

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.38

DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).22-33

Поступила в редакцию / Received 11.02.2025

ГРНТИ 29.37.21+28.17.33

Специальность ВАК 1.3.4.

Принята к публикации / Accepted 03.04.2025

Научная статья

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ СОСТАВНОГО ВИБРАТОРА В СРЕДЕ COMSOL MULTIPHYSICS

Камара М.¹, Медников С. В.²

¹ *Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия)*

² *Волгоградский государственный технический университет (Волгоград, Россия)*

Аннотация. Для четырех конструкционных материалов – медь UNS C10300, алюминий 1050 UNS A91050, сталь 1006 UNS G10060 и стекло Corning 7900 (Vycor) моделированием составного вибратора в среде *COMSOL Multiphysics* исследовалась зависимость погрешности определения скорости упругих волн от соотношения размеров образца и возбуждителя составного вибратора. Моделируемые материалы были взяты из имеющихся в библиотеке *COMSOL Multiphysics*. Полученные результаты сравнивались с результатами для аналогичных отечественных материалов: алюминий Д16, сталь 45, медь М3 и боросиликатное лабораторное стекло ТС. Установлены минимальные соотношения размеров, при которых погрешности определения скорости упругих волн не превосходят требуемых в условиях эксперимента значений. Проведена экспериментальная проверка результатов моделирования методом составного вибратора на образцах из меди М3.

Ключевые слова: *составной вибратор, скорость упругой волны, динамический модуль упругости, пьезокерамика ЦТС, среда моделирования COMSOL Multiphysics.*

Для цитирования: Камара М., Медников С. В. Моделирование работы составного вибратора в среде *COMSOL Multiphysics* // Вестник НовГУ. 2025. 1 (139). 22–33. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).22-33

Research Article

SIMULATION OF THE OPERATION OF A COMPOSITE VIBRATOR IN THE COMSOL MULTIPHYSICS MEDIA

Camara M.¹, Mednikov S. V.²

¹ *Yaroslav-the-Wise Novgorod State University (Veliky Novgorod, Russia)*

² *Volgograd State Technical University (Volgograd, Russia)*

Abstract. For four structural materials – copper UNS C10300, aluminum 1050 UNS A91050, steel 1006 UNS G10060 and glass Corning 7900 (Vycor) – the dependence of the elastic wave velocity determination error on the sample and exciter size ratio of the composite vibrator was studied by modeling a compound vibrator in the *COMSOL Multiphysics* environment. The modeled materials were taken from those available in the *COMSOL MULTIPHYSICS* library. The obtained results were compared with the results for similar domestic materials: aluminum D16, steel 45, copper M3 and borosilicate laboratory glass TS. The minimum size ratios were established, at which the elastic wave velocity determination errors do not exceed the values required under the experimental conditions. An experimental verification of the modeling results by the compound vibrator method was carried out on samples made of copper M3.

Keywords: *composite vibrator, elastic wave velocity, dynamic modulus of elasticity, PZT piezoceramics, COMSOL Multiphysics modeling media.*

For citation: Camara M., Mednikov S. V. Simulation of the operation of a composite vibrator in the COMSOL Multiphysics media // Vestnik NovSU. 2025. 1 (139). 22–33. DOI: 10.34680/2076-8052.2025.1(139).22-33

Введение

Экспериментальное исследование физических параметров конструкционных материалов имеет длительную историю, однако многие вопросы до сих пор остаются нерешенными в полном объеме, например, быстрое и точное определение численных значений упругих модулей. В настоящее время модуль продольной упругости (модуль Юнга) E изотропных материалов обычно определяется из результатов измерений скорости звука по известному соотношению [1]

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

где ρ – плотность материала.

Одним из методов определения скорости звука в изотропных телах является метод составного вибратора [2–4]. В этом методе исследуемый образец присоединяется клеевым соединением к пьезокерамическому резонатору (далее – возбуждатель), изменяя его резонансную частоту продольных колебаний. Так как скорость звука в материале возбуждателя $c_{\text{возб}}$ известна, это позволяет рассчитать скорость звука $c_{\text{обр}}$ в материале приклеенного к нему образца [5]:

$$c_{\text{обр}} = 2l_{\text{обр}}[m_{\text{возб}}/m_{\text{обр}}(f_c - f_H) + f_c], \quad (2)$$

где f_c – резонансная частота свободного возбуждателя; f_H – резонансная частота возбуждателя с приклеенным образцом; $m_{\text{возб}}$ – масса возбуждателя; $m_{\text{обр}}$ – масса образца. Использование этой формулы требует предварительного взвешивания образца и возбуждателя.

Основной трудностью использования метода составного вибратора является наличие затухания, возникающего в системе из двух склеенных элементов вследствие того, что узел стоячей волны в общем случае не попадает на сечение склейки. В этом случае в склейке возникают деформации, которые являются малыми вследствие малой эластичности материала склейки, что приводит к уменьшению добротности системы и сдвигу ее резонансной частоты. Этого не возникает, когда

в сечении склейки находится узел стоячей волны, что возможно только при определенном соотношении продольных размеров образца $l_{\text{обр}}$ и возбудителя $l_{\text{возб}}$:

$$\frac{l_{\text{обр}}}{l_{\text{возб}}} = \frac{c_{\text{обр}}}{c_{\text{возб}}}. \quad (3)$$

Однако скорость звука в исследуемом образце $c_{\text{обр}}$ заранее неизвестна. В практике акустических исследований получило распространение соотношение размеров $l_{\text{обр}}/l_{\text{возб}} \gg 1$ [5]. Представляет интерес исследование погрешностей определения скорости продольной звуковой волны методом составного вибратора при различных соотношениях продольных размеров образца и возбудителя. С этой целью нами было проведено компьютерное моделирование работы составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics.

Моделирование работы составного вибратора с образцами исследуемых материалов

В качестве материала пьезоэлектрического возбудителя из представленных в библиотеке материалов COMSOL Multiphysics нами была выбрана пьезокерамика PZT–2. Обоснованность такого выбора оправдывается тем, что пьезокерамические материалы составов цирконата-титаната свинца в России и за рубежом незначительно отличаются друг от друга по основным физическим параметрам, важным для наших целей – скорости звука и плотности [6]. Поперечное сечение возбудителя представляло собой равнобедренную трапецию с основаниями длиной $6,3 \pm 0,1$ мм и $5,2 \pm 0,1$ мм и высотой $4,95 \pm 0,1$ мм. На боковые грани нанесены никелевые электроды. Выбор такой геометрии модели возбудителя был обусловлен тем, что в дальнейшем эти пьезоэлементы были использованы нами в экспериментах с реальными составными вибраторами.

Для модельного определения скорости продольных звуковых волн и сопоставления с их табличными значениями были выбраны следующие материалы из имеющихся в библиотеке COMSOL Multiphysics: алюминий 1050 UNS A91050, медь UNS C10300, сталь 1006 UNS G10060 и стекло Corning 7900 (Vycor). Для аналогичных отечественных материалов скорости продольных звуковых волн широко представлены в справочной литературе. Модельным клеевым соединением элементов составного вибратора из библиотеки COMSOL Multiphysics был выбран слой полиметилметакрилата PMMA толщиной 0,1 мм.

Моделирование происходило в два этапа. В первой серии опытов программно изменялись продольные размеры образцов. Форма и размеры возбудителя

оставались постоянными, длина возбудителя была выбрана равной 35,75 мм. Размеры моделируемых образцов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Размеры моделируемых образцов в первой серии опытов

Материал образца	Алюминий	Сталь	Медь	Стекло
Диаметр, мм	6,5	7,5	6,0	8,0
№ образцов	Длина $l_{обр}$, мм			
1	7,94	10,53	5,67	7,45
2	15,91	19,04	10,91	14,03
3	17,80	23,82	13,52	14,37
4	27,35	27,56	21,55	20,80
5	29,90	34,67	27,03	24,63

Во второй серии опытов размеры образцов были фиксированы, а программно изменялись продольные размеры возбудителей (таблица 2). Таким образом достигался большой диапазон отношений $l_{обр}/l_{возб}$.

Таблица 2. Размеры моделируемых возбудителей во второй серии опытов

Материал образца	Алюминий	Сталь	Медь	Стекло
Диаметр, мм	6,5	7,5	6,0	8,0
Длина, мм	29,90	27,56	27,03	24,63
№ образцов	Длина возбудителей $l_{возб}$, мм			
1	8,24	8,24	8,24	8,24
2	13,19	13,19	13,19	13,19
3	22,62	22,62	22,62	22,62
4	27,31	27,31	27,31	27,31

Пример модельного составного вибратора (таблица 1, алюминий, образец № 1), колеблющегося на основной гармонике продольной моды, приведен на рисунке 1. Темно-синим цветом COMSOL Multiphysics показывает узловую область стоячей волны, красным – области максимальной амплитуды колебаний.

В результате моделирования для всех моделируемых образцов были получены частоты резонанса на первой гармонике продольных колебаний, по которым были рассчитаны скорости звука.

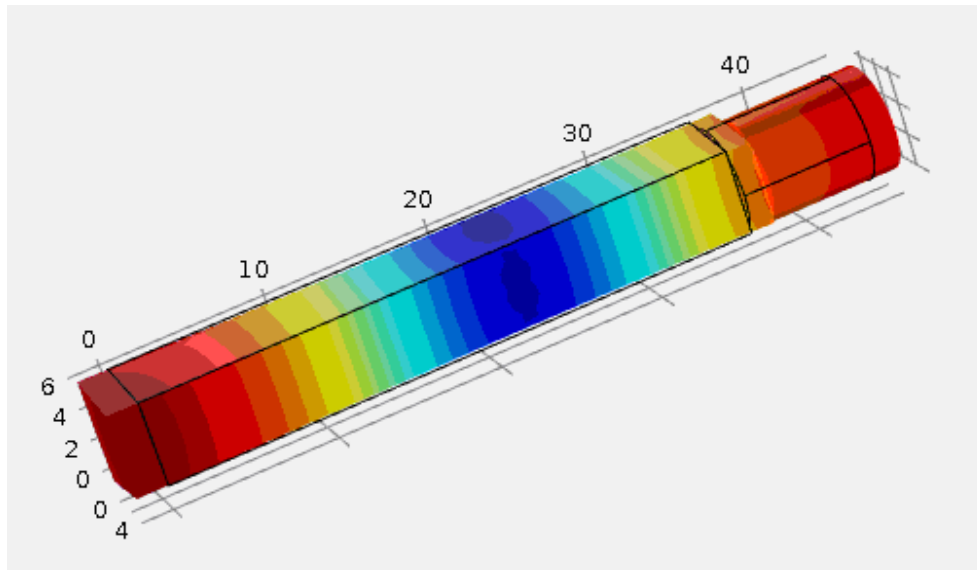


Рисунок 1. Пример модели составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics

Нами была разработана методика расчета скорости продольных волн в образце, входящем в состав составного вибратора, сущность которой заключается в следующем. Общее время прохождения волной составного вибратора складывается из времени прохождения возбудителя и времени прохождения исследуемого образца, т. е. $l_{\text{возб}} / c_{\text{возб}} + l_{\text{обр}} / c_{\text{обр}}$. Регистрируя резонансную частоту основной гармоники продольных колебаний составного вибратора $f_{\text{рез}}$, мы определяем некоторую усредненную скорость звука c в составном вибраторе, т. е.

$$c = \lambda \cdot f_{\text{рез}} = 2 \cdot (l_{\text{возб}} + l_{\text{обр}}) \cdot f_{\text{рез}}. \quad (4)$$

Таким образом, для введенного нами понятия усредненной скорости c

$$l_{\text{возб}} / c_{\text{возб}} + l_{\text{обр}} / c_{\text{обр}} = (l_{\text{возб}} + l_{\text{обр}}) / c.$$

Отсюда

$$c_{\text{обр}} = \frac{c \cdot c_{\text{возб}} l_{\text{обр}}}{(l_{\text{возб}} + l_{\text{обр}}) c_{\text{возб}} - l_{\text{возб}} c}.$$

Эта формула преобразуется к виду

$$c_{\text{обр}} = \frac{c \cdot c_{\text{возб}}}{c_{\text{возб}} + \frac{(c_{\text{возб}} - c) \cdot l_{\text{обр}}}{l_{\text{возб}}}}, \quad (5)$$

где усредненная скорость звука в составном вибраторе рассчитывается по формуле (4).

Результаты и их обсуждение

Результаты моделирования представлены в виде графиков зависимостей скорости продольных звуковых волн, рассчитанных по формуле (5), от соотношения продольных размеров образцов и возбуждателей $l_{обр}/l_{возб}$ (рисунок 2). Из анализа графиков можно заключить, что при увеличении соотношения $l_{обр}/l_{возб}$ рассчитанные значения скоростей звука асимптотически приближаются к табличным значениям. Это позволяет, используя соотношение (5), разумно ограничивать отношение $l_{обр}/l_{возб}$, исходя из требуемой точности получения результатов измерений. При соотношении размеров образца и возбуждателя, больших чем 4,0, получаемые средние значения скоростей звука в исследуемых образцах находятся вблизи соответствующих табличных значений, приведенных в таблице 3.

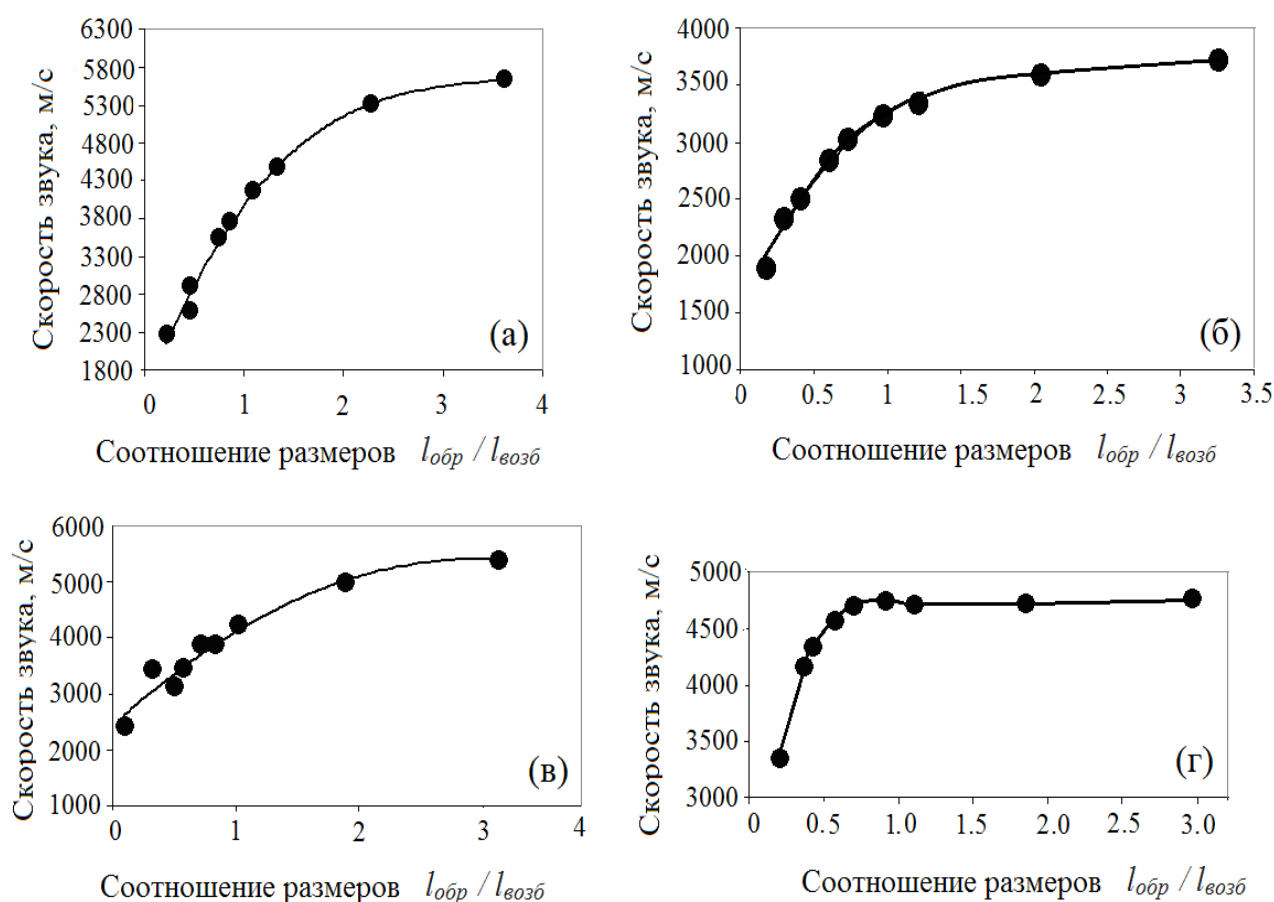


Рисунок 2. Зависимости значений скорости звуковых волн от соотношения размеров элементов составного вибратора в образцах материалов: а) алюминий UNS A91050; б) медь UNS C10300; в) сталь UNS G10060; г) стекло Corning 7900 (Vycor)

Для сопоставления нами были взяты близкие по физическим свойствам отечественные материалы: алюминий Д16, сталь 45, медь МЗ и боросиликатное лабораторное стекло ТС [7].

Таблица 3. Сопоставление результатов моделирования со справочными данными

Материалы			
Алюминий Д16	Сталь 45	Медь МЗ	Стекло Боросиликатное ТС
Табличные значения скорости продольного звука, м/с			
5080	5100	3710	4340
Модельные материалы			
Алюминий 1050 UNS A91050	Сталь 1006 UNS G10060	Медь UNS C10300	Стекло Corning 7900 (Vycor).
Скорости продольного звука при максимальных соотношениях $l_{обр}/l_{возб}$ (моделирование в среде COMSOL Multiphysics)			
5636,2	5412,5	3748,4	4745,1
Относительная погрешность модельного результата, %			
10,9	6,1	1,1	9,3

Наиболее близкими к табличным оказались результаты моделирования образцов из меди, наибольшее расхождение результатов моделирования и табличных значений скорости звука – у образцов алюминия. Это может объясняться недостаточно точным соответствием модуля Юнга у модельного материала 1050 UNS A91050 и отечественного Д16.

Для экспериментальной проверки полученного соотношения (5) в образцах из меди МЗ методом составного вибратора была исследована зависимость скорости продольного звука от соотношения размеров возбuditеля и образца.

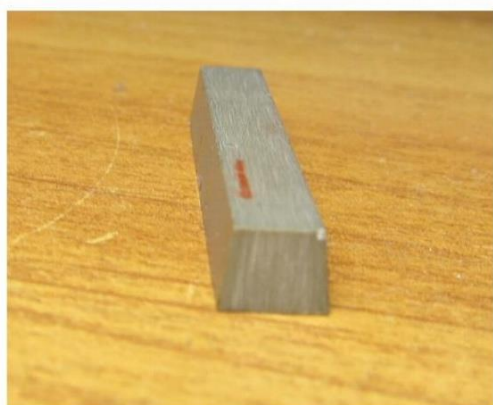
Проверка проводилась на испытаниях серии из пяти образцов, присоединенных циакриновым клеем «Henkel» к возбuditелям из пьезокерамики ЦТС–24, представляющих собой стандартные пьезоэлементы, размеры которых приводились выше. Акустические характеристики примененных нами пьезоэлементов приведены в таблице 4. Внешний вид пьезоэлемента и одного из изготовленных составных вибраторов приведены на рисунке 3.

Для расширения диапазона соотношений $l_{обр}/l_{возб}$ измерения резонансных частот составных вибраторов производились, как и при моделировании, в два этапа. В первой серии экспериментов применялись образцы, длина которых соответствовала приведенным в таблице 1. Во второй серии экспериментов исследовался образец длиной 27,03 мм, скорость звука в возбuditеле 3641,2 м/с.

Возбудители укорачивались алмазной дисковой пилой до размеров, соответствующих таблице 2.

Таблица 4. Акустические характеристики возбудителей первой серии опытов

	Номера пьезоэлементов возбудителей				
	1	2	3	4	5
Длина $l_{\text{возб}}$, мм	35,75	35,75	35,90	35,85	35,80
Скорость звука $c_{\text{возб}}$ на первой гармонике, м/с	3706,1	3666,4	3610,2	3692,2	3631,1
Усредненная скорость звука по всем пьезоэлементам $\langle c_{\text{возб}} \rangle$, м/с	$3661,2 \pm 112,9$				



а)



б)

Рисунок 3. Пьезоэлемент: а) – применяемый в качестве возбудителя; б) – собранный составной вибратор

Составной вибратор помещался между двумя пружинящими контактами из фосфористой бронзы, установленными в измерительной ячейке. Переменное напряжение подавалось на электроды возбудителя. Схема измерительной установки приведена на рисунке 4.

Переменное напряжение от перестраиваемого генератора 1 подается на возбудитель 2, к которому приклеен исследуемый образец 3. Форма колебаний и амплитуда регистрируется по падению напряжения на резисторе 4 визуально с помощью осциллографа 5. В момент достижения резонанса ток через резистор максимальный, что соответствует максимальной амплитуде колебаний, наблюдаемых на экране осциллографа, частота резонанса регистрируется частотомером 6. Далее по формуле (5) рассчитываются скорости продольных волн в образцах.

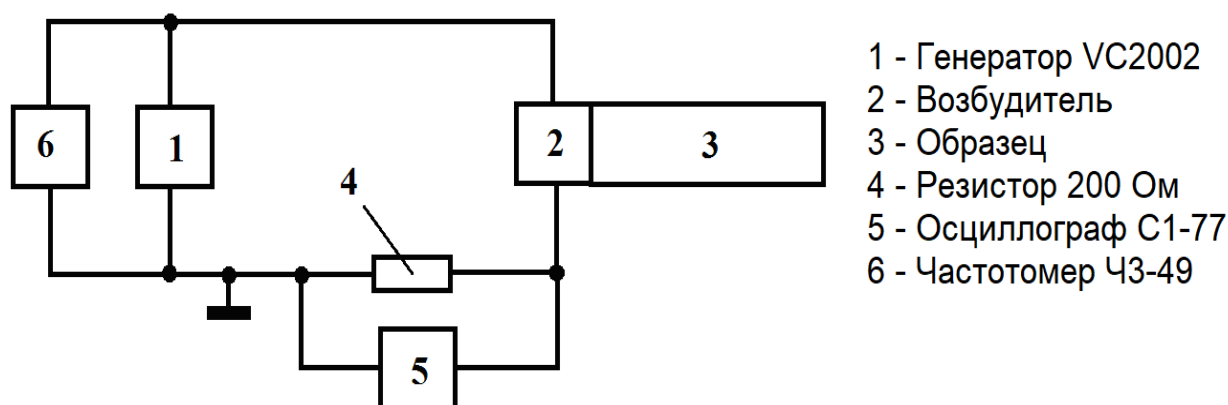


Рисунок 4. Схема измерительной установки

Результаты расчетов приведены в таблицах 5 и 6, зависимость скорости звука в образцах меди МЗ от соотношения $l_{обр}/l_{возб}$ – на рисунке 5.

Таблица 5. Результаты первой серии экспериментов

Медь МЗ	Номера опытов				
	1	2	3	4	5
Длина возбудителя $l_{возб}$, мм	35,75	35,75	35,90	35,85	35,80
Длина образца $l_{обр}$, мм	5,67	10,91	13,52	21,55	27,00
Общая длина составного вибратора $l_{возб} + l_{обр}$, мм	41,42	46,66	49,42	57,40	62,80
Резонансная частота $f_{рез}$, кГц	43,26	37,61	34,28	30,61	27,28
Скорость звука в возбудителе $c_{возб}$, м/с	3706,1	3666,4	3610,2	3692,2	3631,1
Скорость звука c на первой гармонике, м/с	3583,7	3509,8	3388,2	3514,0	3426,1
Скорость звука в образце $c_{обр}$, м/с	2762,3	2879,4	2916,7	3168,9	3158,7
Отношение $l_{обр}/l_{возб}$	0,16	0,30	0,38	0,60	0,75
Расхождение с табличным значением, %	25,5	22,4	21,4	14,6	14,9

Результаты, полученные методом составного вибратора для образцов меди (рисунок 5), находятся в хорошем согласии с результатами моделирования (рисунок 2, график б). Относительная погрешность определения скорости продольного звука при максимальном соотношении продольных размеров образца и возбудителя (в данном случае $l_{обр}/l_{возб} = 3,28$) составляет 3,5%, что можно считать удовлетворительным для многих практических расчетов. Дальнейшее увеличение этого соотношения позволит еще больше уменьшить это расхождение, т. е. в тех случаях, когда это целесообразно.

Таблица 6. Результаты второй серии экспериментов

Медь МЗ	Номера опытов			
	1	2	3	4
Длина возбуждателя $l_{\text{возб}}$, мм	27,31	22,62	13,19	8,24
Длина образца $l_{\text{обр}}$, мм	27,03	27,03	27,03	27,03
Общая длина составного вибратора $l_{\text{возб}} + l_{\text{обр}}$, мм	54,34	49,65	40,22	35,27
Резонансная частота $f_{\text{рез}}$, кГц	32,34	35,55	44,6	50,95
Скорость звука в возбуждателе $c_{\text{возб}}$, м/с	3641,18	3641,18	3641,18	3641,18
Скорость звука c на первой гармонике, м/с	3514,71	3530,12	3587,62	3594,22
Скорость звука в образце $c_{\text{обр}}$, м/с	3395,6	3442,2	3562,1	3580,1
Отношение $l_{\text{обр}}/l_{\text{возб}}$	0,99	1,20	2,05	3,28
Расхождение с табличным значением, %	10,7	7,2	4,0	3,5

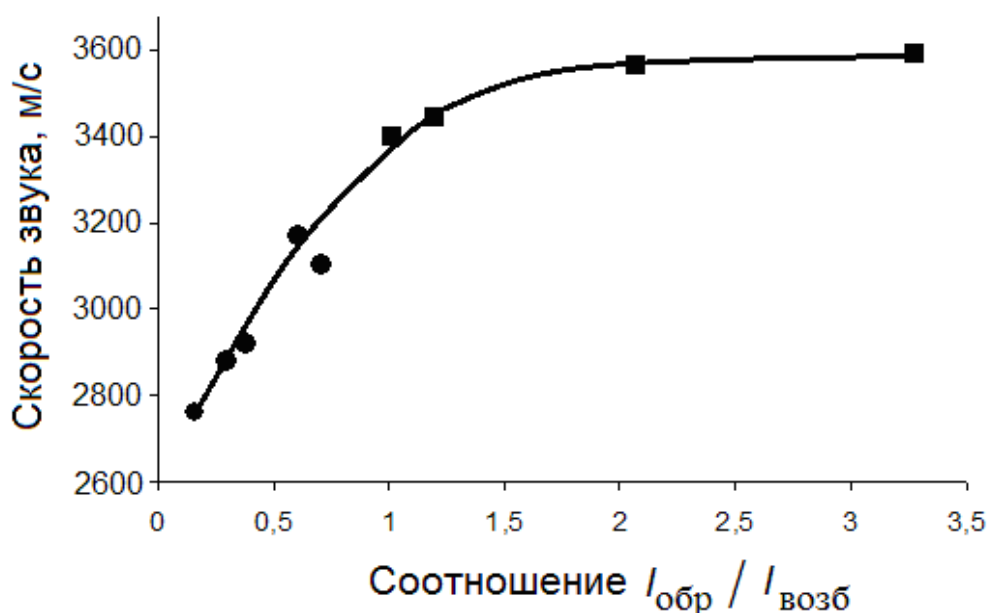


Рисунок 5. Зависимость значений скорости звука в образцах меди МЗ от соотношения размеров элементов составного вибратора. Квадратные точки соответствуют второй серии экспериментов

Заключение

1. Моделирование составного вибратора в среде COMSOL Multiphysics позволяет определять оптимальные соотношения продольных размеров образца и пьезоэлектрического возбуждателя колебаний в зависимости от требуемой погрешности определения скорости звука, путем варьирования этого соотношения.

2. Полученная в работе формула расчета скорости звука образцов исследуемых материалов методом составного вибратора может найти применение как при моделировании работы составного вибратора, так и для обработки результатов практических измерений данным методом.

3. Применение составного вибратора для определения скоростей звука в металлических и диэлектрических материалах позволяет достичь погрешности не хуже единиц процентов при измерениях в образцах длиной, четырехкратно и более превосходящих длину возбудителя.

Список литературы

1. Пейн Г. Физика колебаний и волн. Москва: Мир, 1979. 390 с.
2. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела / пер. с англ. Москва: Мир, 1971. 308 с.
3. Крауткремер Й., Крауткремер Г. Ультразвуковой контроль материалов. Справочник / пер. с нем. Е. К. Бухмана, Л. С. Зенковой; под ред. В. Н. Волченко. Москва: Металлургия, 1991. 752 с.
4. Муслов С. А., Перцов С. С., Зайцева Н. В., Корнеев А. А. Особенности измерения упругих постоянных кристаллов методом составного вибратора // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2018. 5-2. 283–286.
5. Криштал М. А., Пестов Б. Е., Давыдов В. В., Троицкий И. В. Электронная аппаратура ультразвуковых установок для исследования свойств твердого тела. Москва: Энергия, 1974. 224 с.
6. Глозман И. А. Пьезокерамические материалы в электронной технике. Москва, Ленинград: Энергия, 1965. 192 с.
7. Кикоин И. К. Таблицы физических величин. Справочник. Москва: Атомиздат, 1976. 1008 с.

References

1. Pejn G. Physics of vibrations and waves. Moscow: Mir Publ., 1979. 390 p. (In Russian).
2. Truell R., El'baum Ch., Chik B. Ultrasonic methods in solid state physics / transl. from Eng. Moscow: Mir Publ., 1971. 308 p. (In Russian).
3. Krautkremer J., Krautkremer G. Ultrasonic inspection of materials. Handbook / transl. from Germ. by E. K. Bukhman, L. S. Zenkovka; ed. by V. N. Volchenko. Moscow: Metallurgiya Publ., 1991. 752 p. (In Russian).
4. Muslov S. A., Pertsov S. S., Zaitseva N. V., Korneev A. A. Features of measuring elastic constants of crystals by the composit vibrator method // International Journal of Applied and Fundamental Research. 2018. 5-2. 283–286. (In Russian).
5. Krishtal M. A., Pestov B. E., Davydov V. V., Troitskiy I. V. Electronic equipment of ultrasonic installations for studying the properties of a solid body. Moscow: Energiya Publ., 1974. 224 p. (In Russian).

6. Glozman I. A. Piezoceramic materials in electronic engineering. Moscow, Leningrad: Energiya Publ., 1965. 192 p. (In Russian).
7. Kikoin I. K. Tables of physical quantities. Handbook. Moscow: Atomizdat, 1976. 1008 p. (In Russian).

Информация об авторах

Камара Мохамед – аспирант, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого (Великий Новгород, Россия), ORCID: 0009-0006-9447-2456, mohamedcamara001@gmail.com

Медников Станислав Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент, Волгоградский государственный технический университет (Волгоград, Россия), ORCID: 0000-0001-6621-7550, s_mednikov@vstu.ru