с.
6. Эминов С. И. Аналитическое обращение операторной матрицы задачи дифракции на отрезке цилиндра в пространствах Соболева // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2021. 61(3). 450-456. DOI: 10.31857/S0044466921030054
7. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. 2-е изд., перераб. и доп.. Москва: Наука, 1970. 512 с.

### References

1. Vasil'ev E. N. Vozbuzhdenie tel vrashcheniia [Excitation of bodies of revolution]. Moscow, Radio i sviaz', 1987. 272 p.
2. Davydov A. G., Zakharov E. V., Pimenov Iu. V. Metod chislenного resheniia zadach difraktsii elektromagnitnykh voln na nezamknutykh poverkhnostiakh proizvol'noi formy [A numerical method for solving the problems of electromagnetic wave diffraction on freeform open surfaces] // Doklady Akademii nauk. 1984. 276(1). 96-100.
3. Sochilin A. V., Eminov S. I. Method of eigenfunctions of singular operators in the theory of diffraction by a thick vibrator // Technical Physics. 1998. 43. 434-438. DOI: 10.1134/1.1259000
4. Il'inskii A. S., Smirnov Iu. G. Difraktsiia elektromagnitnykh voln na provodiashchikh tonkikh ekranakh: psevdodifferentsial'nye operatory v zadachakh difraktsii [Diffraction of electromagnetic waves on thin conductive screens: pseudo-differential operators in diffraction problems]. Moscow, IPRZhR, 1996. 176 p.
5. Smirnov Iu. G. Matematicheskie metody issledovaniia zadach elektrodinamiki [Mathematical methods for solving electrodynamic problems]. Penza: Penzen. gos. un-t, 2009. 266 p.
6. Eminov S. I. Analytical inversion of the operator matrix for the problem of diffraction by a cylindrical segment in Sobolev spaces // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2021. 61(3). 424-430. DOI: 10.1134/S0965542521030052
7. Mikhlin S. G. Variatsionnye metody v matematicheskoi fizike [Variational methods in mathematical physics]. 2nd ed., rev. and enl. Moscow, Nauka, 1970. 512 p.

### **Информация об авторах**

*Эминов Стефан Ильич* – доктор физико-математических наук, профессор, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0001-9497-8234, Stefan.Eminov@novsu.ru

*Сочилин Андрей Викторович* – кандидат технических наук, доцент, доцент, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0001-6857-7418, Andrey.Sochilin@novsu.ru

*Петров Роман Валерьевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, главный научный сотрудник, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9751-116X, Roman.Petrov@novsu.ru

*Захаров Максим Анатольевич* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0000-0002-9144-340X, Maxim.Zakharov@novsu.ru