КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 530.12

DOI: https://doi.org/10.34680/2076-8052.2022.3(128).133-134

О СОХРАНЕНИИ ЭНЕРГИИ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Я.И.Грановский

ON THE ENERGY CONSERVATION IN THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY

Ya.I.Granovsky

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого, yagran1931@gmail.com

В предлагаемой статье показано, что в гармонических системах координат псевдотензор энергии-импульса гравитационного поля $\tau^{\alpha\beta}$ является однозначной функцией характеристик макроскопических тел.

Для цитирования: Грановский Я.И. О сохранении энергии в общей теории относительности // Вестник НовГУ. Сер.: Технические науки. 2022. №3(128). С.133–134. DOI: https://doi.org/10.34680/2076-8052.2022.3(128).133-134

In this article, it is shown that in harmonic coordinate systems the pseudo-tensor $\tau^{\alpha\beta}$ of the gravitational field energy-momentum is a single-valued function of macroscopic body properties.

For citation: Granovsky Ya.I. On the energy conservation in the general theory of relativity // Vestnik NovSU. Issue: Engineering Sciences. 2022. №3(128). P.133–134. DOI: https://doi.org/10.34680/2076-8052.2022.3(128).133-134

Закон сохранения энергии-импульса в общей теории относительности (ОТО) записывается с помощью ковариантной производной ∇_β как $\nabla_\beta T^{\alpha\beta} = 0$ и в развёрнутом виде гласит

$$\frac{\partial T^{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} T^{\gamma\beta} + \Gamma^{\beta}_{\beta\gamma} T^{\alpha\gamma} = 0. \quad (1)$$

Благодаря ковариантности он имеет место в любой точке и в *любой* системе координат. Наличие символов Э.Кристоффеля $\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}$ свидетельствует о кривизне 4-мерного Мира — в псевдоевклидовом пространстве-времени они равны нулю, и закон сохранения приобретает привычную форму $\frac{\partial T^{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} = 0.$

Слагаемые $\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} T^{\gamma\beta} + \Gamma^{\beta}_{\beta\gamma} T^{\alpha\gamma}$ описывают воздействие гравитационных сил на механическую систему, имеющую тензор $T^{\alpha\beta}$. Этот факт принято описывать с помощью «псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля» $\tau^{\alpha\beta}$, полагая $\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} T^{\gamma\beta} + \Gamma^{\beta}_{\beta\gamma} T^{\alpha\gamma} = \frac{\partial \tau^{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}$, в результате чего уравнение (1) принимает знакомую форму $\frac{\partial (T^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta})}{\partial x_\beta} = 0$ сохранения суммарной энергии механической системы и гравитационного поля. Введение псевдотензора $\tau^{\alpha\beta}$ создаёт много хлопот, обусловленных его неоднозначностью и нетривиальным физическим смыслом.

Аналогичная ситуация существует в электродинамике, но там выбор ограничен инерциальными системами отсчёта: заряд испытывает действие однозначной силы Х.Лорентца, работа которой равна убыли энергии электромагнитного поля — этим восстанавливается сохранение суммарной энергии зарядов и поля [1].

В ОТО нет ограничений на выбор системы отсчёта, что приводит к неоднозначности псевдотензора $\tau^{\alpha\beta}$. Необходимо выделить явно его зависимость от выбора системы отсчёта. Оказывается, это можно сделать для макроскопических тел, имеющих тензор энергии-импульса:

$$T^{\gamma\beta} = \rho u^\gamma u^\beta + p g^{\gamma\beta}, \quad (2)$$

$\rho = \varepsilon + p$ — энтальпия (тепловая функция), p — давление, u^β — 4-мерная скорость.

Объединим первое и третье слагаемое в уравнении (1), воспользовавшись тем, что $\Gamma^{\beta}_{\beta\gamma} = \partial(\ln\sqrt{|g|})/\partial x_\gamma$. Это даст

$$\frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\partial \sqrt{|g|} T^{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} T^{\gamma\beta} = 0. \quad (3)$$

Оставшееся слагаемое равно $\rho \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} u^\gamma u^\beta + p\Gamma^\alpha$. Согласно уравнению геодезической первое слагаемое этого выражения равно $-\rho \frac{du^\alpha}{ds}$, так что

$$\frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\sqrt{|g|} T^{\alpha\beta}\right) = \rho \frac{du^\alpha}{ds} - p\Gamma^\alpha. \quad (4)$$

В этом уравнении только последнее слагаемое зависит от выбора системы отсчёта. В гармонических системах отсчёта [2], где $\Gamma^\alpha = 0$, уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{|g|}} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\sqrt{|g|} \rho u^\alpha u^\beta\right) = \rho \frac{du^\alpha}{ds} \quad (5)$$

обобщает (в связи с наличием $\sqrt{|g|}$) известную теорему «изменение кинетической энергии равно работе действующей силы» (произведение ρ на ускорение $\frac{du^{\alpha}}{ds}$ имеет смысл силы). Такой же смысл имеет уравнение (1).

Таким образом, в гармонических системах отсчёта псевдотензор $\tau^{\alpha\beta}$ становится однозначным и сводится к $\rho\frac{du^{\alpha}}{ds}$.

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособ. для вузов. В 10 т. Т.II. Теория поля. 8-е изд., М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 536 с.
2. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: ГИТТЛ, 1955. 504 с.

References

1. Landau L.D., Lifshitz E.M. The Classical Field Theory. Amsterdam, Netherlands, Butterworth Heinemann Publ., 1994, 438 p.
2. Fock V.A. The Theory of Space, Time and Gravitation. New York, Pergamon Press Publ., 1959. 427 p.